

---

SERİ **B**

CİLT **34**

SAYI **2**

**1984**

---

İSTANBUL ÜNİVERSİTESİ

**ORMAN FAKÜLTESİ**  
**DERGİSİ**



# HAVA FOTOĞRAFLARINDAN YARARLANARAK TOPRAK HACMİNİN HESABI

Prof. Dr. Tahsin TOKMANOĞLU<sup>1</sup>

## G İ R İ Ő

Hava fotoğraflarından yararlanarak, arazi parçalarının ölçülmesini ve incelenmesini sağhyan aletler 2 kısma ayrılmaktadır. Bunlara sistem denilmesi daha doğrudur, çünkü genellikle bir kaç aletten oluşmaktadır. Birincilere grafik veya Analog yöntemle çalışan sistemler, ikincilerede sayısal veya Digital yöntemle çalışan sistemler denilmektedir. Sayısal yöntemle çalışan sistemler diğerlerine kıyasla daha sağlıklı ve daha duyarlı bilgi vermektedirler. Uzaydan çekilen fotoğrafların, ölçükleri çok küçüktür, örneğin 1/1 000 000 dur. Böyle bir fotoğraftan, grafik yöntemle çalışan sistemin alabildiği bilgiler, kabadır, ancak makroplan düzeyinde kalmaktadır. Sayısal sistemlerin, aynı fotoğraftan çıkarttığı bilgiler, çok daha ayrıntılara inmektedir.

Hava fotoğraflarının, hem doğal kaynaklardan yararlanmada, hemde savaşlarda büyük yararlar sağlaması, son yıllarda bütün ulusların bu konulara eğilmesine sebep olmuştur. Başlatılan yarış süratle devam etmekte ve her gün yeni bir yöntem ortaya çıkmaktadır.

Savaşda kullanılan fotoğrafları, alçaktan çekme olanağı bulunmadığından, uzaydan çekilen fotoğraflardan yararlanma yoluna gidilmekte, sayısal yöntemle çalışan sistemlere önem verilmekte ve bunlar geliştirilmektedir.

Uzaydan çekilen fotoğraflardan yararlanarak, düşmanın bütün silahları, birlikleri ve diğer olanaklar hakkında, kısa zaman aralıkları ile bilgi edinmek, savaşda büyük faydalar sağlamaktadır. Bütün uluslar bu olanakları elde etme çabası içindedirler. Bu yarışın bir sonucu olarak sayısal yöntemle çalışan sistemler çok süratli bir şekilde gelişmektedir.

Sayısal sistemle harita yapımında, arazideki noktaların koordinatlarının ve kotlarının, duyarlı bir şekilde saptanması, ilk amacı oluşturmaktadır. Bu değerlerden yararlanılarak, diğer amaçların gerçekleştirilmesine çalışılır. Aşağıdaki yazıda, sayısal sistemden yararlanılarak, yol yapımı için gerekli toprak hacim hesaplarının yapılıő şekli ve doğruluk derecesi açıklanmıya çalışılmıştır.

## ARAZİ KESİTLERİNİN ÇIKARTILMASI

Çeşitli mühendislik işleri için, arazi kesitlerinin çıkartılması gerekir. Bu iş arazide çalışarak yapılacaksa çıkartılacak kesit üzerindeki eğim değişim noktaları sap-

<sup>1</sup> I. Ü. Orman Fakültesi Öğretim Üyesi.



tanır ve bu noktalar arasındaki yükseklik farkları ile yatay uzaklıklar ölçülerek kesit çizilir, gerekli bulunan değerler de hesaplanır. Ölçme işi çeşitli şekillerde yapılabilir. Yükseklik farkları nivo ile, uzaklıklarda çelikleme ile ölçülürse, çok duyarlı bir kesit elde edilir. Bu duyarlı kullanılan aletlerin duyarlılık derecelerine ve ölçüyü yapanın yeteneklerine bağlı olarak da değişir.

