

Bilişsel Perspektif Bağlamında Matematiksel Modelleme Süreci: Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Deneyimleri*

Mathematical Modeling Process in the Context of Cognitive Perspective: Sixth Grade Students' Experiences

Aslıhan ÇOKSÖYLER¹, Gülay BOZKURT²

¹Sorumlu Yazar, Öğretmen, Milli Eğitim Bakanlığı, Türkiye, coksoyleraslihan@gmail.com, (<https://orcid.org/0000-0002-3581-5109>)

² Dr. Öğretim Üyesi, İzmir Demokrasi Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, Türkiye, gulay.bozkurt@idu.edu.tr, (<http://orcid.org/0000-0001-9573-5920>)

Geliş Tarihi: 30.04.2021

Kabul Tarihi: 26.11.2021

ÖZ

Bu çalışma bir matematiksel modelleme problemine ilişkin altıncı sınıf öğrencilerinin çözüm sürecindeki bilişsel becerilerini incelemeyi amaçlamaktadır. Çalışmanın kuramsal çerçevesi olarak bilişsel perspektif seçilmiştir. Çalışmada bir modelleme problemi üzerinde gruplar halinde çalışan yirmi dört öğrencinin bilişsel modelleme yeterliklerini ortaya çıkarmak için durum çalışması deseni kullanılmıştır. Veriler, öğrenci çözüm kağıtları, çözüm sürecinde öğrenciler arasında gerçekleşen konuşmaların ses kayıtları, bir grubun video kaydı ve öğretmenin (araştırmacının) gözlem notlarından oluşmaktadır. Elde edilen veriler bilişsel modelleme döngüsünün basamakları olan problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama basamakları altında incelenmiştir. Çalışmanın sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin gerçek hayata uygun model oluşturmada zorlandıkları ve bu konuda öğretmen rehberliğine ihtiyaç duydukları belirlenmiştir. Özel olarak, öğrencilerin problemi anlamadan matematiksel işlem yapmaya başladıkları, ayrıca yorumlama ve doğrulama basamaklarını eksik bırakma eğiliminde oldukları görülmüştür.

Anahtar sözcükler: Matematiksel modelleme, bilişsel perspektif, bilişsel modelleme yeterlikleri, altıncı sınıf öğrencileri, gerçek hayat problemleri.

ABSTRACT

This study examines a class of sixth grade students' cognitive modelling competencies during the solutions process of a mathematical modelling problem. The cognitive perspective has been chosen as the conceptual framework of the study. A case study design has been used to reveal cognitive modelling competencies of twenty four students working in groups on a modelling problem during mathematics lessons. Data consisted of students' solution papers, audio recordings of conversations between students during the group work, a video recording of a group and teacher's (researcher's) observation notes. Data was analyzed considering the cognitive modelling cycle including the stages of understanding the task, simplifying, mathematizing, working mathematically, interpreting and validating. Findings of the study indicated that students struggle during development of real world models and they need guidance from the teacher. In particular, it became apparent that they started working mathematically without understanding the problem or developing a model and they tended to overlook the stages of interpreting and validating.

* Bu çalışma birinci yazarın yüksek lisans tezinden üretilmiştir.

Keywords: Mathematical modelling, cognitive perspective, cognitive modelling competencies, sixth grade students, real world problems.

GİRİŞ

Matematik eğitiminin amacı, matematiksel düşünme, problem çözme gibi becerilerin yanı sıra matematik ile gerçek yaşam arasındaki bağlantının fark edilmesini sağlamak olarak belirlenmiştir (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2009). Bu yüzden matematik derslerini planlarken günlük yaşam problemlerine yer verilmesi önemli görülmektedir (Bukova Güzel, Hıdıroğlu, Kula Ünver, Özaltun Çelik ve Tekin Dede, 2016). Ayrıca, matematik öğretiminde günlük hayattan örnekler kullanılmasının öğrencilerin motivasyonunu arttırdığı ve matematiği öğrenciler açısından daha anlaşılabilir hale getirdiği belirtilmektedir (Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Günlük hayat problemlerine yer verilen matematik eğitimi önemli hale gelmiştir ve böyle bir matematik eğitiminin ise matematiksel modelleme ile geliştirilebileceği söylenmektedir (Blum, 2011).

Matematiksel modelleme; gerçek dünyaya ait olayları matematiksel temsillerle analiz etme, tahmin yürütme, anlamlandırma süreci olarak tanımlanmaktadır (Garfunkel ve diğerleri, 2016). Matematiksel modelleme ile ilgili çalışmaların son on yılda artış gösterdiği ve yapılan çalışmalarla matematiksel modellemenin nasıl öğrenileceği ve nasıl öğretileceği konusunda önemli ilerlemeler kaydedildiği bilinmektedir (Andresen, 2020; Blum ve Niss, 1991; Borromeo Ferri, 2018; Lesh ve Doerr, 2003; Tekin Dede, 2018). Giderek artan araştırmalar matematiksel modellemenin eğitimdeki önemini ortaya çıkardığından birçok ülkede okul müfredatlarında da matematiksel modellemeye yer verildiği görülmektedir (Borromeo Ferri, 2020). Örneğin Almanya'da matematiksel modellemeye ilgi 1980'lerden itibaren artmıştır (Borromeo Ferri, 2018) ve bu ülkede öğretilen altı zorunlu matematik yetkinliğinden biri matematiksel modelleme olarak belirlenmiştir (Blum, 2011). Ülkemizde de öğretim programlarında öğrencilerin sorgulama, keşfetme, ilişkilendirme, genelleme becerilerinin geliştirilmesi için matematiksel modellemenin önemine vurgu yapılmıştır (MEB, 2013). Fakat yapılan çalışmalara göre, ders kitaplarında yer alan modelleme etkinlikleri sadece öğretilen kazanımın daha anlaşılır hale getirilebilmesi için görselleştirme ve somutlaştırma şeklinde ele alınmaktadır. Yani ders kitaplarında günlük hayat problemleri içeren matematiksel modelleme problemleri bulunmamaktadır (Çavuş Erdem, Doğan, Gürbüz ve Şahin, 2018). Matematik ders kitaplarında matematiksel modelleme problemlerine rastlanmasa da 2012 yılında uygulamaya konulan matematik uygulamaları dersinin içeriği incelendiğinde, matematiksel modelleme problemlerine yer verilmeye başlandığı görülmektedir. Ayrıca her 3 yılda bir yapılan PISA (Programme for International Student Assessment)-Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı sınavı, matematiği günlük hayat problemlerinde kullanabilme becerilerini ölçmektedir. 79 ülkenin katılımıyla 2018 yılında gerçekleştirilen PISA sınavında Türkiye'nin matematik alanındaki sıralaması, 42 olarak belirlenmiştir (MEB, 2019). Bu durum Türkiye'deki öğrencilerin gerçek hayat problemleri konusunda henüz yeterli deneyime sahip olmadığını ve matematiksel modellemeye müfredatta daha fazla yer verilmesi gerektiğini göstermektedir (Bakırcı, 2016). Benzer şekilde yapılan çalışmalarda da matematiksel modelleme problemleri ile çalışan öğrencilerin modelleme yeterliklerinin geliştiği (Blum, 2011) ve PISA matematik başarı düzeylerinin daha yüksek olduğu tespit edilmiştir (Bakırcı, 2016, s. 108). Tüm bunlara dayanarak matematik derslerinde modelleme problemlerine yer verilmesi ve öğrencilerin modelleme yeterliliklerinin belirlenerek bunların geliştirilebilmesine yönelik çalışmaların gerekliliği öne çıkmaktadır (Çavuş Erdem ve diğerleri, 2018). Bu nedenle, bu çalışmanın da temel amacı, ortaokul öğrencilerinin matematik derslerinde modelleme problemleriyle çalışmalarını sağlamak ve bilişsel modelleme yeterliliklerini ortaya çıkarmaktır. Bu amaç doğrultusunda, matematik uygulamaları dersi bağlamında altıncı sınıf öğrencilerine odaklanılarak, öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerini çözüm sürecindeki yeterlikleri ve süreç içerisindeki değişimleri gözlemlenmiştir. Yüksek lisans tez çalışmasının

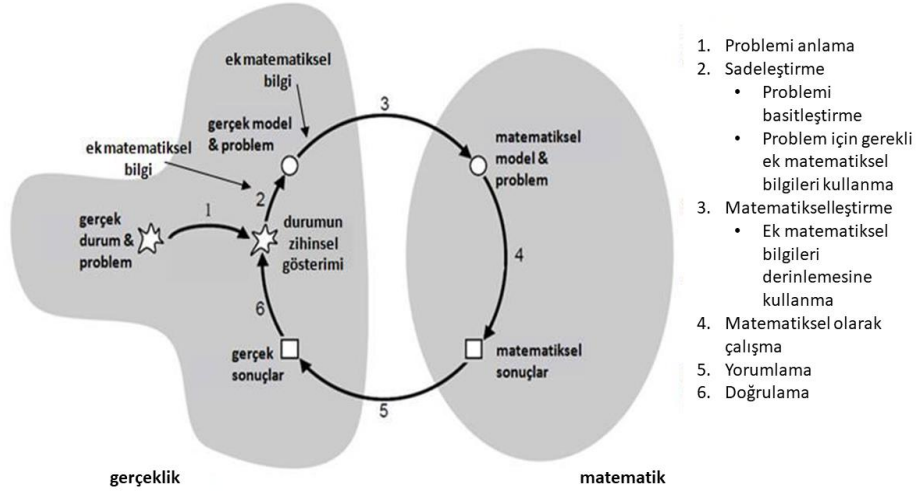
bir bölümünden oluşan bu çalışmada özel olarak bir matematiksel modelleme probleminin çözüm sürecine odaklanılmış ve bu problem bağlamında öğrencilerin nasıl ilerledikleri, süreç içerisinde neler yaptıkları veya zorlandıkları aşamaların neler olduğu belirlenmiştir.

