SERİ B CİLT 52 SAYI 1 2002

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ

ORMAN FAKÜLTESİ

DERGİSİ

F.1

REGRESYON ANALİZİ VE ORMANCILIKTA KULLANIMI

Or.Y.Müh.Dr. Neşat ERKAN[1)]

Kısa Özet

İstatistik yöntemler bütün bilim dallarında, dolayısiyle ormancılıkta da sıkça kullanılan araçlardan birisidir. Yine bir istatistik yöntem olan regresyon analizi oldukça karmaşık ilişkilerin söz konusu olduğu ormancılık bilimlerinde de bu ilişkilerin incelenmesinde kullanılmaktadır. Etkileri araştırılan faktörler arasında var olduğu düşünülen ilişkilerin yönü, önemi ve biçimi regresyon analizi ile ortaya konabilir. Ayrıca yine bu ilişkilerden faydalanılarak ölçülmesi zor olan faktörlerin (bağlı değişken) diğer ölçülmesi kolay faktörler (serbest değişken) aracılığıyla belli hata payıyla kestirilmesi mümkün hale gelmektedir.

Regresyon serbest değişken sayısına göre basit ve çoğul regresyon, ilişkinin biçimine göre de doğrusal ve eğrisel regresyon olarak ayrılmaktadır. Bu makalede regresyon analizi ve ormancılıktaki kullanımı örneklerle açıklanmaya çalışılmıştır.

Anahtar kelimeler: Regresyon analizi, regresyon modelleri, ormancılıkta regresyon.

REGRESSION ANALYSIS AND ITS USAGE IN FORESTRY

Abstract

Statistical methods are the instruments used frequently in all disciplines, as well as in forestry. Regression analysis is one of the statistical methods which is used also to estimate the relationships between the variables in forestry where the relationships are quite complex. The direction, significance and shape of relationships between variables that are subject to study can be find out using regression analysis. Additionally, a variable, which is difficult to measure directly (dependent variable), can be predicted at an appreciable confidence level from some others, which are easier to measure (independent variables), using these relationships.

1) Batı Akdeniz Ormancılık Araştırma Müdürlüğü-Antalya

Yayın Komisyonuna Sunulduğu Tarih:20.05.2002

Regression can be grouped as simple and multiple regression depending on the number of independent variable and linear and non linear regression depending on the shape of relationship between dependent and independent variables.

In this paper, the regression and its usage were explained with examples in forestry.
Keywords: Regression analyses, regression models, regression in forestry.

1. GİRİŞ

Ormancılıkla ilgili olarak yapılan araştırmalarda sıkça başvurulan istatistik analizlerden birisi de regresyon analizidir. Üzerinde çalışılan bir değişkenin diğer bir veya birden çok değişken karşısındaki değişiminin sürekli bir fonksiyonla ifadesi regresyon analizinin temelini oluşturur. Bir başka deyişle bağlı değişken ile serbest değişkenler arasında varlığı düşünülen ilişkinin önemi, yönü ve biçimi regresyon analizi ile ortaya konmaktadır. Böyle bir ilişkinin ortaya konması bağlı değişkenin serbest değişken veya değişkenler aracılığıyla kestirilmesine olanak sağlamaktadır. Böylece gözlenmesi ve ölçülmesi güç olan değişkenlerin (bağlı değişken) diğer ölçülebilen değişkenler(serbest değişkenler) aracılığıyla kestirilmesi mümkün hale gelmektedir. Ancak regresyonun varlığı ve standart hatasının küçük görülmesi değişkenler arasında bir "neden – sonuç" ilişkisinin bulunduğunu kanıtlayamaz. Aralarındaki ilişki; bir yönlü etkiden ya da karşılıklı etkileşimden ileri gelebileceği gibi, ortak bir ya da birkaç neden yüzünden birlikte değişme ya da birbirini izleme hali de olabilir. İlişkinin nedeni, ayrıca düşünsel yoldan saptanmalıdır (akıl yürütme, istidal), (KALIPSIZ 1976; KALIPSIZ 1988).

Regresyon, serbest değişken sayısına göre basit ve çoğul regresyon olarak ikiye ayrılmaktadır. Ayrıca ilişkinin şekline göre doğrusal ve eğrisel regresyon olarak ta sınıflanmaktadır. Bu çalışmada önce regresyon analizinin ormancılıkta kullanımına değinilecek, daha sonra örneklerle desteklenerek basit ve çoğul regresyon analizleri işlenecektir.

2. REGRESYONUN ORMANCILIKTA KULLANIMI

Biyolojik bir varlık olan ağaç, yetişme ortamı, iklim ve diğer canlılarla birlikte bir yaşam birliği (biosönoze) oluşturmakta ve oldukça karmaşık ilişkiler içerisinde yaşamını sürdürmektedir. Bu ilişkileri tespit edip ekolojik dengeyi de bozmadan kalite ve kantite bakımından yüksek düzeyde ürün elde etmeyi amaçlayan ormancılık biliminde regresyon analizi geniş kullanım alanı bulmaktadır. Özellikle dendrometri ve orman hasılatı bilim dallarında tek ağaç veya meşcere bazında çalışmaya konu değişkenler arasındaki ilişkilerin önemi, yönü ve biçimlerinin belirlenmesi oldukça sık başvurulan konular arasındadır. Tek ve çift girişli hacim tabloları, hasılat tabloları ve tek ağaç ve meşcere büyüme modelleri (simülasyon) için kullanılan regresyon eşitlikleri bu konuya verilebilecek örneklerin başında gelmektedir. Ayrıca topraktaki bitki besin maddesi ve bazı iklim verileri ile ağaç büyümesi arasındaki ilişkiler ve ormanı etkileyen diğer yararlı ve zararlı, canlı ve cansız faktörlerin etkilerinin incelenmesinde regresyon analizine ihtiyaç duyulmaktadır. Yine değişik ormancılık faaliyetlerinde ve ormancılık ekonomisi, silvikültür, ağaç fizyolojisi, genetik bilim dallarında zaman zaman regresyon analizinin kullanımına ihtiyaç duyulmaktadır.