Eğim değişim noktaları arasındaki uzaklık ve yükseklik farkları teodolitle de ölçülebilir. Bu durumda iş çok daha süratli bir şekilde yapılır fakat elde edilen kesit Nivo ile yapılan kadar duyarlı olmaz. Örneğin bir toprak hacminin hesabı için gerekli kesitler teodolitle çıkarılacak olursa, orta hatası büyük olan değerler elde edilir. Bu değerlere güvenerek bir mühendislik projesi yapılacak olursa, gerçeğe uymayan sonuçlarla karşılaşılır. Örneğin: Nivo ile ölçülerek yapılan bir yol projesinde 1000 m' kazı yapılacağı sonucuna varılmışsa, yol yapıldığında % 2 hata ile karşılaşılırsa, yani kazı miktarı  $\pm 20$  m<sup>3</sup> farklı çıkarsa hoş görülebilir. Fakat aynı projenin teodolitle yapılan ölçü sonucu, % 10 - 15 hata ile yani  $\pm 100$ -150 m<sup>3</sup> hatalı olduğu sonucuna varılırsa bunu kimse hoş görmez.

İstanbul'da, bir kamu kurumu için yapılacak bir binanın, 3 dekar büyüklüğündeki alanın düzeltilmesi ve belirli bir derinliğe kadar kazılması işi bir mütahite verilmişti. Kazıya başlamadan alan ölçülmüş, bir de kazı bittikten sonra ölçülmüş. Bu ölçülere dayanılarak kazı miktarı bulunacak ve mütahitin parası ödenecekti. Son ölçüyü yapan mühendis alanın kazılmamış, tersine doldurulmuş olduğu kanısına varmış ve raporunu da bu şekilde vermiştir. Sonuç olarak, mütahitle kamu kurumu mahkemelik olmuşlar. Eilirkşi olarak katıldığım bu davada, ilk yapılan haritanın da, son yapılan haritanın da kaba hatalarla yüklü olduğunu saptadım. Son durumu gösteren haritayı yeniden yapabiliriz fakat; ilk durumu gösteren haritayı yapmaya olanak yoktur. Bu nedenle, kazılan veya doldurulan hacim bulunamaz şeklinde rapor vermek zorunda kaldım.

Bu raporlara göre de mahkemenin davayı sonuçlandırmasına olanak yok.

Kesit üzerindeki eğim değişim noktaları saptandıktan sonra, aralarındaki eğim Klizimetre (Eğim ölçer) ile de ölçülebilir. Bulunacak sonucun orta hatası, teodolitle bulunandan daha büyük olur. Ayaklı Klizimetre ile bulunan sonucun orta hatası, ayaksızla bulunandan (yani cep klizimetresi ile bulunandan) daha küçüktür fakat, teodolitle bulunandan daha büyüktür.

Toprak hacim hesapları için, arazi kesiti çıkartırken, klizimetre veya teodolit kullanmak asla doğru değildir. Çünkü bu aletler noktaların yüksekliklerinin duyarlı bir şekilde bulunmasına olanak vermezler. Toprak hacim hesabında nokta yüksekliklerinin çok duyarlı bulunması zorunludur. Bu da ancak Nivo ile yapılabilir. Nivonun da, Tekniğine uygun bir şekilde kullanılması ve gerekli dengeleme hesaplarının yapılması zorunludur. Yukarıda açıklanan örnekte, 3 dekarlık alanın yüzey nivelmanı, işin başında da sonunda da nivo ile yapılmıştı. Fakat; gerekli olan kontrol ve dengeleme yapılmamıştır, bu nedenle de kaba hatalar görülmemiş ve olduğu gibi bırakılmıştı.

Geodezi ve Fotogrametri de ölçüyü yapanın teknik bilgisi ve yeteneği, aletin yeteneğinden daha önemlidir.

Toprak hacim hesaplarında, nokta yüksekliklerinin çok duyarlı ölçülmesi gerekir. Örneğin 3 dekarlık bir alanın yüzeyssel nivelmanı yapılırken  $\pm 10$  cm lık bir hata yapılırsa hesaplanan kazı hacmi  $\pm 300$  m<sup>3</sup> olur. Toprağın özgül ağırlığı 2 ton/m<sup>3</sup> kabul edildiğinden hata 600 ton olur. Bu hata kazıyı yapan kimsenin lehinde olursa, sesi çıkmaz fakat aleyhinde olursa, iş mahkemelik olur.

Özet olarak, Toprak hacim hesaplarının dayanağı olan noktaların koordinatlarının da kotlarının da çok duyarlı bir şekilde ölçülmesi kontrol ve dengeleme hesaplarının kesinlikle yapılması zorunludur.