1.1. Kuramsal Çerçeve

Literatüre bakıldığında matematiksel modellemenin nasıl öğretileceği ve nasıl öğrenileceğini inceleyen farklı perspektifler bulunmaktadır (Borromeo Ferri, 2018). Matematiksel modelleme ile ilgili teorik yaklaşımların, *Matematiksel Modellemeyi Öğrenme ve Matematiksel Modelleme ile Öğrenme* şeklinde iki ana başlıkta toplandığı görülmektedir (Erbaş ve diğerleri, 2016). 1960'lı yıllardan bu yana matematiksel modelleme ile ilgili yapılan araştırmalara bakıldığında, araştırmacıların benimsedikleri farklı felsefi paradigmalardan matematiksel modellemenin öğrenilmesi ve öğretilmesinde farklı modelleme perspektiflerini doğurduğu anlaşılmaktadır (Blomhøj, 2009). Kaiser ve Sriraman (2006), modelleme üzerine yapılan farklı bakış açılarına sahip çalışmalarını inceleyerek bu perspektiflerin benzer ve farklı yönlerini ele almışlardır. Buna göre; *Gerçekçi/Uygulamalı modellemede* öğrencilerin öğrendiği matematik bilgisini gerçek yaşam problemlerini çözebilmek için kullanmaları ve modelleme yeterliliklerini arttırmaları amaçlanmaktadır. Bu süreçte öğrencilerin modelleme çalışmaları bilgisayar programları ve teknoloji kullanımıyla desteklenmelidir. *Bağlamsal modelleme perspektifine göre, model oluşturma etkinlikleriyle* öğrencilerin matematiksel modelleme problemleri sayesinde kavramsal öğrenmelerini desteklemek hedeflenmektedir. *Eğitimsel modelleme* perspektifinde modelleme, matematik kazanımlarının öğretim sürecinde kullanılmakta ve öğrencilerin yaparak yaşayarak, keşfederek, bilgiyi yapılandırılmaları sağlanmaktadır. *Sosyo-eleştirel modelleme* perspektifinde ise ekonomi, sağlık, çevre problemleri gibi ülkelerin işleyişine yönelik sosyal problemler ele alınmakta, öğrencilerin eleştirel bir bakış açısı geliştirmeleri ve varsayımda bulunmaları beklenmektedir. Bu perspektifin özellikle Latin Amerika ülkelerinde geliştiği bilinmektedir (Barbosa, 2006). *Epistemolojik/ Teorik modelleme* bakış açısı *Gerçekçi/Uygulamalı modelleme* perspektifine benzemektedir. İlk perspektiften farklı olarak gerçek hayat durumlarından matematik öğretimi için daha genel teorilerin geliştirilmesi üzerine çalışılmaktadır. Öte yandan, *Bilişsel modelleme perspektifinde* modelleme sürecinde gerçekleşen bilişsel süreçlerin analiziyle öğrencilerin karşılaştıkları engelleri ve zorlukları açığa çıkarmak amaçlanmaktadır. Bu bakış açısı ile matematiksel modelleme yeterliliğinin geliştirilmesi hedeflenmektedir (Borromeo Ferri, 2018). Matematik eğitiminde modellemenin öğretilmesine yönelik ortaya çıkan bu farklı bakış açılarının, matematiksel modellemenin kuramsal yapısının sağlanmasına katkı sağladığı düşünülmektedir (Bukova Güzel ve diğerleri, 2016).

Yukarıda verilen farklı perspektifler düşünüldüğünde, belirlenen amaç doğrultusunda bu çalışmanın kuramsal çerçevesi olarak Borromeo Ferri (2007) tarafından geliştirilen “Bilişsel Modelleme Perspektifi” benimsenmiştir. Son yıllarda çalışılmaya başlanan bu çerçeve, modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin bilişsel süreçlerine odaklanan bir bakış açısı sunmaktadır (Ural, 2018). Bu perspektif, araştırmacılara modelleme sürecinde öğrencilerin zihinlerinde neler canlandığı ve yaşanan zorlukların modelleme döngüsünün hangi aşamasından kaynaklandığı konularında çerçeve sunmaktadır (Borromeo Ferri, 2018). Ayrıca bu perspektifin, öğrencilerin modelleme sürecinde yaşadığı bireysel engellerin analiz edilmesinde ve yaşadıkları engelleri aşmalarına yardımcı olacak eğitimsel önlemlerin alınmasında fayda sağlayacağı düşünülmektedir (Blomhøj, 2009). Özellikle durumun zihinsel gösterimi vurgusuyla bilişsel süreçlere odaklanan bu döngünün, hem araştırmacıya tespit ve geri bildirim imkanı vermesi hem de öğrencilere çözüm sürecinde rehberlik etmesi açısından bu çalışmanın kuramsal çerçevesi olarak kullanımının uygun olduğu düşünülmektedir.

Borromeo Ferri (2007) matematiksel modelleme sürecinde beklenen bilişsel becerileri; problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematiksel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama olmak üzere altı başlıkta incelemiştir (Şekil 1).



Şekil 1. Bilişsel Modelleme Döngüsü (Borromeo Ferri, 2007).

Problemi anlama aşamasında, öğrencilerin problemde verilen gerçek yaşam durumunu anlamlandırmaları ve zihinlerinde bir yapı oluşturmaları gerekmektedir. Sadeleştirme aşamasında, öğrencilerin çözüm için ihtiyaç duyulan bilgileri ayırt etmesi, eğer gerekli ise kendi yaşam deneyimlerinden yararlanarak eksik bilgileri tamamlaması beklenmektedir. Problemin çözümüyle ilgili sözel olarak ifade edilen varsayımların, düşüncelerin matematik diline çevrildiği basamak matematikselleştirme olarak adlandırılmaktadır. Bu aşamada öğrencilerin düşündüklerini matematiksel ifadeler, semboller, çizimler ile ortaya koyması beklenmektedir. Matematiksel olarak çalışma aşamasında, öğrencilerin, çözüm için oluşturdukları matematiksel model üzerinde çalışmalarını, matematiksel işlemler yaparak bir sonuç bulmalarını hedeflenmektedir. Yorumlama basamağında bulunan sonuçların gerçek hayat ile tutarlı olup olmadığının kontrol edilmesi gerekmektedir. Modellemenin son aşaması olan doğrulama basamağında öğrencilerin elde ettikleri sonuçları hem işlemsel olarak hem de gerçek hayatı baz alarak kontrol etmeleri beklenmektedir.

Bilişsel modelleme perspektifinde amaç, öğrencilerin modelleme sürecinde yaşadıkları zorlukları aşabilmek için hangi aşamada olduklarını belirlemek ve modelleme yeterliklerinin gelişmesine katkı sağlamaktır. Bu çalışmada da öğrencilerin matematiksel modelleme süreci, bir modelleme probleminde nasıl ilerledikleri, süreçte nasıl gelişim gösterdikleri inceleneceğinden bilişsel modelleme perspektifi kuramsal çerçeve olarak benimsenmiştir.

Kuramsal çerçeve olarak benimsenen bilişsel modelleme perspektifi bağlamında bu çalışmanın araştırma sorusu aşağıdaki şekilde belirlenmiştir:

Altıncı sınıf öğrencilerinin bir matematiksel modelleme problemine ilişkin çözüm süreçlerindeki bilişsel becerileri nelerdir?

YÖNTEM

Bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden biri olan durum çalışması deseninden yararlanılmıştır. Durum çalışması gerçek hayat bağlamında bir olayın derinlemesine incelendiği neden ve nasıl sorularının ele alındığı bir yöntem olarak tanımlanmaktadır (Yin, 2018). Bu anlamda, durum çalışmasında bir katılımcının, programın, uygulanan eğitimin çalışıp çalışmadığından ziyade nasıl çalıştığına odaklanılmaktadır (Yin, 2018). Bu çalışmada, bir matematiksel modelleme problemi bağlamında, öğrencilerin bilişsel modelleme yeterlikleri

kendi sınıf ortamlarında derinlemesine incelenmiştir. Böylelikle öğrencilerin bilişsel becerilerinin neler olduğu, hangi aşamada neden zorluk yaşadıkları ve bu zorlukları nasıl aştıkları belirlenmeye çalışılmıştır. Özel olarak bu çalışma bir matematiksel modelleme problemi bağlamında benzer özellikte olan beş grup ile yürütüldüğünden iç içe geçmiş tekli durum çalışması yöntemi ile gerçekleştirilmiştir (Yin, 2017). Bu çalışmada birinci yazar olarak yer alan araştırmacı, sınıfın matematik öğretmeni olup, çalışmayı matematik uygulamaları derslerinde gerçekleştirmiştir.

2.1. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları İç Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir ortaokuldaki altıncı sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Bu sınıfta, akademik olarak başarılı, orta düzeyde başarılı ve daha az başarılı 24 öğrenci bulunmaktadır. Çalışma sınıfta bulunan tüm öğrenciler ile birlikte yürütüldüğünden sınıf, beşer kişiden oluşan 4 grup ve dört kişiden oluşan 1 grup olmak üzere toplam 5 gruba ayrılmıştır. Öğrencilerin matematiksel modelleme problemi üzerinde işbirliği halinde çalışabilmesi için grup çalışması yönteminden yararlanılmıştır (Erbaş vd., 2016). Gruplar belirlenirken öğrencilerin akademik başarıları dikkate alınarak grupların heterojen yapıda olması sağlanmıştır. Böylece öğrencilerin akran öğrenme sürecinin desteklenmesi hedeflenmiş ve akademik olarak daha az başarılı öğrencilerin de çalışmaya dahil olması amaçlanmıştır.

2.2. Araştırma Tasarımı

Daha öncede belirtildiği üzere bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterliliklerine odaklanan bir tez çalışmasından bir kesit yansıtılmaktadır. Tez çalışması ön uygulama ve asıl uygulama olmak üzere iki aşamadan oluşmaktadır. Çalışmanın ön uygulama aşamasında öğrencilere literatürde yer alan 3 modelleme problemi (Bukova Güzel ve diğerleri, 2016) sorulmuş ve bu süreçte yaşadıkları zorluklar belirlenmiştir. Matematiksel modelleme döngüsünün öğrencilere tanıtılmasının onların matematiksel modelleme yeterliliklerinin gelişimine katkıda bulunacağına dair öneriler sebebiyle (Borromeo Ferri, 2018), öğrencilerin matematiksel modelleme problemlerine dair fikirleri oluştuktan sonra, bilişsel modelleme döngüsü öğrencilere tanıtılmıştır. Borromeo Ferri (2018) modelleme döngüsünün öğrencilere tanıtılmasının faydalarını şu şekilde açıklamaktadır;

- Öğrencilerin matematiksel modellemenin ne anlama geldiğini anlamalarına,
- Öğrencilerin modelleme problemlerini çözerken süreçte nerede olduklarını anlamalarına,
- Öğrencilerin modelleme sürecinde hangi basamaklardan geçtiğini, nelerin eksik olduğunu, üstbilişsel düzeyde düşünmelerine yardımcı olur.

Matematiksel modellemenin gelişmiş olduğu Almanya'da yapılan çalışmalarda da vurgulandığı üzere modelleme döngüsü öğrencilerin modelleme sorusu çözerken ne yaptıklarını daha iyi anlamalarına yardımcı olmaktadır (Blum ve Leiss, 2007). Tüm bunlara dayanarak, modelleme döngüsü öğrencilere tanıtıldıktan ve çözüm sürecinde döngüden nasıl yararlanacakları anlatıldıktan sonra çalışmanın asıl uygulama aşamasına geçilmiştir. Bu aşamada araştırmacı tarafından hazırlanan 3 farklı matematiksel modelleme problemi sorularak öğrencilerin modelleme sürecindeki bilişsel yeterlikleri incelenmiştir. Bu makalede özel olarak asıl uygulama aşamasında sorulan ilk modelleme problemi olan Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması probleminin (Ek 1'de verilmiştir) çözüm sürecine odaklanılmıştır. Bu problem belirlenirken, öğrencilerin matematik dersinde öğrendikleri çarpanlar ve katlar, alan hesabı gibi kazanımları içermesi, gerçek hayat problemi olması, öğrencilerin kendi hayat deneyimlerinden yani kendi okul bahçelerinden yola çıkarak çözüm üretmeye çalışması ve grup çalışmasına uygun olması gibi kriterler dikkate alınmıştır.

2.3. Veri toplama Süreci

Bu çalışmada gözlem, görüşme ve doküman gibi farklı veri toplama araçlarından yararlanarak öğrencilerin modelleme yeterlikleri hakkında ayrıntılı bilgi edinmek amaçlanmıştır (Karataş, 2015; Rossman ve Rallis, 2012). Grup çalışmaları esnasında her bir gruptan alınan ses kayıtları, tüm sınıfa hitaben gerçekleşen aktiviteler veya konuşmalar (örneğin öğretmenin tüm sınıfa verdiği yönergeler) için alınan ses kaydı, özel olarak bir gruptan alınan video kaydı, öğrenci çözüm kağıtları ve öğretmenin gözlem notları bu çalışmanın veri grubunu oluşturmaktadır.

