DİPOL-DİPOL GÖRÜNÜR ÖZDİRENÇ VERİLERİNİN 2-B TERS ÇÖZÜMÜ İÇİN PRATİK BİR YAKLAŞIM

A PRACTICAL APPROACH FOR THE 2-D INVERSION OF THE DIPOLE-DIPOLE APPARENT RESISTIVITY DATA

Sedat YILMAZ

Süleyman Demirel Üniversitesi, Jeofizik Mühendisliği Bölümü, 32260, Isparta, Turkey

ÖZ: Dipol-dipol görünür özdirenç verisinin 2-B ters çözümü için uygun bir çözüm yaklaşımı sunulmaktadır. Ters çözüm tekniği sönümlü en-küçük kareler yöntemini esas almaktadır. Çok sayıda dörtgen bloklardan oluşan homojen bir yer modeli başlangıç modeli olarak kullanılmıştır. Kuramsal veri için sönüm katsayısının ve başlangıç modelindeki bloklar için özdirenç başlangıç kestiriminin farklı değerlerine göre testler yapılmıştır. Bu testler, sönüm katsayısının kademeli azaltılmasının ve homojen başlangıç modeli için verinin aritmetik ortalaması veya katları olan bir özdirenç başlangıç kestiriminin uygun bir yaklaşım olduğunu göstermiştir. Son olarak, bu yaklaşım kuramsal veriler ve gerçek bir verinin ters çözümünde kullanılarak güvenilir sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Özdirenç ters çözüm, sönüm katsayısı, başlangıç modeli

ABSTRACT: A suitable approach for the 2-D resistivity inversion of the dipole-dipole apparent resistivity data is presented. The inversion technique is based on the damped least-squares method. A homogeneous earth model consisting of some rectangular blocks is used as the initial model. A variety of the damping factor and initial guess for the resistivity values of blocks in the initial models are examined. The tests with synthetic data indicated that a gradual decreasing of the damping factor and the use of an initial guess for intrinsic resistivity values according to an arithmetic average of the apparent resistivity data or its multiples for the homogeneous initial model seems to be a practical approach. In conclusion, the solution approach used to invert synthetic and a real data produces reliable resistivity models.

Key Words: Resistivity inversion, damping factor, initial model

GİRİŞ

Son yıllarda, 2-B özdirenç görüntüleme yöntemleri, geleneksel özdirenç sondaj veya profil araştırmalarının yetersiz kaldığı karmaşık yer altı sahip bölgeleri haritalamak jeolojisine için kullanılmaktadır. 2-B özdirenç veri toplama, hidrojeolojik, çevre ve mühendislik amaçları için oldukça faydalıdır (Griffiths ve Barker, 1993). Veri toplama tekniklerinin ilerlemesine rağmen, verilerin yorumlanması, ters çözüm algoritmasının güvenilirliği, başlangıç modeli ve eşdeğerliliğin etkisi yüzünden zordur (Olayinka ve Yaramancı, 2000).

Dipol-dipol dizilimine (Şekil 1a) göre ölçülen veriler, yeraltındaki görünür özdirenç değişiminin bir

görüntüsünü sağlayan andıran kesit (Edwards, 1977) şeklinde düzenlenerek (Şekil 1b) konturlanır. Yeraltının gerçek özdirenç değişimini elde etmek için, bu görünür özdirenç verilerinin bir ters çözümü yapılmalıdır. Görünür özdirenç verisinin 2-B ters çözümü için iki yaklaşım kullanılmaktadır. Birinci yaklaşımda, basit geometrik şekilli yapılar kullanılarak veri modellenir (Mundry ve Homilus, 1972; Lee, 1972). Bu yöntem, yer altı özdirenç dağılımının ilk tahminini yapmada faydalıdır. Fakat, bunların başarıyla uygulanabildiği jeolojik yapıların sayısı sınırlıdır. İkinci yaklaşımda ise, bir başlangıç modeli geliştirmek için yer altı çok sayıda dörtgen bloka bölünür ve doğrusal olmayan bir ters çözüm yöntemi kullanılır (Smith ve Vozoff, 1984; Tripp vd., 1984; Sasaki, 1992; Loke ve Barker, 1995; Tsourlos vd., 1998; Olayinka ve Yaramancı, 2000). Uygun bir sönüm katsayısı ve yuvarlatma süzgeci (deGroot-Hedlin ve Constable, 1990; Sasaki, 1992) kullanılarak, en-küçük kareler yöntemi kararlı olur ve hızlı yakınsar (Loke ve Barker, 1995).

(a) C 0 Р P₂ Na (b) Elektrot No 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 1 2 8 9 N=1N=2N=3N=4N=5 veri N=6 konumu N=7 N=8 Seviye

> Görünür Özdirenç: $\rho_a = \frac{\Delta V}{I}k$ Geometrik Katsayı: $k = \pi N(N+1)(N+2)a$

- Şekil 1. 2-B özdirenç veri toplama ve sunumu. (a) Dipoldipol elektrot dizilimi. (b) Bu dizilime göre ölçülen verinin andıran kesit gösterimi.
- Figure 1. 2-D resistivity data collection and presentation. (a) The dipole-dipole array. (b) The plot of pseudosection.

