

HİLBERT TRANSFORM YÖNTEMİ İLE DAYKLARIN MAGNETİK ANOMALİLERİNİN YORUMU

THE INTERPRETATION OF THE MAGNETIC ANOMALY TAKEN
FROM DIKES BY MEANS OF HILBERT TRANSFORMATION

Davut AYDOĞAN

Y.Ü. Kocaeli Mühendislik Fakültesi Jeofizik Bölümü

Özet: Bu model çalışmada, dalımlı daykların magnetik düşey bileşen anomalisi ile onun Hilbert transformunun kesişim noktalarından yararlanarak dayka ait parametrelerin elde edilmesi için bir metod önerilmiştir.

Önce, yeraltında tüm parametreleri bilinen bir daykın varlığı kabul edilmiştir. Dayka ait çeşitli parametreler, magnetik düşey bileşen anomali değerleri ile Hilbert transform değerleri cinsinden uygun bir skalada grafiklenmiştir.

Amaç, seçilen parametre değerlerine göre metodu çalıştırmak ve tekrar aynı değerleri elde etmekten ibarettir. Sonuçta, anomalilerin kesişim noktalarından yararlanarak çözümlene yapıldığında, önceden kabul edilen dayka parametre değerleri güvenilir bir aralıkta elde edilmiştir.

SUMMARY: A method have been offered in this model work, for getting the dyke parameters by means of the vertical component anomaly of the dipping dikes and its intersection points of the Hilbert transformations.

First of all supposed that a dyke in subsurface with parameters knowing as a whole. The parameters of dyke have been plotted in a suitable scale in magnetic vertical component values versus its Hilbert transformation values.

The aim of this manipulation is only to get the same values under the control of the choosen parameters. When it has been using the intersection points in the resolution, the initial parameters have been obtained in a reliable interval as a result.

GİRİŞ

Jeolojik bir yapı olan dayk, gerek maddencilik, gerekse petrol jeofiziginde önemli bir modeli teşkil etmektedir. Her türlü yapı içerisinde bulunmasına rağmen, isimlendirilebilmesi için tabakaları kesmesi, kenarlarının aşağı yukarı birbirine paralel olarak uzanması zorunluluğu vardır. Daykların oluşturduğu anomalilerin yorumu için, birçok araştırmacı değişik jeofizik teknikler ileri sürmüşlerdir. Bu teknikler, teorik profillerin arazi verileri ile mukayesesinde kapsamaktadır.

Son yıllarda Hilbert transformunun uygulamaları, birçok araştırmacı tarafından magnetik anomalilerin yorumunda kullanılmıştır. NABİGHIAN (1972) düşey magnetik alanlarda çalışmış ve aynı zamanda ya-

tay bileşenden düşey bileşeni bulmak için Hilbert transformunu kullanmıştır. STANLEY ve GREEN (1976) ve STANLEY (1977) bozucu kütlelerin magnetik etkisinin yatay ve düşey gradientleri üzerinde gösterimlerini sürdürmüşlerdir. Zira Fourier transform tekniğindeki gibi, RAO ve AVASTHI (1973) magnetik düşey etkileri ve onların Hilbert transformlarında uzaklık domenleri olduğunu göstermişlerdir. ÖZDEMİR (1983-84) Hilbert transformunu kullanarak daykların oluşturduğu magnetik anomalilerin yorumunu yapmıştır.

METODUN TEORİSİ:

Genel anlamda bir fonksiyonun (ayrık ve sürekli) frekans ortamındaki gösterimini sağlayan Fourier dönüşümünden bir

genlik, bir de faz spektrumu elde edilir. Spektrumun reel ve imajiner kısımları arasındaki ilişkiyi Hilbert dönüşümü sağlar. Hilbert transformundaki $V(x)$ şöyle tanımlanır. THOMAS (1969),

$$H(X) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} \text{Im}F(w) \cos wx - \text{Re}F(w) \sin wx \right] dw \quad (1)$$

burada;

$F(w)$: Verilen kütlenin düşey magnetik etkisinin Fourier transformudur. Bu ise;

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} V(x) e^{iwx} dx = \text{Re}F(w) + i \text{Im}F(w) \quad (2)$$

dir.

w : Birim uzunlukta radyan cinsinden uzaysal frekanstır.

Uygulamada veriler, ya sayısal veya sürekli ortamda gözlenirler. Bir sürekli $V(x)$ verisinin Δx aralıklarındaki değerleri alınarak, ayrık $V(L\Delta x)$ verisi elde edilir. $V(x)$ 'in boyu T ise, $V(L\Delta x)$ verisi $N=T/\Delta x$ adet ayrık değerden oluşur. Ayrık Fourier transformunun (DFT) reel ve imajiner bileşenleri, GOLD ve RADER (1969)

$$\text{Re}F(nw_0) = \sum_{L=0}^{N-1} V(L\Delta x) \cos(nw_0 L \Delta x) \quad (3)$$

$$\text{Im}F(nw_0) = \sum_{L=0}^{N-1} V(L\Delta x) \sin(nw_0 L \Delta x) \quad (4)$$