Bilişsel modelleme süreçlerinin incelendiği bu çalışmada, öğrenciler modelleme problemi üzerinde çalışırken, problemi okumaları, problem hakkında konuşmaları, grup içinde problemde ne sorulduğu üzerine tartışmaları ve çözüm için neler yaptıkları, nasıl düşündükleri doğrudan gözlem yöntemiyle belirlenmiştir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Gruplar modelleme problemleri üzerinde çalışırken, öğrencilerle araştırmacı arasında yaşanan diyaloglar ve karşılıklı etkileşim sayesinde bilişsel süreçler açığa çıkarılmıştır (Patton, 1987). Klinik görüşme yönteminden yararlanan bu çalışmada araştırmacı, gruplara modelleme problemi üzerinde çalışırken problemde ne anladıkları, çözüm için gerekli verileri nasıl belirledikleri, nasıl bir model oluşturdukları, neden bu modeli tercih ettikleri, modellerinin gerçek hayata uygun olup olmadığı, hangi matematiksel işlemleri yaptıkları gibi sorular sormuştur. Bu sayede modelleme problemleri üzerinde çalışan öğrencilerin zihinlerinde neler canlandığı, bilişsel becerileri, hata veya yanlışları, karşılaştıkları zorluklar belirlenmeye çalışılmıştır.

Araştırma bir altıncı sınıfta bulunan 24 öğrencinin tamamıyla yürütüldüğünden, aynı anda sınıf içerisinde 5 farklı grup problem üzerinde çalıştığından bu süreçte veri kayıplarının önüne geçebilmek için tüm gruplardan ses ve bir gruptan video kaydı alınmıştır (Büyüköztürk vd., 2016). Gözlem ve görüşmenin yanı sıra bu araştırmanın önemli bir veri kaynağını çalışma kağıtları oluşturmaktadır. Araştırmacı, öğrencilerin süreç boyunca çalışma kağıtlarına aldıkları notları, yaptıkları işlemleri silmemelerini ayrıca düşündüklerini grup içinde tartıştıklarını, oluşturdukları modelleri, yapılan işlemlerin tamamını not almalarını istemiştir. Böylece, çalışma kağıtları öğrencilerin modelleme sürecinde sergiledikleri bilişsel becerilerin açığa çıkmasına yardımcı olmuştur. Gruplar çözümünü tamamladıktan ve sunumlarını yaptıktan sonra çözüm kâğıtları araştırmacı tarafından toplanmış, ses ve video kayıtlarıyla eş zamanlı olarak incelenmiştir. Böylece öğrencilerin çözüm sürecinde nasıl ilerledikleri, neler düşündükleri, çözüm için nasıl bir yol belirledikleri grup içi tartışmaları, hangi işlemleri yaptıkları ya da varsa yaptıkları hatalı işlemlerin neler olduğu belirlenmeye çalışılmıştır.

2.4. Veri Toplama Sürecinde Araştırmacının Rolü

Grup çalışmaları sırasında araştırmacı, gruplar arasında gezerek öğrencilerin çalışmalarını gözlemlemiş, zorlandıkları kısımlarda stratejik sorular sorarak matematiksel düşünme süreçlerini desteklemiş ve onlara çözüm sürecinde rehberlik etmiştir (Blum ve diğerleri, 2009). Gerekli durumlarda "Problemi okuduğunuzda zihninizde neler canlanıyor?", "Problemin ilgili kısmına dikkat ettiniz mi?", "Sizce geliştirdiğiniz varsayım gerçek hayata uygun mu?", "Grup içinde problemi anlamak adına bir tartışma yürüttünüz mü?" gibi sorular sorarak öğrencileri grup çalışmasına, grup içi tartışmaya yönlendirmiş ve çözümleriyle ilgili varsa hatalarına dikkat çekmeye çalışmıştır.

2.5. Veri Analizi

Bu çalışmada veriler, Corbin ve Strauss'un (2015) kuramsal çerçeveye bağlı içerik analizi yönteminden yararlanılarak ve Borromeo Ferri'nin (2007) bilişsel modelleme döngüsü kuramsal çerçeve alınarak analiz edilmiştir. İçerik analizinde amaç, birbiriyle bağlantılı verileri belirleyerek bunları belirli kodlar ve temalar altında birleştirmek ve yorumlamaktır. Kuramsal çerçevesi belli olan araştırmalarda, temalar kuramsal çerçeveye göre belirlenebilmektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Bu çalışmada da kuramsal çerçeve bilişsel modelleme perspektifi

olduğundan, temalar bu perspektife bağlı kalınarak belirlenmiştir. Bu süreçte öğrencilerin modelleme problemleri üzerinde çalışırken yaptıkları çözümler, gözlemci notları ve transkriptler eş zamanlı incelenerek, modelleme sürecindeki bilişsel yeterlikleri kuramsal çerçeve bağlamında değerlendirilmiş ve kodlar belirlenmiştir. Tablo 1’de bilişsel modelleme döngüsü bağlamında elde edilen kodlar verilmiştir.

Tablo 1. Modelleme Basamakları Altında Belirlenen Kodlar

Modelleme Basamakları	Kodlar
Problemi Anlama	Problemi okuma Not alma ve isteneni belirleme Problem durumunu açıklama
Sadeleştirme	Gerekli veriyi ayırt etme Varsayımda bulunma
Matematikselleştirme	Varsayımda bulunma Gerçek hayat deneyimlerini matematiğe aktarma ve model oluşturma Modeli geliştirme
Matematikselsel Olarak Çalışma	Model üzerinde matematiksel işlem yapma Matematikselsel bilgiyi kullanma Çözüm için gerekli olmayan işlemler yapma
Yorumlama	<i>(Çalışma esnasında herhangi koda ulaşlamamıştır.)</i>
Doğrulama	<i>(Çalışma esnasında herhangi koda ulaşlamamıştır.)</i>

Kodlar belirlenirken, ses ve kamera kaydı ile öğrenci çözüm kâğıtları eş zamanlı incelenmiş ve bilişsel modelleme basamaklarıyla ilişkilendirilmiştir. Örneğin; grupların modelleme problemini okuyup üzerine tartışmaları, grup arkadaşlarına problemi anlatmaları ve kendi yorumlarını söylemeleri problemi anlama adına yapılan çalışmalar olduğu için problemi anlama aşamasıyla ilişkilendirilmiştir.

2.6. Güvenirlik Geçerlik

Durum çalışmalarında üç veya daha fazla veri kaynağından elde edilen bilginin aynı sonucu işaret etmesinin geçerlik ve güvenilirliği arttırdığı belirtilmektedir (Yin, 2017). Bu anlamda, çalışmanın geçerlik ve güvenilirliğini sağlamak amacıyla çeşitli veri toplama yöntemleri kullanılmış ve veri çeşitlemesine gidilmiştir (Creswell, 2017). Özel olarak, yapısal geçerliği arttırmak için gözlem, görüşme ve doküman gibi farklı veri toplama kaynaklarından yararlanılmış, grup çalışmaları sırasında ses kayıtları alınmış, bir grubun kamera kaydı alınmış, öğrenci çözüm kâğıtları toplanmış, süreç esnasında ve süreçten hemen sonra araştırmacının tuttuğu gözlem notlarından faydalanılmıştır (Akar, 2016).

BULGULAR

Altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterliklerinin incelendiği bu çalışmada, öğrencilerin modelleme sürecindeki bilişsel aktiviteleri problemi anlama, sadeleştirme, matematikselleştirme, matematikselsel olarak çalışma, yorumlama ve doğrulama aşamaları altında

açıklanmıştır. Bu bölümde bilişsel modelleme perspektifi çerçevesinde grupların çözüm sürecinden elde edilen bulgular verilmiştir.

3.1. Problemi Anlama

Bilişsel modelleme perspektifinin ilk basamağı olan problemi anlama aşamasında öğrencilerin problemde verilen gerçek yaşam durumunu anlamlandırmaları ve zihinlerinde bir yapı oluşturmaları gerekmektedir. Bu aşamada genel olarak grupların problemi okudukları, grup içinde problem hakkında konuştukları, problemde önemli gördükleri kısımları belirledikleri ve bunları not aldıkları belirlenmiştir. Ancak yapılan bu çalışmaların problemi anlamak için yeterli olmadığı, verilen ve istenenleri tam olarak incelemedikleri, daha problem anlaşılmeden matematiksel işlemler yapmaya yöneldikleri gözlemlenmiştir. Problem anlaşılmeden matematiksel işlemlere geçtikleri için, çözüm sürecinde problemi anlama aşamasına geri dönmeleri gerekmiştir. Problemi anlama başlığı altında çalışma süresince açığa çıkan kodlar problemi okuma, not alma ve isteneni belirleme, problem durumunu açıklama olarak belirlenmiştir. Aşağıda bunlara yönelik bulgular verilmiştir.

3.1.1. Problemi Okuma

Problemi okuma, problemi anlama aşamasında tüm gruplar tarafından ilk olarak gerçekleştirilen eylem olmuştur. Grup 2'deki öğrencilerin bireysel olarak problemi okuduktan sonra, birbirleri ile problemde önemli gördükleri kısımları konuştukları diyalog kesiti aşağıda verilmiştir.

Eylül: Problemi okudunuz mu?

Deniz: Okuduk.

Selin: Okuduk, ilk önce problemi anlayalım.

Eylül: Anladınız mı?

Deniz: Yani, evet.

Eylül: Bizim için burada önemli yerler var. Mesela ağaçlarımızın tüm bahçeyi kaplamaması gerekmekte. Birde beden eğitimi falan yapılıyor. Birinci olarak önemli olan ne?

Deniz: En fazla ağacı dikmek ve beden eğitimi dersi için alan kalması

Selin: Fidanlar arası mesafe kalması..

Problemi okuma, sadece ilk başta yapılan bir eylem değil, süreç boyunca devam eden bir eylem olmuştur. Öğrencilerin problemle ilgili takıldıkları noktalarda tekrar tekrar problemi okudukları gözlemlenmiştir. Aşağıda verilen diyalog kesitinde öğrencilerin problemi tekrar okuma ihtiyacı hissettikleri görülmektedir.

Tuna: Çamlar arası mesafe daha kısa.

Eylül: Olabilir ama bunlardan birini dikmek zorunda mıyız? Nerede yazıyor o? Bir daha bir okusak, Şurayı okusak. (Problemin ilgili bölümünü gösterir.)

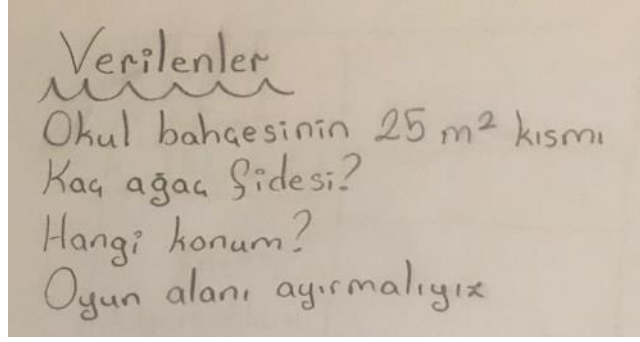
Tuna: Burada hangi ağacı dikeceğimizi söylememiş ki.

Deniz: Çam ve ihlamur fidan dikim aralıkları diyor.

