



Estimation of Discharge Coefficient of the Trapezoidal Broad Crested Weir Flow Using Support Vector Machines

Oğuz ŞİMŞEK^{1,*}  Veysel GÜMÜŞ¹  Abdulkadir ÖZLÜK¹ 

¹Harran University Faculty of Engineering, Department of Civil Engineering, Şanlıurfa/Turkey

Graphical/Tabular Abstract

Article Info:

Research article

Received: 30/04/2021

Revision: 22/06/2021

Accepted: 07/09/2021

Highlights

- The C_d values from 88 experiments are used.
- The C_d coefficient estimated by three different kernel functions.
- Downstream and upstream slopes are important in the estimation of the C_d coefficient.
- The SVM_{Gau} method can be used to estimate the C_d coefficient

Keywords

Discharge coefficient
Trapezoidal broad crested weir
Support vector machine
Kernel function

In this study, a total of 88 weir head (H_0) of the trapezoidal broad crested weir with different upstream and downstream slopes are experimentally measured and discharge coefficient (C_d) values are calculated according to the weir characteristics. It is observed that the C_d value decreased with the increase of H_0/L and ϵ values, but the amount of decrease is directly related to the upstream and downstream slopes (Figure A).

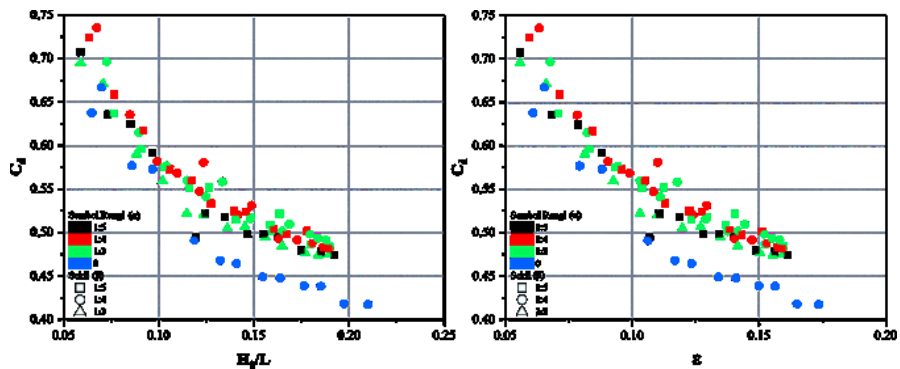


Figure A. Variation of discharge coefficient with H_0/L and ϵ

Purpose: This study aims to estimate the C_d with Support Vector Machines (SVM) regression methods. The C_d values are estimated using Linear (SVM_{Lin}), Polynomial (SVM_{Pol}) and Gaussian (SVM_{Gau}) kernel functions in the SVM method with different input combinations.

Theory and Methods: The C_d values are calculated using the approach suggested by Hager and Schwalt (1994) according to experimentally measured parameters, and these values are estimated with 3 different kernel functions of the SVM method.

Results: It has been determined that H_0/L and upstream slope are effective parameters in the success of the models, and the addition of downstream slope as a third parameter increases the model success.

Conclusion: According to all performance criteria, Mean Square Error (MSE), Mean Absolute Percentage Error (MAPE) and R^2 , it is determined that the SVM_{Gau} is more successful than the SVM_{Pol} and SVM_{Lin} to estimate the C_d values for the trapezoidal broad crested weir.



Discharge Coefficient of the Trapezoidal Broad Crested Weir Flow Using Support Vector Machines

Oğuz ŞİMŞEK^{1,*} Veysel GÜMÜŞ¹ Abdulkadir ÖZLÜK¹

¹Harran Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Şanlıurfa/Türkiye

Abstract

Weirs are the oldest and most practical structures used to control, regulate, and measure flow in rivers or open channels. The ratio of the actual discharge, smaller than the theoretical discharge due to the separation zone and boundary layer development, to the theoretical discharge is defined as the discharge coefficient (C_d). C_d values are depended on the hydraulic properties of the open channel flow and the type and geometric properties of the weir. In this study, a total of 88 weir head (H_0) of the trapezoidal broad crested weir with different upstream and downstream slopes are experimentally measured and C_d values are calculated according to the weir characteristics. Calculated C_d values are estimated by using eight different input combinations with the dimensionless parameters. Three different kernel functions (Linear, Polynomial and Gaussian) of Support Vector Machines method are used. To determine the performance of the models, Root Mean Square Error (RMSE), Mean Absolute Percentage Error (MAPE), the coefficient of determination (R^2), the coefficient of Nash-Sutcliffe Model Efficiency (NSE) and Percent Bias (PBIAS) values are employed. As a result of the study, the Gaussian kernel function is the most successful model and the input combination is H_0/L (L as crest height), $\epsilon (H_0/(H_0+L))$, upstream slope (α) and downstream slope (β) parameters are found to be most successful model to estimate C_d values.

Makale Bilgisi

Araştırma makalesi
Başvuru: 30/04/2021
Düzeltilme: 22/06/2021
Kabul: 07/09/2021

Keywords

Discharge Coefficient
Trapezoidal Broad
Crested Weir
Support Vector Machine
Kernel function

Anahtar Kelimeler

Debi Katsayısı
Trapez Geniş Başlıklı
Savak
Destek Vektör Makineleri
Çekirdek Fonksiyon

Trapez Geniş Başlıklı Savakların Debi Katsayısının Destek Vektör Makineleri ile Tahmini

Öz

Savaklar, akarsularda veya açık kanallarda akımı kontrol etmek, düzenlemek ve akımın debisini ölçmek üzere kullanılan en eski ve pratik yapılardır. Akımda meydana gelen ayrılma bölgesi ve sınır tabası gelişiminden kaynaklı olarak teorik debiden daha küçük olan gerçek debinin, teorik olarak hesaplanan debiye oranı debi katsayısı (C_d) olarak tanımlanmaktadır. C_d debi katsayısı, açık kanal akımının hidrolik özelliklerine ve savak yapısının türüne ve geometrik özelliklerine bağlı olarak değişiklik göstermektedir. Bu çalışmada, farklı memba ve mansap eğimlerine sahip trapez geniş başlıklı savak akımına ait toplam 88 savak yükü değeri (H_0) deneysel olarak ölçülmüş ve savak özelliklerine göre C_d değerleri hesaplanmıştır. Hesaplanan C_d değerleri, boyutsuz parametreler yardımıyla oluşturulan sekiz farklı girdi kombinasyonu ile Destek Vektör Makineleri yöntemindeki üç farklı çekirdek fonksiyonu (Lineer, Polinom ve Gaussian) kullanılarak tahmin edilmiştir. Oluşturulan modellerin performansını belirlemek için Karekök Ortalama Karesel Hata (KOKH), Ortalama Mutlak Yüzde Hata (OMYH), belirlilik katsayısı (R^2), Nash-Sutcliffe Verimlilik Katsayısı (NSE) ve Yüzde Sapma (PBIAS) değerleri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda, Gaussian çekirdek fonksiyonunun en başarılı model olduğu ve girdi kombinasyonu olarak savak yükü (H_0) ve kret uzunluğu (L) olmak üzere, H_0/L , $\epsilon (H_0/(H_0+L))$, savak memba eğimi (α) ve savak mansap eğimi (β) parametrelerinin kullanıldığı kombinasyonun C_d değerini tahmin etmede başarılı model olduğu belirlenmiştir.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Savaklar, akarsular ve açık kanallarda akımın debisini ve seviyesini kontrol etmek üzere inşa edilen hidrolik yapılardır. Savakların akım alanına inşa edilmesiyle memba bölgesinde su seviyesi artmakta, böylece

ihtiyaç duyulan suyun alınması ve yönlendirilmesi kolaylıkla yapılabilmektedir. Savaklar, geometrisine göre ogee, piyano, geniş başlıklı (dikdörtgen, eğrisel, trapez, üçgen) ve keskin kenarlı (dikdörtgen, üçgen, trapez) vb. olarak sınıflandırılmaktadır. Bu savak türleri arasında geniş başlıklı savaklar oldukça yaygın kullanımı olan ve kendi içinde uzun veya kısa başlıklı olarak adlandırılan savak türüdür. Bu savak türünün belirlenmesinde kret uzunluğunun (L), savak yüküne (H) oranı belirleyici bir parametredir ($L/H > 1.5$ ise uzun, $L/H < 1.5$ ise kısa) [1].