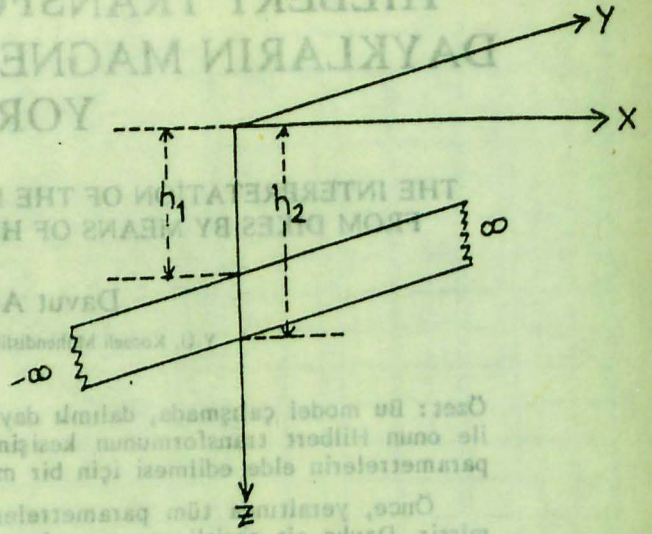
şeklinde dir. $w_0: 2/N\Delta x$ açısal frekans olup, buradan ayrık Hilbert transformu (DHT);

$$H(L\Delta x) = \frac{1}{\pi} \sum_{n=0}^{N/2-1} \text{Im}F(nw_0) \cos(nw_0 L \Delta x)$$

$$- \sum_{n=0}^{N/2-1} \text{Re}F(nw_0) \sin(nw_0 L \Delta x) \quad (5)$$

şeklinde elde edilir.

Sonlu ince dayk, Y eksenine paralel yönde sonsuza gittiği düşünülür.



Şekil - 1. x-z düzlemi ile magnetik cismin kesişimi.

Cismin düşey magnetik etkisini GRAND ve WEST (1965);

$$V_1(x) = \left[\frac{x \sin Q - h_2 \cos Q}{x^2 - h_2^2} - \frac{x \sin Q - h_1 \cos Q}{x^2 + h_1^2} \right] \quad (6)$$

şeklinde vermiş olup, burada;

h_1 ve h_2 ince daykın üst ve alt yüzey derinlikleri

A : Dayka ait magnetik sabit.

Q : Dayk duvarının polarlanma yönü ile yaptığı açı.

$V_1(x)$ 'in Fourier transformunun reel ve imajiner bileşenleri ise;

$$\text{Re}F_1(w) = A \pi \cos Q [e^{-wh_1} - e^{-wh_2}] \quad (7)$$

ve

$$\text{Im}F_1(w) = A \pi \sin Q [e^{-wh_1} - e^{-wh_2}] \quad (8)$$

denklemleri ile verilip, bunların (1) nolu denklemde yerlerine konması ile, düşey magnetik etkinin Hilbert transformu,

$$H_1(x) = A \left[\frac{h_1 \sin Q - x \cos Q}{h_1^2 + x^2} + \frac{x \cos Q - h_2 \sin Q}{h_2^2 + x^2} \right] \quad (9)$$

şeklinde elde edilir.

Sonsuz dayklar, sonlu ince daykın alt yüzeyinin sonsuza gitmesi halinde oluşup, cismin düşey manyetik etkisini, GRAND ve WEST (1965)

$$V_2(x) = \left[\frac{h \cos Q - x \sin Q}{h+x} \right] \quad (10)$$

şeklinde vermişlerdir. Bunun Fourier transformunun reel ve imajiner bileşenleri ise;

$$\text{Re}F_2(w) = A \parallel \cos Q e^{-wh} \quad (11)$$

ve

$$\text{Im}F_2(w) = A \parallel \sin Q e^{-wh} \quad (12)$$

elde edilir. Buradan hareketle düşey magnetik etkinin Hilbert transformu,

$$H_2(x) = \left[\frac{h \sin Q - x \cos Q}{h^2 + x^2} \right] \quad (13)$$

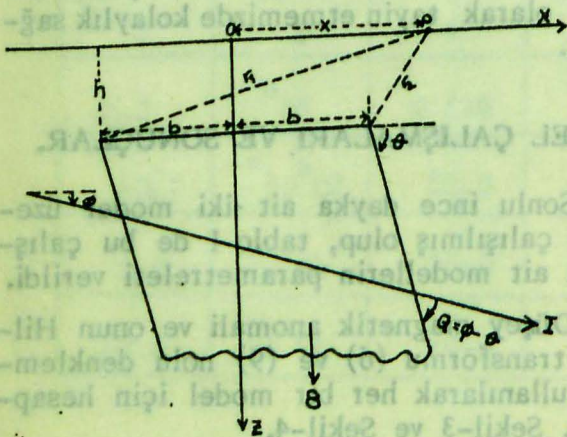
şeklinde bulunur.

Kalın dayklar, sonsuz derinlikli bir dayk ile daykın kesitine paralel X-Z düzlemi düşünülür. Koordinat sisteminin orijini, yer-yüzünde ve -Z eksenine aşağıya doğru dik alınır. Yani Z eksenine kalın daykın üst yüzeyini ikiye böler. (Şekil-2)

Kalın bir daykın düşey magnetik etkisini; GRAND ve WEST

$$V_3(x) = 2I \sin \theta \left[\cos Q \left(\tan \frac{x+b}{h} - \tan \frac{x-b}{h} \right) + 0.5 \sin Q \left(\ln \frac{h^2 + (x+b)^2}{h^2 + (x-b)^2} \right) \right] \quad (14)$$

şeklinde vermişlerdir.