Öğrenciler, bazen problemi anlamakta zorluk yaşadıkları, bazen hatalı çözümler yaptıkları için ya da araştırmacının problemin ilgili kısmına dikkat çekmesi üzerine problemi tekrar gözden geçirmişlerdir.

3.1.2. Not Alma ve İsteneni Belirleme

Problemi okuduktan sonra, verilenler istenenler gibi bilgileri öğrencilerin not aldığı aslında problemi daha sade bir hale getirdikleri gözlemlenmiştir. Şekil 2'de Grup 1'deki öğrencilerin problemde verilen bilgilerden önemli gördükleri kısımları ve çözüm sürecinde dikkate almaları gereken ifadeleri not aldıkları görülmektedir.

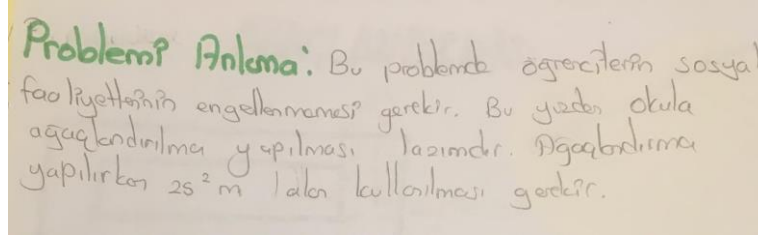


Şekil 2. Not Alma ve İsteneni Belirleme

Burada öğrencilerin okul bahçesine dikilecek ağaçları planlarken bahçenin farklı kullanım amaçlarına da dikkat ederek, konum ve oyun alanını da not almaları, rutin bir problem ile modelleme problemi arasındaki farklara dikkat etmeye başladıklarını ve bunu çözüm sürecine yansıttıklarını göstermektedir. Çünkü bu problemde amaç sadece kaç tane ağaç dikileceğini matematiksel olarak hesaplamak değil, bu ağaçların nasıl konumlandırılacağına karar verirken bahçenin farklı kullanım amaçlarına da dikkat etmektir. Bu anlamda öğrencilerin problemi anladıkları ve not almayı etkili bir şekilde kullandıkları söylenebilir.

3.1.3. Problem Durumunu Açıklama

Uzun metinli bir gerçek hayat problemini anlamaya çalışan öğrencilerin, grup içinde problem hakkında konuştukları ve problem durumundan anladıklarını kendi cümleleriyle yazdıkları belirlenmiştir. Aşağıda verilen Şekil 3'te Grup 3'deki öğrencilerin çalışma kağıdından bir kesit verilmiştir.



Şekil 3. Problem Durumunu Açıklama

Grup 3'teki öğrencilerin aldıkları nota bakıldığında sadece ağaç dikim alanına değil, bahçenin farklı kullanım amaçlarına da dikkat ettikleri görülmektedir.

3.2. Sadeleştirme

Bu aşamada öğrencilerin çözüm için ihtiyaç duyulan bilgileri ayırt etmeleri, eğer gerekli ise kendi yaşam deneyimlerinden yani ön bilgilerinden yararlanarak problemde verilmeyen verileri tamamlamaları beklenmektedir. Sadeleştirme başlığı altında çalışma süresince açığa çıkan kodlar gerekli veriyi ayırt etme ve varsayımda bulunma olarak belirlenmiştir. Aşağıda bunlara yönelik bulgular verilmiştir.

3.2.1. Gerekli Veriyi Ayırt Etme

Okul bahçesinin ağaçlandırılması problemi uzun metinli bir modelleme problemidir. Bu sebeple öğrencilerin problemin çözümünde gerekli olan bilgileri özetlemek için not aldığı yani problemi sadeleştirdiği görülmüştür. Öğrencilerin problemi okuduktan ve problem durumunu anladıktan sonra grup arkadaşlarıyla birlikte problemde önemli kısımları belirledikleri, Grup 2'deki öğrenciler arasında aşağıda verilen diyalog kesitinde görülmektedir.

Selin: Önemli olan yerleri belirleyelim.

Eylül: Fosforlu kalemle çizelim. Şimdi neresi var?

Selin: 25 metrekare olması.

Eylül: Ağaçlandırma çalışmalarının okuldaki diğer aktiviteleri az etkilemesi

Deniz: Son cümleyi tamamen çizeceğiz.

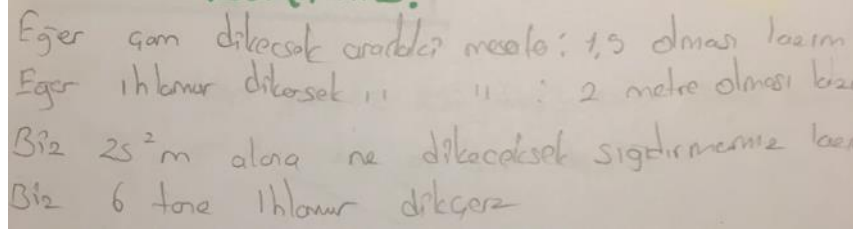
Eylül: Şimdi biz önemli yerleri belirledik.

Deniz: Gerekli bilgileri belirledik.

Yukarıda verildiği gibi grup içinde gerçekleşen bu diyaloglar, öğrencilerin problemi sadeleştirme adına çalışma yürüttüklerini göstermektedir.

3.2.2. Varsayımda Bulunma

Problem üzerinde çalışırken öğrencilerin model oluşturmadan önce çeşitli varsayımlarda buldukları gözlemlenmiştir. Bu varsayımlar henüz matematiksel işlemlerle denenmemiştir ve öğrencilerin grup içinde oluşturabilecekleri model hakkındaki konuşmalarından oluşmaktadır. Aşağıda Şekil 4'te çözüm kâğıdından verilen kesitte Grup 3'teki öğrencilerin çam ve ıhlamur ağaçları arasındaki mesafeyi ve bahçede ağaç dikilecek alanı not aldıkları görülmektedir. Bununla birlikte kaç tane ağaç dikileceğine dair bir varsayımda bulunmuş olsalar da henüz matematiksel bir gösterim gerçekleştirilmemiştir.



Şekil 4. Varsayımda Bulunma

Öğrencilerin bu varsayımı üzerine araştırmacı neden ıhlamur dikmeyi planladıklarını sormuştur. Aşağıda verilen diyalogda öğrenciler, ıhlamur ağacını seçmelerinin sebebinin dikim mesafesinin tam sayı olması ile açıklamışlardır. Yani öğrenciler çam ağacının dikim mesafesi olan 1,5 metre (ondalık sayı) ile işlem yapmak istemedikleri için ıhlamur ağacı dikmeyi tercih ettiklerini söylemişlerdir.

İlgin: Biz okul bahçesine çam ağacı yerine ıhlamur dikmeye karar verdik.

Araştırmacı: Neden öyle düşündünüz?

İlgin: Çünkü daha aralıklı oluyor 2m 2m olunca daha geniş oluyor işe yarıyor.

Araştırmacı: Ne anlamda işe yarıyor? Ama 1,5 dikerseniz de daha çok ağaç dikersiniz.

Çağan: Ama öyle tam bulamıyoruz. (Çam ağacının dikim aralığının 1,5 metre olmasından dolayı tam bulamadıklarını söylemektedir).

Problemdeki öncüllere ve gerçek hayata uygunluğuna dikkat etmek yerine öğrencilerin burada işlem kolaylığını tercih ettikleri anlaşılmaktadır. Araştırmacı sadece işlem kolaylığına bakarak bir varsayımda bulunmanın gerçek hayat bağlamına uygun olmadığını öğrencilere fark ettirmeye çalışmıştır.

3.3. Matematikselleştirme

Problemin çözümüyle ilgili sözel olarak ifade edilen varsayımların, düşüncelerin matematik diline çevrildiği basamak matematikselleştirme olarak adlandırılmaktadır. Bu aşamada öğrencilerin problemde verilenlere ve istenenlere dikkat ederek çözüm için bir model oluşturmaları beklenmektedir. Matematikselleştirme başlığı altında çalışma süresince açığa çıkan kodlar varsayımda bulunma, gerçek hayat deneyimlerini matematiğe aktarma ve model oluşturma, modeli geliştirme olarak belirlenmiştir. Aşağıda bunlara yönelik bulgular verilmiştir.

3.3.1. Varsayımda Bulunma

Modelleme sürecinde çözüm için oluşturacakları modeli belirlerken öğrencilerin bazı varsayımlarda buldukları fark edilmiştir. Matematikselleştirme olarak ele alınan bu varsayımlar doğrudan model oluşturma ile ilgilidir. Aşağıda örnek olarak verilen diyalog kesitinde Grup 4'teki öğrenciler çarpanlara ayırma konusunu hatırlayarak 25 m^2 'lik bir alan elde etmek için hangi sayıların çarpılması gerektiğini belirlemişler ve modellerini bu varsayım üzerinden kurmaya karar vermişlerdir.

Melis: Hocam biz çarpanlara göre yaptık. 25 bulabileceğimiz sayıları bulmaya çalıştık. Bir kenarı 4 bir kenarı 5 olan bir alan bir de bir kenarı 5 bir kenarı 1 olan bir alan, ikisini toplayınca 25 oluyor.

Araştırmacı: Aynı alanlar kullanmışsınız böyle de yapabilirsiniz tabii ki. Peki ağaçları nasıl dikmeyi planlıyorsunuz?

Ece: Yani şöyle bir kareye mesela... Ihlamurun daha çok yere ihtiyacı olduğu için burayı verebiliriz.... (Ses kaydı olduğu için öğrencinin nereyi gösterdiği bilinmemektedir)

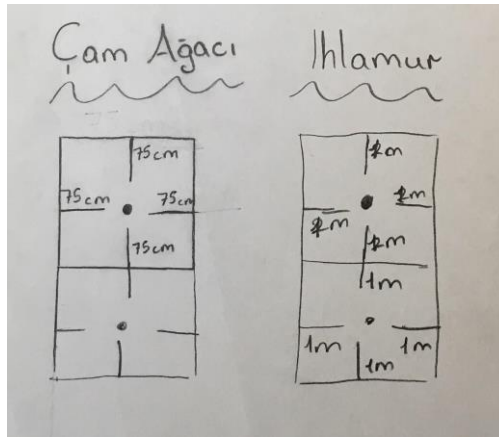
Araştırmacı: Ağaçları nasıl dikeceğinizi de belirleyin ve kaç fidan gerektiğini de hesaplamaya çalışın.

Çarpanlar ve katlar konusunu çözüm sürecinde kullanmaları öğrencilerin matematik dersinde öğrendikleri kazanımları gerçek hayat problemleri ile ilişkilendirdiklerini ve buna dayanarak varsayımda bulduklarını göstermektedir. Araştırmacı burada öğrencilere ağaçları nereye dikileceğini sorarak bu varsayımlarını model oluşturmak için kullanmaları yönünde teşvik etmektedir.

3.3.2. Gerçek Hayat Deneyimlerini Matematiğe Aktarma ve Model Oluşturma

Gerçek yaşama uygun modeller üretebilmek için öğrencilerin gerçek yaşam deneyimlerinden yola çıkmaları gerekmektedir. Bu problemde de öğrencilerin model oluştururken okul bahçesinde gördükleri ağaçlardan yola çıktıkları aşağıda verilen diyalog kesitinden ve Şekil 5'ten anlaşılmaktadır.