### HAVA FOTOĞRAFLARI YARDIMİLE ARAZİ KESİTLERİNİN ÇIKARTILMASI

Havadan çekilen fotoğraf çiftleri, fotogrametri aletlerine yerleştirilerek stereoskopik görüntüler (arazi modelleri) oluşturulmakta sonrada her çeşit inceleme veya ölçü bu modeller üzerinde yapılmaktadır. Grafik yöntemler uygulanırsa, istenilen şekilde harita çizilmektedir. Sayısal yöntemler kullanılırsa, arazide yapılan ölçüler, bu model üzerinde yapılmaktadır. Model üzerindeki herhangi bir noktanın koordinatları ve kotları, bulunabilmektedir.

Arazinin zor koşullarına katlanılmadan elde edilen bu değerler, arazide elde edilenler kadar duyarlı olursa veya gereksinmelerimizi karşılayacak düzeyde olursa, büyük fayda sağlanmış olur. Ayrıca, yukardaki örnekte olduğu gibi, arazinin şekli değişmişse ve eski şeklin bilinmesi gerekiyorsa araziye gitmenin bir yararı yoktur. Fakat eski durumu gösteren fotoğraflardan yararlanılarak, kazıdan önceki duruma ait bütün bilgiler kolaylıkla elde edilebilir.

Fotoğraflardan elde edilecek bilginin duyarlık derecesi, burada çok önem kazanıyor. Şayet klizimetrenin veya teodolitın sağladığı kadar hatta daha az bir duyarlık sağlanacaksa, toprak hacim hesaplarında, hava fotoğraflarından geniş çapta yararlanmak doğru olmaz, ancak eski arazi durumlarının kabaca ortaya çıkarılmasında yararlı olur. Fakat nivonun sağladığı duyarlık elde edilebilirse, asıl amaca ulaşılmış olur. Bütün toprak hacim hesaplarında hava fotoğraflarından yararlanmak gerekir. Böylelikle hem zamandan hemde paradan büyük çapta ekonomi sağlanmış olur.

Nivonun sağladığı duyarlık, grafik yöntemle çalışan sistemlerden elde edilememekte, ancak sayısal yöntemle çalışan sistemlerden elde edilebilmektedir. Burada da kullanılan fotoğrafların ölçeği çok etkili olmaktadır.

Toprak hacim hesaplarının, hava fotoğrafları yardımile ve gereksinmeleri karşılayacak duyarlıkta yapılması, stereoskopik model üzerindeki noktaların koordinatlarının, duyarlı bir şekilde saptanmasına bağlı bulunmaktadır. Noktaların koordinatları ve kotları duyarlı bir şekilde saptanırsa, arazi kesitleri de, toprak hacim hesaplarında duyarlı şekilde yapılır.

### ORTOFOTO HARİTA VE NOKTALARIN KOORDİNATLARI

Havadan çekilen fotoğraflar harita özelliği taşımamaktadırlar. Dağların tepeleri uçağa yakın olduğundan, havadan çekilen fotoğraflarda büyük görünmekte, de-



rin vadiler ve deniz kıyıları, uçağın uzağında bulduklarından küçük görünmektedirler. Amenajman planlarımızın yapımında kullanılan ve ortalama ölçeği 1/20 000 olan fotoğraflarda, 3 000 m yükseklikteki dağ tepeleri 1/10 000 ölçeğinde, kıyılar ise 1/35 000 ölçeğinde görülmektedir. Fotoğrafların ölçeği, hiçbir zaman harita ölçeği gibi kesin bir değer olmamaktadır. Bu nedenle fotoğraflara harita gözü ile bakmak asla doğru değildir. Örneğin fotoğraftaki bir uzunluğu veya açığı ölçerek ara-



Şekil No. 1

Özerinde eşyüksekti oğrilleri bulunan bir Ortofoto Harita. Ölçeği kesin olarak 1:5 000 dir. Bu haritanın yapımında, odak uzaklığı 21 cm olan fotoğraf makinesile 2250 yükseklikden çekilmiş fotoğraflar kullanılmıştır. Fotoğrafların ölçeği yaklaşık olarak 1/10 700 olmuştur. Yukardaki haritanın ne kadar ayrıntılı bilgi verdiği görülmektedir.

ziye applike etmek büyük hatalara sebep olur. Hava fotoğrafları, harita gibi kesin ölçekli değildirler, fakat ayrıntılara ait çok bilgi vermektedirler. İdeal harita, hem hava fotoğrafları gibi çok ayrıntılı bilgi veren hem de, kesin ölçeği bulunan haritadır. Bu amacın gerçekleştirilmesi için son yıllarda büyük çalışmalar yapılmış sonunda «Ortofoto» isimli yeni bir teknik geliştirilmiştir. Bu tekniğin ürünü olan haritaya da «Ortofoto Harita» denilmektedir.