3. BASİT DOĞRUSAL REGRESYON

Basit doğrusal regresyon adından da anlaşılacağı gibi bağlı değişken ile tek bir serbest değişken (basit) arasındaki doğrusal ilişkinin ifadesidir ve

$$Y_r = \alpha + \beta X \quad (1)$$

şeklinde ifade edilir. Üzerinde çalışılan toplum, başka bir deyişle ilişkinin saptanacağı toplum istatistik bağıntı gösteriyorsa X serbest değişkeni ile kestirilen Y bağlı değişkeni ε gibi bir rastlantı hatası da içerir ve ilişki,

$$Y_r = \alpha + \beta X + \varepsilon \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Buradaki ε değerinin, ortalaması sıfır, varyansı σ^2 olan bir normal dağılım göstereceği kabul edilir. Dolayısıyla Y bağlı değişken ile X serbest değişken arasındaki ilişki

$$Y_r = \alpha + \beta X \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. İlişki doğru denklemiyle ifade edildiğinde Y nin $\alpha + \beta X$ e eşit olduğu düşünülmemeli. Çünkü Y nin ortalamasının (veya bekleme değerinin) $\alpha + \beta X$ e eşit olacağı kabul edilmektedir (SOKAL / ROHLF 1995)

Doğrusal regresyonda X ve Y arasındaki ilişkiyle ilgili şu ön şartlar gerçekleşmelidir:

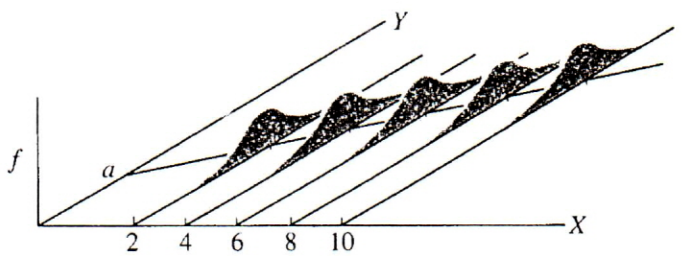
1- Belli bir X değerine karşılık gelen Y değerleri normal dağılım gösterir.

2- Belli bir X değerine karşılık gelen bu Y değerleri dağılımının aritmetik ortalamaları ($\mu_{Y.X}$) bir doğru üzerine toplanır.

$$\mu_{Y.X} = \alpha + \beta(X - \overline{X}) = \alpha + \beta X \quad (4)$$

(Bu doğruya regresyon doğrusu denir (Şekil 1). α parametresi $X = \overline{X}$ olması durumunda Y 'lerin ortalamasına eşittir. β ise doğrunun eğimini verir).

3- Y 'nin bu normal dağılımları birbirinden bağımsız olup varyansları ($\sigma^2_{Y.X}$) birbirine eşittir (KALIPSIZ 1988; COCHRAN / SUEDECOR 1980; SOKAL / ROHLF 1995; DÜZGÜNEŞ 1975 ; NETER at all 1996).



Şekil 1: Regresyon doğrusu ve belli X değerlerine göre Y 'nin oluşturduğu toplumlar ve dağılımları.

3.1 Regresyon Katsayılarının Hesabı

Regresyon katsayılarının hesabında en küçük kareler yöntemi ve en büyük olası değer yönteminden faydalanılmaktadır (NETER at all 1996). Ancak burada en çok kullanılmakta olan en küçük kareler yöntemi kullanılacaktır. En küçük kareler yönteminde koordinat sistemine işaretlenmiş X , Y noktaları arasından geçirilecek doğruya bu noktaların uzaklıklarının karelerinin toplamının minimum olması amaçlanır.

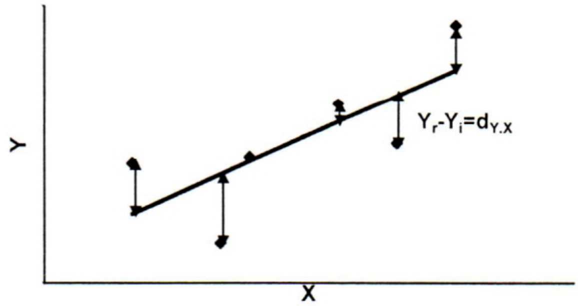
$$Y_r = \alpha + \beta X \tag{5}$$

şeklindeki bir basit doğrusal regresyon denklemi için Şekil 2'den de görüldüğü gibi $d_{Y.X} = Y_r - Y_i$ mesafelerinin kareleri toplamı minimum olacak şekilde regresyon doğrusu geçirilir (Burada,

Y_r : denklemden elde edilen regresyon doğrusu değerini,

Y_i : i. noktanın ordinat değerini,

$d_{y.x}$: X serbest değişkeni için Y bağlı değişkenin gerçek ve regresyon değerleri arasındaki farkı gösterir).



Şekil 2: X_i, Y_i noktaları ve regresyon doğrusunun geçirilmesi

Gerçek Y_i değerleri ile Y_r regresyon doğrusu değerleri fark kareleri toplamını Z ile gösterirsek,

$$Z = \Sigma(Y_i - (a + bX_i))^2 \tag{6}$$

$$Z = \Sigma(Y_i - a - bX_i)^2 \tag{7}$$

olur. En küçük fark kareleri yöntemi gereği bu Z fonksiyonunu minimum yapan a ve b katsayıları bulunur.

Z fonksiyonunun minimum olduğu noktada birinci türevi sıfıra eşittir (KALIPSIZ 1988 ; KÖKSAL 1976 ; ÖZDAMAR 1989 ; DÜZGÜNEŞ 1975, ; NETER at all 1996)

Z fonksiyonunun a ve b'ye göre kısmi türevlerini alınıp sıfıra eşitlendiğinde,

$$\frac{\partial z}{\partial a} = 2\Sigma\,(Y_i - a - bX_i)(-1) = 2\Sigma(-Y_i + a + bX_i) = 0 \Rightarrow \Sigma Y_i = na + b\Sigma X_i \qquad (8)$$

$$\frac{\partial z}{\partial b} = 2\Sigma\,(Y_i - a - bX_i)(-X_i) = 2\Sigma(-Y_iX_i + aX_i + bX_i^2) = 0 \Rightarrow \Sigma Y_iX_i = a\Sigma X_i + b\Sigma X_i^2 \qquad (9)$$

denklemleri elde edilir ki bunlara normal denklemleri adı verilir. Sonuçta elde edilen bu iki denklemin ortak çözümü yapıldığında a ve b katsayıları

$$a = \frac{(\Sigma Y)(\Sigma X^2) - (\Sigma X)(\Sigma XY)}{n(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2} \qquad (10)$$

$$b = \frac{n(\Sigma XY) - (\Sigma X)(\Sigma Y)}{n(\Sigma X^2) - (\Sigma X)^2} \qquad (11)$$

şeklinde elde edilir (KALIPSIZ 1988, ; KÖKSAL 1975). Ayrıca a katsayısı 8 nolu formülden faydalanılarak;

$$na + b\Sigma X = \Sigma Y \Rightarrow a = \frac{\Sigma Y}{n} - \frac{b\Sigma X}{n} = \overline{Y} - b\overline{X} \qquad (12)$$

şeklinde de hesaplanabilir. Buradaki b katsayısı ise 9 nolu denklemde a'nın değerinin yerine konmasıyla,

$$(\overline{Y} - b\overline{X})\Sigma X + b\Sigma X^2 = \Sigma YX \qquad (13)$$

$$b = \frac{\Sigma XY - \overline{Y}\Sigma X}{\Sigma X^2 - \overline{X}\Sigma X} = \frac{\Sigma(X - \overline{X})(Y - \overline{Y})}{\Sigma(X - \overline{X})^2} = \frac{\Sigma xy}{\Sigma x^2} \qquad (14)$$

şeklinde elde edilir (ERCAN 1987 ; KALIPSIZ 1988 ; SOKAL / ROHLF 1995 ; FREESE 1984)

ÖRNEK 1:

Konunun daha iyi anlaşılması için aynı yaşlı kızılçam meşceresinde ölçülmüş çap – çap artımı ilişkisi ele alınarak incelenmiştir. 30 yaşındaki bir meşcerede toplam 40 ağaçta ölçülen çaplar ve çap artımları Tablo 1'de verilmiştir. Burada 5 yıllık periyodik çap artımı çapın bir fonksiyonu olarak tespit edilmeye çalışılmaktadır.