En-küçük kareler yöntemi 2-B özdirenç ters çözümde başarıyla kullanılırken, ters cözüm sonuçlarının seçilen sönüm katsayısının değerinden ve başlangıç modelinden büyük oranda etkilenmesi önemli bir sorundur. Bu çalışmada, bu sorunun üstesinden gelebilmek için, sönüm parametresi ve düzenlenen başlangıç modeli için özdirenç başlangıç kestirimlerine göre yapılan kuramsal modelleme sonuçlarından uygun bir ters çözüm yaklaşımı tanımlanmıştır. Bu amaç için, (Wannamaker, 1992) IP2DI programi veniden düzenlenerek kullanılmıştır. Çok sayıda dörtgen bloktan oluşan başlangıç modellerinin kullanılmasına olanak sağlamak için, programda tanımlanabilen özdirenç ortam sayısı 36'dan 74'e yükseltilmiştir. Buna ek olarak, sonuçların çizimi için Surfer formatı algoritmaya eklenmistir.

SÖNÜMLÜ EN-KÜÇÜK KARELER YÖNTEMİ

Jeofizik ters çözümde ölçülen değerlere yakın bir tepkiyi veren bir model aranır. Bu model yeraltının bir bölümünün ideal bir matematik temsilidir ve gözlemsel veriden tahmin etmek istediğimiz fiziksel nicelikler olan model parametrelerinden oluşur. Model yanıtı ise, verilen bir parametreler kümesi için modeli tanımlayan matematiksel ilişkilerden hesaplanabilen kuramsal veridir. Çalışmada, 2-B özdirenç modelleri için parametreler ile model yanıtı arasındaki matematiksel ilişki sonlu elemanlar yöntemi (Rijo, 1977) ile sağlanmaktadır.

Jeofizik problemler genel olarak doğrusal değildir ve arazide ölçülen veri her zaman bir gürültü içerdiğinden ölçülen ve modelden hesaplanan kuramsal verinin tam olarak çakışması beklenmez. Ölçülen verinin gürültü içeriği veya kalitesi oranında çakışma sağlanması gerekir. Bu nedenle bir hata her zaman vardır. y ölçülen veri takımını içeren (nx1) boyutlu sütun yöney (özdirenç yöntemde görünür özdirenç) ve f model tepkisini içeren (nx1) boyutlu sütun yöney olsun. θ model parametrelerini içeren (mx1) boyutlu sütun yöneydir (2-B özdirenç problem için blok özdirençler). Model parametrelerin çözümünü bulabilmek için, model fonksiyonu gerçek modele çok yakın başlangıç parametre tahmini (θ^0) için Taylor serisine acılarak doğrusallastırılır. İkinci ve daha yüksek dereceden terimler, yüksek dereceden türevlerin çok küçük olduğu düşünülerek ihmal edilir:

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^{0} + \sum_{j=1}^{m} \frac{\partial \mathbf{f}}{\partial \boldsymbol{\theta}_{j}} \bigg|_{\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{\theta}^{0}} (\boldsymbol{\theta}_{j} - \boldsymbol{\theta}_{j}^{0})$$
(1)

Bu denklem dizey şeklinde yazılırsa,

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^0 + \mathbf{A}\Delta\mathbf{P} \tag{2}$$

elde edilir. Burada **A**, verinin ön kestirim parametrelerine göre kısmi türevlerini içeren (nxm) boyutlu duyarlılık dizeyidir. Bu dizey, parametrelerin değişiminden her bir verinin ne oranda etkilendiğini vermektedir. ΔP ise, parametre değişim dizeyidir.

$$\mathbf{A}_{ij} = \frac{\partial \mathbf{f}_i}{\partial \mathbf{\theta}_j}, \qquad i = 1, 2, ..., n, \ j = 1, 2, ..., m$$

$$\Delta \mathbf{P} = \mathbf{\Theta} - \mathbf{\Theta}_0 \tag{3}$$

Ölçülen ve kuramsal veriler arasındaki farkı aşağıdaki gibi tanımlayabiliriz.

$$\mathbf{e} = \mathbf{y} - \mathbf{f} \tag{4}$$

Denklem (4) ve denklem (2) birleştirilirse,

$$\mathbf{y} - \mathbf{f}^0 = \mathbf{A}\Delta\mathbf{P} + \mathbf{e} \tag{5}$$



elde edilir. Başlangıç model tepkisi ve ölçülen veri arasındaki farkı içeren $\mathbf{y} - \mathbf{f}^0$ dizeyi fark dizeyi ($\Delta \mathbf{G}$) olarak adlandırılır.

$$\Delta \mathbf{G} = \mathbf{y} - \mathbf{f}^0 \text{ ve } \mathbf{e} = \Delta \mathbf{G} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{P}$$
 (6)

Parametre değişim dizeyinin bir tahminine götüren en-küçük kareler yöntemini tanımlamadan önce, jeofizik ters çözüm problemlerinin genellikle kötüdurumlu olduğu bilinmektedir (Lines ve Treitel ,1984). A dizeyi genellikle kare dizey değildir. Gerçekte çoğu problemler aşırı tanımlıdır ve dolayısıyla veri noktaların sayısı model parametrelerin sayısından fazladır. Bu tür problemlerin çözümünde kullanılan genel yöntem, parametre değişim yöneyine göre yığınsal kare hatanın ($e^{T}e$) türevini sıfıra eşitlemektir:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta \mathbf{P}} \Big[(\Delta \mathbf{G} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{P})^{\mathrm{T}} (\Delta \mathbf{G} - \mathbf{A} \Delta \mathbf{P}) \Big] = 0$$
(7)