Savakların akım alanına inşa edilmesiyle açık kanal akımında rejim değişikliği meydana gelmekte ve geniş başlıklı savak kretinde kritik kesitin oluşmasıyla, akımın hızı ve debisi hesaplanabilmektedir. Akımın debisinin hesaplanması, suyun kullanım miktarının belirlenmesi için oldukça önemlidir. Savak yapısının özelliklerine bağlı olarak savak memba ve mansap bölgelerinde veya geniş başlıklı savak kretinde ayrılmalar meydana gelebilmektedir. Ayrıca, kanal tabanı üzerinde ilerleyen akım, savak yapısının etkisine girmesiyle yeni bir sınır tabakası gelişimi başlamakta ve eğri yörüngeli akım durumu oluşabilmektedir. Teorik olarak savaklara ait debinin hesaplanmasında gerçek modellemede akımda meydana gelen değişiklikler ihmal edilen kabuller yapılmaktadır. Teorik olarak hesaplanan debi, ihmal edilen özellikler nedeniyle gerçek debi değerinden büyük olmaktadır. Gerçek debi değerinin hesaplanabilmesi için teorik debinin bir katsayı ile çarpılması gerekmektedir. Gerçekte kullanılan debi miktarını hesaplamak için oldukça önemli olan bu katsayı, debi katsayısı (C_d) olarak adlandırılmaktadır. Farklı savak tiplerine ait debi katsayısının ampirik formüllerle hesaplanmasına yönelik birçok çalışma literatürde bulunmaktadır [2-5]. Bu çalışmalarda genel olarak farklı savak tiplerine ait debi katsayısının değişim aralıklarının verildiği dikkat çekmektedir. Çalışmalarda trapez savaklarla ilgili olarak araştırmacılar tarafından gerçekleştirilen deneylere bağlı olarak C_d katsayısı farklı akım ve/veya savak özelliklerine bağlı boyutsuz parametrelere bağlı olarak ampirik formüller önerilmiştir. Bunun yanında, son yıllarda farklı savaklara ait debi katsayısının tahmin edilmesi için gelişmiş makine öğrenme yöntemleri oldukça sık kullanılmakta ve oluşturulan modellerde genellikle debi katsayısına etki eden parametreler boyutsuzlaştırılarak girdi parametresi olarak değerlendirilmektedir [6-10]. Bileşik geniş başlıklı dikdörtgen savağın debi katsayısını belirlemek üzere çok sayıda deneysel ölçümler gerçekleştirilmiştir. Kret uzunluğunun ve savak yüksekliğinin debi katsayısına olan etkisini araştırdıkları bu çalışmada, deneysel olarak elde edilen debi katsayısı sonuçlarını boyutsal analize dayalı çoklu regresyon denklemleri kullanılarak elde edilmiş ve bu elde edilen sonuçlar, bu yöntemlerin uygulanabilirliğini, yeteneğini ve doğruluğunu araştırmak için genetik programlama (GP) ve yapay sinir ağı (YSA) teknikleriyle de karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmalarda kriter olarak belirleme katsayısı (R^2) ve kök ortalama kare hatası (KOKH) değerleri kullanılmış ve karşılaştırılma sonucunda, YSA yönteminin debi katsayısının belirlenmesinde GP yöntemine kıyasla daha az başarılı olduğu görülmüştür. GP yöntemiyle elde edilen performans ölçütlerinin oldukça yüksek olduğu ve R^2 değerinin 0.952 olduğu belirlenirken, KOKH değerinin ise 0.065 olduğu belirlenmiştir [11]. Memba yüzü yuvarlatılmış dikdörtgen geniş başlıklı savağın debi katsayısını farklı akım durumlarında deneysel modellemelerle araştırılmıştır. Geniş başlıklı dikdörtgen savağın debi katsayısının memba bölgesindeki H, L ve kanal genişliğiyle (b) ilişkili olduğu tespit edilmiştir. Memba yüzü yuvarlatılmış dikdörtgen geniş başlıklı savakların deşarj katsayısını hesaplamak için boyutsal analiz konseptine dayalı çoklu regresyon analizi denklemleri geliştirilmiş ve geniş başlıklı savaklar üzerinden deşarjı hesaplamak için deşarj katsayısı denklemi kullanılmıştır. Ölçülen değerler ile önerilen denklem kullanılarak hesaplanan değerler arasındaki uyumun oldukça yüksek olduğu görülmüştür. Çalışma sonucunda, kritik altı akım koşullarında yuvarlatılmış dikdörtgen geniş başlıklı savakların debi katsayısının belirlenmesi için güvenle kullanılacak bir denklem önerilmiştir [12]. Basamaklı dolu savakların debi katsayısının belirlenmesi için Gen İfade Programlama (Gen Expression Programming- GEP) ve Destek Vektör Makinesi (Support Vector Machine-SVM) yöntemlerinde girdi olarak nap ve sıyırma akış rejimi bölgesine ait boyutsuz geometrik ve hidrolik parametreler kullanılmıştır. Kullanılan yöntemlerin her ikisinin de kademeli dolusavak debi katsayısının tahmin edilmesinde yüksek R^2 ve düşük hata oranlarına sahip olduğu belirlenmiş, ancak debi katsayısının belirlenmesinde yüksek performans, basit ve açık denklemin çıkarılması nedeniyle GEP modelinin kullanılması önerilmiştir. Ayrıca, nap akışındaki Fr_1 ve H_0/y_1 parametrelerinin ve sıyırma akışındaki Fr_1 ve Re parametrelerinin, kademeli dolusavak deşarj katsayısının modellenmesinde en önemli etkiye sahip olduğu belirlenmiştir (Fr Froude sayısı, Re Reynolds sayısı, H_0 toplam savak yükü, y_1 memba su derinliği) [13]. Yan savakların debi katsayısını belirlemek üzere savak uzunluğu, savak yüksekliği, yakınsama açısı ve mansap kanal genişliği parametreleri değişken kabul edilerek 248 adet deney gerçekleştirilmiştir. Debi katsayısının tahmin edilmesinde MATLAB programı

yardımıyla üç farklı yapay sinir ağı modeli ve geometrik ve hidrolik özellikler boyutsuzlaştırılarak girdi parametresi olarak kullanılmıştır. Debi katsayısının tahmininde 4 farklı girdi kombinasyonunda, bulanık mantık sinir ağlarının (ANFİS) kullanılan diğer modellere kıyasla en az hataya sahip olduğu ve debi katsayısını %99.8 doğrulukta tahmin ettiği belirtilmiştir [14]. Dikdörtgen keskin kenarlı savağın debi katsayısını tahmin etmek için geleneksel yöntemlere kıyasla daha az zaman alan ve geniş uygulama alanına sahip makine öğrenme modelleri, YSA, SVM ve aşırı öğrenme makinesi (Extreme Learning Machine-ELM) yöntemleri kullanılmıştır. Modellerin başarısının değerlendirilmesinde istatistiksel kriterler kullanılmış ve üç farklı girdi kombinasyonunda debi katsayısı tahmin edilmeye çalışılmıştır. Farklı yöntemler kullanılarak elde edilen sonuçların karşılaştırılmasından, tahminde kullanılan yöntemlerin genel olarak başarılı olmasının yanında SVM modelinin biraz daha iyi performans sergilediği belirlenmiştir. Bu modelde elde edilen maksimum ve ortalama bağıl hatanın sırasıyla %5.44 ve %0.99 olduğu, belirleme katsayısı ve ortalama kare hata değerlerinin ise sırasıyla 0.95 ve 0.01 olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, elde edilen bulgulardan makine öğrenim modellerinin debi katsayısının tahmin etmede başarılı olduğu vurgulanmıştır [3]. Bu çalışmalardan da görüleceği üzere farklı savak tiplerine ait debi katsayısının belirlenmesine yönelik hem deneysel hem de teorik birçok çalışma gerçekleştirilmektedir. Ayrıca, debi katsayısının tahmin edilmesinde farklı girdi kombinasyonlarıyla çeşitli yöntemlerin başarısı birçok başarı ölçütü kullanılarak araştırılmaktadır.

Bu çalışmada, farklı memba ve mansap eğimlerine sahip trapez geniş başlıklı savağa ait debi katsayısı deneysel olarak farklı akım durumları için elde edilmiştir. Savak özellikleri ve akım durumuna göre debi katsayısına etki eden farklı parametrelerin girdi olarak kullanıldığı yapay zekâ yöntemleriyle debi katsayısının tahmin edilmesi amaçlanmıştır. Farklı savak ve akım durumlarından bağımsız olarak geliştirilen tahmin modellerinin kullanıcılar tarafından pratik olarak kullanılması için girdi kombinasyonlarında akım ve savak özellikleri boyutsuz olarak kullanılmıştır. Yapay zekâ yöntemlerinin debi katsayısını tahmin etmedeki başarısı farklı başarı ölçütleriyle belirlenmiş ve farklı kombinasyonlarında kullanılan tahmin modellerinin sonuçları değerlendirilmiştir.