Şekil-2. Kalın daykın geometrisi

(14) nolu denklemin Fourier transformunun reel ve imajiner bileşenleri,

$$\text{Re}F_3(w) = \frac{4\pi I}{w} \sin \theta \cos Q \sin w b e^{-wh} \quad (15)$$

ve

$$\text{Im}F_3(w) = -\frac{4\pi I}{w} \sin \theta \sin Q \sin w b e^{-wh} \quad (16)$$

şeklinde olup, buradan Hilbert transformu,

$$H_3(x) = 2I \sin \theta \left[\sin Q \left(\tan \frac{(x+b)}{h} - \tan \frac{(x-b)}{h} \right) + 0.5 \cos Q \left(\ln \frac{h^2 + (x+b)^2}{h^2 + (x-b)^2} \right) \right] \quad (17)$$

elde edilir.

Zira, gerek $V_3(x)$ ve gerekse $H_3(x)$ 'in açıklamalarında arctanjant ve logaritmik operasyonlardan kurtulmak için,

$$V_3'(x) = 2I \sin \theta \left[\left(\frac{h}{(x+b)^2 + h^2} - \frac{h}{(x-b)^2 + h^2} \right) + \sin Q \left(\frac{x+b}{(x+b)^2 + h^2} - \frac{x-b}{(x-b)^2 + h^2} \right) \right] \quad (18)$$

ve

$$H_3'(x) = 2I \sin \theta \left[\sin Q \left(\frac{h}{(x+b)^2 + h^2} - \frac{h}{(x-b)^2 + h^2} \right) + \cos Q \left(\frac{x+b}{(x+b)^2 + h^2} - \frac{x-b}{(x-b)^2 + h^2} \right) \right] \quad (19)$$

işlemleri yapılarak analiz kolaylaştırılır.

ANOMALİLERİN KEŞİŞİM NOKTARINDAN YARARLANARAK DAYK PARAMETRELERİN BULUNUŞU:

1. Sonlu İnce Dayk Durumu:

$V_1(x)$ ve $H_1(x)$ 'in keşişim noktalarının apsileri x_1 ve x_2 ise;

$$V_1(x_1) = H_1(x_1) \quad (20)$$

ve

$$V_1(x_2) = H_1(x_2) \quad (21)$$

denklem çiftinden yararlanarak,

$$x_1^2 - x_1(h_2 + h_1) - h_1 h_2 = 0 \quad (22)$$

$$x_2^2 - x_2(h_2 + h_1) - h_1 h_2 = 0 \quad (23)$$

buradan derinlikler,

$$h_1 = \frac{(x_1 + x_2) \pm \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2}}{2} \quad (24)$$

$$h_2 = \frac{2x_1x_2}{(x_1 + x_2) \pm \sqrt{(x_1 + x_2)^2 + 4x_1x_2}} \quad (25)$$

elde edilir.

(6) ve (9) nolu denklemlerden yararlanarak, Q parametresi;

$$Q = \tan^{-1} \left[\frac{x^2 H_1(x) - h_1 h_2 H_1(x) - x(h_1 + h_2) V_1(x)}{x^2 V_1(x) - h_1 h_2 V_1(x) - x(h_1 + h_2) H_1(x)} \right] \quad (26)$$

elde edilir. Bu denklemi kullanarak herhangi bir x değeri için Q hesaplanır. Q'nun hassasiyet derecesi, düşey magnetik etkinin max. olduğu yerdeki değişik x değerleri üzerinde düşünülür. O zaman Q'nun ortalaması alınır.

$$V_1(0) = A \cos Q \left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) \quad (27)$$

ve

$$H_1(0) = A \sin Q \left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right) \quad (28)$$

denklem çiftinden yararlanarak;

$$A = \frac{\sqrt{V_1^2(0) - H_1^2(0)}}{\left(\frac{1}{h_1} - \frac{1}{h_2} \right)} \quad (29)$$

elde edilir.

2. Sonsuz İnce Dayk Durumu:

(10) ve (13) nolu denklemleri kullanarak,

$$h \cos Q - x \sin Q = h \sin Q - x \cos Q \quad (30)$$

bulunur. Buradan derinlik,

$$h = x$$

olarak elde edilir. Aynı denklemlerden,

$$Q = \tan^{-1} \left[\frac{H_2(x)h + V_2(x)x}{H_2(x)x + V_2(x)h} \right] \quad (32)$$

ve

$$A = h \sqrt{V_2^2(0) + H_2^2(0)} \quad (33)$$

parametreleri bulunur.

3. Kalın Dayk Durumu:

(14), (17), (18) ve (19) nolu denklemlerden yararlanarak,

$$2xh + x^2 - b^2 - h^2 = 0 \quad (34)$$

buradan da,

$$h = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad (35)$$

$$Q = \tan^{-1} \left[\frac{(h^2 + b^2 - x^2) V_3(x) + 2xh H_3'(x)}{(h^2 + b^2 - x^2) H_3'(x) + 2xh V_3'(x)} \right] \quad (36)$$

ve

$$b = \left[\frac{(x_1 - x_2)^2 - 2(x_1 + x_2)^2}{4} \right]^{1/2} \quad (37)$$

sırası ile derinlik, dayk duvarının polarlanma yönü ile yaptığı açı, daykın yarı genişliği elde edilir.

Ek olarak;

$$I \sin \theta = \frac{(b^2 + h^2) \sqrt{V_3'(0) + H_3'(x)}}{4b} \quad (38)$$

şeklinde dir. Burada,

$$V_3'(0) = 2I \sin \theta \sin Q \left(\frac{2b}{b^2 + h^2} \right) \quad (39)$$

ve

$$H_3'(0) = 2I \sin \theta \cos Q \left(\frac{2b}{b^2 + h^2} \right) \quad (40)$$

dır. Bu eşitlikler, I ve Q'yı ikinci parametreler olarak tayin etmemizde kolaylık sağlarlar.

