

GÖRÜNÜR ÖZDİRENÇ (SCHLUMBERGER) VERİLERİNİN SÖNÜMLÜ EN KÜÇÜK KARELER (MARQUARDT) TEKNİĞİYLE MODELLENMESİ

MODELLING OF APPARENT RESISTIVITY DATA (SCHLUMBERGER) WITH DAMPED LEAST-SQUARES (MARQUARDT) TECHNIQUE

Metin AŞCI¹, Ferhat ÖZÇEP², Türker YAS³ ve Nuray ALPASLAN³

¹ Kocaeli Üniversitesi Müh. Fak. Jeofizik Müh. Böl., İzmit-Kocaeli

² İstanbul Üniversitesi Müh. Fak. Jeofizik Müh. Böl., Avcılar-İstanbul

³ Kocaeli Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Jeofizik Müh. Anabilim Dalı, İzmit-Kocaeli

ÖZ: Düşey Elektrik Sondajı (DES) uygulamalı jeofiziğin ilk yöntemlerinden birisidir ve günümüzde de yaygın olarak kullanılmaktadır. Kayaçların yatay yada düşey yöndeki elektriksel iletkenlik farklarından yararlanarak jeolojik yapının ortaya konması elektrik yöntemlerin uygulamasındaki temel amaçtır. Bu amaç doğrultusunda arazide gerçekleştirilen ölçümler sonucu elde edilen görünür öz direnç değerleri, çeşitli değerlendirme yöntemleri (abak karşılaştırma, modelleme v.b.) yardımıyla değerlendirilerek ortamdaki katmanlara ait kalınlık ve öz direnç parametreleri saptanır. Saptanan bu parametrelerden yararlanarak ortama ilişkin kuramsal jeolojik model ortaya konur. Bu çalışmada yatay olarak tabakalanmış yer modellerine ait görünür öz direnç eğrilerinin yorumu için, sönümlü en küçük kareler ters çözüm (Marquardt) algoritması kullanılmıştır. İterasyon işlemi ve Marquardt faktörünün değişimi, karesel hata (rms) değeriyle kontrol edilmiştir. Sunulan yöntem yapay bir model üzerinde sınıdandıktan sonra arazi verisine uygulanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Düşey Elektrik Sondajı, Sönümlü En Küçük Kareler (Marquardt) Tekniği, Ters çözüm.

ABSTRACT: Vertical Electrical Sounding (VES) is one of the first used method in applied geophysics and have been used commonly at the present time. By using the lateral or vertical electrical conductivity, determination of geological structure is one of the main goals of the application of electrical methods. For this purpose, several evaluation techniques (visual interpretation techniques, modelling etc.) could be applied to the apparent resistivity data obtained in the field and could be determined thickness and electrical parameters of layers. By using this determined parameters, theoretical geologic model could be determined. In this study, Damped Least-Squares (Marquardt) algorithm is used to interpretation of apparent resistivity curves from horizontally layered earth models. Iteration progress and the modification of Marquardt factor are controlled by rms value. After testing the method by artificial model, the technique was applied to the real data.

Key Words: Vertical Electrical Sounding, Damped Least Squares (Marquardt) Technique, Inversion.

GİRİŞ

Jeofizik araştırmalarda amaç yeryüzünde gözlemsel verileri kullanarak yerin iç yapısı hakkında bilgiler sağlamaya çalışmak ve yeni modeller geliştirmektir. Tanımlanan bir jeolojik modelin vereceği jeofiziksel tepkinin hesaplanmasına 'Düz çözüm', ölçülen jeofizik verilerden jeofizik modelin kestirilmesi ise 'Ters çözüm' olarak bilinir.

Ters çözüm işlemi, gözlenebilir veri değerlerinden yapı parametre değerlerinin saptanması olarak tanımlanabilir. Rasgele biçimli yeraltı yapılarının

modellenmesi için sonsuz sayıda parametrenin belirlenebilmesi olanaksız olduğundan, düzgün geometriye sahip model elemanları kullanılarak yer altı yapıları idealleştirilmeye çalışılır.