Stereoskopik model üzerindeki bütün noktaların, bir yatay düzlem üzerindeki izdüşümleri alınarak «Ortofoto Harita» yapılmaktadır. Ortofoto Harita yapılırken, normal harita (Buna klasik harita yapımı da denilebilir) yapımında kullanılan hava fotoğraflarından yararlanılmaktadır. Hava fotoğrafları normal harita yapımında olduğu gibi ikişer ikişer fotogrametri aletine (Kıymetlendirme veya Restitüsyon aleti) yerleştirilerek stereoskopik görüntüler elde edilmektedir.

Normal harita yapılırken, «Uçan Nokta» stereoskopik model üzerinde gezdirilmektedir. Uçan nokta bir dere üzerinde yürütülürse aletin kalemi dereyi çizmekte, yol üzerinde gezdirilince de yolu çizmektedir. Uçan nokta, aynı yükseklikde kalmak koşulu ile, arazi yüzeyine değiştirilerek gezdirilirse, kalem eşyükseiti eğrisini çizmektedir.

Ortofoto Harita yapılırken de, uçan nokta stereoskopik model üzerinde gezdirilmektedir. Fakat bu gezdirme normal harita yapımındaki gezdirmeden farklı olmaktadır.

Ortofoto harita yapımında birbirinden farklı 2 teknik yöntem uygulanmaktadır.

- 1 — On Line (Çevrim içi)
- 2 — Off Line (Çevrim dışı)

Birinci yöntemde, stereoskopik Görüntü, yukardan görünüşe göre, Paralel doğrularla taranmaktadır. Diğer bir deyimle; stereoskopik modelden, birbirine Paralel kesitler alınmaktadır. Kesitler eksen kabul edilerek ince şeritler çıkarılmaktadır.

İkinci yöntemde ise, denizden yüksekliği aynı olan noktaların birleştirilmesiyle elde edilen eşyükseiti eğrileri, biraz geniş tutularak, kavisli şeritler elde edilmektedir.

Birinci yöntemde, doğru şekilde fotoğraf şeritleri, ikinci yöntemde ise eğriler şeklinde fotoğraf şeritleri elde edilmektedir.

Birinci yöntemde elde edilen düz geridin ekseni üzerindeki noktaların kotları farklıdır. İkinci yöntemle elde edilen kavisli geridin ekseni üzerindeki noktaların kotları aynıdır.

Her 2 yöntemde de şeritler ne kadar dar alınırsa, elde edilecek Ortofoto Haritanın araziye gösterme özelliği, yani ideal haritaya yaklaşımı okadar fazla olur. Bu şeritler çok darlaştırılmış ve kalemle çizilen ince bir çizginin kalınlığına indirilmiştir.

Şerit eksenleri, yatay bir düzlem üzerine indirgenerek Ortofoto Harita elde edilmektedir. Ortofoto Harita elde edildikten sonra, istenirse üzerine eşyükseiti eğrileri de çizilebilir. Şekil No: 1 de, üzerine eşyükseiti eğrileri çizilmiş, bir Ortofoto Ha-



rita görülmektedir. İndirgeme işleminin yapılabilmesi için de, şerit eksenlerinin bütün noktalarının koordinatları ölçülmektedir. Şeritler çok dar olduğundan, Ortofoto Harita yapılırken, Stereoskopik Görüntü üzerindeki bütün noktaların koordinatları ölçülmektedir, denilebilir.

Ortofoto Tekniği uygulanırken, bir yan ürün olarak, arazi yüzeyindeki bütün noktaların koordinatları da elde edilmektedir. Ortofoto Tekniği nokta koordinatlarının süratli bir şekilde elde edilmesini sağlamaktadır. Bu koordinatlardan yararlanılarak, çeşitli mühendislik projeleri yapılmaktadır.

Bulunan koordinatların duyarlılık derecesi, kullanılan fotoğrafların ölçeği ve netlik derecesile yakından ilişkilidir.