Denklem (7) daha açık ifadeyle aşağıdaki gibi olur:

$$\frac{\partial}{\partial \Delta \mathbf{P}} \left(\Delta \mathbf{P}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \Delta \mathbf{P} - \Delta \mathbf{P}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{G} + \Delta \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{G} \right) = 0$$
(8)

Denklem (8) çözümü ile normal denklemleri elde edilir:

$$\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A} \Delta \mathbf{P} = \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{G} \tag{9}$$

Burada $\Delta \mathbf{P}$ parametre değişim dizeyi için çözüm,

$$\Delta \mathbf{P} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{G} \tag{10}$$

elde edilir. Bu çözüm, doğrusal olmayan problemlerin Gauss-Newton veya en-küçük kareler çözümü olarak bilinir.

Denklem (10), jeofizik ters çözümde bu hali ile nadiren kullanılır. Bazı durumlarda matris çarpımının ($\mathbf{A}^{T}\mathbf{A}$) tekil değerler içermesinden dolayı tersi alınamayabilir ve böylece en-küçük kareler denklemi $\Delta \mathbf{P}$ için bir çözüm üretmez. Bu problemden kaçınmak için yaygın bir yöntem Levenberg-Marquardt yöntemidir ve sönümlü en küçük kareler yöntemi (Lines ve Treitel, 1984) olarak bilinir. Bu durumda, $\mathbf{A}^{T}\mathbf{A}$ dizey çarpımının köşegen değerlerine sönüm katsayısı olarak bilinen bir pozitif sayı eklenir:

$$\Delta \mathbf{P} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A} + \lambda \mathbf{I}\right)^{-1} \mathbf{A}^{\mathrm{T}} \Delta \mathbf{G}$$
(11)

Burada I, birim dizeydir. λ katsayısının, kararsızlığa neden olan $\mathbf{A}^{\mathrm{T}}\mathbf{A}$ 'nın küçük özdeğerlerinde sönümleme

etkisi var iken, daha büyük özdeğerler için önemsiz bir etkisi bulunmaktadır. λ çok büyükse, denklem (11) kararlı fakat yavaş olan en-dik iniş ters çözüm yöntemine yaklaşırken, λ sıfıra yakınsa, denklem (11) hızlı fakat ıraksayabilen Gauss-Newton yöntemine yaklaşır (Lines ve Treitel, 1984).

Uygulamada, bazı ölçü değerleri diğerlerine göre daha az gürültülü olabilir. Yine bazı parametrelerin çözümü veriye çok duyarlı olmasına karşın diğerleri daha az duyarlı olabilir. Genel olarak verideki hata oranı bilindiğinde her veri için ağırlık verilebilir (Petrick vd., 1977). Denklem (11) bir ağırlık dizeyine göre yeniden düzenlenirse,

$$\Delta \mathbf{P} = \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \mathbf{A} + \lambda \mathbf{I}\right)^{-1} \left(\mathbf{A}^{\mathrm{T}} \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \Delta \mathbf{G}\right)$$
(12)

> 1 /

elde edilir. Burada **W**, uniform veri hatalarını içeren veri ağırlık dizeyidir. Bu ağırlık dizeyi elemanları her bir veri kümesindeki hata ile ters orantılı olan bir köşegen dizeydir. Her bir veri noktasındaki standart sapma (σ_i) bilinirse ağırlık dizeyinin elemanları, denklem (13) ile belirlenebilir:

$$\mathbf{W}_{ii} = \frac{1}{\sigma_i} \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{13}$$

Gözlenen ve model veri arasındaki veri hatası istenilen seviyeye azalana kadar $\Delta \mathbf{P}$ parametre değişim dizeyinin çözümü yinelemeli olarak devam ettirilir. RMS hata,

$$\mathbf{S} = \sqrt{\frac{\Delta \mathbf{G}^{\mathrm{T}} \mathbf{W}^{\mathrm{T}} \mathbf{W} \Delta \mathbf{G}}{n-m}}$$
(14)

ile verilir. Burada n, görünür özdirenç andıran kesitte veri noktalarının sayısı ve m, model özdirenç parametrelerin sayısıdır.

2-B ÖZDİRENÇ TERS ÇÖZÜMÜ

En-küçük kareler ters çözümde yakınsamayı etkileyen etmenler, kuramsal görünür özdirenç verisi için incelenerek uygun bir ters çözüm yaklaşımı tanımlanmıştır. Kullanılan model, ρ_1 =10 Ω m özdirençli bir ortamda 1 m kalınlığında, 3 m genişliğinde ve yüzeyden 0.5 m derinlikte ρ_2 =50 Ω m özdirençli gömülü bir bloktan oluşmaktadır (Şekil 2a). Bu modelin kuramsal görünür özdirenç verisi (Şekil 2b), dipol-dipol dizilimi için sonlu elemanlar yöntemi (Rijo, 1977) ile hesaplanmıştır.



Şekil 2. Çalışmada gösterilen testler için kullanılan kuramsal veri. (a) Model. (b) Karşılık gelen dipoldipol görünür özdirenç andıran kesit verisi.

Figure 2. The synthetic data for tests presented in the study. (a) Model. (b) The dipole-dipole pseudosection data corresponding it.