Yatay olarak tabakalanmış yapıların görünür öz direnç eğrilerinin ters çözüm işlemiyle yorumuna ilişkin ilk çalışmalar 1930'lu yıllarda başlamıştır. Slichter (1933), derinlikle sürekli olarak değişen tek boyutlu öz direnç fonksiyonu için Langer (1933) tarafından geliştirilen, yüzey potansiyellerinin bir çözümünü kullanarak Kernel ortamında ilk ters çözüm

işlemini gerçekleştirmiştir. 1970 ve sonrasında, model eğrilerin doğrusal süzgeç kuramı ile bilgisayarda hızlı bir şekilde hesaplama olanağının doğmasıyla yeni bir dönem açılmıştır. Ghosh (1971) sayısal integral (tümleme) işleminden başka doğrusal süzgeç kuramını kullanarak Slichter kerneli ile ilişkili Schlumberger ve Wenner elektrik sondaj eğrilerinin dönüşümü için bir katsayılar kümesi geliştirmiştir. Zamanla en küçük kareler tekniğinin yaygınlaşmasıyla bir çok araştırmacı bu yöntemi rezistivite verilerine uygulamıştır. Inman (1975) ridge regression yöntemini kullanarak ters çözüm gerçekleştirmiştir. Hoversten ve diğ. (1982) en küçük kareler algoritmasını farklı yöntemler uygulayarak öz direnç verilerinin ters çözümünü yapmış ve sonuçlarını karşılaştırmışlardır.

Bu çalışmada yatay olarak tabakalanmış dört katmanlı yer modellerine ait Schlumberger görünür öz direnç verilerinin modellenmesi, Marquart (1963) tarafından geliştirilen sönümlü en küçük kareler (Levenberg-Marquardt) ters çözüm yöntemiyle gerçekleştirilmiştir.

TEORİ

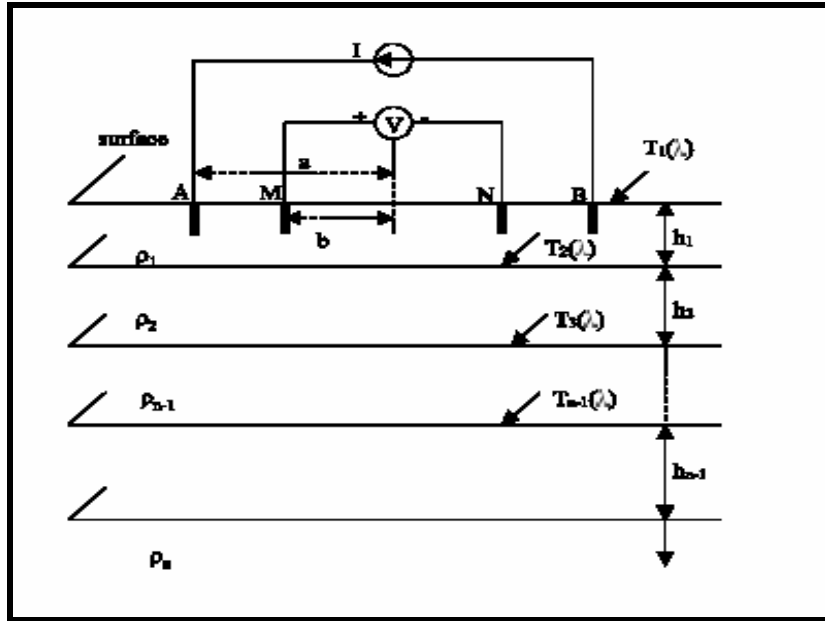
Şekil 1 de gösterilen Schlumberger elektrod dizilimine ilişkin görünür öz direnç bağıntısı Sundee (1949) tarafından,

$$\rho_{schl}(s) = s^2 \int_0^{\infty} T(\lambda) J_1(\lambda_s) d\lambda \quad (1)$$

olarak verilmiştir. Burada s, iki akım elektrodu arasındaki uzaklığın yarısına (AB/2) eşittir. λ integral işleminin boyutu olarak verilir. T(λ) dönüşük öz direnç olarak adlandırılır ve (Pekeris, 1940),

$$T(\lambda) = \frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda t_i)}{1 + \left(\frac{T_{i+1}(\lambda)}{\rho_i} \right) \tanh(\lambda t_i)}, i = n-1, n-1, \dots, 2, 1 \quad (2)$$

yineleme bağıntısıyla hesaplanır.