2. DENEYLER (EXPERIMENTS)

Bu çalışmada, farklı memba ve mansap eğimlerine sahip trapez geniş başlıklı savağın debi katsayısının belirlenmesi için deneysel ölçümler gerçekleştirilmiştir. Deneyler, Harran Üniversitesi İnşaat Mühendisliği Hidrolik Laboratuvarında bulunan dikdörtgen kesitli açık kanal modelinde yapılmıştır (Şekil 1). Bu açık kanal modelinin uzunluğu 4 m, genişliği (b) ve yüksekliği 0.35 m'dir. Trapez geniş başlıklı savakla etkileşim halinde olan akımın derinliği 0.1 mm hassasiyetine sahip dijital limnometreyle, akım debisi ise kanal giriş bölgesindeki boru üzerinde bulunan 0.01 m³/saat hassasiyetli ultrasonik debi metre kullanılarak ölçülmüştür. Deneyler gerçekleştirilirken farklı zaman adımlarında çok sayıda debi ve yükseklik okuması yapılmış ve bu değerlerin ortalaması alınarak elde edilen ortalama değerler debi katsayısının hesabında kullanılmıştır.

Trapez geniş başlıklı savak yapısı modüler olarak tasarlanmış olup dikdörtgen ve üçgen elamanlar kullanılarak farklı eğimlerin elde edilmesi pratikleştirilmiştir. Trapez savağın teşkil edilmesinde kullanılan dikdörtgen parça, açık kanal içerisine kanal başlangıcından itibaren 1.40 m uzağa yerleştirilmiştir. Böylelikle, kanal girişinden itibaren akımın düzenli olması sağlanmıştır. Şekil 2'de, deneysel çalışmada kullanılan farklı eğimlere sahip trapez savakların geometrik özellikleri verilmiştir. Şekildeki L savak kret uzunluğunu, P savak yüksekliğini, α memba yüz eğimini, β mansap yüz eğimini, h savak memba bölgesindeki su derinliğini ve H_0 toplam savak yükünü ($h+V^2/2g$, V memba bölgesindeki ortalama akım hızı, g yer çekim ivmesi) ifade etmektedir. Savak kret uzunluğu ve yüksekliği sabit alınmış olup bu değerler sırasıyla 0.3 m ve 0.1 m'dir. Şekilden de görüleceği üzere α açısı 14.07° ile 90° aralığında yani $m:n_1$ değeri dik olan kısım dışında, 1:3, 1:4 ve 1:5, β ise 14.7° ile 26.57° aralığında yani $m:n_2$ değeri 1:3, 1:4 ve 1:5 olmaktadır. Memba bölgesinde su derinliği $0.0164 \text{ m} \leq h \leq 0.0602 \text{ m}$ değişirken, savak yükü ise $0.0166 \text{ m} \leq H_0 \leq 0.0629 \text{ m}$ aralığında değişmekte olup, savak genişliği (b) ise tüm deneylerde 0.35 m'dir. Savak yükünün, savak kreti ile olan ilişkisini tanımlayan ϵ ifadesi ise $H_0/(H_0+L)$ şeklinde hesaplanmaktadır.

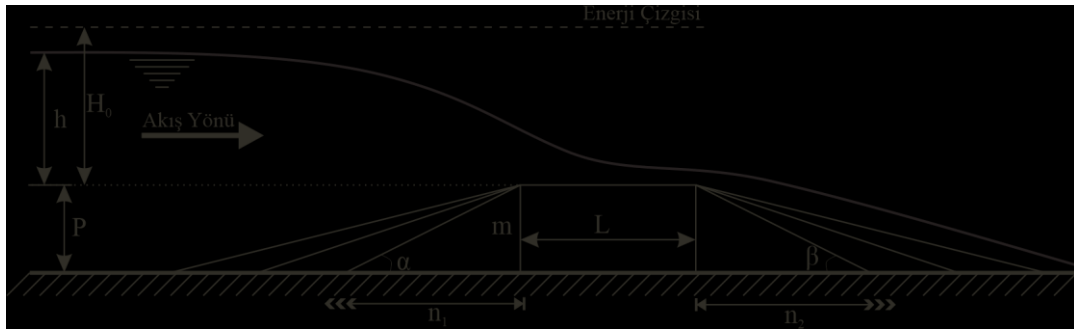


Şekil 1. Deney düzeneği

Laboratuvar ortamında Şekil 2’de verilen savak modellerinde 88 adet ölçüm gerçekleştirilmiş ve bu deneysel veriler kullanılarak Denklem 1’de verilen debi katsayısı hesaplanmıştır [15]. Farklı savak tiplerine ait hesaplanan debi katsayısının 0.28 ile 0.57 aralığında değiştiği belirlenmiştir.

$$C_d = \frac{Q_{\text{gerçek}}}{b\sqrt{2gH_0^3}}$$

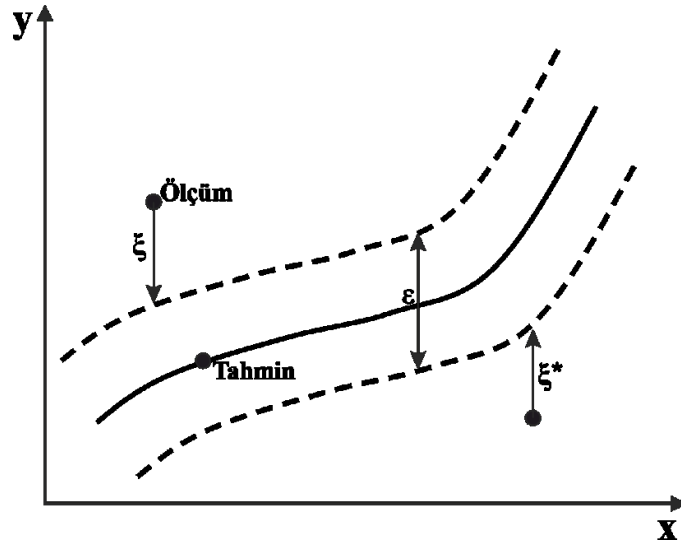
1



Şekil 2. Trapez geniş başlıklı savakların geometrik özellikleri

3. YÖNTEMLER (METHODS)

Destek Vektör Makineleri (Support Vector Machine- SVM), hem sınıflandırma hem de regresyon için kullanılabilen bir makine öğrenme modelidir [16, 17]. Sınıflandırma, regresyon, dönüştürme ve yenilik tespiti gibi farklı öğrenme problemlerini çözmede başarılı bir yöntem olarak kabul edilmektedir [18]. SVM teorisi başlangıçta sınıflandırma amacıyla geliştirilmiştir, daha sonra girdi değerlerine göre nicel bir çıktı tahmini yapan SVR yöntemi ortaya çıkmıştır [19]. SVM ile regresyon yöntemi, ilk olarak giriş verilerini çekirdek işlevi tarafından tanımlanan yüksek boyutlu bir özellik uzayına eşler ve eğitim verilerini maksimum marjla ayıran optimum hiper düzlemi elde eder [20]. SVR ise, aykırı değerlerin regresyon denklemleri üzerindeki etkisini en aza indirmek için katsayılar arar; ancak, yalnızca mutlak değerde bazı pozitif sabitlerden daha büyük artıklar kayıp fonksiyonunda dikkate alınır [19, 21].



Şekil 3. Destek vektör makinelerine ait parametreleri

$$|y - f(x)|_{\varepsilon} = \begin{cases} 0, & \text{eğer } |y - f(x)| \leq \varepsilon \\ |y - f(x)| - \varepsilon, & \text{yoksa} \end{cases} \quad 2$$

Çok boyutlu veriler için $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$ ($x_i \in X \subseteq \mathbb{R}^m$, $y_i \in Y \subseteq \mathbb{R}$). n eğitim örnek sayısıdır. Yaklaşılan çok değişkenli regresyon fonksiyonu Denklem 3 olarak yazılabilir [23].

$$f(x) = w \cdot \phi(x) + b \quad 3$$

Burada $\phi(x)$, öznitelikten çekirdek uzayına dönüşümdür. SVR, tahmin edilen ve istenen çıktılar arasındaki farkı en aza indirirken epsilon değerini de minimize etmeye çalışmaktadır. Fonksiyon yaklaşım problemi, Denklem 4'te gösterilen bir optimizasyon problemine dönüştürülür:

$$\min \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i + \xi_i^*) \quad 4$$

$$y_i - w \cdot \phi(x_i) - b \leq \varepsilon + \xi_i^* \quad i = 1, \dots, n$$

$$w \cdot \phi(x_i) + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i \quad i = 1, \dots, n$$

$$\xi_i, \xi_i^* \geq 0 \quad i = 1, \dots, n$$

Burada, ξ_i ve ξ_i^* aykırı değerlere karşı koruma sağlamak ve yumuşak geçiş için ortaya çıkan değerlerdir ($\xi_i, \xi_i^* \geq 0$). C , hatayı en aza indiren değişken bir ağırlık parametresidir.