### YOL PROJELERİNİN YAPIMINDA TOPRAK HACMİNİN HESABI

Çeşitli mühendislik projelerinde, kazılacak veya doldurulacak toprakların hacimlerinin hesabına gerek duyulur. Bu hesapların yapılabilmesi için, bir çok noktanın koordinatlarının özellikle kotlarının yeterli duyarlılıkta ölçülmesi gereklidir. Burada ölçülen noktaların sıklığıda çok önemlidir. Noktalar seyrek olursa, koordinatları ne kadar duyarlı ölçülürse ölçülsün, elde edilecek toprak hacminin hatası büyük olur.

Bütün kotlu planlarda durum aynıdır. Bir Kotlu Planın noktaları seyrek olursa, veya işin gerektirdiği sıklıkda olmazsa, yapılacak toprak hacim hesaplarından elde edilecek sonuç yeterli duyarlılıkta olamaz. Noktaların koordinatlarının çok duyarlı bir şekilde ölçülmesi veya hesaplanması, bu sonucu değiştiremez. Noktaların yerlerinin de bu konuda büyük önemi vardır. Örneğin; bir yol ekseninin boyuna kesiti çıkartılırken, koordinatları ölçülecek noktaların, eksen eğiminin değiştiği noktalarda alınması gerekir. Başka yerlerde alınacak olursa, farklı bir boyuna kesit ortaya çıkar. Buna göre yapılacak yolun toprak hacim hesapları da hatalı olur.

Özet olarak, toprak hacim hesabı için alınacak noktaların, sık olmaları, uygun yerlerde alınmaları, koordinatlarının da yeterli incelikte ölçülmeleri gereklidir.

Ortofoto harita yapılırken, bu özelliklere sahip çok sayıda nokta bulunabilmektedir.

Yol yrojelerinin yapımında Toprak hacim hesabı için en çok kullanılan formül

$$v = \frac{L}{2} (A_1 + A_2) \quad (1)$$

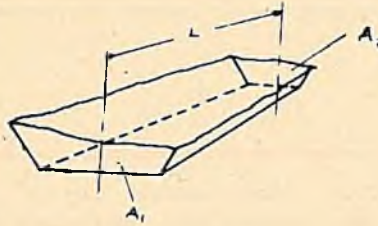
dir. Buradaki  $A_1$  ve  $A_2$  değerleri, hacmi hesaplanacak seksiyonun 2 ucundaki enine kesitlerin alanları,  $L$  değeri de seksiyonun boyudur, Şekil No: 2 de bir seksiyon görülmektedir. Yol ekseni bir doğru ise, enine kesitler eksene dik ve birbirlerine paralel olurlar. Yol ekseni bir kavisse, enine kesitler, buldukları noktada gene eksene dik ve yarı çap doğrultusunda olurlar.

Seksiyonlar uç uca eklenerek yolun tamamını oluşturmaktadırlar. Diğer bir deyimle; Yol güzergahı saptandıktan sonra seksiyonlara ayrılır. Her seksiyonun hacmi

yukardaki formül yardımıyla bulunur. Seksiyonların hacimlerinin toplamı, yolun tamamına ait hacmi verir. Bu sözün matematik olarak yazılışı şöyledir :

$$V = \sum_{i=1}^n v_i \quad (2)$$

Buradaki n sayısı, seksiyonların adedini göstermektedir.



Şekil No. 2

Yapılacak bir yol üzerindeki bir seksiyonu gösteren şekil.  $A_1$  ve  $A_2$  seksiyonun 2 ucundaki enine kesitlerdir. L seksiyonun uzunluğudur. Güzergahın bir doğru olduğu yerlerde,  $A_1$  ve  $A_2$  düzlemleri, eksene diktir ve birbirlerine paraleldir. Güzergahın bir daire kavsi olduğu yerlerde  $A_1$  ve  $A_2$  düzlemleri, gene eksene diktirler ve yarıçap doğrultusundadırlar. Seksiyonun hacminin bulunması için en çok kullanılan formül  $V = \frac{1}{2} (A_1 + A_2) L$  dir. Kazı ve dolduru hacimlerinin her ikisinde de bu formül kullanılmaktadır.

Bu formül seksiyonların hepsinde kazı veya dolduru olması halinde geçerli olmaktadır. Dolguların ayrı, kazıların ayrı toplanması halinde de formül geçerlidir. Dolguların +, kazıların - işaretlerle gösterilmesi ve cebrik toplama yapılması halinde yanlış sonuç verir.