Şekil 1. Schlumberger dizilimiyle n tabakalı yer modeli
Figure 1. n-layer earth model with Schlumberger array

Her bir s aralığı için Schlumberger görünür öz direnç değeri

$$\rho_{schl}(s) = \sum \phi_r T(\lambda_r) \quad (3)$$

bağıntısıyla hesaplanır (Guptasarma, 1982). Burada,

$$\lambda_r = 10^{(a_r - \log_{10}(s))} \quad (4)$$

a_r Tablo-1, Tablo-2 ve Tablo-3'te verilen 10 tabanında apsis değeridir. Eğer e tabanında apsis değerleriyle λ_r hesaplanmak istenirse bu durumda

$$\lambda_r = e^{(a_r - \log_{10}(s))} \quad (5)$$

bağıntısıyla hesaplanmalıdır.

(3) bağıntısında Φ_r , her bir apsis değerine (a_r) karşılık gelen filtre katsayıları olup Guptasarma (1982)

tarafından geliştirilen yedi, on bir ve on dokuz noktalı filtre katsayıları sırasıyla Tablo-1, Tablo-2 ve Tablo-3'te verilmiştir. Sunulan çalışmada Tablo-1'de verilen yedi noktalı filtre katsayıları kullanılmıştır ve (3) bağıntısındaki λ_r değerleri (4) bağıntısından hesaplanmıştır.

TERS ÇÖZÜM KURAMI

Temel olarak Schlumberger eğrileri için ters çözüm işlemi, parametreler için bir önkestirim değerinden başlayarak model ve ölçülen eğriler birbirine çakışmaya kadar katman parametrelerinin değiştirilmesidir. Başka bir deyişle model ve ölçülen değerler arasındaki farkın en aza indirgenmesidir. Bu amaç için bir çok yol önerilmekle birlikte Marquart (1963) tarafından geliştirilen Levenberg-Marquardt

yaklaşımının DES verileri için en uygun yöntem olduğu birçok yazar tarafından gösterilmiştir (Inman 1975, Petrik ve diğ., 1977; Johansen, 1977; Hoversten ve diğ., 1982; Başokur 1990). Schlumberger verilerinin yorumuna başlamadan önce veri işlem yöntemleri ile veri niteliğinin iyileştirilmesi yorumun daha hızlı ve doğru olarak gerçekleştirilmesine yardım edecektir.

Ters çözüm için tasarlanan m adet model parametresi ile n adet gözlemsel veri arasında,

$$Ap = g \quad (6)$$

şeklinde doğrusal bir ilişki vardır. Burada A parametrelere göre türevlerden oluşan jacobian matrisi, g gözlemsel değerleri, p ise model parametrelerini göstermektedir.

Tablo 1. Yedi noktalı filtreler

Table 1. Seven point filters

a_r (10 tabanında)	a_r (e tabanında)	ϕ_r Filtre katsayıları
-0.17445	-0.40168596948	0.1732
0.09672	0.22270603018	0.2945
0.36789	0.84709802986	2.147
0.63906	1.47149002956	-2.1733
0.91023	2.09588202916	0.6646
1.1814	2.72027402888	-0.1215
1.45257	3.3446660285	0.0155

Tablo 2. On bir noktalı filtreler

Table 2. Eleven point filters

a_r (10 tabanında)	a_r (e tabanında)	ϕ_r Filtre katsayıları
-0.420625	-0.96852485474	0.041873
-0.20265625	-0.46663326021	-0.022258
0.0153125	0.03525833423	0.38766
0.23328125	0.53714992869	0.647103
0.45125	1.03904152321	1.84873
0.66921875	1.54093311765	-2.96084
0.8871875	2.04282471217	1.358412
1.10515625	2.54471630669	-0.37759
1.323125	3.04660790113	0.097107
1.54109375	3.54849949563	-0.024243
1.7590625	4.05039109011	0.004046