İlişkiyi doğrusal bir fonksiyonla ifade etmeye çalışalım:

$$\Delta d_{1.3} = a + bd_{1.3} \qquad (15)$$

Çap art. .ının bağlı, çapın ise serbest değişken olarak kullanıldığı bu fonksiyonun a ve b katsayılarını hesaplayalım.

Tablo 1: 30 Yaşındaki Bir Kızılçam Meşceresinden Alınmış Çap – Çap Artımı (5 Yıllık) Değerleri.

	Çap(X) (cm)	Çap Art(Y) (mm)	X^2	Y^2	XY
	22	11	484	121,0	242,0
	14	4,5	196	20,3	63,0
	20	7	400	49,0	140,0
	28	14	784	196,0	392,0
	23	10	529	100,0	230,0
	21	10	441	100,0	210,0
	20	8,5	400	72,3	170,0
	14	5,5	196	30,3	77,0
	14	6	196	36,0	84,0
	26	9,5	676	90,3	247,0
	23	10,5	529	110,3	241,5
	21	8,5	441	72,3	178,5
	31	12	961	144,0	372,0
	33	13	1089	169,0	429,0
	20	8,5	400	72,3	170,0
	18	5,24	324	27,5	94,3
	15	8,5	225	72,3	127,5
	17	8,99	289	80,8	152,8
	23	12,5	529	156,3	287,5
	19	9	361	81,0	171,0
	14	4,5	196	20,3	63,0
	15	4,5	225	20,3	67,5
	25	7	625	49,0	175,0
	15	4,5	225	20,3	67,5
	21	11,3	441	127,7	237,3
	22	10	484	100,0	220,0
	10	4	100	16,0	40,0
	14	9	196	81,0	126,0
	23	10	529	100,0	230,0
	15	6	225	36,0	90,0
	12	3,5	144	12,3	42,0
	26	11	676	121,0	286,0
	15	8	225	64,0	120,0
	12	6,5	144	42,3	78,0
	9	6,5	81	42,3	58,5
	8	3	64	9,0	24,0
	12	4,5	144	20,3	54,0
	19	5,36	361	28,7	101,8
	17	4,5	289	20,3	76,5
	8,4	2,5	70,56	6,3	21,0
Toplam	**734,4**	**308,9**	**14894,6**	**2737,2**	**6257,3**

10 ve 11 nolu formüllerdeki değerleri Tablo 1'den alıp yerine koyarsak katsayılar;

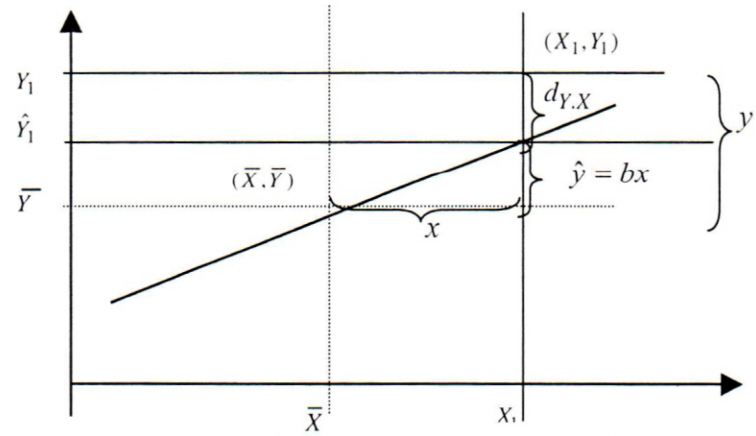
$$a = \frac{(308.9X14894.5) - (734.4X6257.3)}{40X14894.6 - 734.4^2} = 0.096154$$

$$b = \frac{40X6257.3 - (734.4X308.9)}{40X14894.6 - (734.4^2)} = 0.415365$$

olarak hesaplanır.

3.2 Regresyonda Varyans Analizi

Regresyonda bağımlı değişken olarak ölçülen Y_i lerin gösterdikleri toplam varyans regresyon doğrusuna kadar $(\hat{y})$ ve regresyon doğrusundan sonraki $(d_{Y.X})$ varyans olarak iki parçaya ayrılmaktadır.



Şekil 3: Bağlı değişken Y 'ye ait tüm varyansın bölünmesi

Şekil 3'ten de görüldüğü gibi ölçülen bir Y_i bağlı değişkenin $\overline{Y}$ ortalamadan farkı (y), bu değerin regresyon doğrusundan olan farkı ($d_{Y.X} = Y - \hat{Y}$) ile regresyon doğrusunun $\overline{Y}$ ortalamadan olan farkı ($\hat{y} = \hat{Y} - \overline{Y}$) toplamına eşittir. Bu eşitlikler varyanslar cinsinden yazılırsa,

$$\Sigma(Y - \overline{Y})^2 = \Sigma(\hat{Y} - \overline{Y})^2 + \Sigma(Y - \hat{Y})^2 \qquad (16)$$

ve kısa yazılırsa da,

$$\Sigma y^2 = \Sigma \hat{y}^2 + \Sigma d_{Y.X}^2 \qquad (17)$$

olur. Burada $\Sigma d^2_{\hat{Y}.X}$ terimine regresyonda hata kareler toplamı veya regresyonun toplam hata varyansı denir ve en küçük kareler yöntemiyle bu kareler toplamı minimum kılınmaya çalışılmaktadır. Varyansların hesaplanmasında kolaylık olması bakımından ;

$$\Sigma y^2 = \Sigma Y^2 - \frac{(\Sigma Y)^2}{n} \quad (18)$$

$$\Sigma \hat{y}^2 = \frac{(\Sigma xy)^2}{\Sigma x^2} \quad (19)$$

$$\Sigma xy = \Sigma XY - \frac{\Sigma X \Sigma Y}{n} \quad (20)$$

$$\Sigma x^2 = \Sigma X^2 - \frac{(\Sigma X)^2}{n} \quad (21)$$

$$\Sigma d^2_{\hat{Y}.X} = \Sigma y^2 - \Sigma \hat{y}^2 \quad (22)$$

eşitliklerinden faydalanılabilir.