Duru: Çarpanlar ve katlar özelliğini kullanacağımızı anladık. Bahçede de gördüğümüz gibi mesafeler vardır duvara karşı... Şurada (çam ağacı modelini kastetmektedir) onun yarısını yaptık ve 75 cm oldu. Çam ağaçları arasındaki mesafe de 1,5 m oldu.



Şekil 5. Model Oluşturma

Yukarıda verilen Şekil 5'de öğrencilerin gerçek yaşama dikkat ederek oluşturdukları matematiksel modelde ağaçların dikim aralıklarına ve nasıl konumlandırılacağına dikkat ettikleri görülmektedir. Burada nokta olarak belirttikleri kısım ağacın dikileceği yer ve etrafındaki mesafelerde bırakılması gereken boşlukları göstermektedir.

3.3.2. Modeli Geliştirme

Süreç içerisinde öğrenciler varsayımlarını geliştirerek, daha ideal, gerçek hayata daha uygun modellere ulaşmışlardır. Problemi okuduktan sonra ilk oluşturdukları varsayım ve buna göre elde ettikleri modeldeki eksik ve hataları grup içi tartışmalarla ya da araştırmacının rehberliğiyle fark edip modellerini geliştirmişlerdir.

Aşağıda verilen diyalog kesiti ve Şekil 6'da Grup 2'nin model oluşturma sürecini incelediğimizde, öğrencilerin ilk aşamada çam ve ıhlamur ağaçlarını yan yana dizdikleri ve çam ve ıhlamur ağaçları arasına hem 1,5 metre hem de 2 metre mesafe bıraktıkları anlaşılmaktadır. Ayrıca oluşturdukları modelde ağaçların dikim alanının enini hesaba katmadıkları yani tek boyutlu düşündükleri de belirlenmiştir.

Tuna: İşte benim dediğim çam çam ıhlamur diye gidip bir tane daha çam yaptığımızda tam oluyor.

Eylül: O zaman çizelim. (Deniz modeli çizmeye başlar çam ağacı ardından 1,5 metre boşluk sonra tekrar çam ağacı ardından 2 metre boşluk ve ıhlamur ağacı (Şekil 5))

Tuna: Çam ıhlamur şeklinde gideceğiz sonunda 2 tane çama ihtiyacımız var. toplayınca 5 oluyor.

Selin: Çam ıhlamur çam şeklinde de olabilir.

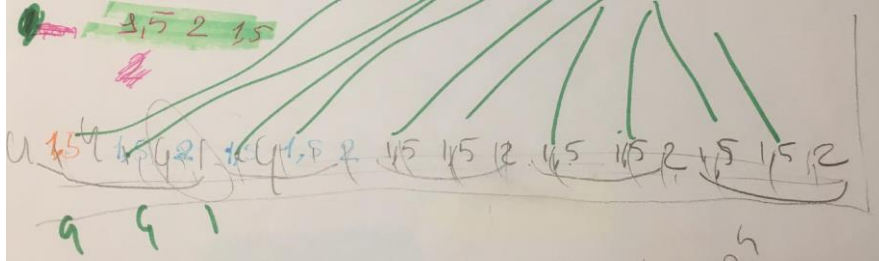
Deniz: Çam çam ıhlamur...

Eylül: 1 ıhlamur, 2 çam. Öyle mi yapalım? Örüntü gibi. (Modeli oluşturmaya devam ederler)

Araştırmacı: Neler yaptınız?

Eylül: İlk önce önemli yerleri belirledik. Sonrada bir örüntü oluşturmaya çalıştık. 1,5 metre, 1,5 metre, 2 metre şeklinde ilerlerse toplamda 5 metre ediyor.

Araştırmacı: Peki çam ve ıhlamur ağaçları arası mesafe ne kadar olmalı? Bu çözüme göre hem 1,5 metre hem 2 metre aralık bırakmış oldunuz. Tabii bu arada alan hesabı yapmanız gerektiğini unutmayın. İki boyutlu bir şekilde çalışıyorsunuz. Bakın fidan dikimlerinin kare şeklinde olacağı soruda yazıyor. Yani sadece düz bir çizgi değil.



Şekil 6. Modeli Geliştirme-1

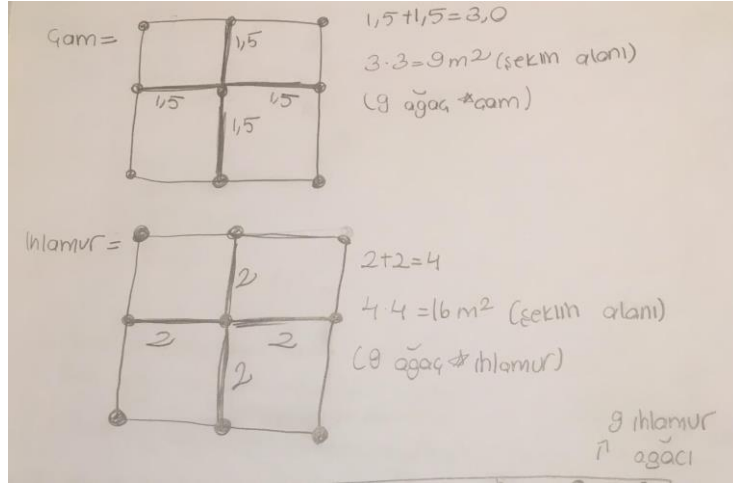
Grup 2'deki öğrencilerin, uzunlukları toplayarak alan elde edeceklerini varsaydıkları anlaşılmaktadır. Araştırmacı öğrencilere tek boyutlu değil iki boyutlu bir şekil üzerinde çalışacaklarını ve alan hesabı yapacaklarını hatırlatmıştır. Bunun üzerine çalışmaya devam eden öğrencilerin geliştirdikleri yeni varsayımlarına ait diyalog kesiti ve buna bağlı olarak oluşturdukları model (Şekil 7) aşağıda verilmiştir.

Eylül: 25 m²'lik alan için, mesela bunu bir dikdörtgen olarak düşünürsek bir tarafı 25 bir tarafı 1, bir tarafı 5, diğer tarafı 5 öyle düşündük. Oradan ilerlemeye çalışacağız.

Araştırmacı: Oradan ilerleyebilirsiniz.

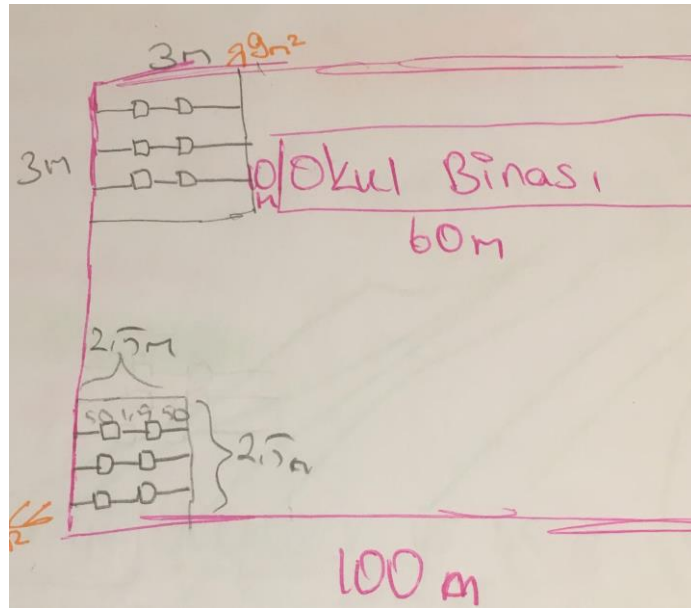
Grup 2'deki öğrencilerden Eylül ile araştırmacı arasında geçen diyalogda Eylül, alan kavramını anladıklarını ve ağaçların dikileceği yerin alanını 25'in çarpanlarına göre hesaplayacaklarını anlatmaktadır. Öğrencilerin zihninde problem durumunun daha somut hale geldiği görülmektedir. Çözümlerinde alan kavramına dikkat ettikleri, modellerini kurarken tek

boyutlu düşünmedikleri, ancak bu sefer de köşelerdeki ağaçlardan sonra mesafe bırakmadıkları aşağıda verilen çözüm kâğıdında (Şekil 7) görülmektedir.



Şekil 7. Modeli Geliştirme-2

Grup 2'de öğrenciler, köşelere dikmeyi planladıkları ağaçlar konusunda uyarılmışlardır. Ayrıca problemde verilen dikim mesafeleri öğrencilere hatırlatılmıştır. Araştırmacı diğer gruplarda da benzer yanılgılar gözlemlediği için öğrencileri okul bahçesine indirerek ağaçların dikim aralıklarını, bahçe duvarı ile ağaçlar arasındaki mesafeyi gözlemlenmelerini sağlamıştır. Yapılan ağaç gözleminde sonra öğrencilerin modelini geliştirdiği ve gerçek yaşama daha uygun bir model oluşturdukları Şekil 8'de görülmektedir.



Şekil 8. Modeli Geliştirme-3

Son oluşturdukları modelde (Şekil 8) öğrencilerin hem ağaçlar arası mesafeye hem de ağaçların dikim şekline dikkat ettiği görülmektedir.

3.4. Matematiksel Olarak Çalışma

Modelleme basamağının bu aşamasında öğrencilerin, çözüm için oluşturdukları matematiksel model üzerinde çalışmalarını, matematiksel işlemler yaparak bir sonuç elde etmeleri gerekmektedir. Matematiksel olarak çalışma basamağı altında çalışma süresince açığa çıkan

kodlar, model üzerinde matematiksel işlemler yapma, matematiksel bilgiyi kullanma, çözüm için gerekli olmayan işlemler yapma olarak belirlenmiştir.

3.4.1. Model Üzerinde Matematiksel İşlem Yapma

Matematiksel bir model oluşturan öğrencilerin model üzerinde çalışarak matematiksel bir sonuç elde ettikleri belirlenmiştir. Aşağıda Grup 5 ve araştırmacı arasında geçen diyalog kesitinde öğrencilerin yaptıkları matematiksel işlemleri anlattıkları görülmektedir.

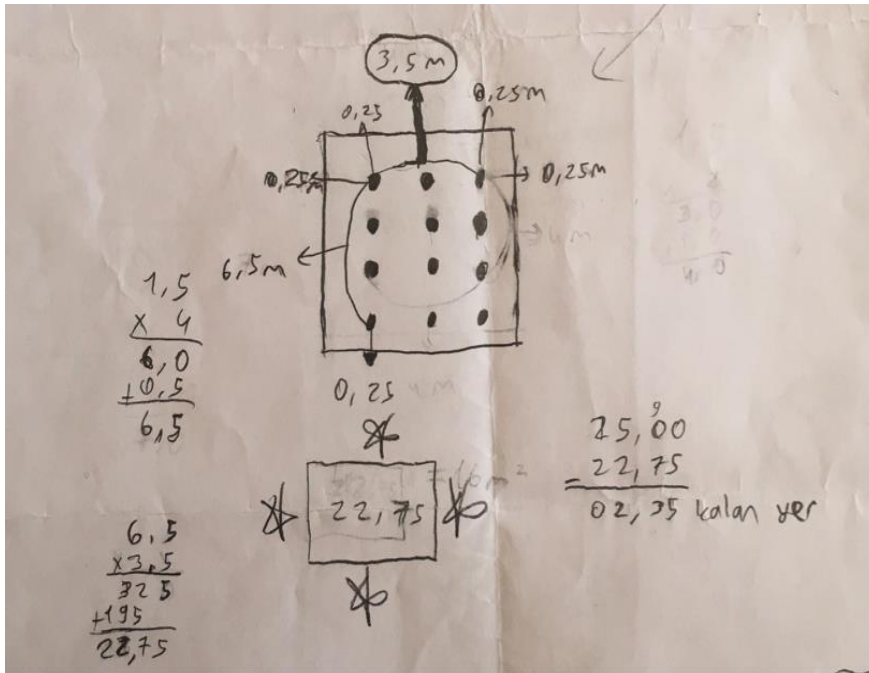
Betül: Biz buraya 9 tane fidan dikmeyi düşündük. Kenarlardan yukardan aşağıdan yarım metre boşluk bırakarak yaptık. Bu fidanlar çam, bunların arasında 1,5 metre boşluk var. Buradan yarım metre, buradan yarım metre (Sağ ve sol kenarı kastetmektedir) boşluk olduğu için toplamda 1 metre kenarlardan boşluk var. 3 metrede fidanların arasında boşluk var. 4 metre burası (dikim alanının eni), 4 metre de burası (Dikim alanının boyu) yani 16 metrekare.