Denklem 4'teki ikinci dereceden optimizasyon problemi, λ , λ^* , α ve α^* değerleri pozitif gerçekte sayılar olmak üzere, Denklem 5'te gösterilen Lagrangian denklemi ile çözülür.

$$\begin{aligned}
L(w, b, \xi_i, \xi_i^*, \lambda, \lambda^*, \alpha, \alpha^*) &= \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^n (\xi_i + \xi_i^*) \\
&+ \sum_{i=1}^n \alpha_i^* (y_i - w \cdot \phi(x) - b - \varepsilon - \xi_i^*) \\
&+ \sum_{i=1}^n \alpha_i (-y_i + w \cdot \phi(x) + b - \varepsilon - \xi_i) \\
&- \sum_{i=1}^n (\lambda_i \xi_i + \lambda_i^* \xi_i^*)
\end{aligned} \tag{5}$$

Doğrusal olmayan regresyon için, çekirdek fonksiyonları $k(\dots)$, ham veriyi daha yüksek bir doğruluk elde etmek için doğrusal hale getirmek üzere daha yüksek boyutlu bir alana eşlemek için kullanılır (Denklem 6'da gösterilmiştir). Fonksiyon yaklaşımı Denklem (7)'de gösterilmektedir.

$$k(x_i, x) = \phi(x_i) \cdot \phi(x) \tag{6}$$

$$f(x) = \sum_{i=1}^{N_{SV}} (\alpha_i^* - \alpha_i) k(x_i, x) + b \tag{7}$$

Denklem 7'de bulunan çekirdek fonksiyonu teriminin, $k(x_i, x)$, tanımlanmasında üç yaklaşım bulunmaktadır, bunlar Lineer, Polinom ve Gaussian çekirdek fonksiyonlarıdır ve sırasıyla Denklem 8-10'da verilmiştir [24].

$$\text{SVM}_{\text{Lin}}: k(x_i, x) = x_i \cdot x \tag{8}$$

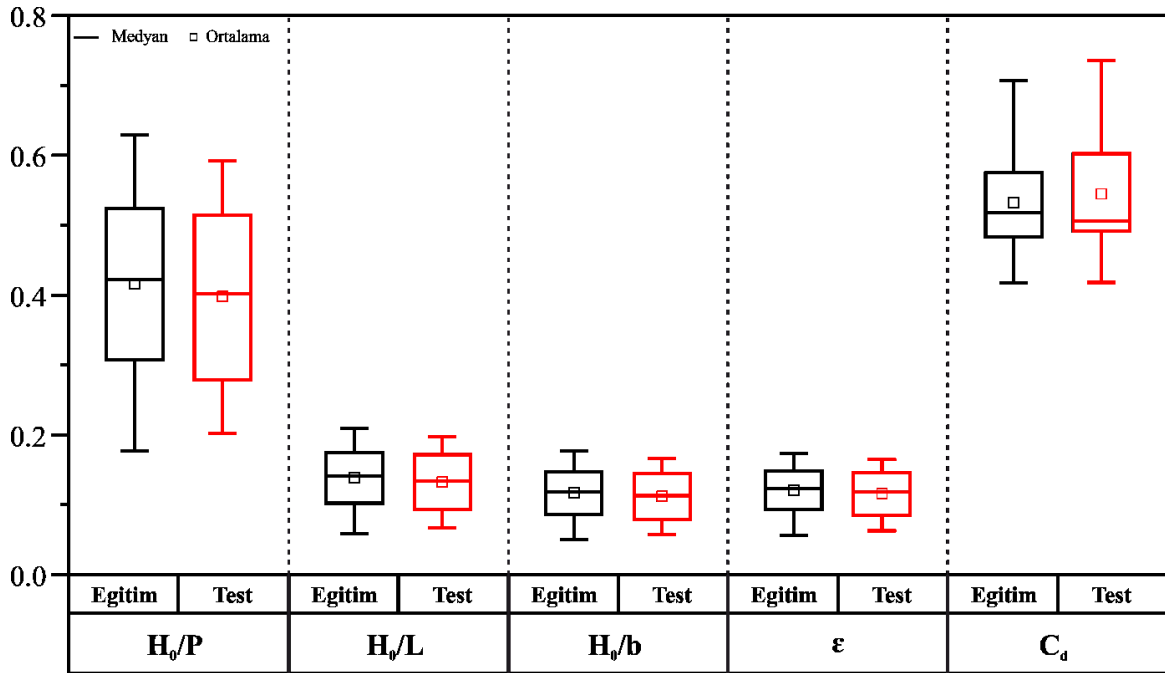
$$\text{SVM}_{\text{Pol}}: k(x_i, x) = (\text{scale} \cdot x_i \cdot x + \text{offset})^{\text{derece}} \tag{9}$$

$$\text{SVM}_{\text{Gau}}: k(x_i, x) = \exp\left(-\sigma \|x_i - x\|^2\right) \tag{10}$$

Analizler, Matlab ile hazırlanmış kodlar ile yapılmış olup, SVM'ye ait çekirdek fonksiyonu içerisindeki parametreler (C , d , r , ve γ) Bayesian optimizasyon algoritması [25] ile belirlenmiştir.

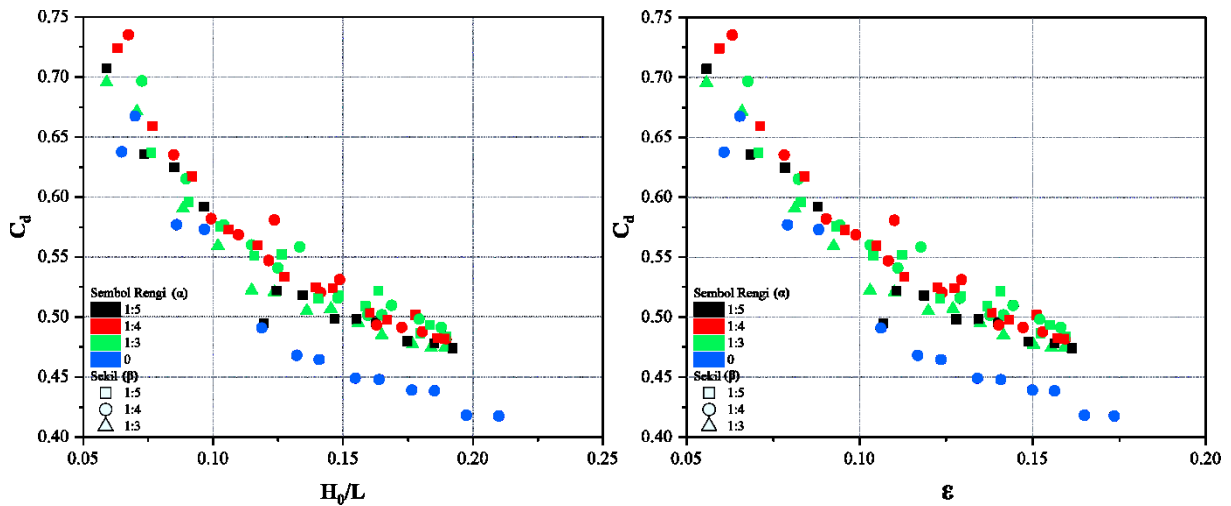
4. BULGULAR VE TARTIŞMA (RESULTS AND DISCUSSION)

C_d değerini tahmin etmek için kurulan modellerde veri setinin rastgele seçilen %68'i eğitim sürecinde, %32'u ise test sürecinde kullanılmıştır. Bu modellerde girdi parametresi olarak kullanılan H_o/P , H_o/L , H_o/b ve ε değerlerinin ve model çıktı parametresi olan C_d katsayısının eğitim ve test süreçlerinde ortalama, minimum ve maksimum değerlerinin değişimleri Şekil 4'te verilmiştir. Modellerde dört girdi parametresi ve çıktı parametresi olan C_d 'ye ait eğitim ve test süreçlerindeki ortalama, minimum ve maksimum değerlerin birbirlerine yakın olduğu görülmektedir. Buradan, 88 deneysel parametrenin eğitim ve test süreçlerindeki dağılımının tutarlı olduğu anlaşılmaktadır. Ayrıca, model çıktı parametresi olan C_d 'nin eğitim sürecinde elde edilen ortalama değeri ile test sürecinde elde edilen ortalama değeri arasındaki fark da oldukça küçük olmuştur. Böylece, eğitim ve test süreçleri için değerlendirmeye alınan rastgele veri setlerinin uygun olduğu değerlendirilmiştir.