Ters çözümde sönüm katsayısının etkisini incelemek için, hem geleneksel yaklaşım olan sabit sönüm hem de değişken sönüm kullanılmıştır. Ters çözüm işlemi boyunca λ =0.05 sönüm katsayısı, değiştirilmezse ve her yinelemede 1/2 kat veya 10^{1/2} kat azaltılarak değiştirilirse, gerçek modele (ρ_1 =10 Ω m ve ρ_2 =50 Ω m) yaklaşım sırasıyla, 8, 5 ve 4 yinelemede olmuştur (Tablo 1). Görüldüğü gibi, değişken sönümün kullanıldığı kademeli ters çözüm yaklaşımı daha hızlı yakınsama sağlamıştır.

	Sönüm sabit			Sönüm 1/2 kat azaltılıyor				Sönüm 10 ^{1/2} kat azaltılıyor				
Yine	Sönüm	ρ_1	ρ ₂	RMS	Sönüm	ρ_1	ρ ₂	RMS	Sönüm	ρ_1	ρ ₂	RMS
leme	λ			Hata	λ			hata	λ			hata
1	0.05	10.4	42.2	22.5	0.05	10.4	42.2	22.5	0.05	10.4	42.2	22.5
2	0.05	10.1	46.2	0.331	0.025	10.1	47.2	0.331	0.0158	10.0	48.1	0.331
3	0.05	10.0	48.2	0.130	0.0125	10.0	49.5	0.087	0.005	10.0	49.8	0.0647
4	0.05	10.0	49.1	0.0601	0.00625	10.0	49.9	0.0161	0.00158	10.0	50.0	0.00565
5	0.05	10.0	49.6	0.0282	0.00313	10.0	50.0	0.00165				
6	0.05	10.0	49.8	0.0133								
7	0.05	10.0	49.9	0.00634								
8	0.05	10.0	50.0	0.00301								

Tablo 1. 2-B özdirenç ters çözüm yakınsamasına sönüm katsayısının etkisi.

 Table 1. Effect of the damping factor to the convergence of the 2-D resistivity inversion.

Sekil 3'te, başlangıç sönümünün ve başlangıç kestiriminin farklı değerleri için ters çözüm yakınsaması görülmektedir. Bütün ters çözüm işlemleri boyunca başlangıç sönümleri her yinelemede 101/2 kat azaltılmıştır. Sönümün farklı değerlerinin ters çözüm yakınsamasına etkisini belirlemek için, λ =10, 5, 2.5, 1.25 ve 0.625 başlangıç sönümleri ve başlangıç modeli için 100 Ωm özdirenç başlangıç kestirimi kullanılmıştır. Ters çözümlerden hesaplanan modellerin gerçek modele $(\rho_1=10 \ \Omega m \ ve \ \rho_2=50 \ \Omega m)$ yaklaşımı, $\lambda = 10 \ ve \ \lambda = 5$ için 8, $\lambda = 2.5$ için 7, $\lambda = 1.25$ ve $\lambda = 0.625$ için 6 yinelemede sağlanmıştır (Şekil 3a). Başlangıç kestiriminin farklı değerlerinin ters çözüm yakınsamasına etkisini belirlemek için, 10 Ω m, 25 Ω m, 50 Ω m, 75 Ω m ve 100 Ω m özdirenç başlangıç kestirim leri ve $\lambda = 0.625$ başlangıç sönümü kullanılmıştır.

Ters çözümlerde birinci yinelemede hesaplanan RMS hatalar sırasıyla, S=4.05, 7.67, 15.0, 19.3 ve 22.5' tur. Başlangıç kestirimleri için ters çözümün ilk yinelemesinde en küçük RMS hatayı veren uygun başlangıç kestirimken, en büyük RMS hatayı veren kötü başlangıç kestirim (Pelton vd., 1978) olarak ifade edilebilir. Ters çözümlerden hesaplanan modellerin gerçek modele (ρ_1 =10 Ω m ve ρ_2 =50 Ω m) yaklaşımı, bütün başlangıç modelleri için 6 yinelemede sağlanmıştır (Şekil 3b).

Yapılan testlerden çıkan diğer bir sonuç ise, ters çözüm boyunca RMS hatanın yinelemeler ile fazla azalmadığı ve hesaplanan model parametrelerin değişmediği durumda işlemin sonlandırılması gerektiğidir. Eğer işleme devam edilirse hesaplanan parametreler kararsız olabilir.

116



- **Şekil 3.** Başlangıç sönümün ve başlangıç kestirimin farklı değerlerinin ters çözüm yakınsamasına etkileri. (a) 100 Ωm başlangıç kestirimi için $\lambda = 10,5,2.5,1.25,0.625$ başlangıç sönümleri. (b) $\lambda = 0.625$ başlangıç sönümü için 10, 25, 50, 75, 100 Ωm baslangıç kestirimleri.
- Figure 3. The effects of the damping factors and the initial guesses on the inversion convergence. (a) the initial damping factors, $\lambda = 10,5,2.5,1.25,0.625$, for the initial guess, 100 Ω m. (b) the initial guesses, 10, 25, 50, 75, 100 Ω m for the initial damping factor, $\lambda = 0.625$.