Hataların yayılması kuralı (1) nolu formüle uygulanırsa

$$\sigma_v = \pm \sqrt{\frac{L^2}{4} \sigma_{A_1}^2 + \frac{L^2}{4} \sigma_{A_2}^2} \quad (3)$$

formülü elde edilir. Buradaki  $\sigma_v$  hesaplanan v hacmine ait standart hatayı göstermektedir.  $\sigma_{A_1}$  ve  $\sigma_{A_2}$  değerleri de enine kesit alanları olan  $A_1$  ve  $A_2$  değerlerinin standart hatalarıdır.

$A_1 = A_2$  olduğu kabul edilir ve ortak değer  $\sigma_A$  ile gösterilirse 3 nolu formül basitleşir ve

$$\sigma_v = \pm \frac{L}{\sqrt{2}} \sigma_A \quad (4)$$

şekline girer.  $\sigma_{A_1}$  ile  $\sigma_{A_2}$  arasındaki fark, genellikle çok küçüktür, bu nedenle eşit kabul edilmelerinin sonuç üzerinde önemli bir etkisi bulunmamaktadır. Seksiyon boyu küçüldükçe  $A_1$  ile  $A_2$  arasındaki fark azalır.

Buraya kadar çıkarılan formüllerde, arazi yüzeyinin tam bir düzlem olduğu,



diğer bir değimle; her noktasında eğimin aynı olduğu kabul edilmiştir. Doğada ise böyle bir arazi yok denecek kadar azdır. Arazi yüzeyindeki küçük girintiler ve çıkıntılar seksiyon hacminin hatalı hesaplanmasına sebep olur. Girinti ve çıkıntının sebep olduğu seksiyon hacim hatası  $\sigma_T$  ile gösterilirse, seksiyon hacmindeki toplam standart hata

$$\sigma_v = \pm \sqrt{\frac{L^2}{2} \sigma_A^2 + \sigma^2 T} \quad (5)$$

olmaktadır. No: 2 ile verilmiş olan Toplam hacme ait Standart Hata

$$\sigma_v = \pm \sum_{i=1}^n \sigma_{v_i}^2 \quad (6)$$

olmaktadır. Buradaki  $\sigma_{v_i}$  terimi  $i$  seksiyonundaki standart hatayı (hacim hatası),  $\sigma_T$  terimi de toplam hacme ait Standart hatayı göstermektedir. Problemi basitleştirmek amacile, bütün seksiyonlardaki hacim hatalarının birbirine eşit olduğu kabul edilebilir. Bu durumda yaklaşık bir değer veren

$$\sigma_v = \pm \sqrt{n} \sigma_v \quad (7)$$

formülü bulunur. Buradaki  $\sigma_v$  değerinin eşiti 5 nolu formülden verilmiştir.

5 nolu formüldenki  $\sigma_A$  değeri, noktaların kotlarına ait hataların ve sıklık derecelerinin bir fonksiyonudur.

şekil No: 3 de bir enine kesit görölmektedir. Bu enine kesit üzerindeki nokta sayısı  $n$  ile gösterilmiştir. Sol yukardaki nokta I ile gösterilmiş ve saat yönünde dönölerek diğer numaralar verilmiştir. Noktaların koordinatları  $x_i$  ve  $h_i$  değerleriyle gösterilmiştir.  $x_i$  yol ekseninden olan uzaklığı  $h_i$  de enine kesitin tabanından olan yüksekliği göstermektedir. Noktaların koordinatlarından yararlanarak enine kesitin alanını bulmak için kullanılacak formül

$$A = \frac{1}{2} h_1 [ (x_2 - x_n) + h_2 (x_3 - x_1) + h_3 (x_4 - x_2) + \dots \\ \dots h_n (x_1 - x_{n-1}) ] \quad (8)$$

dir<sup>1)</sup>. Bütün noktaların kotlarının yani  $h_i$  değerlerinin, aynı duyarlılık derecesile ölçüldüğü, kotlara ait standart hatanın  $\sigma_h$  olduğu kabul edilirse, hataların yayılması kuralına göre; yukardaki formüle göre hesaplanan alanın standart hatası

$$\sigma A = \pm \frac{1}{2} [ (x_2 - x_n)^2 + (x_3 - x_1)^2 + \dots \\ \dots + (x_1 - x_{n-1})^2 ]^{1/2} \sigma_h \quad (9)$$