Tablo 3. On dokuz noktalı filtreler
Table 3. Nineteen point filters

a_r a_r (10 tabanında)	a_r (e tabanında)	ϕ_r Filtre katsayıları
-0.980685	-2.25811066192	0.00097112
-0.771995	-1.77758417889	-0.00102152
-0.563305	-1.29705769575	0.00906965
-0.354615	-0.81653121272	0.01404316
-0.145925	-0.33600472971	0.09012
0.062765	0.14452175335	0.30171582
0.271455	0.62504823641	0.99627084
0.480145	1.10557471944	1.3690832
0.688835	1.58610120252	-2.99681171
0.897525	2.06662768556	1.65463068
1.106215	2.54715416864	-0.59399277
1.314905	3.02768065165	0.22329813
1.523595	3.50820713474	-0.10119309
1.732285	3.98873361779	0.05186135
1.940975	4.46926010083	-0.02748647
2.149665	4.94978658391	0.01384932
2.358355	5.43031306696	-0.00599074
2.567045	5.91083955002	0.00190463
2.775735	6.39136603308	-0.0003216

Jeofizik problemlerde ise model parametreleri ile gözlemsel değerler arasındaki ilişki doğrusal olmadığından doğrusallaştırılması gerekir. Bunun için model fonksiyonu Taylor serisine açılır ve ikinci ve daha yüksek mertebeden türevler ihmal edilir. Kuramsal fonksiyon $e(x,p)$ model parametrelerine ait başlangıç değerleri p_j^0 , gerçek model parametreleri P_j olarak gösterilirse doğrusallaştırma işlemi,

$$C(x, p)_i = C(x, p_j^0) + \sum_{j=1}^m \frac{\partial C(x, p_j^0)}{\partial p_j^0} (p_j - p_j^0) \quad (7)$$

şeklinde elde edilebilir. Bağını-6'da g yerine gözlenen eğri ile kuramsal eğri arasındaki fark $\Delta g (g_i^{göz} - g_i^{kur})$, p yerine model parametrelerine uygulanacak düzeltme vektörü $\Delta p (\Delta p = p_j - p_j^0)$ konursa,

$$A \Delta p = \Delta g \quad (8)$$

elde edilir. Doğrusal olmayan denklem sistemleri için genelleştirilmiş en küçük kareler çözümü

$$\Delta p = (A^T A)^{-1} A^T \Delta g \quad (9)$$

şeklinde verilir.

$A^T A$ dizeyi tekil değer alabileceğinden (9) denklemi Levenberg-Marquardt yöntemi ile

$$\Delta p = (A^T A + kI)^{-1} A^T \Delta g \quad (10)$$

olarak yazılabilir. Burada I birim matris k ise sönüm faktörü (Marquardt faktörü) dür. Marquardt faktörü keyfi olarak seçilebilecek bir katsayıdır. Bu katsayının seçimi doğrusal olmayan problemlerin yinelemeli çözümlerinde yakınsama açısından oldukça önemlidir. Çeşitli yazarların çalışmalarında, başlangıçta sönüm faktörü büyük bir değer seçilmiş, yakınsama sağlanan yineleme adımında sönüm faktörü bir sabit sayıya bölünerek alınmış, yakınsama sağlanmadığında aynı sabit sayıyla çarpılarak elde edilmiştir. Sunulan çalışmada da sönüm faktörü seçiminde bu yöntem kullanılmıştır ve sabit sayı 2 olarak seçilmiştir.

Genel olarak ters çözüm işlemi, gözlemsel anomali ile kuramsal anomali arasındaki karesel hata (RMS) değeri bir tolerans değerine ulaşmaya kadar ya da birbirini izleyen iki yineleme adımlarında elde edilen karesel hatalar arasındaki fark minimum olana kadar devam eder. Karesel hata (RMS) değeri

$$RMS = \sqrt{\frac{g_i^{göz} - g_i^{kur}}{N}} \quad (11)$$

bağıntısıyla hesaplanır.