Şekil 4. Model parametrelerinin eğitim ve test sürecindeki değişim miktarları

Debi katsayısının farklı memba ve mansap eğimlerine sahip trapez savakta H_0/L ve ϵ 'a göre değişimi Şekil 5'te verilmiştir. Burada simge renkleri memba eğimi olan α değerini temsil ederken, simge şekli ise mansap eğimi olan β 'ya göre H_0/L ve ϵ değerlerinin dağılımını vermektedir. Mansap eğimin dik olduğu mavi renkli simge durumunda en düşük C_d değeri $\beta=18.43^\circ$ 'de belirlenirken, en yüksek C_d değeri ise $\alpha=26.57^\circ$, $\beta=14.04^\circ$ 'te belirlenmiştir. H_0/L ve ϵ değerlerinin artmasıyla C_d değerinin azaldığı, ancak azalma miktarının doğrudan memba ve mansap eğimleri ile ilişkili olduğu görülmüştür. Bu nedenle, C_d tahmin modellerinde girdi kombinasyonlarına memba ve mansap eğimleri de eklenmiştir.



Şekil 5. Debi katsayısının H_0/L ve ϵ ile değişimi

Tablo 1'de, SVM yöntemlerinde C_d katsayısını tahmin etmek üzere oluşturulan sekiz farklı girdi kombinasyonu verilmiştir. Girdi parametresi olarak kullanılan büyüklükler boyutsuz hale getirilerek parametreden bağımsız hale getirilmiştir. İlk dört modelde tek girdi parametresi kullanılarak tahmin modellerinin başarısı değerlendirilmiştir. Daha sonrasında girdi parametre sayısı artırılarak memba ve

mansap eğimlerinin C_d katsayısının belirlenmesinde etkisi irdelenmiştir. D07 ve D08 kombinasyonlarında ise savağın hem memba hem de mansap eğimleri girdi parametresi olarak kullanılmıştır

Tablo 1. Tahmin modellerinde kullanılan girdi kombinasyonları

Model	Girdi	Tahmin
D01	H_o/P	C_d
D02	H_o/L	C_d
D03	H_o/b	C_d
D04	ε	C_d
D05	$H_o/L, \alpha$	C_d
D06	$H_o/L, \varepsilon$	C_d
D07	$H_o/L, \alpha, \beta$	C_d
D08	$H_o/L, \varepsilon, \alpha, \beta$	C_d

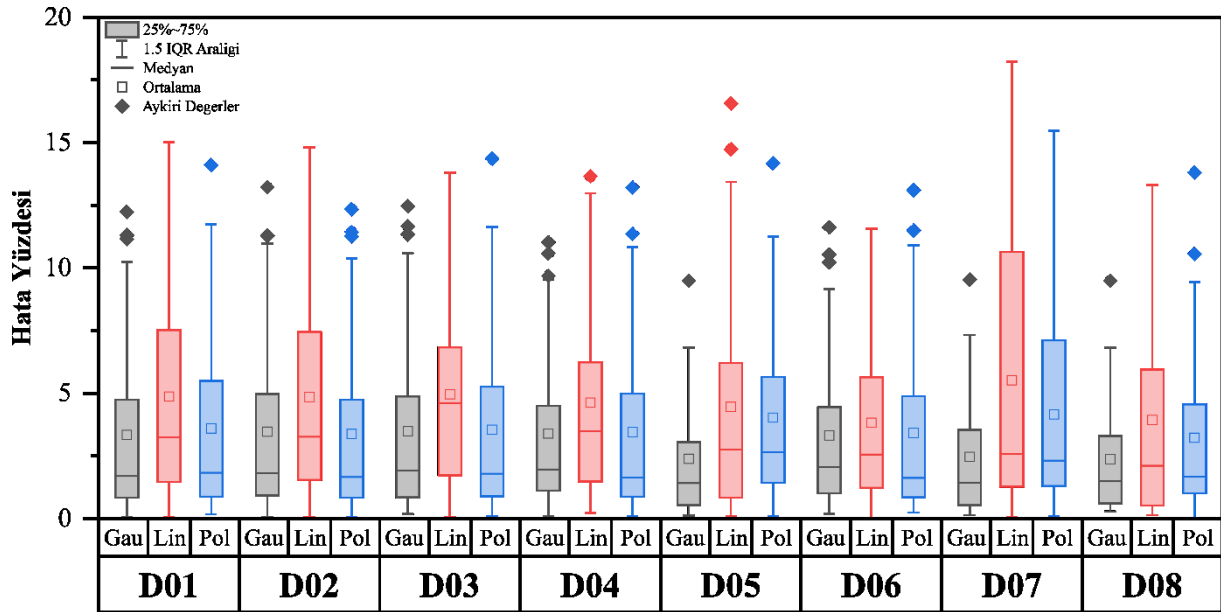
Kullanılan modellerin başarısı, belirlilik katsayısı (R^2), karekök ortalama karesel hata (KOKH), ortalama mutlak yüzde hata (OMYH), Nash-Sutcliffe verimlilik katsayısı (Nash-Sutcliffe Efficiency-NSE) ve yüzde sapma (percent bias-PBIAS) değerlerine göre belirlenmiştir. R^2 ve NSE değerinin 1'e, KOKH ve OMYH değerinin ise 0'a yakın olması modelin başarısını ifade etmektedir. PBIAS değerinin ± 10 değerinden küçük olması da ilgili modelin başarılı olduğunu göstermektedir. SVM yöntemi ile ele alınan üç farklı çekirdek fonksiyonu kullanılarak Tablo 1'de verilen sekiz farklı model için elde edilen R^2 , KOKH, OMYH, NSE ve PBIAS değerleri Tablo 2'de verilmiştir. Kullanılan tüm modellerin PBIAS değerinin ± 10 değerinden küçük olduğu yani tüm modellerin yüzde hata cinsinden uygun olduğu değerlendirilmiştir. SVM_{Lin} yöntemi kullanılarak eğitim ve test süreçlerinde elde edilen sonuçlar değerlendirildiğinde, girdi parametresi olarak H_o/L ve ε 'u kullanan D06 modelinin diğer modellere nazaran daha başarılı olduğu görülmüştür. Ancak, D06 modeli girdi parametrelerinin yanında girdi parametresi olarak memba ve mansap eğimlerini kullanan D08 modeli de SVM_{Lin} yönteminde D06'a oldukça yakın sonuçlar vermiştir. SVM_{Pol} yönteminde elde edilen sonuçlar incelendiğinde, girdi olarak H_o/L , ε , α ve β parametrelerinin kullanıldığı D08'in eğitim periyodunda tüm başarı ölçütlerine göre en başarılı model olduğu ve test sürecinde R^2 değeri 0.9173, KOKH değeri 0.0310 olurken, aynı zamanda OMYH değeri de % 3.2 civarında olmuştur, ancak bu modelde NSE değeri diğer modellere nazaran düşük olmuştur. Bunun yanında, bu yöntemde D08 modelinde eğitim periyodunda test periyoduna göre daha iyi tahminde bulunduğu tabloda verilen değerlerden görülmektedir. SVM_{Gau} yöntem sonuçlarına göre ise, test sürecinde, oluşturulan D08 modele ait R^2 , KOKH, OMYH ve NSE başarı ölçütlerinde elde edilen değerlerin, diğer iki yöntemin test sürecinde elde edilmiş olan R^2 ve NSE değerlerinden yüksek, KOKH ve OMYH değerlerinden ise küçük olduğu görülmüştür. Ayrıca, test sürecinde elde edilmiş olan KOKH ve OMYH oldukça düşük olduğu ve D08 modelinde KOKH değerinin 1.03, OMYH değerinin %2.37 ve NSE değerinin ise 0.9391 olarak belirlenmiştir. Böylece performans kriterleri olan R^2 , KOKH ve OMYH parametrelerine göre C_d değerini tahmin etmede en başarılı yöntem SVM_{Gau}, en başarılı modelin de H_o/L , ε , α ve β parametrelerini girdi olarak kullanan D08 modeli olmuştur. Tüm yöntemlerde H_o 'ın bir fonksiyonu olan H_o/P , H_o/L , H_o/b parametrelerinin tek başlarına girdi olarak alan modeller, ikinci parametrenin girdi olarak kullanıldığı modellere kıyasla daha az başarılı tahminde bulunmuştur. Bu nedenle, bu parametrelerden herhangi biri ile yapılacak tahmin çalışmasında eğer L, b ve P değerleri sabit ise, sonuçlar arasında çok fark olmayacağından herhangi birinin kullanılmasının yeterli olduğu değerlendirilmektedir. Sonuçların genel olarak değerlendirilmesinden, C_d 'nin tahmin edilmesinde savak memba eğiminin oldukça etkin parametre olduğu görülmüştür.