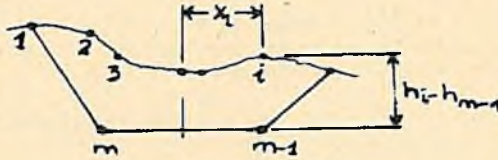
olur. Bu formüldenki köşeli parantezin içersinin yarısı  $C$  ile gösterilirse, formül

$$\sigma_A = \pm C \sigma_b \quad (10)$$

şekline girer. Bu denkleme göre  $\sigma_A$ 'nın doğrusal bir fonksiyon olduğu ve  $\sigma_b$  serbest değişkenine bağlı olarak değiştiği görülmektedir. 8 nolu denklemin, her noktadaki eğimi aynı olan bir yamaca uygulandığı düşünülürse, bu denklem de bir doğrusal fonksiyon haline gelir. Arazi yüzeyi ister bir düzlem şeklinde olsun, isterse olmasın, komşu enine kesitler arasında eğimin daima aynı olduğu kabul edilmekte ve hacim hesapları buna göre yapılmaktadır. Gerçekte ise, komşu enine kesitler arasındaki eğim her noktada aynı değildir. Enine kesit üzerinde alınan noktaların birbirlerine birer doğru ile bağlandığı kabul edilmekte ve 8 nolu olan formül buna göre yazılmaktadır, gerçekte ise, Şekil No: 3 de görüldüğü üzere, enine kesit üzerindeki noktalar, birbirlerine doğrularla bağlanmamıştır. Bu durum da A alanının hatalı bulunmasına sebep olur. Bu hata  $\sigma_i$  ile gösterilirse, A alanının toplam standart hatası

$$\sigma_A = \pm \sqrt{C^2 \sigma_b^2 + \sigma_i^2} \quad (11)$$

olur. Arazi yüzeyinin pürüzlü olması nedeniyle 10 nolu formül 11 nolu formüle dönüşmektedir.



Şekil No. 3

Bir enine kesit üzerindeki köşe noktalarının nasıl ölçüldüğünü gösteren şekil. Nöktaların yol ekseninden uzaklıkları  $X_i$  değerleridir, tabandan olan yükseklikleri de  $h_i$  değerleridir. Bu değerlere göre kesitin alanı hesaplanır.

Buraya kadar yapılan açıklamalar ve çıkarılan formüller, yol projelerinde toprak hacimlerinin hiç bir zaman tam olarak çıkarılamıyacağını ve daima yaklaşık değer olacağını göstermektedir. Bulunan hacim büyük çapta noktaların kotlarının bulunması için uygulanan yöntem ve kullanılan aletlerin duyarlık derecelerine bağlı bulunmaktadır. 9 ve 10 nolu denklemler incelendiğinde, C katsayısının, enine kesitin şekline, geometrisine ve alınan nokta adedine bağlı olarak çok değiştiği görülmektedir.  $\sigma_i$  ve  $\sigma_T$  değerleri, arazi yüzeyinde alınan noktaların, sıklık derecesine ve uygun yerlerde alınıp alınmamasına bağlı olarak değişmektedir. Aşağıda C,  $\sigma_i$  ve  $\sigma_T$  değerlerinin, değişik koşullarda ne şekilde değişimler gösterdiğini ve hesaplanan hacmi nasıl etkilediğini saptamak amacıyla yapılan bir simülasyon çalışması açıklanmıştır.

### SİMULASYON ÇALIŞMASI

(Bu çalışma Uluslararası Fotogrametri Kongresi'ne sunulmuştur)

Topoğrafyada, araziler engebe durumuna göre 3 gruba ayrılırlar. Bunlar düz, tepelik ve dağlık isimleri alırlar. Simülasyon çalışması da bu 3 arazi tipine göre ayrı ayrı yapılmıştır. Yolun geçeceği şerit üzerindeki noktaların koordinatları, sayısal sistemden yararlanılarak ve stereoskopik model üzerinde çalışılarak yapılmıştır.