Araştırmacı: Ama daha fazla yeriniz var.

Betül: Evet 9 metrekare yerimiz kalıyor.

Araştırmacı: O zaman modelinizi büyütebilirsiniz. Daha fazla ağaç fidanı dikebilirsiniz kalan 9 metrekarelik bölümü de kullanmak için.

Öğrenciler ağaçların nasıl dikileceğiyle ilgili bir model geliştirmiş ve bu model üzerinde matematiksel işlemler yapmışlardır. Ancak problemde verilen 25 metrekarelik alanın tamamını kullanmamışlardır. Araştırmacı bu noktaya dikkat çekerek öğrencileri alanın tamamını kullanmaları için teşvik etmiştir. Aşağıda verilen Şekil 9'da öğrencilerin yaşanan diyalogdan sonra oluşturdukları model ve yaptıkları matematiksel işlemler verilmiştir. Burada öğrencilerin hem ağaç dikim aralıklarına dikkat ederek bir model oluşturdukları hem de dikim alanını genişlettikleri görülmektedir.



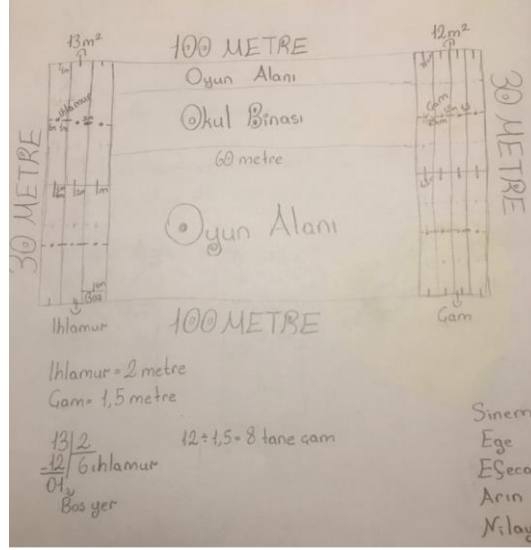
Şekil 9. Matematiksel Olarak Çalışma

Ancak Grup 5'in çözüm kağıdına bakıldığında ağaçları okul bahçesinde nereye konumlandıracakları üzerine çalışmadıkları anlaşılmaktadır. Oysaki problemde okul bahçesinin farklı amaçlar için kullanıldığı ve bu sebeple ağaçların uygun bir şekilde konumlandırılması gerektiği yazmaktadır. Buradan matematiksel bir sonuç bulunduğu öğrencilerin çalışmayı sonlandırdıkları görülmektedir.

3.4.2. Matematiksel Bilgiyi Kullanma

Matematiksel olarak çalışma aşaması öğrencilerin gerçek hayat problemine bir çözüm geliştirirken matematik bilgilerini kullanmalarını gerektirmektedir. Matematiksel ön bilginin eksikliği sebebiyle öğrencilerin bu aşamada zorluk yaşadıkları bilinmektedir.

Çam ve ıhlamur ağaçlarının nasıl dikileceğini model üzerinde gösteren Grup 1'deki öğrenciler, 25 metrekarelik alana kaç tane ağaç dikileceğini bölme işlemiyle hesaplamaya çalışmışlardır. Aşağıda verilen Şekil 10'da okul binasının sağ ve sol bölümünde 12 metrekarelik ve 13 metrekarelik iki ayrı alan belirledikleri ve bu alanlara kaç tane ağaç dikileceğini bulmak için alanı ağacın dikim aralığına böldükleri görülmektedir.



Şekil 10. Matematiksel Olarak Çalışma-Hatalı

Grup 1'deki öğrenciler, ağaçların dikim şeklini yani gerçek hayat bağlamını dikkate almadan işlem yaptıkları için elde ettikleri sonuçlar matematiksel olarak hatalı olmuştur. Öğrencilerin yaptıkları işlemlere bakıldığında (Şekil 10), matematiksel olarak problemin nasıl çözüleceği, hangi işlemin neden yapılacağı ile ilgili yeterli bilgileri olmadığı anlaşılmaktadır.

3.4.3. Çözüm İçin Gerekli Olmayan İşlemler Yapma

Öğrencilerin problemde verilenler ve istenenler üzerine düşünmeden matematiksel işlemler yapmaya başladıkları gözlemlenmiştir. Grup 2, Grup 4 ve Grup 5'teki öğrencilerin problemde verilen kenar uzunluklarını kullanarak çevre ve alan hesabı yaptıkları belirlenmiştir. Aşağıda bu durum ile ilgili Grup 4'teki öğrenciler ile yaşanan diyalogdan bir kesit verilmiştir.

Eren: 100 ile 30'u çarparsak 3000 eder.

Mehdiye: Evet!

Eren: Burası 600, burası 3000 (Kağıt üzerinde okul ve bahçenin alanını gösterir.)

Naz: 30 ile 100'ü çarparak 3000 dediniz bu o zaman bahçenin alanı değil mi?

Mehdiye: Ama okulla birlikte.

Naz: O zaman şurasının bu okulun dışındaki yerlerin alanı 2400 değil mi? Şimdi bunu bizim yaptığımız örüntü ile birlikte düşünelim. Biz ne bulduk? 5 tane ıhlamur, 10 tane çam.

Mehdiye: 15 tane ağaç

Naz: Metrekare ile metre dediği....

Mehdiye: Yani metrekare alan.

Naz: Benim biraz kafam karıştı.

Öğrenciler okul ve bahçenin alanını hesaplamışlar ve bu bilgileri ağaçların dikimi için geliştirdikleri varsayım ile birlikte kullanmaya çalışmışlardır. Ancak okul ve bahçenin alanı problemin çözümü için hesaplanması gereken bir veri olmadığından, ağaç dikim aralıklarıyla yaptıkları alan hesabı arasında bir ilişki kuramamış oldukları görülmektedir. Benzer şekilde Grup 5'teki öğrencilerin de okul bahçesinin ve okulun alanını hesapladıkları belirlenmiştir. Ancak elde ettikleri bu bilgiyi yine problemin çözüm süreciyle bağdaştıramadıkları aşağıda verilen diyalog kesitinde görülmektedir.

Yağmur: Biz bu bahçenin alanını bulduk okul binasını saymazsak alanı 2400 metrekare.

Araştırmacı: Peki, bu bilgi ne işinize yaradı?

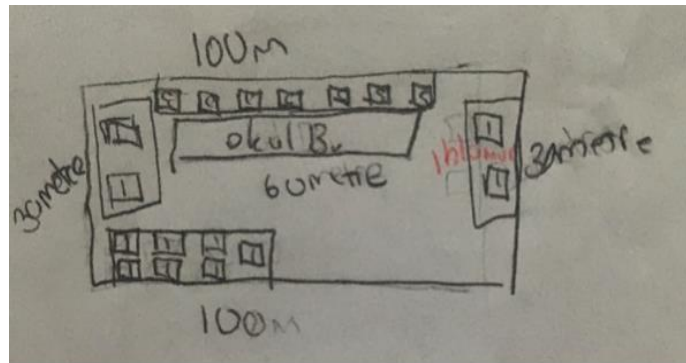
İzzet: Sonradan hiçbir işimize yaramadığını gördük.

Geleneksel problemlerde verilen her bilginin işlem sürecinde kullanılması ve eğer bir geometrik şekil verilirse alan ve çevre hesabı yapılmasına alışkın öğrencilerin problemde verilen ve istenenleri sorgulamadan ilerledikleri düşünülmektedir. Ayrıca yaşanan diyaloglardan, öğrencilerin de alan ve çevre hesabını çözüm sürecinde kullanmayacaklarının farkında oldukları anlaşılmaktadır.

3.5. Yorumlama ve Doğrulama

Modellemenin yorumlama aşamasında bulunan sonuçların gerçek hayat ile tutarlılığı, doğrulama aşamasında bulunan sonuçların hem işlemsel hem de gerçek hayat bağlamında kontrol edilmesi gerekmektedir. Çalışma boyunca yorumlama ve doğrulama aşamalarının en çok ihmal edilen basamaklar olduğu tespit edilmiştir. Öğrencilerin matematiksel bir sonuç bulduktan sonra çalışmayı sonlandırdığı ve elde ettikleri sonuçların gerçek hayatla tutarlılığı üzerine bir tartışma yürütmedikleri görülmüştür. Bu duruma Grup 2'deki öğrencilerin çam ve ıhlamur ağaçlarını yan yana konumlandıkları Şekil 6'daki modelleri örnek gösterilebilir. Burada öğrenciler ağaç dikim şekline dikkat etmeden sadece dikim aralıklarını baz alarak tek boyutlu bir model oluşturmuşlardır. Yorumlama basamağı adına herhangi bir tartışma yürütmedikleri içinde modellerindeki bu hatayı fark etmedikleri düşünülmektedir.

Grupların genel olarak doğrulama basamağı üzerine de çalışma yapmadıkları belirlenmiştir. Örnek olarak Grup 4'teki öğrencilerin ağaçları konumlandıkları alanlar incelendiğinde okul binasının ve bahçenin uzunluğu ile orantılı olmadığı görülmektedir (Şekil 11). Grup 4'ün çiziminde ağaç dikilecek alan okul binasından daha büyük olacak şekilde modellenmiştir. Benzer şekilde Grup 1'deki öğrencilerin matematiksel olarak çalışma sürecindeki çizimleri (Şekil 10) incelendiğinde 12 metrekare ve 13 metrekare olarak belirledikleri alanları, okul bahçesinin bir kenarıyla yani 30 m ile aynı boyutta çizdikleri görülmektedir. Buradan öğrencilerin oluşturdukları modelin gerçek ölçülerle tutarlılığını sorgulamadıkları, okul bahçesinde ağaçların dikileceği alanı konumlandırırken gerçek uzunluklara dikkat etmedikleri anlaşılmaktadır. Yorumlama basamağıyla benzer şekilde öğrencilerin çözümlerinin doğruluğunu da kontrol etmedikleri gözlemlenmiştir.