Bütün bu değerleri varyans analizi tablosunda gösterirsek;

Varyasyon Kaynağı	Serb. Der.	Kareler Top.	Kareler Ort	F Değeri
$\hat{Y}-\overline{Y}$ Açıklanan Regresyon)	1	$\Sigma \hat{y}^2 = \Sigma(\hat{Y}-\overline{Y})^2$	$S^2_{\hat{y}}$	$S^2_{\hat{y}} / S^2_{\hat{Y}.X}$
$Y-\hat{Y}$ (Açıklana-mayan Hata)	n-2	$\Sigma d^2_{\hat{Y}.X} = \Sigma(Y-\hat{Y})^2$ $= \Sigma y^2 - \Sigma \hat{y}^2$	$S^2_{\hat{Y}.X}$	
$Y-\overline{Y}$ (Toplam)	n-1	$\Sigma y^2 = \Sigma(Y-\overline{Y})^2$	$S^2_{\hat{Y}}$	

Burada varyans analizi ile

$$Y_r = \alpha + \beta X \quad (23)$$

regresyon denkleminde, Y bağlı değişkenin sahip olduğu varyasyonun X serbest değişkeni aracılığıyla açıklanmasının istatistiki olarak anlamlı olup olmadığı test edilir. Bunun için varyans analizi ile hesaplanan F değeri F dağılım tablosundan alınan tablo değeriyle karşılaştırılır. (KALIPSIZ 1988, ; SOKAL / ROHLF 1995 ; SNEDECOR / COCHRAN 1984). Ayrıca burada,

$$(\Sigma \hat{y}^2 / \Sigma y^2)100 \quad (24)$$

oranı ile elde edilecek rakam Y bağlı değişken varyansının yüzde ne kadarının X serbest değişkeni aracılığıyla açıklanabileceğini göstermekte ve buna da determinasyon katsayısı (belirtme katsayısı, r^2) adı verilmektedir.

Örneğimiz için varyans analizini 17-22 nolu formüllerden faydalanarak yapacak olursak ;

Varyasyon Kaynağı	Serb. Der.	Kareler Top.	Kareler Ort.	F Değeri
Regresyon	1	243.43	243.43	85.305
Hata	38	108.43	2.85	
Toplam	39	351.86		

Hesaplanan F değeri (F= 85.305) regresyon ve hata serbestlik dereceleri (1 ve 38) için F dağılım tablosundan alınan $F_{0.001} = 12.74$ değerinden daha büyük olduğu için çap artımındaki varyasyonun açıklanmasına çapın istatistiki bakımından katkısının olabileceği anlaşılmaktadır. Çap artımındaki bu varyasyonun ne kadarının çap tarafından açıklanabileceğine (determinasyon katsayısına) bakılırsa r^2=243.43/351.86 = 0.692 işlemi sonucunda bu açıklama oranının % 69.2 olduğu anlaşılır.

3.3 Regresyon Katsayılarının Güven Aralığı ve Önemlilik Testleri

$Y_i = \alpha + \beta X_i + \varepsilon_i$ şeklinde ifade edilen doğrusal regresyon modelinde α ve β parametreleri ile ε_i rastlantı değişkeni bilinmemekte olup, ancak belli bir güven düzeyi için tahmin edilebilmektedir. ε_i rastlantı değişkeni ortalaması sıfır ve varyansı σ_ε^2 olan bir dağılım göstermektedir. α , β ve σ_ε^2 parametreleri doğrudan hesaplanamadığı için n birimli bir örnekten a, b ve S_ε^2 şeklinde istatistik değer olarak kestirilmektedir. Çok sayıdaki n birimli örnek için hesaplanacak a ve b değerleri ortalamaları sırasıyla α ve β, varyansları da σ_a^2 ve σ_b^2 olan birer normal dağılım gösterirler (KALIPSIZ 1988). Dolayısıyla bu dağılımların da S_a^2 ve S_b^2 ile gösterilebilecek birer varyansları vardır. Yani α ve β parametrelerinin tahmini değerleri olan a ve b' ler her zaman hata içermekte ve belli bir aralıkta hesaplanabilmektedir. Bu aralık t güven katsayısına da bağlı olarak,

$$a - tS_a \le \alpha \le a + tS_a \tag{25}$$

$$b - tS_b \le \beta \le b + tS_b \tag{26}$$

şeklinde yazılabilir. Burada t katsayısı güven düzeyinin %68, %95 ve %99 oluşuna göre sırasıyla 1, 2 ve 3 olarak değişebilmektedir. S_a ve S_b ise a ve b katsayılarının standart sapmaları olup aşağıdaki formüllerden hesaplanmaktadır (NETER at al 1996, S.47,53);

$$S_b = \sqrt{\frac{S_{d_{Y.X}}^2}{\Sigma x^2}} \tag{27}$$

$$S_a = \sqrt{S_{d_{Y.X}}^2 \left[\frac{1}{n} + \frac{\overline{X}^2}{\Sigma x^2} \right]} \tag{28}$$

$\Delta d = a + bd$ doğrusal regresyon modeliyle ifade edilen örneğimiz için bu katsayılar,

$$\Sigma y^2 = 2737.2 - \frac{(308.9)^2}{40} = 351.87 \quad \text{(Formül 18'den)}$$

$$\Sigma \hat{y} = \frac{(586.07)^2}{1410.98} = 243.433 \quad \text{(Formül 19'dan)}$$

$$\Sigma xy = 6257.3 - \frac{734.4x308.9}{40} = 586.07 \quad \text{(Formül 20'den)}$$

$$\Sigma x^2 = 14894.6 - \frac{(734.4)^2}{40} = 1410.98 \quad \text{(Formül 21'den)}$$

$$\Sigma d_{YX}^2 = 351.87 - 243.43 = 108.44 \quad \text{(Formül 22'den)}$$

$$S_{dyx}^2 = \frac{\Sigma d_{YX}^2}{n-2} = \frac{108.44}{38} = 2.8537 \text{ mm}$$

$$S_b = \sqrt{\frac{2.8537}{1410.98}} = 0.04497$$

$$S_a = \sqrt{2.8537\left[\frac{1}{40} + \frac{(18.36)^2}{1410.98}\right]} = 0.8678$$

şeklinde hesaplanmaktadır. Bu standart sapmalardan faydalanarak ve Formül 25 ve 26' yı kullanarak gerçek katsayılar olan α ve β katsayılarının bulunabilecekleri aralıklar ise örneğin t=2 (%95 güvenle) için aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$-1.6394 \leq \alpha \leq 1.8318$$

$$0.3254 \leq \beta \leq 0.5053$$

Örnek üzerinden hesaplanan a ve b istatistikleri α ve β parametrelerinin tahmini değerleri olduğuna göre bu parametrelerin sıfıra eşit olma olasılıkları da vardır. Y bağlı değişkeni ile X serbest değişkeni arasındaki ilişkiyi gösteren b katsayısının sıfıra eşit olma olasılığı ($H0: \beta = 0$) nın testi regresyon için önem taşır. Bu test örnek istatistikleri üzerinden yapılır. Bunun için;

$$t = \left|\frac{b-0}{S_b}\right| \tag{29}$$

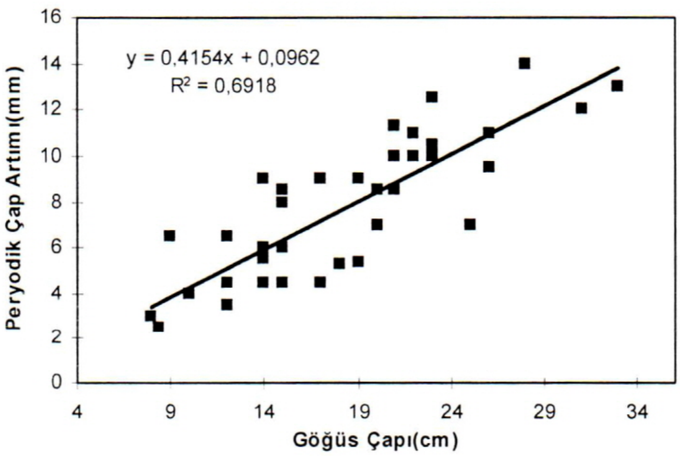
formülünden hesaplanan t değeri, $v = n-2$ serbestlik derecesi ve istenilen güven düzeyi (P=0.01, 0.05 vs.) için t dağılımı tablosundan alınacak değerle karşılaştırılır.