2-B özdirenç ters çözüm için başlangıç modelinin veya ters çözüm modelinin kurulması önemli bir işlemdir. Bir çok araştırmacı (Smith ve Vozoff, 1984; Tripp vd., 1984; Sasaki, 1992; Loke ve Barker, 1995; Tsourlos vd., 1998; Olayinka ve Yaramancı, 2000) tarafından farklı özdirenç yöntemlerinden sağlanan verilerin ters çözümünde, başlangıç modeli olarak yeraltının konumları ve boyutları sabit çok sayıda dörtgen bloka bölündüğü bir yaklaşım kullanılmıştır. Bu yaklaşım ile ters çözümden hesaplanan blokların özdirençleri, verideki rasgele gürültünün seviyesine bağlı olarak seçilen sönüm katsayısının değerinden etkilenmektedir (Sasaki, 1992). Loke ve Barker (1995), Wenner özdirenç verisinin ters çözümünde, 63 bloktan oluşan bir ters çözüm modelini ve sabit sönüm vaklaşımını kullanmıştır. Tsourlos vd. (1998), farklı özdirenç verilerin ters çözümünde, farklı sayıda bloklardan oluşan ters çözüm modellerini ve sönüm katsayısı için deneysel bir taslak (bu taslağa göre; dört yinelemeye kadar her yineleme sonunda bir önceki sönüm değerinin yarısı ve sonraki yinelemelerde ise son sönüm değeri) kullanmıştır.

Bu çalışmada, dipol-dipol özdirenç andıran kesitlerin ters çözümü için yeraltının çok sayıda dörtgen bloklara bölündüğü yaklaşım kullanılarak bir kaç ters çözüm modeli tanımlanmıştır. Buna göre, 72 ve 66 bloktan oluşan 6 tabakalı iki ters çözüm modeline (Şekil 4a, b) ilave olarak, çalışılan bölge ile ilgili güvenilir ön bilgi olması durumu için tabakaların sayısının

değiştirildiği veya tabakaların kalınlıklarının tekrar tanımlandığı bir ters çözüm modeli (Şekil 4c) düzenlenmiştir. Dörtgen blokların sayısı özdirenç veri sayısından azdır. Ters çözüm modellerindeki tabakaların sayısı dizilimin ortalama arastırma derinliklerine (Edwards, 1977) göre belirlenmistir. Her bir tabaka kalınlığı birim elektrot ara mesafesinin yarısı ve blokların genişliği birim elektrot ara mesafesi kadardır. Modellerde kenar ve alt blokların genişlikleri ve kalınlıkları sonsuz mesafelerdedir. Burada gösterilen modeller 21 elektrot ve N=8 seviye içindir. Özdirenç verisinin boyutuna göre bu modellerdeki blok ve tabaka sayıları tekrar tanımlanabilir. Bu ters çözüm modellerinden ikincisine (Şekil 4b) göre kuramsal veri için testler yapılarak andıran kesitlerin 2-B ters çözümü için bir yaklaşım belirlenmiştir. Bu amaç için, λ =10, 5, 2.5 ve 1.25 başlangıç sönüm katsayıları ve 10, 25, 50 ve 75 Ωm özdirencine sahip homojen başlangıç modelleri kullanılmıştır. Ters çözümler, sönüm katsayılarının her yinelemede 10^{1/2} kat azaltıldığı kademeli ters çözüm yaklaşımına göre yapılmıştır.



- Şekil 4. Andıran kesitlerin 2-B özdirenç ters çözümü için başlangıç modelleri. Yeraltının (a) 72 dörtgen bloka ve (b) 66 dörtgen bloka bölünmesi durumu.
 (c) Tabaka kalınlıklarının ön bilgiye göre tekrar tanımlanması durumu.
- Figure 4. The initial models for 2-D resistivity inversion of the pseudosections. Case of (a) 72 and (b) 66 rectangular blocks. (c) Case of redefined number of layers and thicknesses according to geological prior knowledge.

10 Ωm ve 25 Ωm özdirence sahip homojen başlangıç modellerini kullanarak hesaplanan 2-B özdirenç modellerinde kalın çizgi içinde kalan blokların özdirençleri ve gerçek modeldeki blok özdirenci (ρ_2 =50 Ωm) arasında %4-36 kadar farklılık vardır (Şekil 5). 50 Ωm ve 75 Ωm özdirençli homojen başlangıç modelleri kullanarak hesaplanan 2-B özdirenç modellerinde kalın çizgi içinde kalan blokların özdirençleri ile gerçek modeldeki blok özdirenci (ρ_2 =50 Ωm) arasında λ =10 ve λ =1.25 başlangıç sönümleri hariç %8-38 kadar farklılık vardır (Şekil 6). Dikkat edilirse, kademeli ters

(a)							
$ \underbrace{ \left(\underbrace{\textbf{E}}_{\textbf{1}} \right)^{0.0} \left(\underbrace{ \begin{array}{cccccccccccccccccccccccccccccccccc$							
$\lambda = 10$ vineleme 12 S: 0.00458	S: 0.00458						
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$							
$\lambda = 5$ yineleme 12 S: 0.00462							
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$							
λ =2.5 yineleme 11 S: 0.00436							
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$							
λ=1.25 yineleme 10 S: 0.00468							
$ \underbrace{ \begin{bmatrix} 0.0 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ \hline 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10$							

çözüm için başlangıç sönüm katsayısı ve homojen başlangıç modelindeki bloklar için özdirenç başlangıç kestirim değerleri, ters çözümden hesaplanan blok özdirençlerini farklı oranlarda etkilemiştir. Bu etkinin 50 Ω m ve 75 Ω m özdirençli başlangıç modelleri ve λ =10 ve λ =1.25 başlangıç sönüm katsayıları için en az olduğu gözlenmiştir. Bu sonuca göre, verideki özdirenç değişim aralığının az olduğu durumda, homojen başlangıç modeli için verinin aritmetik ortalamasının bir kaç katı değerinde bir özdirenç başlangıç kestirimi kullanılmalıdır.