Şekil 11. Hatalı Model

Modelleme döngüsünü tanıyor olmalarına rağmen çözümleri süresince çözüm kağıtlarında ya da diyaloglarında grupların diğer basamaklar ile ilgili çalıştığı belirlenirken yorumlama ve doğrulama basamaklarına dair düşündüklerini gösteren herhangi bir bulguya rastlanmamıştır. Yorumlama ve doğrulama basamaklarının tüm gruplar tarafından ihmal edilmesi öğrencilerin modelleme sürecinde hala problemi anlama, sadeleştirme gibi aşamalarda zorlanması ve çözüm bulana kadar yoğun bir şekilde çalışmalarını sonucu bu iki basamağa çalışmak için zaman ve enerjilerinin kalmamasıyla ilişkilendirilmiştir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

4.1. Tartışma ve Sonuç

Bu çalışmada, okul bahçesinin ağaçlandırılması problemi bağlamında, altıncı sınıf öğrencilerinin bilişsel modelleme yeterlikleri incelenmiştir.

Elde edilen bulgular doğrultusunda, öğrencilerin bilişsel modelleme perspektifinin ilk aşaması olan problemi anlama kısmında, problemi okuyup grup içinde problem hakkında tartıştıkları, not alıp isteneni belirledikleri, problem durumunu kendi cümleleriyle açıklamaya çalıştıkları belirlenmiştir. Fakat problemi anlama adına yapılan tüm bu eylemlere rağmen grupların problemi anlamakta zorluk yaşadığı ve gerçek hayat bağlamında düşünemedikleri Tekin Dede (2017) çalışmasına benzer şekilde görülmüştür. Öğrencilerin kendi deneyimlerine dayanan gerçek yaşam problemlerinin daha iyi anlaşıldığı söylenmektedir (Maaß, 2006). Buna dayanarak bu problemde çizilen okul bahçesi krokisi öğrencilerin kendi okullarına benzer olarak hazırlanmıştır. Ayrıca okulun arka bahçesinde ağaçlık bir alan olduğu için ağaçların dikim şekilleriyle ilgili gerçek yaşam deneyimine sahip oldukları düşünülmektedir. Ancak öğrenciler problemde verilenler üzerinden model oluşturmaya çalışsalar da, ilk aşamada başarılı olamamışlardır. Çünkü model oluştururken gerçek hayat bağlamını göz ardı ettikleri belirlenmiştir. Model oluştururken yaşadıkları bu zorluğun, problemde verilen ve model oluşturma sürecine dahil edilmesi gereken bazı noktalara (ağaçlar arası dikim mesafesi, ağaç dikim şekli) dikkat etmediklerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Bilişsel modelleme sürecinin sadeleştirme aşamasıyla ilişkili olan bu davranışlar öğrencilerin model oluşturma sürecinde zorlanmalarına sebep olmuştur. Öğrencilerin gerçek yaşam bilgisini matematiğe aktarmada yaşadıkları bu zorluk fark edilince, araştırmacı, öğrencilerin okul bahçesinde bulunan ağaçları gözlemlemesini sağlamıştır. Bu sayede öğrenciler gerçek hayata daha uygun modeller oluşturabilmişlerdir.

Çalışmanın diğer bir sonucu da, öğrencilerin problemi anlamadan, model oluşturmadan matematiksel olarak çalışma aşamasına geçmeleri olmuştur. Benzer şekilde Özer ve Bukova Güzel'de (2020) çalışmalarında, problem anlaşılmadan matematiksel işlem yapmaya geçildiğinden bahsetmişlerdir. Ayrıca bu çalışmada öğrencilerin, problemin çözümünde gerekli olmayan işlemler yaptığı (örneğin okul bahçesinin alan ve çevresini hesaplama) görülmüştür. Öğrencilerin bu çalışmaya kadar karşılaştıkları rutin problemler düşünüldüğünde bir geometrik şekil ve kenar uzunlukları verildiğinde, genellikle sorulan bu şeklin çevresi ya da alanı olduğundan, bu hesapları yaptıkları düşünülmektedir. Bu durum öğrencilerin problemi özümsemeden, çözüm için gerekli planı yapmadan, problemde verilenleri kullanarak matematiksel bir sonuç elde etmeye eğilimli olduklarını göstermektedir. Benzer bir şekilde, İnan (2018) öğrencilerin, Şen Zeytun (2013) öğretmen adaylarının problemi anlamadan matematiksel sonuç bulmaya yöneldiğinden bahsetmektedir. Bununla birlikte öğrencilerin hatalı çözümler elde etmelerinin sebebi matematiksel ön bilgi eksikliği olarak belirlenmiştir. Benzer şekilde Hıdıroğlu'da (2017) öğrencilerin bilmedikleri matematiksel kavramlar yüzünden hatalı modeller elde ettiklerini belirtmiştir. Ayrıca yazar öğrencilerin matematiksel ön bilgilerinin yetersiz kalacağı endişesiyle daha kolay işlem yapacakları tercihlerde bulduklarını vurgulamıştır. Bu

çalışmada da öğrencilerde benzer bir eğilim ondalık sayılarla işlem yapmaktan kaçınma şeklinde gözlemlenmiştir.

Çalışmada göze çarpan önemli bir sonuç ise öğrencilerin yorumlama ve doğrulama basamaklarını tamamen ihmal etmeleri olmuştur. İlgili alanyazında da benzer sonuçlar yer almaktadır. Örneğin, Maaß (2006) 7. sınıf öğrencileriyle yürüttüğü çalışmasında benzer şekilde doğrulamanın eksik bırakıldığını, çoğu zaman yüzeysel bir incelemeden öteye gitmediğini ve üzerinde çok düşünülmediğini söylemiştir. Gerçek hayat bağlamı içeren modelleme problemlerinde özellikle yorumlama ve doğrulama basamaklarının farklı gruplarla (ortaokul, lise, öğretmen adayları) yapılan çalışmalarda da ihmal edildiği belirtilmiştir (Şen Zeytun, 2013; Toy, 2015). Bununla ilgili olarak, Asempapa ve Sturgill (2019), öğrencilerin modellerinin doğruluğunu ve uygunluğunu kontrol edebilmesi için, öğretmenlerin fırsat sağlaması gerektiğini belirtmişlerdir. Buradan hareketle bu çalışmada araştırmacı, çözüm sürecinde öğrencilere rehberlik ederek, modelleri üzerinde düşünmeleri ve varsa yanlış anlaşılmalara düzeltmeleri için teşvik etmiştir. Ayrıca, araştırmacı öğrencilerin okul bahçesindeki ağaçları gözlemlmelerine imkan tanıyarak ağaç dikimiyle ilgili gerçek hayat deneyimi yaşamalarını sağlamıştır. Böylece araştırmacının rehberliği ve yönlendirmesi ile öğrenciler yorumlama ve doğrulama basamakları üzerine düşünmüşler ve gerçek hayata uygun olmayan modellerini revize etmişlerdir. Borromeo Ferri (2018), modelleme problemleri çözerken uygulanacak rehberliğin, öğretmen eğitiminin önemli bir parçası olduğunu vurgulamış ve öğretmenin ne derece müdahale edeceğini, kendisinin belirlemesi gerektiğini belirtmiştir.

Çalışmanın kuramsal çerçevesi olan bilişsel perspektif ve öğrencilere çözüm sürecinde rehberlik etmesi amacıyla tanıtılan modelleme döngüsünün öğrenciler için bir yönerge niteliğinde olduğu ve çözüm süreçlerine şekil verdiği belirlenmiştir. Öğrencilerin çözüm sürecinde bilişsel basamakları takip ettikleri ve özellikle problemi anlama ve sadeleştirme aşamaları üzerinde daha sistemli çalıştıkları tespit edilmiştir. Modelleme döngüsünün tanıtılması öğrencilerin çözümlerini yapılandırma, değerlendirme ve hatalarını tespit edebilmelerine imkan sağlamaktadır (Borromeo ferri, 2018). Benzer şekilde Blum ve Leiss (2007) yürüttükleri deney ve kontrol gruplu çalışmalarında, modelleme döngüsünü çözüm sürecinde kullanan deney grubunun modelleme yeterliklerini kontrol grubuna göre daha fazla geliştirdiklerini rapor etmişlerdir. Benzer şekilde, bu çalışmada da modelleme döngüsünün kullanılmasıyla öğrencilerin çözüm sürecinin düzene girdiği daha önceki problemlerden farklı olarak, verilen ve istenenleri not aldıkları gözlemlenmiştir.

4.2.Öneriler

Çalışmanın sonuçlarından hareketle, öğrencilerin bilişsel modelleme yeterliklerini geliştirmek için eğitim öğretimin tüm seviyelerinde öğrencilere modelleme problemleriyle çalışma fırsatı sağlanmasının önemli olduğu düşünülmektedir. Modelleme problemleri ile gerçek hayat arasında bağlantı kurma noktasında önemli bir yere sahip olan yorumlama ve doğrulama basamaklarında yaşanan zorlukların aşılabilmesi için, öncelikle bu basamaklar ihmal edildiğinde ortaya çıkan hatalı ya da gerçek hayata uygun olmayan modellere dikkat çekilmelidir. Ayrıca öğrencilerin ihmal ettiği bu aşamalara vurgu yapan atomistik problemler çözülmesi önerilmektedir (Hıdıroğlu ve Özkan Hıdıroğlu, 2017). Öğrencilerin modelleme becerilerinin gelişimi için gerçek hayat bağlamında düşünmelerini sağlayacak sorular sorulmasının ve çözüm sürecinde rehberlik edilmesinin faydalı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca modelleme problemleri gibi karmaşık gerçek hayat problemlerinde, öğrencilerin çözümlerinin bir düzene girmesi ve nasıl ilerleyecekleri konusunda rehber olması için modelleme döngüsünün kullanılması önerilmektedir (Blum ve Leiss 2007). Modelleme problemlerini sınıfında uygulayacak öğretmenlerin, öğrencilerin yaşayabileceği zorlukların farkında olarak iş birliği ve akran öğrenmeyi desteklemek amacıyla grup çalışmalarına yer vermelerinin uygun olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

- Akar, H. (2016). Durum çalışması. Saban, A. (Ed.), *Eğitimde nitel araştırma desenleri* (s.11-151) içinde. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Andresen, M. (2020). To learn about differential equations by modelling. *Proceedings of the 10th ERME Topic Conference MEDA 2020*. ISBN 978-3-9504630-5-7, 419-426.
- Asempapa, R. S., & Sturgill, D. J. (2019). Mathematical modeling: Issues and challenges in mathematics education and teaching. *Journal of Mathematics Research*, 11(5), 71-81.
- Bakırcı, C. (2016). *Matematiksel modelleme etkinliklerinin ortaokul öğrencilerinin PISA matematik başarı düzeylerine etkisi*. (Yüksek Lisans Tezi). Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Ankara.
- Barbosa, J. C. (2006). Mathematical modelling in classroom: A socio-critical and discursive perspective. *ZDM- International Journal on Mathematics Education*, 38(3), 293-301.
- Blomhøj, M. (2009). Different perspectives in research on the teaching and learning mathematical modelling. In M. Blomhøj & S. Carreira (Ed.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics: Vol. 461. Proceedings From Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematical* (pp.1-17). https://doi.org/10.1007/978-3-319-12688-3_42
- Blum, W. (2011). Can modelling be taught and learnt? Some answers from empirical research. In G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Ed.), *Trends in teaching and learning of mathematical modelling* (pp. 15-30). New York: Springer.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Blum, W., & Leiss, D. (2007). How do students and teachers deal with mathematical modelling problems?. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Ed.), *Mathematical modelling (ICTMA-12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Blum, W., & Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, applications and links to other subjects-State, trends and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics*, 1(22), 37-68.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Modelling problems from a cognitive perspective. In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Ed.), *Mathematical modelling (ICTMA-12): Education, engineering and economics* (pp. 260-270). Chichester: Horwood Publishing.
- Borromeo Ferri, R. (2018). Learning how to teach mathematical modeling in school and teacher education. Retrived from <https://www.springer.com/gp/book/9783319680712>
- Borromeo Ferri, R. (2020). Make mathematical modelling marvelous! Follow teacher Mr. K. for your lesson tomorrow. *The New Jersey Mathematics Teacher*, 78(1), 44-53.
- Bukova Güzel, E., Tekin Dede, A, Hıdıroğlu, Ç. N., Kula Ünver, S. ve Özaltun Çelik, A. (2016). *Matematik eğitiminde matematiksel modelleme*. Ankara: Pegem Akademi.
- Büyükköztürk, Ş., Çakmak, E. K., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş. ve Demirel, F. (2016). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Pegem Akademi.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2015). *Basics of qualitative research*. Thousand Oaks:Sage.
- Creswell, J. (2017). *Araştırma deseni nitel, nicel ve karma yöntem yaklaşımları* (S. B. Demir, Çev.). Ankara: Eğiten Kitap.
- Çavuş Erdem, Z., Doğan, M. F., Gürbüz, R. ve Şahin, S. (2017). Matematiksel modellemenin