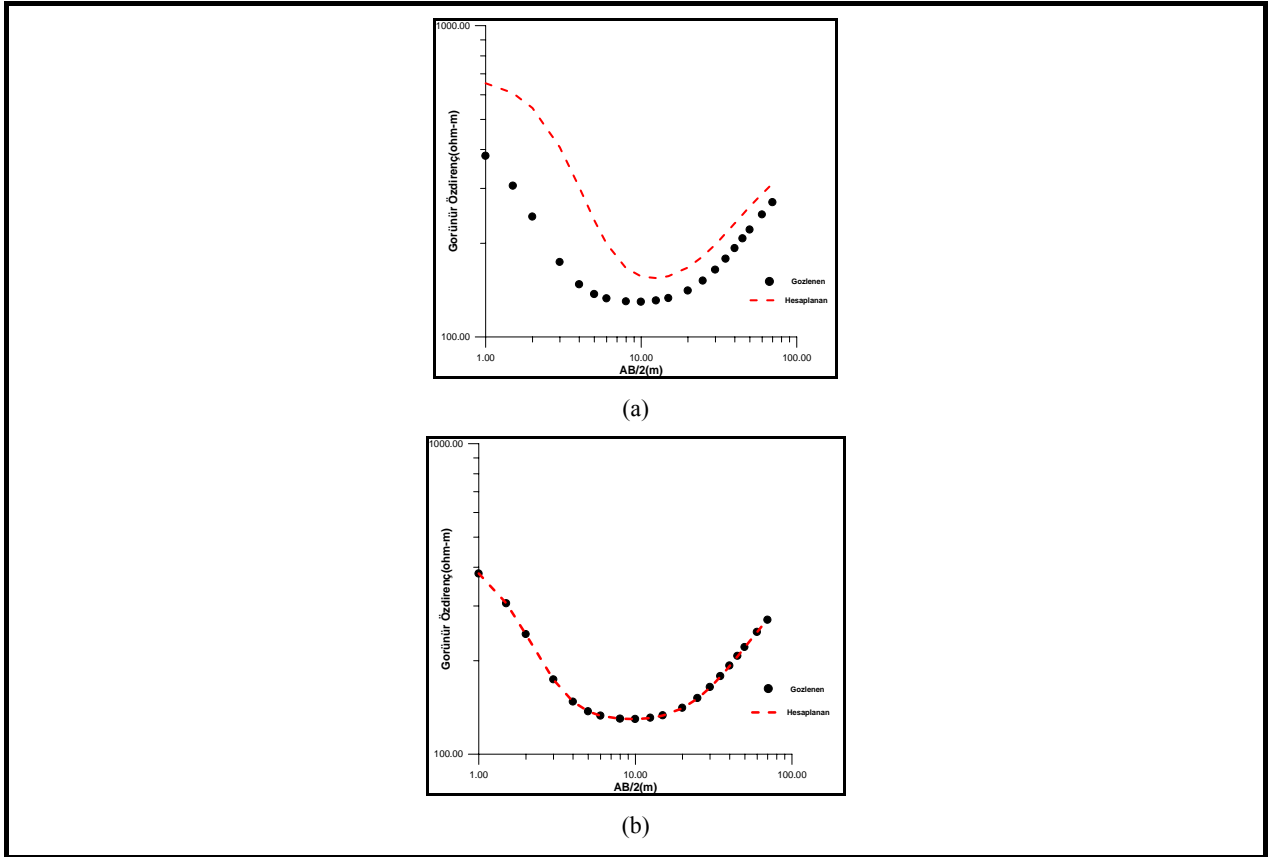
Tablo 4. Model çalışmasına ait parametreler

Table 4. Parameters related a model study

Parametreler	Model Parametreleri	Başlangıç Parametreleri	Hesaplanan Parametreler
ρ_1 (Ω -m)	450	680	450
h_1 (m)	0.8	1.5	0.79
ρ_2 (Ω -m)	125	140	125.11
h_2 (m)	21	17	20.9
ρ_3 (Ω -m)	700	700	712.32
h_3 (m)	28.5	10	28
ρ_4 (Ω -m)	480	490	479

MODEL ÇALIŞMASI

Model çalışması olarak dört yatay katmanlı yer modeli için Tablo-4 de verilen modele ait model parametreleri kullanılarak yarı açılım uzunluğu (AB/2) 75m için Bağın-3'ten türetilen değerler kullanılmıştır. Model çalışmasına ait çözüm 14 yinelemede gerçekleştirilmiştir. Marquardt faktörü başlangıçta 2 olarak seçilmiştir. Model çalışması için başlangıç değerleri, anomaliyi oluşturan model parametreleri ve çözüm sonucunda hesaplanan parametreler Tablo 4'te verilmiştir.