MODEL ÇALIŞMALARI VE SONUÇLAR.

Sonlu ince dayka ait -iki model üzerinde çalışılmış olup, tablo-I de bu çalışmaya ait modellerin parametreleri verildi.

Düşey magnetik anomali ve onun Hilbert transformu (6) ve (9) nolu denklemler kullanılarak her bir model için hesaplandı. Şekil-3 ve Şekil-4.

(5) nolu denklem kullanılarak ayrıklaştırılan DHT dataları da aynı şekiller üzerinde gösterildi.

Sonlu dayka ait iki teorik modelin farklı parametrelerinden oluşan düzen, (10) ve (13)

nolu denklemleri kullanılarak Şekil-5, Şekil-6 ve tablo-II de verildi.

Kalın dayk ile ilgili model çalışma, (18) ve (19) nolu denklemler kullanılarak elde edilen sonuçlar, Şekil-7, Şekil-8 ve tablo-III de gösterildi.

Hilbert transform yöntemi kullanılarak, anomalilerin kesişim noktalarından hareketle, magnetik dayka ait çeşitli parametreler kademeli olarak tayin edildi. Böylece yeraltında bulunduğu varsayılan model bir daykın genişliği, meyil açısı ve yeryüzünden itibaren olan derinliği bulundu.

Dayk parametrelerinin bulunmasında, Hilbert transformunun kullanılmasının uygun olduğu, ancak; dikkat edilmesi gereken hususun ise, dijit aralıkları gözönüne alındığında, frekans değerlerinin titizlikle seçilmesi gerektiği kanısına varıldı.

YARARLANILAN KAYNAKLAR.

- GOLD, B., RADER, C.M., 1969, Digital processing of signal: New York, McGraw-Hill Co.
- GRANT, F.S., and WEST, G.F., 1965, Interpretation theory in applied geophy-

sics: New York, McGraw-Hill CO. p. 324-337.

NABİGHİAN, M.N., 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section, its properties and use for automated anomaly interpretation: Geophysics, v.37, 507-512.

ÖZDEMİR, M., 1983/1984 Daykların Oluşturduğu Magnetik Anomalilerin Yorumu: İ.Ü.Müh.Fak.Yerb.Derg.C.4, s. 1-2, p.87-104.

RAO, K.G.C., and Avasthi, D.N., 1973, Analysis of the gravity effect due to two-dimensional triangular prism: Geophysics, v.42, p.1230-1235.

STANLEY, J.M., and 1977, Simplified gravity interpretation by gradients -The geological contact: Geophysics, v.42, p.1230-1235.

THOMAS, J.B., 1969, An introduction to statistical communication theory: New York, John-Wiley and Sons, Inc., p. 639-657.

I	θ	ρ	h	Parametreler
1.0	30°	0.30	2.0	Kabul edilen
1.00	30°00'	0.30	2.0	Hesapla bulunan
1.0	40°	0.20	2.0	Kabul edilen
0.99	39°22'	0.20	1.99	Hesapla bulunan

TABLO: I

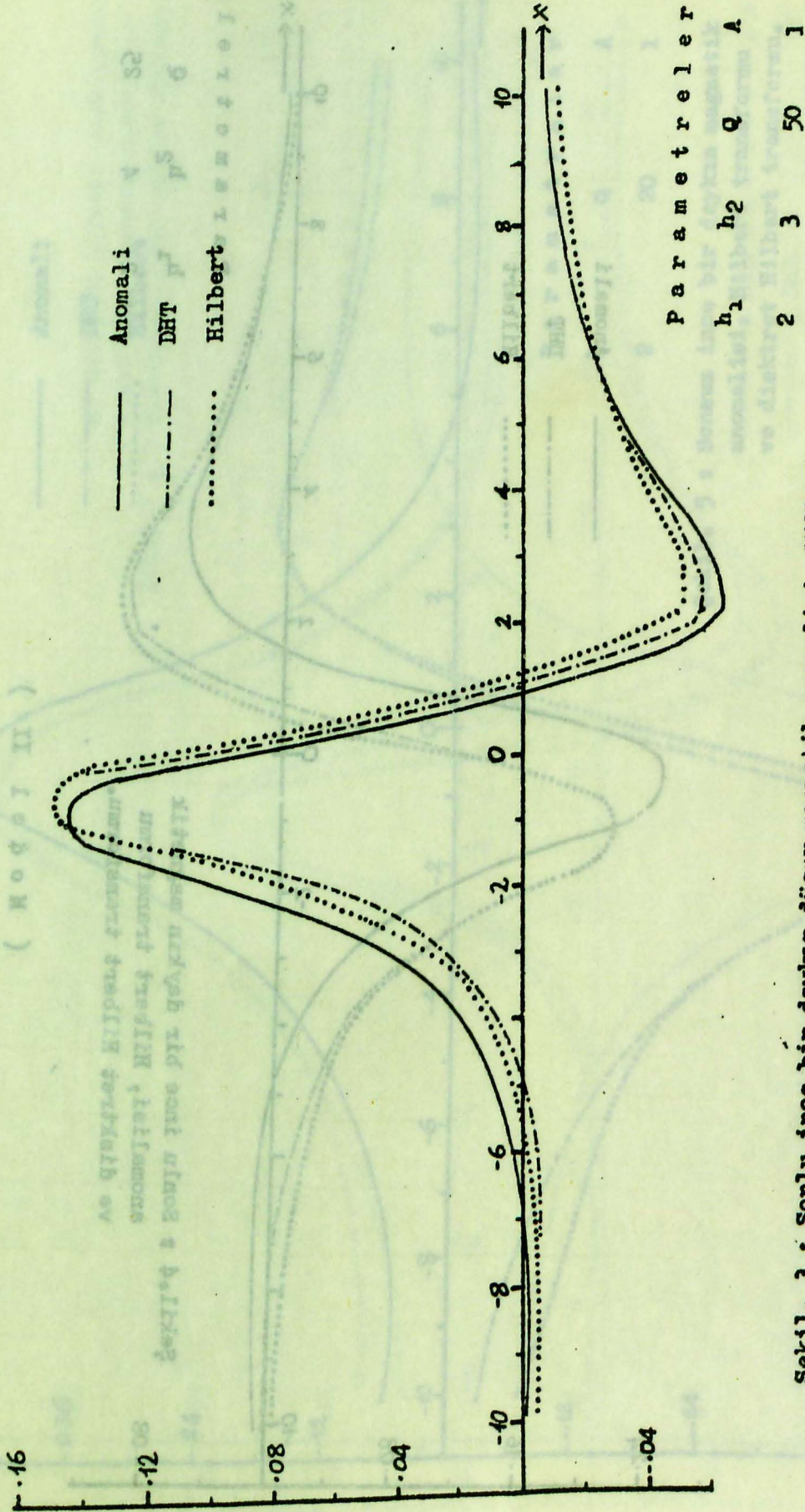
Parametreler		h_1	h_2	α	A
MODEL I	Kabul edilen	2.0	3.0	50°	1.0
	Hesapla bulunan	2.0	3.0	50°	0.99
MODEL II	Kabul edilen	2.0	4.0	25°	1.0
	Hesapla bulunan	2.0	4.05	$24^\circ 50'$	0.98