(b)											
	0.0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
G (0.0	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
9	1.0	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
Ε	-1.0	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
Ē	-2.0	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
- Je	2.0	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
Ц	-3.0	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25	25
	$\lambda = 1$	10	yine	elen	ne 1	1	S:	0.0	122			
	0.0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
G	0.0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
Ξ	10	10	10	10	10	58	53	59	10	10	10	10
Ε	-1.0	10	11	10	10	37	48	35	11	10	11	12
.iii	-2.0-	10	10	10	10	11	12	12	9	10	10	8
- Je	2.0	10	9	10	11	11	11	10	10	9	8	12
Ц	-3.0	10	9	11	10	9	9	9	12	10	12	9
	λ=5	5	yin	eler	ne 1	0	S:	0.0	124			
	0.0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(î	0.0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
E	10	10	10	10	10	60	54	60	10	10	10	10
Ξ	-1.0	10	11	10	10	34	45	33	10	10	11	11
Ц	-2.0-	10	10	10	10	11	12	12	9	10	9	8
G		10	9	10	10	11	11	11	10	9	8	12
Ц	-3.0-	10	10	11	10	9	9	9	12	10	12	9
	λ=2	2.5	yir	nele	me	10	S	5: 0.	012	3		
	0.0	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
я́	0.0	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10	10
	-1 0-	10	10	10	10	57	52	58	10	$\frac{10}{10}$	10	10
ΕĚ	1.0	10		10	10	39	51	37		10	10	11
÷E	-2.0-	10	10	10	10	10	11	12	9	10	0	8
- G	-	10	10	$\frac{10}{12}$	$\frac{11}{10}$	0	0	0	$\frac{10}{12}$	9	$\frac{8}{12}$	0
н	-3.0-	10	9	12	10	9	3	3	12	10	12	9
						~	a	~ ~				
	$\lambda = 1$	1.25	y1	nele	eme	9	S	: 0.0)]][)		
	0.0-	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Э Ш	. 0.0	$10 \\ 10$	10	$\frac{10}{10}$	10	10	$10 \\ 52$	10	10	10	10	10
3	-1.0-	10	10	10	10	39	53	39	10	10	10	10
Ţ.		10	11	10	11	36	4/	12	10	10	11	0
Ŀ	-2.0	$10 \\ 10$	<u>10</u>	10	$\frac{10}{11}$	11	12	11	10	<u>10</u>	10	ð 13
പ്പ		10	9	11	10	9	9	9	12	10	12	9
_	-3.0-	10	/	11	10		/			10		/

Şekil 5. Homojen başlangıç modelleri için başlangıç sönümlerinin farklı değerlerine göre ters çözüm sonuçları. Model özdirenci (a) 10 Ωm ve (b) 25 Ωm.

Figure 5. Inversion results according to the different initial damping factors for the homogeneous initial models. The resistivity of the initial model, (a) $10 \Omega m$ and (b) $25 \Omega m$.

(a)	(b)
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \underbrace{\mathbb{E}}_{3,3,0}^{0,0} = \underbrace{\begin{smallmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ \hline 75 & 75 & 75 & 75 & 75 & 75 & 75 & 75$
$\lambda = 10$ yineleme 15 S: 0.000683	λ=10 yineleme 16 S: 0.000478
$ \underbrace{ \left(\underbrace{\mathbb{E}}_{10}^{} 0.0 \underbrace{\begin{smallmatrix} 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ \hline 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10$	$ \underbrace{ \begin{bmatrix} 0.0 & \frac{5}{10} & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ \hline 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10$
$\lambda = 5$ yineleme 10 S: 0.0203	$\lambda = 5$ yineleme 15 S: 0.000764
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
λ =2.5 yineleme 9 S: 0.0196	$\lambda = 2.5$ yineleme 9 S: 0.0250
$ \underbrace{\underbrace{\mathbb{E}}_{10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\$	$ \begin{array}{c} \overbrace{\textbf{E}}^{0.0} \overbrace{\begin{array}{ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$
λ=1.25 yineleme 14 S: 0.00108	λ=1.25 yineleme 14 S: 0.000887
$ \underbrace{ \begin{bmatrix} 0.0 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 & 11 & 12 & 13 & 14 & 15 \\ \hline 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10 & 10$	$ \underbrace{ \begin{bmatrix} 0.0 \\ 0.0 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10 \\ 10$

Şekil 6. Homojen başlangıç modelleri için başlangıç sönümlerinin farklı değerlerine göre ters çözüm sonuçları. Model özdirenci (a) 50 Ωm ve (b) 75 Ωm.

Figure 6. Inversion results according to the different initial damping factors for the homogeneous initial models. The resistivity of the initial model, (a) 50 Ω m and (b) 75 Ω m.