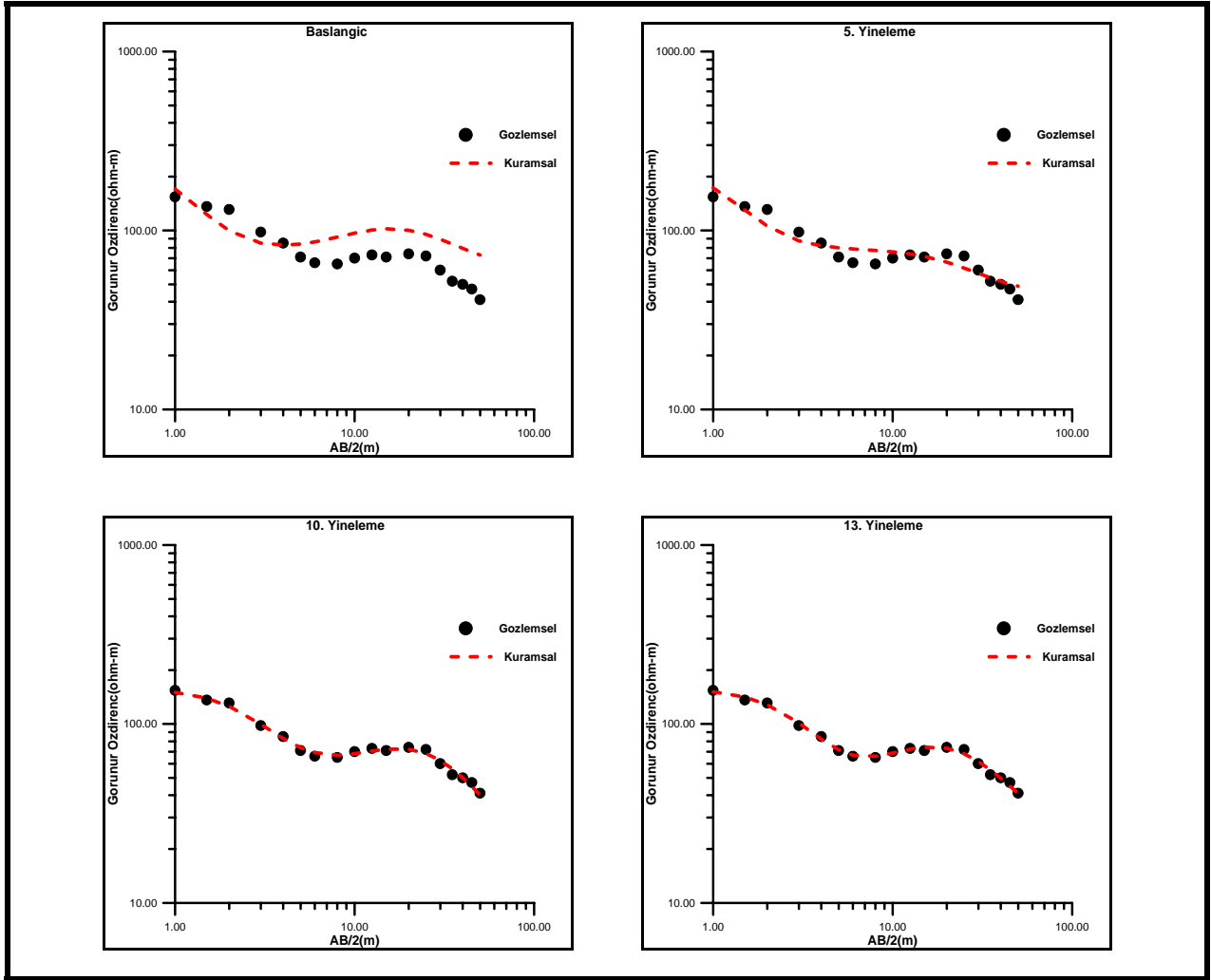
Şekil 2. Model çalışmasına ait şekiller. (a) Başlangıç durumu, (b) 14. iterasyon sonucu.