TABLO: II

Parametreler		h	α	A
MODEL I	Kabul edilen	2.0	20°	1.0
	Hesapla bulunan	2.0	$20^\circ 16'$	0.99
MODEL II	Kabul edilen	3.0	50°	1.0
	Hesapla bulunan	3.0	$49^\circ 58'$	0.99

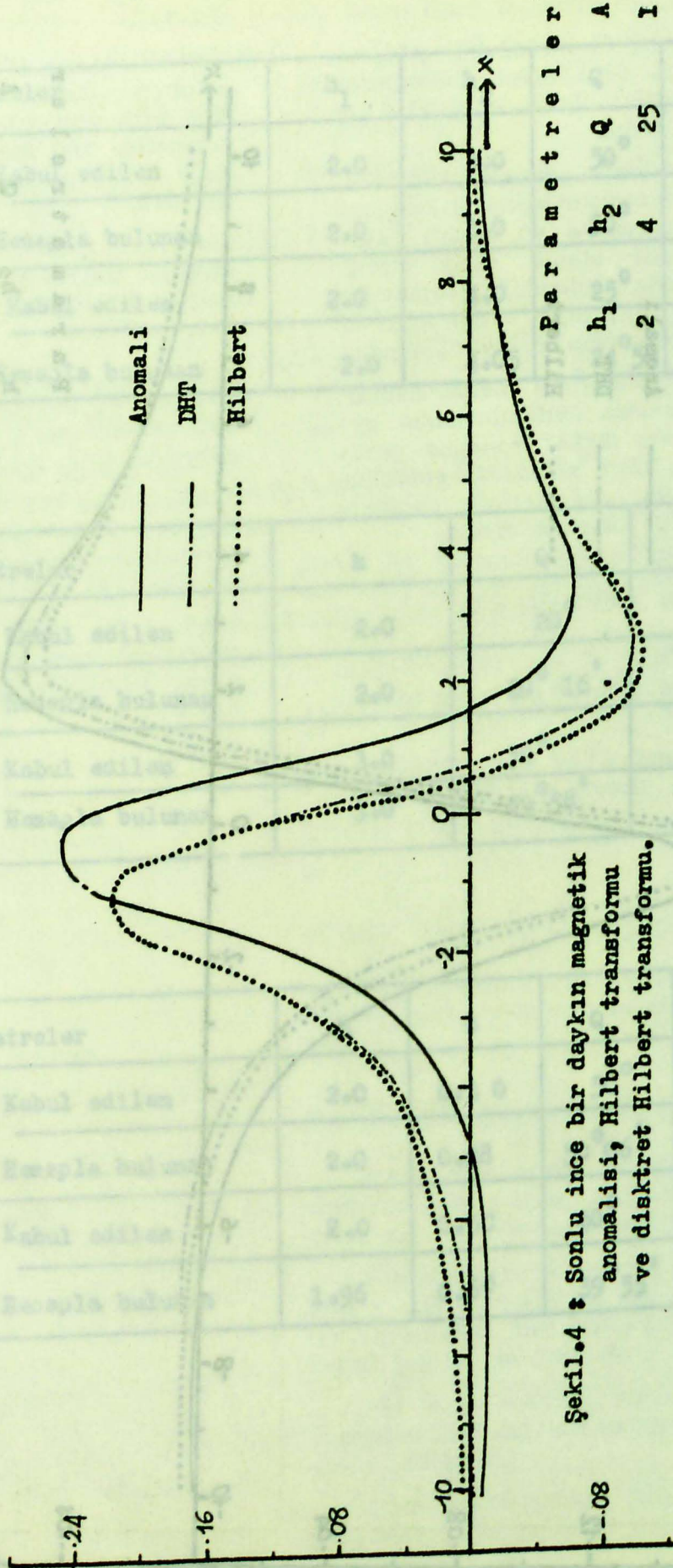
TABLO: III

Parametreler		h	b	α	I
MODEL I	Kabul edilen	2.0	0.30	50°	1.0
	Hesapla bulunan	2.0	0.28	$50^\circ 06'$	1.06
MODEL II	Kabul edilen	2.0	0.50	40°	1.0
	Hesapla bulunan	1.96	0.60	$39^\circ 55'$	0.95