Örneğimiz için bu değer $t = 0.41536/0.0449 = 9.236$ olarak hesaplanır. $v = 40 - 2 = 38$ serbestlik derecesi için $t_{0.05} = 1.686$ ve $t_{0.01} = 2.423$ tablo değerleri olarak okunur (tek yanlı test için t tablo değerleri). İki t değerinin karşılaştırılmasından $t > t_{0.01}$ olduğu için $\beta = 0$ olma olasılığının %1 den daha az olduğu anlaşılır. Bir başka deyişle %99 güvenirlikte çap (X) ile çap artımı (Y) arasında bir ilişkinin varlığından söz edilebilir.

a katsayısının sıfıra eşit olma olasılığı ($H0 : \alpha = 0$) da test edilebilir. Bunun için yine,

$$t = \left| \frac{a - 0}{S_a} \right|$$

formülünden faydalanılır. Örneğimiz için t değeri $t = 0.096 / 0.868 = 0.11$ hesaplanır. Hesaplanan bu t değeri $v = 40 - 2 = 38$ serbestlik derecesi ile



Şekil 4: 30 yaşındaki bir kızılçam meşceresinde çap periyodik (5 yıllık) çap artımı ilişkisi

0.01 ve 0.05 güven düzeyleri için tablo değerlerinden küçük (%1 için: 0.11<2.713 ve %5 için: 0.11<2.025) olduğundan $\alpha = 0$ yolundaki $H0$ hipotezi bu güven düzeyleri için reddedilemez. Yani α katsayısının sıfırdan farklı hesaplanmış olması tesadüfidir ve bu katsayı sıfıra eşit de olabilir.

Bu sonuç örneğimizdeki çap ile çap artımı arasındaki ilişkinin varlığı veya yokluğu konusunda bir fikir vermez. Asıl bu konuda yorum yapmamıza, yukarda da değinildiği gibi $\beta = 0$ yolundaki $H0$ hipotezi olanak sağlar. $a = 0$ olasılığının varlığı $\Delta d = a + bd$ regresyon doğrusunun orijinden ($\Delta d = 0; d = 0$) geçebileceğini gösterir (Şekil 4).

3.4 Regresyon Örnekleme Hatası ve Güven Şeridi

Regresyon denkleminden faydalanarak yapacağımız tahminler gerçek değerlerle farklılık gösterecektir. Bu fark bir ortalamayı (μ_{YX}) tahmin etmemiz halinde;

$$y_r - \mu_{YX} = (a-\alpha) + (b-\beta)X$$

(31)

kadar, toplumda bir birimin ölçü değerini tahmin etmemiz halinde ise;

$$y_r - y_X = (a-\alpha) + (b-\beta)X \mp \varepsilon$$

(32)

kadar olmaktadır. Bu farkların oluşturduğu toplumun varyansları da sırasıyla;

$$S^2_{\bar{Y}.X} = S^2_d \left(\frac{1}{n} + \frac{(X-\overline{X})^2}{\Sigma x^2} \right)$$

(33)

$$S^2_{Y.X} = S^2_d \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{(X-\overline{X})^2}{\Sigma x^2} \right)$$

(34)

olarak hesaplanmaktadır (KALIPSIZ 1988 ; ÖZDAMAR 1989). Formül 33 ve 34'ün karekökleri sırasıyla ortalamanın tahmininde ve bireye ait ölçü tahmininde düşülecek örnekleme hatasını, standart hatayı verir. Belli güven düzeyi için (%95, %99 vs.) belirli bir X_i değerine karşılık gelen $\mu_{Y.X}$ ortalama değer ve y_X birey ölçü değerinin bulunabileceği aralıklar (yani güven aralıkları)

$$y_r - tS_{\bar{Y}.X} \le \mu_{y.x} \le y_r + tS_{\bar{Y}.X} \qquad (35)$$

$$y_r - tS_{Y.X} \le y_X \le y_r + tS_{Y.X} \qquad (36)$$

olarak yazılır. Örnek 1 için ortalamaya ve bireye ait varyans ve standart sapmaları değişik noktalarda Formül 33 ve 34 ten faydalanarak hesaplayalım;

$X = 9$ cm noktasında:

$$S^2_{\bar{Y}X} = 2.8537\left[\frac{1}{40} + \frac{(9-18.36)^2}{1410.98}\right] = 0.248 \Rightarrow S_{\bar{Y}X} = 0.498mm$$

$$S^2_{YX} = 2.8537\left[1 + \frac{1}{40} + \frac{(9-18.36)^2}{1410.98}\right] = 3.10223 \Rightarrow S_{YX} = 1.76mm$$

$X = \overline{X} = 18.36$ cm noktasında:

$$S^2_{\bar{Y}X} = 2.8537\left[\frac{1}{40} + \frac{0}{1410.98}\right] = 0.071 \Rightarrow S_{\bar{Y}X} = 0.27mm$$

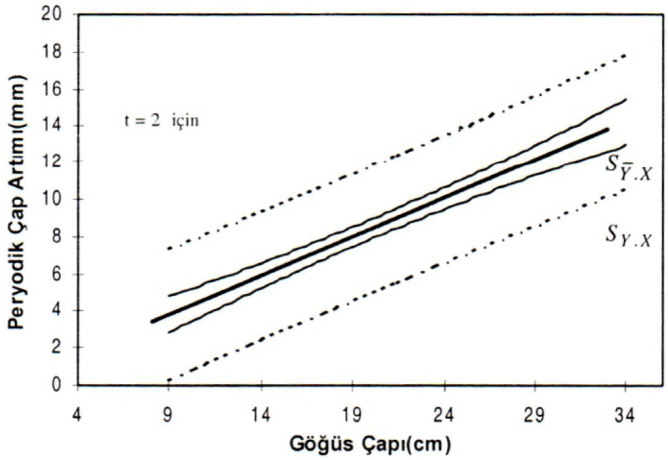
$$S^2_{YX} = 2.8537\left[1 + \frac{1}{40} + \frac{0}{1410.98}\right] = 2.92 \Rightarrow S_{YX} = 1.71mm$$

$X = 30$ cm noktasında:

$$S^2_{\bar{Y}X} = 2.8537\left[\frac{1}{40}+\frac{(30-18.36)^2}{1410.98}\right] = 0.345 \Rightarrow S_{\bar{Y}X} = 0.59mm$$

$$S_{YX} = 2.8537\left[1+\frac{1}{40}+\frac{(30-18.36)^2}{1410.98}\right] = 3.199 \Rightarrow S_{YX} = 1.79mm$$