- öğretim araçlarına yansımaları: Ders kitabı analizi. *Adıyaman Üniversitesi Eğitim Bilimleri Dergisi*, 7(1), 61-86.
- Erbaş, A. K., Çetinkaya, B., Alacacı, C., Çakıroğlu, E., Aydoğan Yenmez, A., Şen Zeytun, A., ve diğerleri. (2016). *Lise matematik konuları için günlük hayattan modelleme soruları*. Ankara: Türkiye Bilimler Akademisi.
- Garfunkel, S., Montgomery, M., Bliss, K., Fowler, K., Galluzzo, B., Giordano, F., et al. (2016). *GAIMME: Guidelines for assessment & instruction in mathematical modeling education*. Philadelphia : SIAM. Retrieved from <http://www.siam.org/reports/gaimme.php>
- Hıdıroğlu, Ç. N., Tekin Dede, A., Kula, S. ve Bukova Güzel, E. (2014). Öğrencilerin Kuyruklu Yıldız Problemi'ne ilişkin çözüm yaklaşımlarının matematiksel modelleme süreci çerçevesinde incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(31), 1- 17.
- Hıdıroğlu, Ç. N. ve Özkan Hıdıroğlu, Y. (2017). Altıncı sınıf öğrencilerinin matematiksel modellemede oluşturdukları gerçek yaşam problem durumu modelleri. *İlköğretim Online*, 16(4), 1702–1731.
- İnan, M. (2018). *7. sınıf öğrencilerinin matematiksel modelleme süreçlerinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Tokat.
- Kaiser, G., & Sriraman, B. A. (2006). Global survey of International Perspectives on Modelling in Mathematics Education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(3), 302-310.
- Karataş, Z. (2015). Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri. *Manevi Temelli Sosyal Hizmet Araştırmaları Dergisi*, 1(1), 62–80.
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching. *ZDM- International Journal on Mathematics Education*, 35(6), 325-328.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies?. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38(2), 113-142.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2013). *T.C. Mili Eğitim Bakanlığı Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8.sınıflar) öğretim programı*. Ankara, Türkiye : MEB.
- Millî Eğitim Bakanlığı. (2019). *T.C. Mili Eğitim Bakanlığı PISA 2018 Türkiye ön raporu*. Ankara, Türkiye : MEB.
- Mengi, B. (2019). *Matematiksel modelleme yaklaşımının öğretim ortamında kullanılmasının 7.sınıf öğrencilerinin problem çözme ve üst düzey düşünme becerilerine etkisinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü. Eskişehir.
- Özer, A. Ö. ve Bukova Güzel, E. (2020). Bisim matematiksel modelleme etkinliğinin sınıf içi ve sınıf dışı uygulaması. *International Journal of Educational Studies in Mathematics Dergisi* 7(4), 289-308.
- Patton, M. (1997). *Utilization- focused evaluation*. Thousand Oaks, CA: Sage Publications.
- Rossmann, G. B., & Rallis, S. F. (2012). *Learning in the field: An introduction to qualitative research*. Thousand Oaks : Sage Publications.
- Sağiroğlu, D. (2018). *Matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemine yönelik etkinlik oluşturma ve uygulama süreçlerinin incelenmesi*. (Yüksek Lisans Tezi). Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü. Zonguldak.

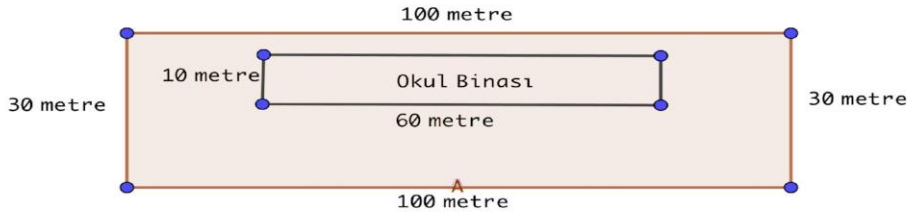
- Şen Zeytun, A. (2013). *An investigation of prospective teachers' mathematical modelling processes and their views about factors affecting these processes*. (Doktora Tezi). Middle East Technical University The Graduate School of Natural and Applied Sciences. Ankara.
- Tekin Dede, A. (2018). Uzamsal yönelim becerilerini içeren bir gerçek yaşam probleminin çözüm sürecinden yansımalar: Badana problemi. *Buca Eğitim Fakültesi Dergisi*, 46, 176-198.
- Ural, A. (2018). *Matematiksel modelleme eğitimi*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Yin, R. K. (2017). *Durum çalışması araştırması uygulamaları* (İ. Günbayı, Çev.). Ankara: Nobel.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

EKLER

Ek 1. Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması Problemi

Okul Bahçesinin Ağaçlandırılması

Ülkemizde her yıl 743 milyon ton toprak erozyon sebebiyle kaybedilmektedir. Aynı zamanda 3000 hektarlık alanda orman yangını meydana gelmektedir. Kaybedilen toprak ve ağaçların gezegenimiz için değerini anlatılabilmek ve okul genelinde bu konuda farkındalık oluşturabilmek için öğrenciler tarafından okul bahçesinin ağaçlandırılması projesi başlatılmıştır.



Okul bahçesinin 25 m²'lik kısmı ağaçlandırılmak istenmektedir. Ancak bahçe öğrencilerin tenefüslerini geçirdiği, oyun oynadığı ve beden eğitimi derslerini işlediği pek çok amaca hizmet eden bir yerdir. Bu yüzden ağaçlandırma çalışmalarının öğrencilerin diğer faaliyetlerini mümkün olduğunca az etkilemesi ve öğrencilere bahçede yeterli alanın kalması istenmektedir.

Okulun bahçesinin kuş bakışı görünümü ve Eskişehir'de yetişebilecek ağaçlardan çam ve ihlamurun fidan dikim aralıklarıyla ilgili bir tablo verilmiştir. Buna göre, siz olsaydınız ağaçları bahçede hangi konumlara dikerdiniz? Ve bahçenin 25 m²'lik kısmının ağaçlandırılabilmesi için kaç tane ağaç fidesine ihtiyacınız olurdu?



Ağaç türü	Fidanlar arası mesafe	Dikim Şekli
Çam	1,5 metre	kare
İhlamur	2 metre	kare

EXTENDED ABSTRACT

Introduction

Learning mathematics with examples from real life increases students' motivation and enables them to perceive both mathematics and the world better, thus mathematics becomes more understandable for students (Blum & Borromeo Ferri, 2009). Such mathematics education can be improved by mathematical modelling. Accordingly, students' modelling competencies will be improved through working on modelling problems in mathematics lessons (Blum, 2011). This study focuses on the students' modelling competencies working on a mathematical modelling problem called "The afforestation of the school garden". The cognitive perspective has been chosen as the conceptual framework of the study.

Methods

In this study, the solution processes of sixth grade students who were newly introduced to mathematical modelling problems were examined as a case study in depth. The participants of this case study consisted of twenty-four sixth grade students. The data was collected through a mathematical modelling problem called "The Afforestation of the School Garden". The data were collected through audio recordings from student groups and teacher, a video recording from a group, student solution papers and observation notes of the teacher. Thus, different data collection sources such as observation, interview, and document were used. The data collected in the research were analyzed under the cognitive modelling cycle by using the content analysis method based on the conceptual framework including the stages of understanding the task, simplifying, mathematizing, working mathematically, interpreting and validating .

Results

In this study, the cognitive modeling competencies of sixth grade students were examined under the stages of understanding the problem, simplifying, mathematising, working mathematically, interpreting and validating.

Understanding the problem in general, it was determined that the groups read the problem, talked about the problem in the group, identified the parts they considered important in the problem and took notes on them. However, it has been observed that they did not fully examine what were given or requested in the problem, and they tended to do mathematical operations before thoroughly understanding the problem. Since they moved on to mathematical operations without understanding the problem, they had to go back to that stage in their solution processes.

In the simplification stage, it was determined that the students took notes to summarize the information required for the solution of the problem, and after reading the problem and understanding the problem situation, they determined the important parts of the problem together with the members of their groups. Concerning the simplification, the codes revealed were examined as distinguishing the necessary data and making assumptions.

During the mathematising stage in which the verbally expressed assumptions and thoughts about the solution of the problem should be translated into mathematical language, it was noticed that the students made assumptions based on what they learned in the mathematics lesson. In addition, it was observed that they set out from their own real-life experiences while creating a model. In this process, the students developed their hypotheses with the guidance of the researcher and reached more ideal models that were more suitable for real life.

It was observed that the students performed mathematical operations on the model they developed and reached a mathematical result. In addition, it has been determined that students' mathematical prior knowledge affected their solution processes. At this stage, one of the remarkable results was that the students made operations regarding perimeter and area calculations that were not necessary in the solution process.

It has been determined that the stages of interpreting and validating were the most neglected stages throughout the study. It was observed that the students stopped working on the problem after finding a mathematical result and did not have a discussion about the consistency of their results with the real life context.

Discussion and Conclusion

The results of the study indicated that the students read the problem, discussed the problem in the group, took notes, and tried to explain the problem situation in their own words. However, despite all these actions taken to understand the problem, it was observed that the groups had difficulty in understanding the problem and could not think in the context of real life. It was determined that they had difficulties in the modeling process as they did not thoroughly relate the problem with the real life context and did not pay attention to particular points (i.e. planting distance between trees, planting style) given in the problem. When the difficulties experienced by the students in transferring their real-life knowledge to mathematics were noticed, the researcher took the students to the school garden to make observation of the trees. Then, it became apparent that students were able to create models that were more suitable to the real life. Another result of the study was that the students passed to the stage of working mathematically without understanding the problem and creating a model. In addition, it was observed that the students made unnecessary operations in solving the problem (for example, calculating the area and perimeter of the school garden). Considering the routine problems faced by the students until this study, when a geometric shape and its side lengths were given, they mostly inferred to make these calculations because the perimeter or area of this shape were usually asked. Another striking result of the study was that the students completely neglected the stages of interpreting and validating. It has been determined that introducing the cognitive perspective to guide the students in the solution process, was useful directing the students and shaping their solution processes. It became apparent that the students followed the stages of the framework and worked more systematically on the stages of understanding and simplifying the problem.