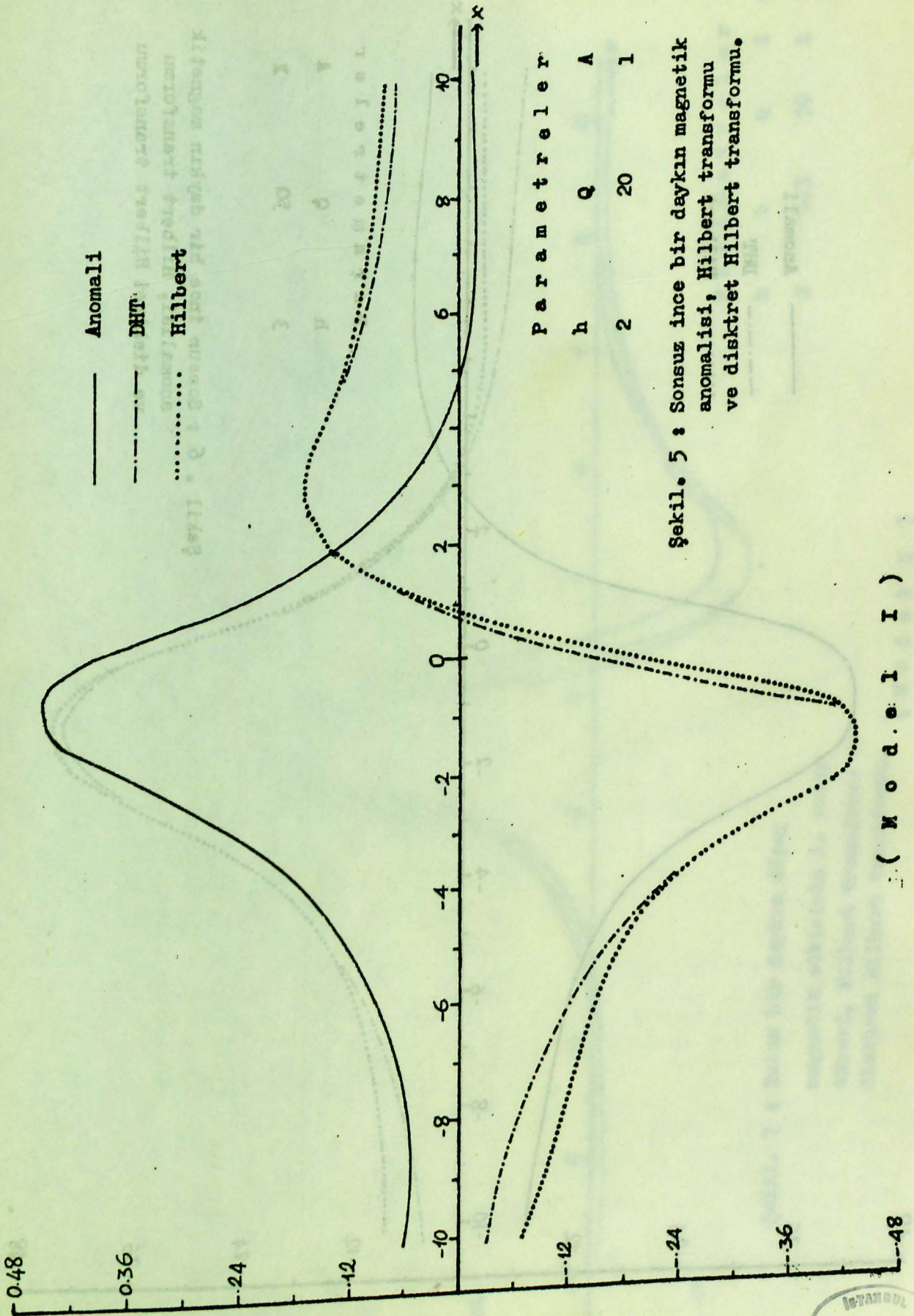
Şekil. 3 : Sonlu ince bir daykın düşey magnetik anomalisi, Hilbert transformu ve diskret Hilbert transformu.