TERS ÇÖZÜM YAKLAŞIMININ FARKLI VERİLERE UYGULANMASI

10 Ω m özdirençli bir ortamda yüzeyden 0.5 m derinlikte gömülü 1x1 m boyutlarında 100 Ω m özdirençli üç bloktan oluşan bir modelden hesaplanan veriye sönümlü en-küçük kareler yöntemi ile ters çözüm uygulanmıştır. Kullanılan model (Şekil 7a) jeolojik olarak arkeolojik alanlarda yapma duvar kalıntılarını temsil edebilir (bkz. Tsokas ve Tsourlos, 1997). Ters çözümde 66 bloktan oluşan homojen bir başlangıç modeli (blok özdirençleri için 75 Ω m başlangıç kestirimi) ve λ =10 başlangıç sönümü (her yinelemede 10^{1/2} kat azaltma) kullanılmıştır. 13 yineleme sonunda S=0.00175 RMS hata ile hesaplanan 2-B özdirenç model kesit Şekil 7b'de gösterilmiştir. Kesitte koyu gri renkli belirtiler gerçek modeldeki dirençli kütlelere karşılık gelmektedir.



- Şekil 7. Arkeolojik alanlarda yapma duvar kalıntılarını temsil eden bir modelin görünür özdirenç tepkisinin ters çözümü. (a) Model. (b) Hesaplanan 2-B özdirenç model kesit.
- Figure 7. Inversion of the data from a model representing ruins of the walls in the archaeological sites. (a) Model. (b) 2-D resisitivity model section.

200 Ωm özdirençli 0.5 m kalınlığında bir örtü katmanı altında 1000 Ωm özdirençli bir ortamda gömülü 1 m genişliğinde 50 Ωm özdirençli bir dayktan oluşan bir modelden hesaplanan veriye sönümlü enküçük kareler yöntemi ile ters çözüm uygulanmıştır. Kullanılan model (Şekil 8a) jeolojik olarak tortul altında gömülü granitik kayaç içindeki bir çatlak veya ayrışmış yapıyı temsil edebilir (bkz. Dahlin ve Loke, 1998). Ters çözümde 66 bloktan oluşan homojen bir başlangıç model (blok özdirençleri için 500 Ωm başlangıç kestirimi) ve λ =10 başlangıç sönümü (her yinelemede 10^{1/2} kat azaltma) kullanılmıştır. 13 yineleme sonunda S=0.21 RMS hata ile hesaplanan 2-B özdirenc model kesit Sekil 8b'de gösterilmistir. Kesitte sivah renkli belirti gerçek modeldeki düşük özdirençli dayka karşılık gelmektedir.

Çalışmada gösterilen ters çözüm yaklaşımı, hedefin iyi bilindiği bir sahadan ölçülen veriye uygulanmıştır. Kullanılan saha verisi (Webster, 1980) Avustralya New South Wales Cobar Elura maden cev-



- Şekil 8. Tortul altında granitik kayaç içindeki bir ayrışmış yapıyı temsil eden bir modelin görünür özdirenç tepkisinin ters çözümü. (a) Model. (b) Hesaplanan 2-B özdirenç model kesit.
- Figure 8. Inversion of the data from a model representing a weathered zone in crystalline rock. (a) Model. (b) 2-D resisitivity model section.

herine aittir. Mineralizasyon (özdirenci 5 Ωm altında), yaklaşık olarak 100 m kalınlığındaki örtü katmanı (ortalama özdirenci 10 Ωm) altında temel kaya (kuyu ölçümlerine göre özdirenci 100-500 Ωm arasında) içinde yer alan 100 m genişliğinde ve 200 m uzunluğunda düşey bir dayk şeklindedir (Webster, Ölçülen veriyle ilgili 1980). cevherin veya mineralizasyon zonunun konumu Şekil 9a' da gösterilmiştir. Dipol-dipol özdirenç verinin (elektrot aralığı, a=100 m) andıran kesiti Sekil 9b' de gösterilmistir. Ters cözümde 5 vineleme sonunda S=5.87 RMS hata ile hesaplanan 2-B özdirenç model kesit Şekil 9c' de gösterilmiştir. Kesitin üst kısmında yaklaşık 100 m kalınlığındaki düşük özdirenç belirti örtü katmanını ve onun altında daha yüksek özdirenç belirti temel kayayı yansıtırken, kesitin ortasında temel kaya içindeki düşük özdirenç belirti ise cevhere karşılık gelmektedir.

120



- Şekil 9. Elura maden cevheri üzerinde ölçülen bir andıran kesitin ters çözümü. (a) Cevherin konumu. (b) Ölçülen veri (Webster, 1980). (c) Hesaplanan 2-B özdirenç model kesit.
- Figure 9. Inversion of a pseudosection data measured over Elura ore body. (a) Position of the ore body. (b) Measured data (Webster, 1980). (c) 2-D resisitivity model section.

SONUÇLAR

Bu çalışmada, sönümlü en-küçük kareler yöntemini kullanarak 2-B dipol-dipol özdirenç andıran kesitlerin ters çözümü için pratik bir yaklaşım gösterilmiştir. Ters çözüm işleminde sabit sönüm yerine değişken sönümün kullanılması yakınsamaya olumlu etki etmektedir. İşlem boyunca değişken sönüm için en uygun yaklaşım, sönüm katsayısının her yinelemede belli oranda kademeli olarak azaltılmasıdır. Andıran kesitteki özdirenç değişim aralığı küçükse, başlangıç modelindeki bloklar için verinin aritmetik ortalamasının birkaç katı değerinde özdirenç başlangıç kestirimi yapılmalıdır.