Değişik X değerleri için hesaplanan bu standart sapmalar $t_{38} = 2$ ($\alpha = 0.05$ düzeyi) için Formül 35 ve 36 da yerine konarak güven aralıkları hesaplanmış ve Şekil 5' te regresyon eğrisinin alt ve üst kısmına işaretlenerek % 95'lik güven şeritleri elde edilmiştir. Şekilden de görüleceği gibi bu şeritler arasındaki mesafe $|X_i - \bar{X}|$ değerine bağlı olarak artmaktadır. Bu durum $\bar{X}$ ortalamadan uzak uç bölgeler için yapılacak tahminlerde hata oranının arttığını ve regresyon denklemi üzerinden yapılacak ekstrapolasyonların güvenirliğinin azaldığını göstermektedir. Örneğimiz için düşünüldüğünde; ölçü sınır değerleri olan 8 cm ve 33 cm çaplarını taşan çap değerleri için çap artımı kestirmelerinin güvenirliğinin azalacağı söylenebilir.



Şekil 5: Regresyon doğrusundan ortalama ve bireyi kestirmeye ilişkin %95 lik güven sınırları

4. EĞRİSEL REGRESYON

3. Bölümde Y bağlı değişkeni ile X serbest değişkeni arasındaki doğrusal ilişki durumu incelenmişti. Bu bölümde ise bu ilişkinin eğrisel olması durumuna değinilecektir.

Y bağlı değişkeni ile X serbest değişkeni arasında var olduğu düşünülen eğrisel ilişki ikinci derece bir parabol, polinom, logaritmik veya bir başka modelle ifade edilebilir.

$$Y = a + bX + cX^2 + dX^3 + \ldots\ldots + qX^n \qquad (36)$$

genel denklemiyle ifade edilebilecek polinomlarda n 'in büyüklüğüne göre eğri şekli değişmektedir.

Eğrisel regresyonda da katsayılar en küçük fark kareleri yöntemi gereği olarak,

$$\Sigma(y_r - y)^2 = \Sigma(a + bX + cX^2 + ... + qX^n - Y)^2 = \text{minimum} \tag{37}$$

kuralından hareketle hesaplanır. Bunun için yine a,b,c,...,q katsayılarına göre denklemin birinci türevleri alınarak sıfıra eşitlenir ve katsayı adedi kadar normal denklem elde edilir. Normal denklemlerin çözümlenmesi ile de katsayılar elde edilir (KALIPSIZ 1988, S.422).

Eğrisel regresyon katsayılarını hesaplamada bir diğer ve kolay yol ise eğrisel denklemin önce doğrusal hale dönüştürülmesidir. Örneğin;

$$Y = a + bX + cX^2 + dX^3 \tag{38}$$

şeklindeki bir eğrisel denklemde $T = X^2$ ve $L = X^3$ yerlerine yazmak suretiyle,

$$Y = a + bX + cT + dL \tag{39}$$

şeklinde bir doğrusal model elde edilmiş olur (RICHTER and SÖNDGERATH 1990, S.37). Ancak burada serbest değişken sayısının birden fazla olması nedeniyle konu çoğul regresyon bölümünde incelenecektir.

5. ÇOĞUL REGRESYON

Basit regresyonda bağımlı değişken Y ile bir serbest değişken olan X arasında ilişki aranmıştı. Çoğul regresyonda ise bağlı değişken Y ile birden çok serbest değişken $(X_1, X_2, X_3, ..., X_n)$ arasında ilişki aranmaktadır. Serbest değişken sayısının birden fazla olması ise Y bağlı değişkenin daha güvenirli bir şekilde kestirilmesini mümkün kılmaktadır. Dolayısıyla basit regresyona kıyasla daha fazla kullanım alanı bulmaktadır. Özellikle ilişkilerin oldukça karmaşık bir şekilde ortaya çıktığı orman ekosistemi ve işleyişinin tanınması, ölçülmesi ve bir takım ilişkilerin saptanabilmesi için çoğul regresyon ormancılık çalışmalarında da sıkça başvurulan istatistik metotlardan birisidir.

Çoğul regresyon ;

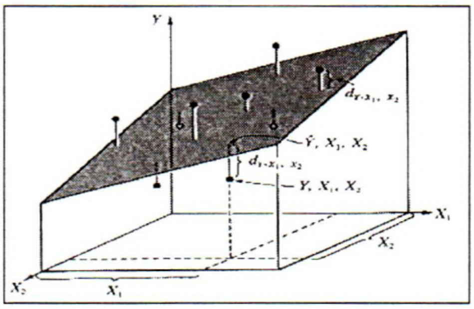
$$Y = \alpha + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + ... + \beta_n X_n \tag{40}$$

genel denklemiyle ifade edilir. Burada amaç α ve β_i parametrelerinin kestirilmesidir. Bu da örnekleme yoluyla elde edilmiş olan $Y, X_1, X_2, ..., X_n$ ölçü değerlerinden faydalanarak ve en küçük fark kareleri yöntemi kullanılarak yapılır. Sonuçta α ve β_i parametrelerinin tahmini değerleri olan a ve b_i istatistikleri hesaplanır.

Çoğul regresyonda da model doğrusal veya eğrisel olabilir. Doğrusal modellerde X_i serbest değişkenleri ile Y bağlı değişkeni arasındaki ilişki doğrusaldır. Ancak özellikle ormancılıkta incelenen ilişkiler çoğunlukla eğrisel olarak ortaya çıkmaktadır. İlişkilerin eğrisel olması durumunda model önce doğrusal hale dönüştürülür ve daha sonra katsayılar hesaplanır.

Bununla birlikte çoğu istatistik paket programlarda modeli eğrisel (polinom, logaritmik, hiperbolik, üslü, vb.) olarak verip katsayılar ve diğer istatistikleri hesaplamak ta mümkündür.

Şekil 6' da iki serbest değişkenli (X_1 ve X_2) bir doğrusal model için çizilmiş regresyon ilişkisi ve varyans bölünmesi görülmektedir. Şekilden de anlaşılacağı gibi doğrusal regresyonda bir doğruyla ifade edilen ilişki burada serbest değişken sayısının ikiye çıkmasıyla üç boyutlu grafik üzerinde bir düzlemle ifade edilmiştir.