Tablo 2'de verilmiş olan OMYH değerleri, hataların yani tahmin edilen değerden gerçek değer çıkarılması ve elde edilen sonucun mutlak değerinin gerçek değere bölünmesiyle hesaplanan tüm hata yüzdelерinin ortalamasını vermektedir. Ancak, Tablo 2'de de görüldüğü gibi, bazı durumlarda KOKH değeri ile OMYH değerleri arasında tam bir uyum olmayabilir. Bunun için değerlerin sadece ortalamasının değil, tamamının değerlendirilebilmesi için hata yüzdelерinin test sürecindeki her bir yöntem ve model için

dağılımları Şekil 6'da verilmiştir. Bu grafikte çeyreklik açıklığı (IQR), ortalama ve medyan değerleri verilmiştir. 1.5IQR değerinin dışında kalan değerler ise aykırı değer olarak tanımlanmakta ve özellikle tahmin çalışmalarında bu aykırı değerler ortalama hata yüzdesini arttırabilmektedir. Yani, bir değerde çıkan bir anormal değer farkı, tüm modelin başarısız olma olasılığını da arttırmaktadır. Bu şekilden de anlaşılacağı üzere, SVM_{Gau} yönteminde ortaya çıkan hata değerleri daha sınırlı olmakta, bazı modellerde iki ya da üç aykırı değer olması nedeniyle OMYH değerleri nispeten yüksek çıkabilmektedir. Örneğin, SVM_{Gau} yöntemindeki D08 modeli ile elde edilmiş olan hata değerlerinin aralığı diğer modellere benzer olsa da bir aykırı değer nedeniyle ortalama, medyan değer üstüne çıkmış ve OMYH değerleri de bu nedenle yüksek olarak belirlenmiştir. Kullanılan yöntemler arasında hata paylarının oluşumu incelendiğinde SVM_{Gau} yönteminin diğer yöntemlere kıyasla oldukça başarılı olduğu görülmektedir. Ayrıca, SVM_{Gau} yönteminde D05 ve D08 modellerinin değişimlerinin benzer olduğu söylenebilir.

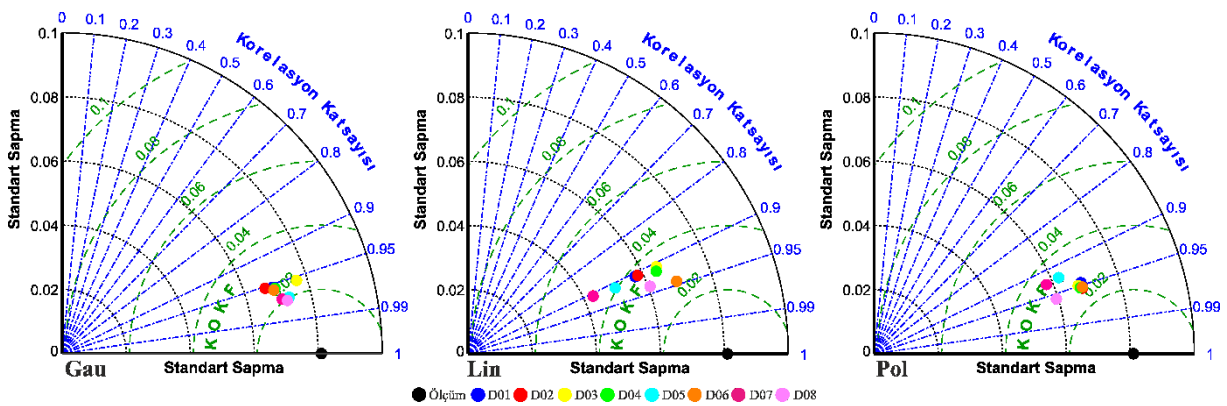
Tablo 2. Farklı yöntemler ve modelleriyle elde edilen R^2 , KOKH, OMYH, NSE ve PBIAS değerleri

Yöntem	Kriter	R^2		KOKH		OMYH		NSE		PBIAS	
	Model	Eğitim	Test	Eğitim	Test	Eğitim	Test	Eğitim	Test	Eğitim	Test
SVM _{Lin}	D01	0.8279	0.8246	0.0277	0.0384	3.64	4.87	0.8160	0.7753	0.3262	1.4659
	D02	0.8279	0.8246	0.0275	0.0380	3.64	4.85	0.8186	0.7801	0.2754	1.4023
	D03	0.8279	0.8246	0.0271	0.0364	3.82	4.97	0.8236	0.7979	0.7887	1.8077
	D04	0.8420	0.8386	0.0257	0.0345	3.65	4.63	0.8414	0.8184	0.0641	1.0340
	D05	0.8752	0.8332	0.0275	0.0424	3.29	4.47	0.8185	0.7262	0.9547	2.1894
	D06	0.8841	0.8923	0.0220	0.0279	3.18	3.83	0.8838	0.8817	0.1919	0.6455
	D07	0.8279	0.8246	0.0334	0.0467	4.05	5.52	0.7318	0.6682	0.3811	1.7392
	D08	0.8783	0.8797	0.0244	0.0321	3.31	3.93	0.8563	0.8428	-1.2151	-0.4188
SVM _{Pol}	D01	0.8821	0.8949	0.0224	0.0276	3.04	3.60	0.8793	0.8839	-0.6149	-0.1905
	D02	0.8920	0.9102	0.0218	0.0261	2.91	3.37	0.8858	0.8959	-0.9324	-0.5788
	D03	0.8856	0.9004	0.0223	0.0274	2.98	3.54	0.8799	0.8853	-0.8310	-0.4189
	D04	0.8898	0.9070	0.0219	0.0266	2.94	3.45	0.8850	0.8922	-0.7836	-0.3991
	D05	0.8580	0.8552	0.0246	0.0341	3.37	4.03	0.8539	0.8228	0.3430	1.3397
	D06	0.8903	0.9071	0.0219	0.0264	2.94	3.42	0.8846	0.8937	-0.8952	-0.5326
	D07	0.8442	0.8617	0.0268	0.0363	3.09	4.17	0.8266	0.7998	0.8571	1.9119
	D08	0.9249	0.9173	0.0204	0.0310	2.07	3.22	0.8999	0.8540	0.8435	1.6940
SVM _{Gau}	D01	0.8926	0.9106	0.0217	0.0259	2.90	3.35	0.8870	0.8981	-0.8939	-0.5965
	D02	0.8907	0.9069	0.0218	0.0270	2.93	3.47	0.8852	0.8893	-0.7528	-0.3682
	D03	0.8950	0.9114	0.0215	0.0259	2.70	3.49	0.8887	0.8976	-0.8932	-1.7369
	D04	0.8916	0.9144	0.0213	0.0250	3.02	3.40	0.8909	0.9047	-0.3086	-0.0195
	D05	0.9680	0.9425	0.0117	0.0205	1.54	2.38	0.9672	0.9362	0.3009	0.5769
	D06	0.8923	0.9176	0.0214	0.0249	2.92	3.32	0.8902	0.9059	-0.5106	-0.3434
	D07	0.9803	0.9428	0.0092	0.0213	1.13	2.46	0.9797	0.9310	0.2892	0.7370
	D08	0.9819	0.9475	0.0088	0.0200	1.03	2.37	0.9812	0.9391	0.2669	0.6315



Şekil 6. Farklı modellere ait test sürecinde elde edilen OMYH değerlerinin değişimi