Figure 2. Figure related model study. (a) Initial stage, (b) results after 14th iteration.

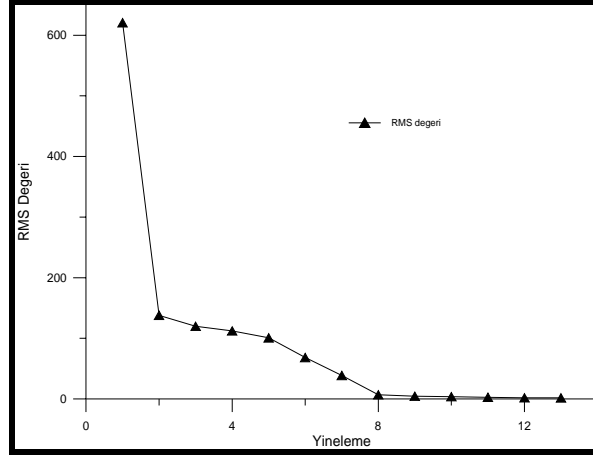
SAHA ÇALIŞMASI

Saha eğrisi olarak Atan ve diğ.(1995) tarafından yapılan ‘Derince Belediyesi Mücavir Alanın Jeolojisi ve Yerüstü-yer altı su varlığı hakkında Rapor’ adlı rapordan alınan Schlumberger öz direnç eğrisi kullanılmıştır. Eğrilerin düz çözümleri iki tabaka Cagniard (1953) abakları yardımıyla yapılmıştır. Düz çözüm sonucunda elde edilen parametreler başlangıç parametreleri olarak alınmıştır.

Saha çalışması çözümü on üç yinelemede gerçekleştirilmiştir. Çözüm için sönüm faktörü başlangıçta 4 olarak seçilmiştir. Çözüm için her yinelemenin sonucunda elde edilen parametreler Çizelge 5, başlangıç ve sonuç durumundaki eğrilerin durumları Şekil 3’te, yineleme adımlarındaki karesel hatalar Şekil 4’te verilmiştir



Şekil 3. Saha çalışmasının yineleme adımları
Figure 3. Iterations of field sample



Şekil 4. Karesel Hata
Figure 4. Square error

Tablo 5. Saha çalışmasının yineleme adımlarından elde edilen parametreler.

Table 5. Parameters obtained from the iteration stages for field study.

Parametreler	Başlangıç	1.Yineleme	5.Yineleme	10.Yineleme	13.Yineleme
ρ_1 (Ω -m)	260	258.1422	220.5306	156.45	156.2299
h_1 (m)	0.5	0.51513	0.6046	1.36434	1.46409
ρ_2 (Ω -m)	75	78.05301	75.91151	51.26874	43.6799
h_2 (m)	4.2	6.0808	12.01517	4.76858	3.6336
ρ_3 (Ω -m)	175	174.6733	174.6179	185.4961	171.0861
h_3 (m)	5.5	0.40768	1.18773	5.47558	5.56016
ρ_4 (Ω -m)	60	55.76534	35.02867	21.90717	26.27559
(RMS)	626.5555	137.7778	100.6667	2.4446	1.9426

SONUÇLAR

Görünür öz direnç verilerine uygulanan ters çözümde parametre başlangıç değerlerinin önemi büyüktür. Bazı model parametrelerinin önceden bilinmesi durumunda, bunlara ait değerler sabit alınarak işleme sokulmaz ve bu durumda model parametrelerinin çözümü daha hızlı gerçekleşir.

Bir çok araştırmacı sönümlü en küçük kareler tekniğinin görünür öz direnç verilerinin modellenmesi için en uygun yöntem olduğunu belirtmiştir. Yöntemin başarısı esas olarak verinin kalitesine, modelin başlangıç parametrelerine ve sönüm faktörünün seçimine bağlıdır.

Başlangıç parametrelerinin seçimi abak karşılaştırma metoduyla belirlenmiştir. Model çalışmasında, gerçek modele ait parametrelerle, çözüm

sonucunda hesaplanan parametreler arasındaki en büyük hata üçüncü tabakanın öz direnç değerinde görülmüştür. Bu hata oranının saha çalışmasında da olabileceği düşünülmektedir.