Kuramsal verilerin ve gerçek saha verisinin ters çözümünden iyi sonuçların elde edilmesi, kademeli yaklaşımı ve dörtgen bloklardan oluşan homojen başlangıç modelini kapsayan ters çözüm yaklaşımının güvenilir olduğunu doğrulamaktadır. Sonuç olarak, çalışmada gösterilen bu yaklaşım ile pek çok durumda jeolojik ön bilgiye ihtiyaç olmadan herhangi bir saha verisinin ters çözümünden gerçek yer altı özdirenç dağılımına ait oldukça güvenilir sonuçlar elde edilebilir. Yine de özdirenç yönteminin doğasında var olan çok çözümlülük gibi sorunların denetlenmesi için elde edilen çözümün yorumlanması aşamasında, diğer disiplinlerden (jeoloji, sondaj vb.) gelen bilgiler çözümün güvenirliğini denetlemek bakımından yararlı olacaktır.

SUMMARY

In this study, a practical approach on the 2-D resistivity inversion of the dipole-dipole pseudosections by using the damped least-squares method is presented. The approach strategy for the inversion of the resistivity pseudosections is determined with the theoretical tests according to the initial models and the damping factors. The gradual inversion approach that is decreased with $10^{1/2}$ coefficient of the initial damping factor, $\lambda=10$, gives better solution according to the traditional one that is used fixed damping value. Also, for the resistivity prior guess for the homogeneous initial models, the arithmetic average of the field data or its multiples could be choosen.

In conclusion, the solution approach used to invert synthetic and a real data produced appropriate results related to true subsurface resistivity distribution. Overall, it proved to be reliable and useful tool for routine pseudosection interpretation and produced results that are directly appreciable by non-experts.

DEĞİNİLEN BELGELER

- **Dahlin, T., and Loke, M.H., 1998**, Resolution of 2D Wenner resistivity imaging as assessed by numerical modelling, Journal of Applied Geophysics, 38, 237-249.
- deGroot-Hedlin, C., and Constable, S., 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models form magnetotelluric data, Geophysics, 55, 12, 1613-1624.
- Edwards, L. S., 1977, A modified pseudosection for resistivity and induced-polarization, Geophysics, 42, 1020-1036.
- Griffiths, D. H., and Barker, R. D., 1993, Twodimensional resistivity imaging and modelling in areas of complex geology, Journal of Applied Geophysics, 29, 211-226.
- Lee, T., 1972, A general technique for the direct interpretation of resistivity data over twodimensional structures, Geophysical Prospecting, 20, 847-859.
- Lines, L. R., and Treitel S., 1984, Tutorial: A review of least-squares inversion and its application to geophysical problems, Geophysical Prospecting, 32, 159-186.

- Loke, M. H. and Barker, R. D., 1995, Least-squares deconvolution of apparent resistivity pseudosections, Geophysics, 60, 6, 1682-1690.
- Mundry, E., and Homilus, J., 1972, Resistivity measurements in valleys with elliptic cross-section, Geophysical Prospecting, 20, 341-362.
- **Olayinka, A. I., and Yaramanci, U., 2000**, Use of block inversion in the 2-D interpretation of apparent resistivity data and its comparison with smooth inversion, Journal of Applied Geophysics, 45, 63-81.
- Pelton, W. H., Rijo, L., Swift, C. M, 1978, Inversion of two-dimensional resistivity and induced polarization data, Geophysics, 43, 4, 788-803.
- Petrick, W. R., Pelton, W. H., and Ward, S. H., 1977, Ridge regression inversion applied to crustal resistivity sounding data from South Africa, Geophysics, 42, 5, 995-1005.
- **Rijo, L., 1977**, Modelling of electric and electromagnetic data, Ph.D. Thesis, University of Utah, Salt Lake City, 242 p.
- Sasaki, Y., 1992, Resolution of resistivity tomography inferred from numerical simulation, Geophysical Prospecting, 40, 453-464.

- Smith, N. C., and Vozoff, K., 1984, Two-dimensional DC resistivity inversion for dipole-dipole data, IEEE Trans. Geosc. Rem. Sens., 22, 1, 21-28.
- Tripp, A. C., Hohmann, G. W., and Swift, C. M., Jr., 1984, Two-dimensional resistivity inversion, Geophysics, 49, 10, 1708-1717.
- Tsokas, G., and Tsourlos, P., 1997, Transformation of resistivity anomalies from archaeological sites by inversion filtering, Geophysics, 62, 1, 36-41.
- **Tsourlos, P., Szymanski, J. E., and Tsokas, G., 1998**, A smoothness constrained algorithm for the fast 2-D inversion of DC resistivity and induced polarization data, Journal of The Balkan Geophysical Society, 1, 1, 3-13.
- Wannamaker, P. E., 1992, IP2DI-v1.00 finite element program for dipole-dipole resistivity/IP forward modeling and parameterized inversion of twodimensional earth resistivity structure, User Documentation, University of Utah, Salt Lake City, 52 p.
- Webster, S. S., 1980, Interpretational Procedures for IP data in weathered terrains as derived from field trials with modern IP equipment, Publs Geol. Dep. & Extension Sevice, Univ. West. Aust., 6, 101-126.

Yayına Geliş - *Received* : 27.03.2005 Yayına Kabul - *Accepted* : 24.06.2005