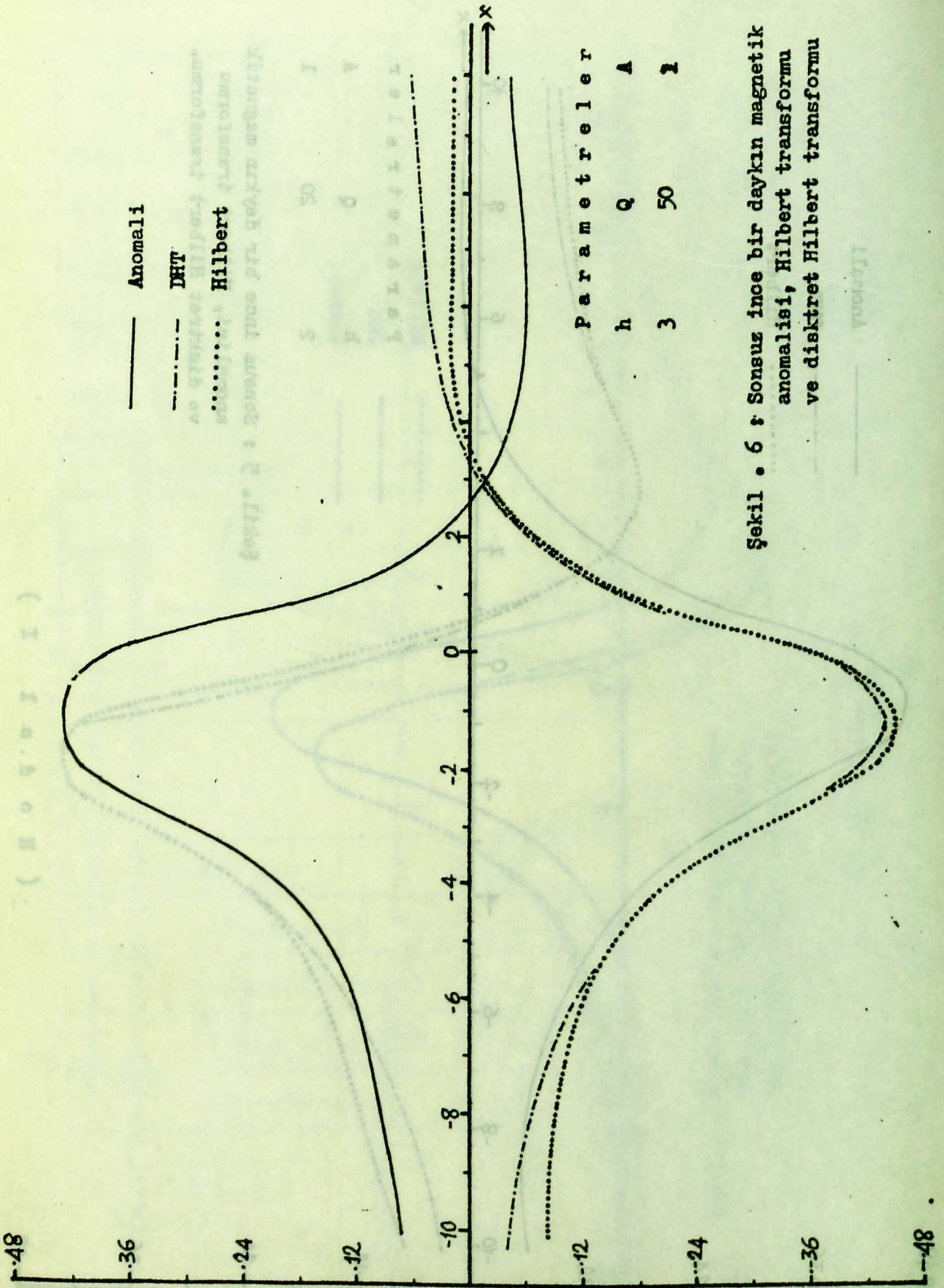
(Model I)



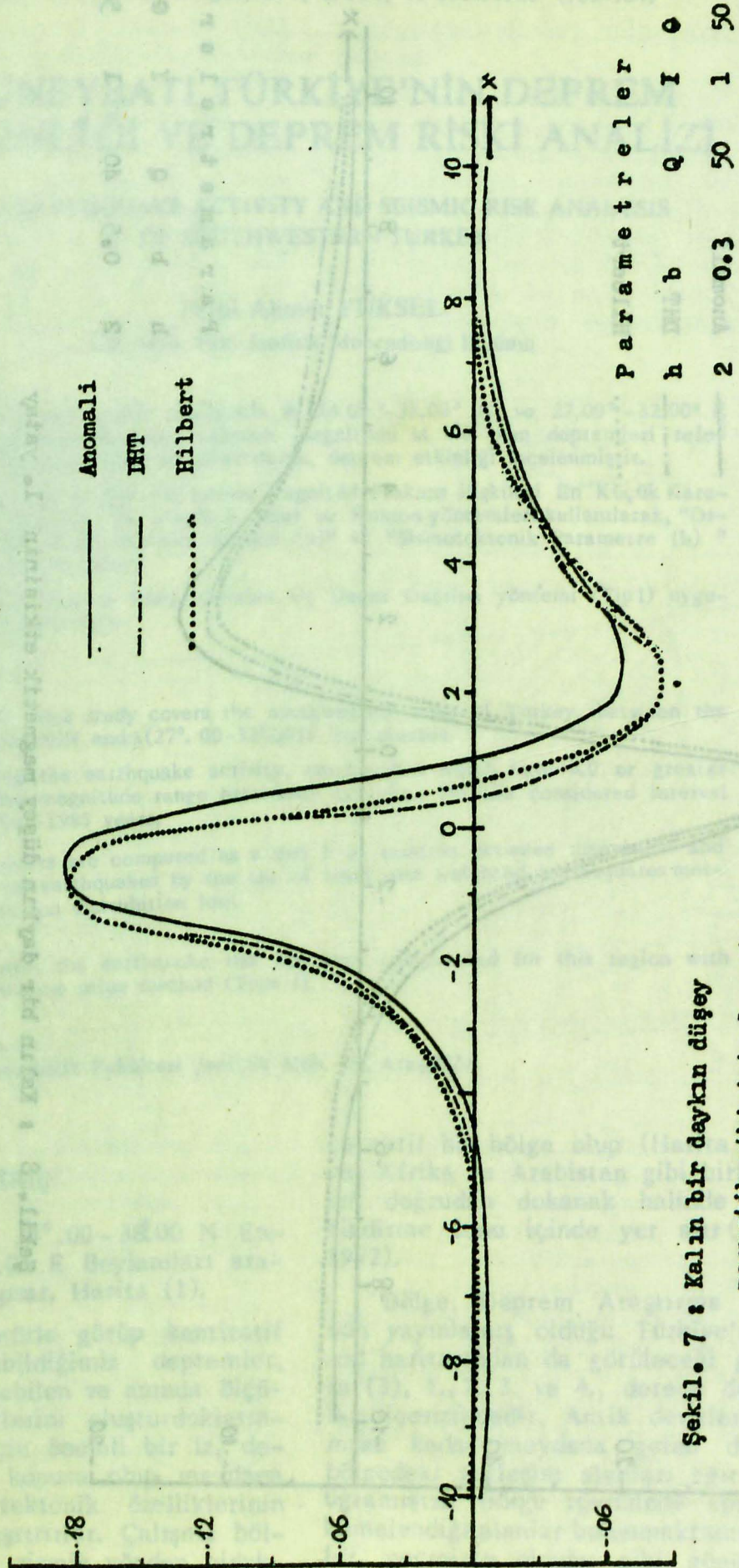
Şekil.4 : Sonlu ince bir daykın magnetik anomalisi, Hilbert transformu ve diskret Hilbert transformu.