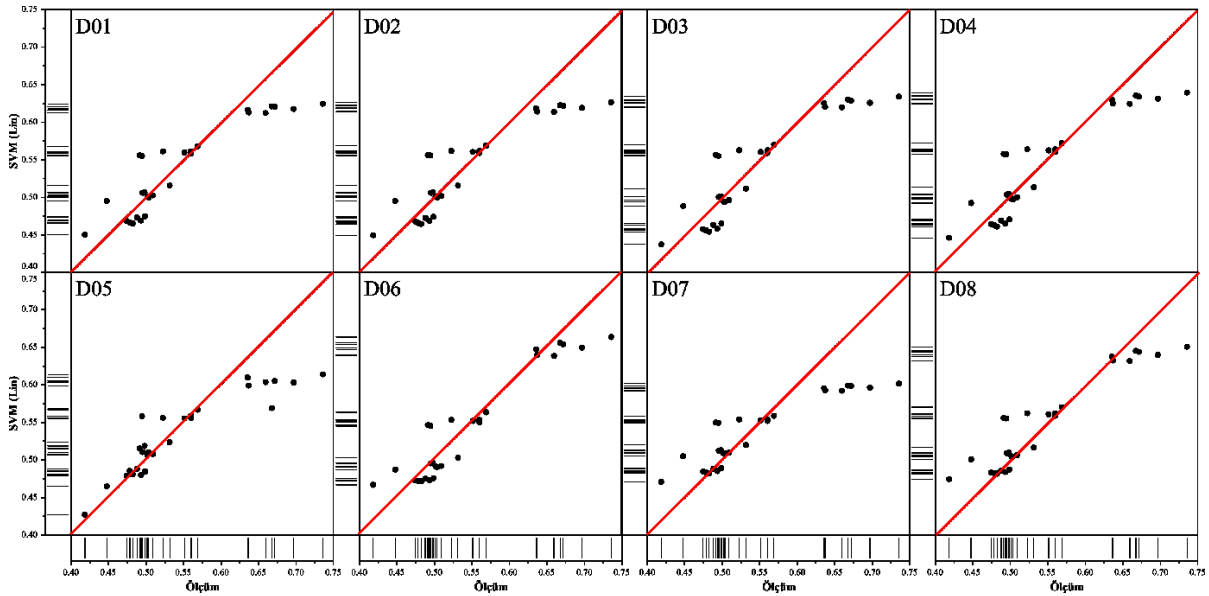
Şekil 7’de, farklı yöntemler ve modellerle elde edilen C_d değerlerinin Taylor diyagramları verilmiştir. Taylor [26] tarafından önerilen bu diyagramlar ile tahmin modelinin gerçek değerlere göre değerlendirilmesinde üç farklı kriter kullanılmaktadır. Bunlar, korelasyon katsayısı, R, standart sapma ve merkezi Karekök Ortalama Karesel Fark (KOKF) parametreleridir. Bu diyagramlarda, ölçüm verilerine (grafikte siyah nokta olarak verilmiş) ait değerlere yakınsama model performansının yüksek olduğu anlamına gelmektedir. Bu diyagramlardan, SVM_{Gau} yöntemi kullanılarak elde edilen C_d değerlerinin Karekök Ortalama Karesel Fark (KOKF) değerlerinin 0.02-0.04 aralığında değiştiği, standart sapma değerlerinin 0.06-0.08 aralığında oluştuğu ve korelasyon katsayısının tüm modeller için 0.95 civarında olduğu görülmektedir. D08 modelinin standart sapmasının yaklaşık 0.07 olduğu ve KOKF değerinin ise yaklaşık 0.02 olduğu söylenebilir. Ölçüm değerine ait standart sapma değerinin yaklaşık olarak 0.08 olduğu belirlenmiştir. Lineer yöntemine ait diyagrama göre, tüm modellerin KOKF değerlerinin 0.02-0.05 aralığında oluştuğu, standart sapma değerlerinin ise 0.04-0.08 aralığında olduğu ve korelasyon katsayısının genellikle 0.9 ile 0.95 arasında değiştiği görülmektedir. Polinom yöntemiyle elde edilen sonuçlar incelendiğinde, bu modele ait sonuçların Lineer yöntemiyle benzer olduğu belirlenmiştir.



Şekil 7. Farklı model ve yöntemlerle elde edilen C_d değerlerine ait Taylor diyagramları

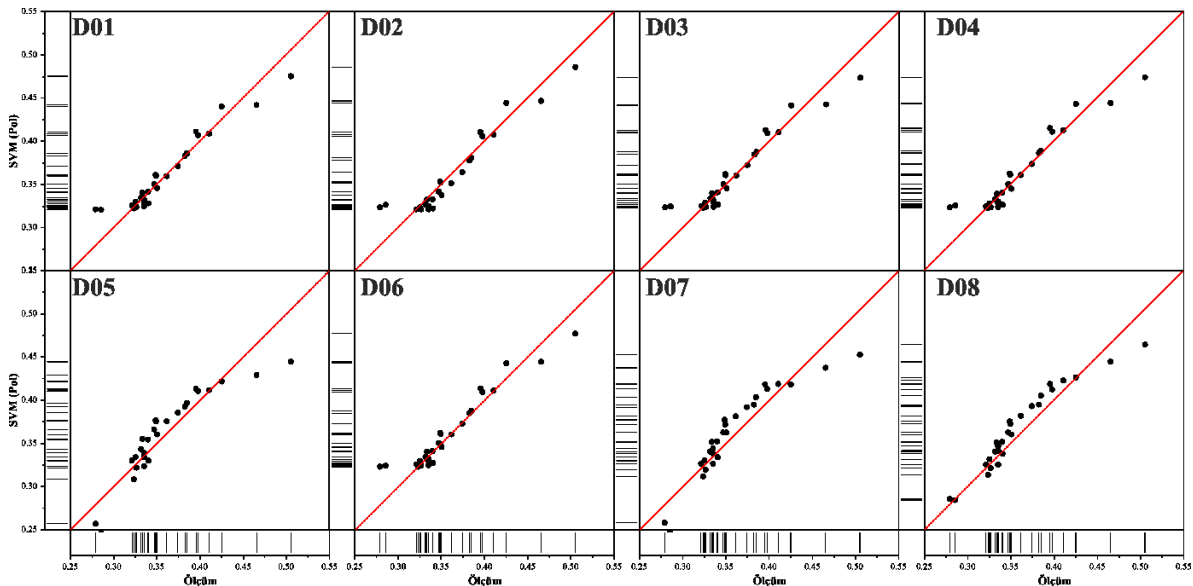
Lineer yöntemiyle farklı girdi parametreleri kullanılarak oluşturulan modellerle tahmin edilen ve ölçüm değerlerinin saçılım grafikleri Şekil 8’de verilmiştir. D05 modeli hariç tüm modellerin çok küçük ve büyük

C_d değerlerini tahmin etmede, ortalama C_d değerlerini tahmin etmedeki kadar başarılı olmadığı görülmektedir. D06 modeline ait saçılım grafiği incelendiğinde küçük, orta ve büyük C_d değerlerinin belirlenmesinde oldukça başarılı olduğu ve değerlerin 1/1 çizgisi etrafında dağılım sergilediği görülmektedir. D05 modelinin küçük C_d değerlerini tahmin etmekte başarılı olduğu belirlense de tahmin edilen değerlerin genel değerlendirilmesinde hata payının D06 modelin de daha küçük olduğu belirlenmiştir. Bu sonucun farklı yöntemler kullanılarak modellerin başarılarının verildiği Tablo 2 ile uyumlu olduğu söylenebilir.



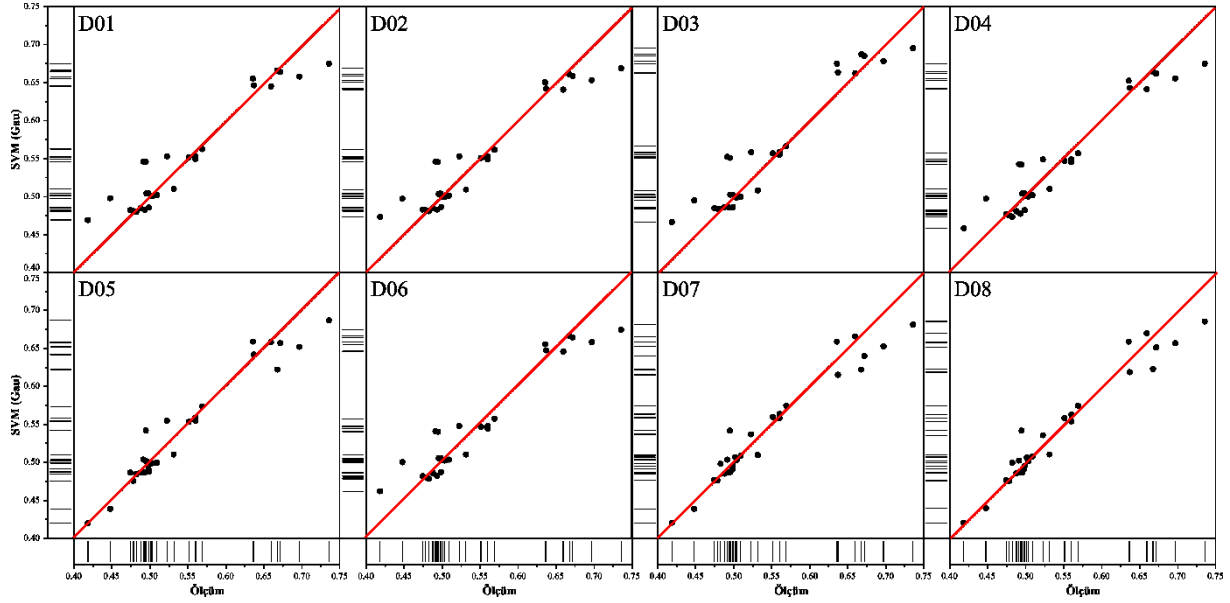
Şekil 8. Test sürecine ait ölçülen ve lineer yöntemiyle elde edilen C_d değerlerinin saçılım grafikleri

Şekil 9'da, polinom kernel fonksiyonu kullanılarak farklı modellerle tahmin edilen C_d değerlerinin ölçümlerden hesap edilen C_d değerlerinin saçılım grafikleri verilmiştir. Farklı modellere kullanılarak Polinom fonksiyonuyla elde edilen saçılım grafiklerinin birbirine benzer olduğu ve genellikle tüm modellerin büyük C_d değerlerini ve D08 haricindeki modellerin ise küçük C_d değerlerini de tahmin etmedeki başarısının düşük olduğu görülmektedir. D08 modeli kullanılarak elde edilen saçılımın diğer modellere kıyasla 1/1 çizgisine daha yakın olduğu açıkça söylenebilir.