Jeofizik verilerine uygulanan ters çözüm işlemlerinde verilen parametre değerlerinin araştırılan yapıyı yeterince tanımlayan nitelikte olması ve çözüm işleminin çok iyi formüle edilmesi gerekir. Ters çözüm işlemlerinin tümünde, elde edilecek sonuçlar istatistiksel bir ortalama olduğundan, araştırılan modelleri ne kadar iyi tanımlarsa tanımlasın kesin değerler olamazlar. Bundan dolayı ters çözüm sonuçları, yapılacak yorumlamalarda temel dayanak olarak alınmamalıdır. Parametrelerden bir veya bir kısmı deneysel anlamda tespit edilip çözüm dışı bırakılabilirse o zaman gerçek çözüme büyük bir oranda yaklaşılmış olur.

SUMMARY

Vertical Electrical Sounding (VES) is one of the widely used electrical methods. Firstly Wenner techniques and then Schlumberger techniques became one of the most commonly used methods of geophysics to solve geometrical and physical properties for lateral layered medium.

In early days, in the stage of evaluation of field curves, this curves was evaluated by the model curves which is prepared for the layer parameters. By the development of computers, the theoretical resistivity curves was computed and by this development it was possible to compare the field curves and theoretical curves and, this caused the new interpretation technique (Ghosh, 1971). By the time, by the development of the Least-Squares (Marquardt) Technique as a inversion technique in geophysics, this technique was applied the resistivity data.

In this work, Damped Least-Squares (Marquardt) Technique was applied to the resistivity data related to the lateral layered geologic structure. After present study was tested by two artificial model, technique was applied to the real field data. When field data evaluated, it was shown how convergence of methods are and how the iteration steps of model parameters changed. In this type of solutions, If we know one or more model parameters, the obtained solution will precisely be approached to the real solution.

KAYNAKLAR

- Atan R.O., Aşçı M. ve Karavul C., 1995,** Derince Belediyesi Mücavir Alanın Jeolojisi ve Yerüstü-yer altı su varlığı hakkında Rapor 'Derince Belediyesi – Derince - Kocaeli (yayımlanmamış).
- Başokur A.T., 1990,** Letter/Reply: Direct and indirect methods of one-dimensional resistivity interpretation, First Break, 8, 386.

- Cagniard L., 1953,** Basic theory of the magnetotelluric method of Geophysical prospecting , Geophysics 18, 605-653.
- Ghosh D.P., 1971,** Inverse filter coefficients for the computation of apparent resistivity standart curver a horizontally stratified earth, Geophysical Prospecting, 19, 769-775.
- Guptasarma D, 1982,** Optimization of short digital linear filters for increased accuracy, Geophysical Prospecting, 30, 501-514.
- Hovertsen G.M., Dey A. And Morrison H.F., 1982,** Comparison of five least-squares inversion techniques in resistivity sounding, Geophysical Prospecting, 30, 688-715
- Inman J.R., 1975,** Resistivity inversion with ridge regression, Geophysical, 40, 798-817.
- Johansen H.K., 1977,** Aman/computer interpretation system for resistivity soundings over a horizontally stratified earth, Geophysical Prospecting, 25, 677-691.
- Langer R.E., 1933,** An inverse problem in differential equation, Am.Soc.Math.jour., 39, 14-28.
- Marquardt D.W., 1963,** An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters, Jour. Soc. Indur. Appl. Math., 11, 4731-441.
- Pekeris C.L., 1940,** Direct method of interpretation in resistivity prospecting, Geophysics, 5, 31-46.
- Petrick W.R., Pelton W.H. and Ward S.H., 1977,** Ridge regression inversion applied to crustal resistivity sounding data from south Africa, Geophysics, 42, 995-1005.
- Slichter L.B., 1933,** The interpretation of the resistivity prospecting method for horizontal structures, Physics, 4, 307-322.
- Sunde E.D., 1949,** Earth conduction effects in transmission systems: New York, Van Nostrand, p.55.

Yayına Geliş - Received : 14.06.2004

Yayına Kabul - Accepted : 16.12.2004