(Model II)



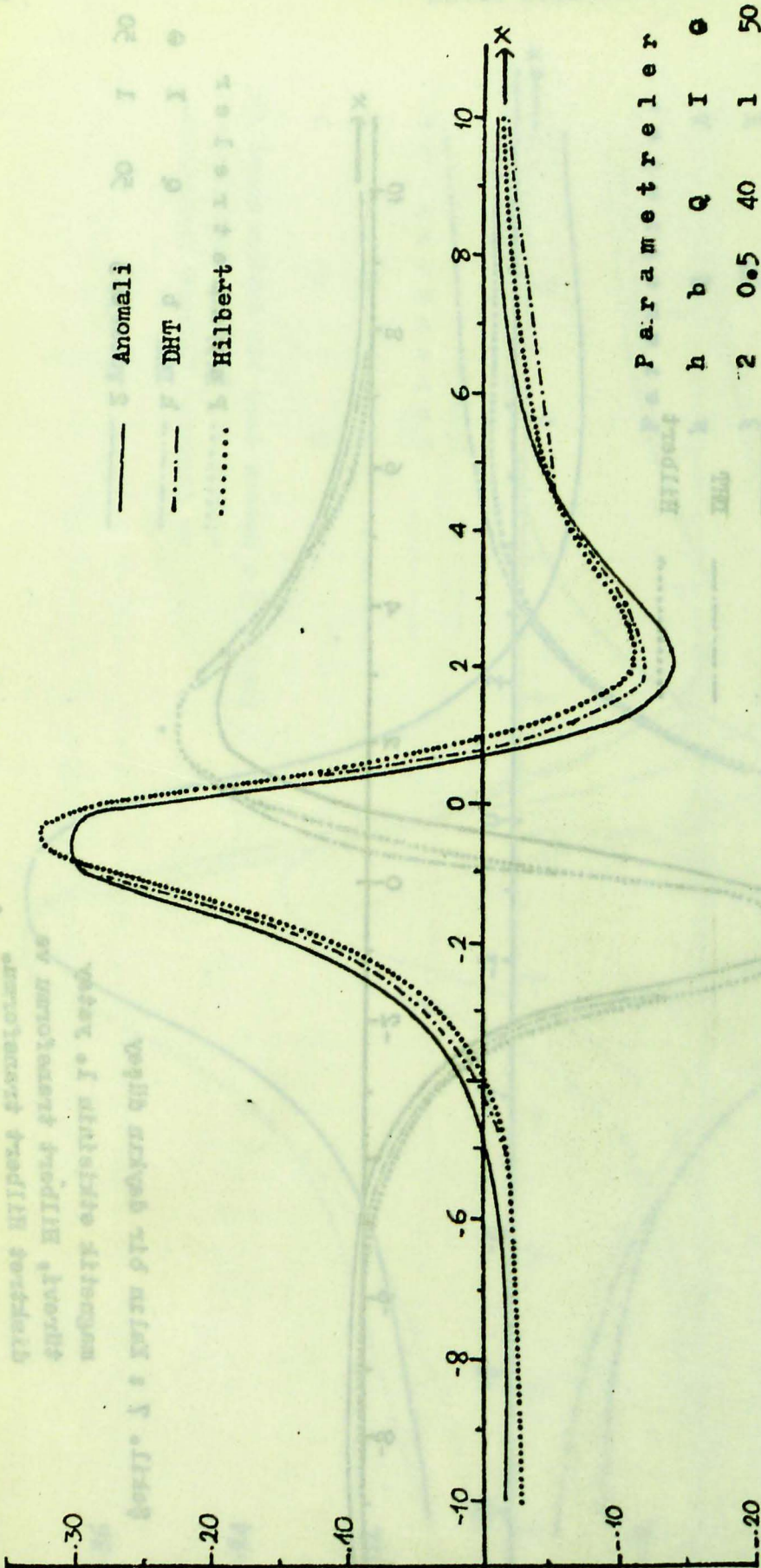


Şekil . 6 : Sonsuz ince bir daykın magnetik anomalisi, Hilbert transformu ve diskret Hilbert transformu



Şekil. 7 : Kalın bir daykın düşey magnetik etkisinin 1. yatay türevi, Hilbert transformu ve diskret Hilbert transformu.

(Model I)



Şekil. 8 : Kalın bir daykın düşey magnetik etkisinin 1. yatsay türevi, Hilbert transformu ve diskret Hilbert transformu.

(M o d e l I I)