Şekil 6: X_1 ve X_2 ye bağlı olarak Y nin regresyonu ve varyans bölünmesi

Çoğul regresyonda katsayılar, ilgili serbest değişkenin, diğer serbest değişkenlerin sabit tutulduğu varsayımıyla bağlı değişken üzerindeki etkisini ölçmektedir (KÖKSAL 1985, S.391). Bu katsayıların en küçük fark kareleri yöntemiyle hesaplandığına yukarıda değinilmişti. Bunun için;

$$\Sigma(Y_r - Y)^2 = \Sigma(a + b_1X_1 + b_2X_2 + ... + b_nX_n - Y)^2 = \text{minimum} \quad (41)$$

şartını sağlayacak a ve b_i katsayılarını bulmak için bu denklemin a ve b_i' lere göre kısmi türevleri alınır ve katsayı adedi kadar normal denklem takımı elde edilir. Normal denklem takımlarının çok sayıda olması durumunda bu denklemler Gauss Eliminasyon Yöntemi ile çözülür ve katsayılar hesaplanır. Örneğin iki serbest değişkenli doğrusal çoğul regresyonun normal denklemleri aşağıdaki gibidir (KALIPSIZ 1988, S. 424 ; KÖKSAL 1985, S. 392).

$$na + b_1\Sigma x_1 + b_2\Sigma x_2 = \Sigma y \quad (42)$$

$$a\Sigma x_1 + b_1 x_1^2 + b_2\Sigma x_1 x_2 = \Sigma x_1 y \quad (43)$$

$$a\Sigma x_2 + b_1\Sigma x_1 x_2 + b_2\Sigma x_2^2 = \Sigma x_2 y \quad (44)$$

Burada $x_1 = X_1 - \overline{X}_1$, $x_2 = X_2 - \overline{X}_2$ ve $y = Y - \overline{Y}$ olduğu düşünüldüğünde Σx_1, Σx_2 ve Σy nin sıfır olacağı anlaşılacaktır. Dolayısıyla normal denklemleri,

$$b_1\Sigma x_1^2 + b_2\Sigma x_1 x_2 = \Sigma x_1 y \qquad (45)$$

$$b_1\Sigma x_1 x_2 + b_2\Sigma x_2^2 = \Sigma x_2 y \qquad (46)$$

şekline dönüşecektir. Bu iki denklemin ortak çözümü ile b_1 ve b_2 katsayıları bulunacaktır. a katsayısı ise ;

$$\overline{Y} = a + b_1\overline{X}_1 + b_2\overline{X}_2 \qquad (47)$$

genel kuralından faydalanılarak (bu ilişki formül 42'nin her iki tarafının n 'e bölünmesiyle de elde edilebilir)

$$a = \overline{Y} - b_1\overline{X}_1 - b_2\overline{X}_2 \qquad (48)$$

şeklinde elde edilir.

Katsayıların testi ise 3.3. bölümünde incelendiği gibi katsayıların bu katsayılara ait standart sapmalara bölünmesiyle elde edilen t değerinden faydalanılarak yapılır. Katsayılara ait varyanslar ise aşağıdaki formüllerle hesaplanır (ERCAN 1997, S.181; KALIPSIZ 1988, S.430)

$$S_{b1}^2 = \frac{S_d^2}{\Sigma x_1^2 - \dfrac{(\Sigma x_1 x_2)^2}{\Sigma x_2^2}} \qquad (49)$$

$$S_{b2}^2 = \frac{S_d^2}{\Sigma x_2^2 - \dfrac{(\Sigma x_1 x_2)^2}{\Sigma x_1^2}} \qquad (50)$$

Bu formüllerdeki regresyon varyansı S_d^2 ise

$$S_d^2 = \frac{\Sigma Y^2 - a\Sigma Y - b_1\Sigma XY - b2\Sigma X^2 Y}{n-k} \qquad (51)$$

şeklinde hesaplanır (Burada n örnek büyüklüğü, k ise regresyon denkleminin parametre sayısıdır).

ÖRNEK 2:

Aynı yaşlı bir ormanda ölçülen toplam 30 adet göğüs çapı-boy veri takımından faydalanarak meşcere boy eğrisi ve eğriye ait regresyon denklemi elde edilmek istenmektedir.

Daha önceki bilgilerimizden meşcere boy eğrisinin ikinci dereceden bir parabol ile ifade edilebileceğimiz kararına varırız. Yani;

$$h = a + b_1 d + b_2 d^2 \qquad (52)$$

denklemi yazılabilir (h: boy (m), d: göğüs çapı (cm)) Denklemi önce doğrusal hale dönüştürelim. Bunun için $X_1 = d, X_2 = d^2$ ve $Y = h$ yazalım. Böylece aşağıdaki doğrusal denklem elde edilmiş olur. Analize esas ölçü değerleri tablo 2'de verilmiştir.

$$Y = a + b_1 X_1 + b_2 X_2 \tag{53}$$

Formül 45 ve 46 dan faydalanarak ve bu iki denklemi taraf tarafa toplayıp eliminasyon yöntemiyle,

$$b_1 = 1.1806$$
$$b_2 = -0.0336$$

olarak hesaplanmıştır. a katsayısı da formül 48'den

$$a = \overline{Y} - b_1 \overline{X}_1 - b_2 \overline{X}_2 = 8.345 - 1.1806x12.46 + 0.0336x163.56 = -0.867$$

olarak hesaplanmıştır.

Tablo 2: 12 Yaşındaki Aynı Yaşlı Kızılçam Meşceresinden Alınmış Göğüs Çapı - Boy Değerleri

	Y (Boy)	X1 (Çap)	X2 ($Çap^2$)	$X1^2$	$X2^2$	Y^2	X1Y	X2Y
	8,6	14,4	207,4	207,4	42998,2	74,0	123,8	1783,3
	8,5	14,1	198,8	198,8	39525,4	72,3	119,9	1689,9
	9,1	13,3	176,9	176,9	31290,1	82,8	121,0	1609,7
	5,6	8,1	65,6	65,6	4304,7	31,4	45,4	367,4
	7,9	10,9	118,8	118,8	14115,8	62,4	86,1	938,6
	6,2	8,2	67,2	67,2	4521,2	38,3	50,8	416,2
	9,3	12.0	144.0	144,0	20736,0	86,3	111,5	1337,8
	8,5	9,6	92,2	92,2	8493,5	72,6	81,8	785,2
	7,0	8,9	79,2	79,2	6274,2	49,0	62,3	554,5
	9,5	14,4	207,4	207,4	42998,2	90,3	136,8	1969,9
	7,1	8,8	77,4	77,4	5997,0	50,4	62,5	549,8
	8,2	12,7	161,3	161,3	26014,5	67,2	104,1	1322,6
	9,8	15,3	234,1	234,1	54798,1	96,0	149,9	2294,1
	7,9	11,3	127,7	127,7	16304,7	63,0	89,7	1013,9
	8,1	10,6	112,4	112,4	12624,8	66,1	86,2	913,5
	9,5	15,3	234,1	234,1	54798,1	90,3	145,4	2223,9
	7,3	9,4	88,4	88,4	7807,5	53,3	68,6	645,0
	6,0	7,5	55,5	55,5	3080,5	36,0	44,7	333,0
	7,2	8,5	72,3	72,3	5220,1	51,8	61,2	520,2
	8,8	15,6	243,4	243,4	59224,1	78,1	137,9	2151,3
	9,9	17,7	313,3	313,3	98150,6	98,8	175,9	3114,1
	9,4	18,3	334,9	334,9	112151,3	88,7	172,4	3154,7
	9,5	14,9	222.0	222,0	49288,4	90,3	141,6	2109,1
	8,4	14,2	201,6	201,6	40658,7	70,6	119,3	1693,8
	8,4	12,7	161,3	161,3	26014,5	70,6	106,7	1354,8
	7,6	11,1	123,2	123,2	15180,7	57,0	83,8	930,2
	9,7	12,8	163,8	163,8	26843,5	93,7	123,9	1586,0
	8,8	13,7	187,7	187,7	35227,5	78,1	121,1	1659,2
	8,9	14,8	219,0	219,0	47978,5	79,2	131,7	1949,5
	9,5	14,7	216,1	216,1	46694,9	90,3	139,7	2052,9
Toplam	250,3	373,8	4906,9	4906,9	959315,3	2128,8	3205,6	43023,9