Şekil 9. Test periyoduna ait ölçülen ve polinom yöntemiyle elde edilen C_d değerlerinin saçılım grafikleri

Şekil 10'da, SVM_{Gau} yöntemi kullanılarak test sürecinde elde edilen C_d değerlerinin saçılım grafikleri görülmektedir. D01-D06 modellerine ait saçılım grafiklerinin, D07 ve D08 modellerinin de birbirine benzer saçılımlara sahip olduğu söylenebilir. Tablo 2'de verilen değerler incelendiğinde D07 ve D08 modelleri arasında bariz farklılığın bulunmadığı anlaşılmakta ve bu değerlendirme şekillerden de yapılabilmektedir. Küçük C_d değerlerini tahmin etmekte başarılı olan modellerin diğer modellere üstünlük sağladığı değerlendirilebilir.



Şekil 10. Test sürecine ait ölçülen ve gaussian yöntemiyle elde edilen C_d değerlerinin saçılım grafikleri

5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Yapay açık kanallar veya doğal akarsularda debiyi ölçmek ve su seviyesini kontrol etmek için oldukça sık kullanılan ölçme savaklarının pratik kullanımı açısından debi katsayısının belirlenmesi ve bunun tahmin edilmesi oldukça önemlidir. Farklı girdi kombinasyonlarında C_d 'nin tahmin edilmesi için farklı tahmin metodları kullanılabilir. C_d üzerinde etkin parametrelerin belirlenmesi ve C_d tahmininde bu parametrelerin girdi olarak kullanılması tahmin yöntemlerinin başarısını arttırmaktadır. Bu çalışmada farklı mamba ve mansap eğimine sahip geniş başlıklı trapez savağın debi katsayısı destek vektör makineleri yöntemiyle tahmin edilmiştir. Üç farklı alt fonksiyonunun 8 farklı girdi kombinasyonunda başarısı R^2 , KOKH, OMYH, NSE ve PBIAS başarı ölçütlerine göre araştırılmıştır. Debi katsayısının, H_o/L ve ϵ parametrelerinin artmasıyla azaldığı görülmüştür. Elde edilen sonuçlardan, tüm başarı ölçütlerine göre SVM_{Gau} yönteminin SVM_{Pol} ve SVM_{Lin} yöntemlerine kıyasla daha başarılı olduğu belirlenmiştir. Bu yöntemle test sürecinde en başarılı modelde R^2 değeri 0.9475, KOKH değeri 0.02, OMYH değeri %2.37, NSE değeri ise 0.9391 olarak elde edilmiştir. Tüm oluşturulan modellerde PBIAS değerinin ± 10 'dan küçük olduğu ve başarılı olduğu belirlenmiştir. Oluşturulan modellerin başarısında H_o/L ve mamba eğiminin etkin parametreler olduğu, bunların yanında üçüncü bir parametre olarak mansap eğiminin eklenmesinin model başarısının arttırdığı belirlenmiştir. Çalışma sonucunda elde edilen bulgulardan, SVM_{Gau} yöntemiyle dört başarı ölçütüne göre H_o/L , ϵ , α ve β parametrelerinin girdi olarak kullanıldığı D08 modelinin en başarılı model olduğu ve geniş başlıklı trapez savaklara ait debi katsayısının destek vektör makineleri yöntemiyle başarılı bir şekilde tahmin edilebileceği belirlenmiştir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Chanson, H., (2004). *Hydraulics of Open Channel Flow*. Burlington: Elsevier.
- [2] Mehboudi, A., Attari, J., Hosseini, S. (2016). Experimental study of discharge coefficient for trapezoidal piano key weirs. *Flow Measurement and Instrumentation*, 50, 65-72.
- [3] Li, S., Yang, J., Ansell, A. (2021). Discharge prediction for rectangular sharp-crested weirs by machine learning techniques. *Flow Measurement and Instrumentation*, 79, 1-9.
- [4] Sargison, J.E., Percy, A. (2009). Hydraulics of broad-crested weirs with varying side slopes. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 135(1), 115-118.
- [5] Emiroglu, M.E., Agaccioglu, H., Kaya, N. (2011). Discharging capacity of rectangular side weirs in straight open channels. *Flow Measurement and Instrumentation*, 22(4), 319-330.
- [6] Ameri, M., Ahmadi, A., Dehghani, A.A. (2015). Discharge coefficient of compound triangular–rectangular sharp-crested side weirs in subcritical flow conditions. *Flow Measurement and Instrumentation*, 45, 170-175.
- [7] Johnson, M.C. (2000). Discharge coefficient analysis for flat-topped and sharp-crested weirs. *Irrigation science*, 19(3), 133-137.
- [8] Haghiabi, A.H., Parsaie, A., Ememgholizadeh, S. (2018). Prediction of discharge coefficient of triangular labyrinth weirs using adaptive neuro fuzzy inference system. *Alexandria Engineering Journal*, 57(3), 1773-1782.
- [9] Roushangar, K., Alami, M.T., Shiri, J., Asl, M.M. (2018). Determining Discharge coefficient of labyrinth and arced labyrinth weirs using support vector machine. *Hydrology Research*, 49(3), 924-938.
- [10] Parsaie, A., Haghiabi, A.H. (2017). Improving modelling of discharge coefficient of triangular labyrinth lateral weirs using SVM, GMDH and MARS techniques. *Irrigation and Drainage*, 66(4), 636-654.
- [11] Salmasi, F., Yıldırım, G., Masoodi, A., Parsamehr, P. (2013). Predicting discharge coefficient of compound broad-crested weir by using genetic programming (GP) and artificial neural network (ANN) techniques. *Arabian Journal of Geosciences*, 6(7), 2709-2717.
- [12] Hoseini, S.H., Afshar, H. (2014). Flow over a broad-crested weir in subcritical flow conditions. *Physical Study, Journal of River Engineering*, 2(1), 1005-1012.
- [13] Roushangar, K., Akhgar, S., Salmasi, F. (2018). Estimating discharge coefficient of stepped spillways under nappe and skimming flow regime using data driven approaches. *Flow Measurement and Instrumentation*, 59, 79-87.
- [14] Saffar, S., Babarsad, M.S., Shooshtari, M.M., Riazi, R. (2021). Prediction of the discharge of side weir in the converge channels using artificial neural networks. *Flow Measurement and Instrumentation*, 78, 1-9.
- [15] Hager, W.H., Schwalt, M. (1994). Broad-crested weir. *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, 120(1), 13-26.
- [16] Kabacoff, R. (2015). *R in Action: data analysis and graphics with r*: Manning Publications Co., Shelter Island, New York.
- [17] Smola, A.J., Schölkopf, B. (2004). A tutorial on support vector regression. *Statistics and Computing*, 14(3), 199-222.

- [18] Magoulès, F., Zhao, H. (2016). Data mining and machine learning in building energy analysis: Wiley Online Library.
- [19] James, G., Witten, D., Hastie, T., Tibshirani, R. (2013). An introduction to statistical learning, 112. Springer.
- [20] Yu-Wei, C.D.C. (2015). Machine learning with r cookbook: Packt Publishing Ltd.
- [21] Kuhn, M., Johnson, K. (2013). Applied Predictive Modeling, Vol. 26. Springer.
- [22] Vapnik, V. (2013). The nature of statistical learning theory. New York: Springer science & business media.
- [23] Awad, M., Khanna, R. (2015). Efficient learning machines: theories, concepts, and applications for engineers and system designers: 248p. Springer Nature, New York.
- [24] Hornik, K., Meyer, D., Karatzoglou, A. (2006). Support vector machines in r. Journal of statistical software, 15(9), 1-28.
- [25] Pelikan, M., Goldberg, D.E., Cantú-Paz, E. (1999). BOA: The Bayesian optimization algorithm. In Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference GECCO-99, 525-532.
- [26] Taylor, K.E. (2001). Summarizing multiple aspects of model performance in a single diagram. Journal of Geophysical Research: Atmospheres, 106 (7), 7183-7192.