Şekil 7' de Örnek 2 verilerinden faydalanılarak çap - boy nokta değerleri için grafik çizilmiş ve hesaplanan a, b_i katsayılar yardımıyla da eğri (meşcere boy eğrisi) geçirilmiştir.

b_1 ve b_2 katsayılarını test edecek olursak, Formül 49 ve 50 den,

$S_{b_1} = 0.27132$

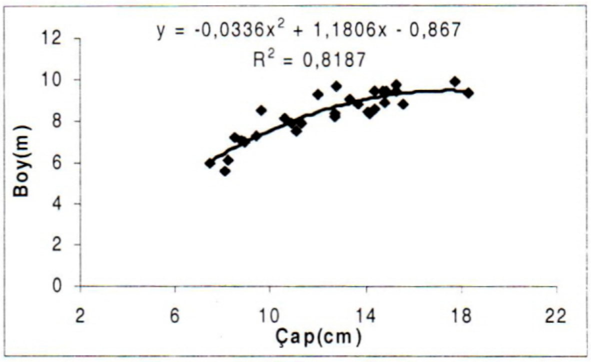
$S_{b_2} = 0.01085$

hesaplanır. Katsayıların test değerleri de;

$t_{b_1} = b_1 / S_{b_1} = 1.1806/0.27132 = 4.35$

$t_{b_2} = b_2 / S_{b_2} = 0.0336/0.01085 = 3.09$

olarak hesaplanır (t katsayıları hesaplanırken rakamlar mutlak değer olarak alınır). Hesaplanan bu t değerleri t tablosundan hata serbestlik derecesine göre bakılarak tablo değeri ile karşılaştırılır (bunun için tek yanlı t tablosu kullanılır). Örneğimiz için $v = 27$ serbestlik derecesine göre t tablosuna bakıldığında $t_{0.05} = 1.70$ ve $t_{0.01} = 2.47$ olduğu görülür. Bu sonuca göre b_1 ve b_2 katsayılarının $\alpha = 0.01$ güven düzeyinde anlamlı olduğu anlaşılır. Yani, bu ölçmelerin yapıldığı meşcerede ağaçların boylarını kestirmede çap ve çapın karesinin birer serbest değişken olarak kullanılabileceği anlaşılır.



Şekil 7: Meşcere boy eğrisi

Regresyonda varyans analizi tablosu ise aşağıda verilmiştir.

Varyans Kaynağı	Serb. Kats.	Kareler Top.	Kareler Ort.	F Değeri
Regresyon	2	32,604	16.302	60.96***
Hata	27	7,219	0.267	
Toplam	29	39.823		

Denklemin verilere uygunluğunu test etmek için hesaplanan F değeri tablo değeriyle karşılaştırılır. Tablo değerini bulmak için regresyon serbestlik derecesi ($v_1 = 2$) ve hata serbestlik derecesi ($v_2 = 27$) için F tablosuna bakılır ("F=Regresyon Kareler Ortalaması / Hata Kareler Ortalaması" formülünde v_1 : bölünenin serbestlik derecesi, v_2 : bölenin serbestlik derecesi olarak alınır). Örneğimizde $\alpha = 0.01$ güven düzeyi için $F_{0.01} = 5.49$ olduğu görülür. Hesaplanan F değerinin tablo değerinden çok büyük olması nedeniyle regresyon denkleminin uygunluğuna karar verilir.

6. SONUÇ VE ÖNERİLER

Regresyon analizi gerek basit ve çoğul, gerekse doğrusal ve eğrisel formları ile ormancılıkta kullanım alanı bulan bir konudur. Özellikle araştırma çalışmalarında orman ekosistemini oluşturan değişkenler arasındaki ilişkilerin yönü, şiddeti ve biçiminin tespitinde faydalanılmaktadır. Ayrıca bu ilişkilerden faydalanılarak ölçülmesi güç olan değişkenlerin(bağlı değişken), ölçülmesi daha kolay olan diğer değişkenler(serbest değişken) aracılığıyla kestirilmesi de regresyon analizi ile mümkün olmaktadır.

Bağlı ve serbest değişkenler arasında var olan ilişkinin tespitinde kullanılan regresyon modelinin uygunluğu, regresyonda varyans analizi ile belli bir güven düzeyi için test edilebilmektedir. Ayrıca regresyon katsayıları ve diğer istatistiklerin testi ile kurulan regresyon modelinin kontrolü mümkün olmaktadır.

KAYNAKLAR

DÜZGÜNEŞ, O., 1975 : İstatistik Metotlar, Ankara Üniversitesi Ziraat Fakültesi Yayınları, 578, Ankara.

ERCAN, M., 1997 : Bilimsel Araştırmalarda İstatistik, Kavakçılık Araştırma Enstitüsü Yayın No: 221, İzmit.

FREESE, F., 1984 : Statistics for Land Managers, Paeony Press, Allerley Brae, Jedburg, Scotland.

KALIPSIZ, A., 1976 : Bilimsel Araştırma, İ.Ü. Orman Fakültesi Yayını, Istanbul.

KALIPSIZ, A., 1988 : İstatistik Yöntemler, İ.Ü. Orman Fakültesi Yayın No: 394, Istanbul.

KÖKSAL, B.A., 1985 : İstatistik Analiz Metotları, B.Ü. Meslek Yüksek Okulu, Çağlayan Kitapevi, İstanbul.

MORRISON, D.F., 1976 : Multivariate Statistics Methods, Mc Graw-Hill Series in Probability and Statitics.,USA

NETER, J. ; KUNTER, M.H. ; NACHTSHEIM, C.J. ; WASSERMAN, W., 1996: Applied Linear Statistical Models, The McGraw-Hill Companies, Inc.,USA

ÖZDAMAR, K., 1989 : Biyoistatistik, Bilim Teknik Yayınevi, Eskişehir.

RICHTER, O. and SÖNDGERATH, D., 1990 : Parameter Estimation in Ecology, The Link Between Data and Models, Institut für Geographie und Geoökologie, Federal Republic of Germany.

SNEDECOR, G.W. and COCHRAN, W.G., 1980 : Statistical Metods, The Iowa State University Press, Ames, Iowa, USA.

SOKAL, R.R. and ROHLF, F.J., 1994 : Biometry, State University of New York at Stony Brook, W.H. Freeman and Company, New York.

SUN, O., 1980 : İstatistiksel Değerlendirme Yöntemleri ve Uygulamalar, Ormancılık Araştırma Enstitüsü, Muhtelif Yayınlar Serisi No: 37, Ankara.