Düz arazide seçilen yol güzergahında yükseklik farkları 20 m. yi geçmemekte idi. Burada güzergah yerine koridor denilmesi daha uygun bulunmaktadır. Düz arazi-deki koridorun genişliği 34 m, uzunluğu da 1504 m. idi. Bu koridorun ilk 300 m. sin-deki yamaç eğimi yaklaşık olarak % 10 - 15 kadardı ve yol eksenine dikti. Eksenin eğimi de bu parçada % 2 idi. 300 m. den sonra gelen 800 m. lik kısımda, hem yamaç eğimi hem de yol ekseninin eğimi % 1 - 4 kadardı. Son 400 m. lik kısımda yamaç eğimi de % 3 - 7 arasında idi.

Tepeli karazide seçilen ikinci koridordaki noktalar arasındaki yükseklik farkları 40 m. kadardı. Bu koridorun genişliği 34 m. uzunluğu da 1392 m. idi. Tamamındaki yamaç eğimi % 8 - 40 arasındaydı, fakat genellikle % 12 dolaylıındaydı.

Dağlık arazide alınmış olan üçüncü koridorda, noktalar arasındaki yükseklik farkları 100 m. kadardı. Koridorun genişliği 34 m. uzunluğu da 1504 m. idi. Bu kori-dorun ilk 500 m. sinde yamaç eğimi % 10 - 40, ikinci 500 m. sinde ise % 8 - 20, son 500 m. de % 10 - 100 arasındaydı ve kısa mesafeler içersinde çok değişmekteydi. Bir kaç noktada yamaç eğimi % 100 ün üzerine çıkmaktaydı.

Çizelge No: 1 de her 3 yolun özellikleri ile toplam kazı ve dolduru hacimleri bu-lunmaktadır.

Çizelge No. 1

Birbirinden farklı 3 arazide alınan yol koridorlarının özellikleriyle kazı ve dolduru hacimlerini gösteren çizelge.

Geometrik Parameteler	Arazinin Topografik Yapısı		
	Düz	Tepelik	Dağlık
Yol uzunluğu	1504	1392	1504
Yol genişliği	10	10	10
Yamaç eğimi	2:1	2:1	2:1
En küçük yol eğimi %	1,5	3,4	6
En büyük yol eğimi %	4	6	11
Toplam kazı hacmi m <sup>3</sup>	5 497	14 730	38 905
Toplam dolgu hacmi m <sup>3</sup>	5 765	27 223	34 019

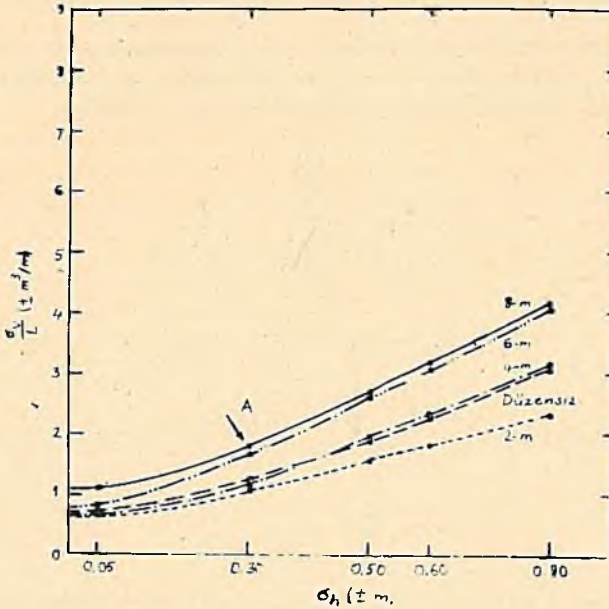
Arazideki karşığı 2×2 m olan bir saydam şablon (grid) hazırlanmış ve fotoğraf-lardan biri üzerine yerleştirilerek, kare köşelerinin Stereoskopik model üzerinde gö-rünmesi sağlanmıştır. Yol koridoru üzerine düşen kare köşelerinin kotları duyarlı bir şekilde ölçülmüştür. Düz ve dağlık arazideki yolların boyları eşit olduğundan, üzer-lerinde alınan nokta sayıları da eşit olmuştur. Düz ve dağlık arazideki yol koridor-larının her birinde 13554 nokta, tepelik arazideki yol koridorunda ise 12546 nokta alınmıştır. Bu çizelgelerdeki değerlerden yararlanılarak, çeşitli kombinasyonlar ya-pılmış, kotlara ait standart hata ( $\sigma_h$ ) enine kesit üzerinde alınan ayrıntı noktaları arasındaki uzaklıklar ve enine kesitler arasındaki mesafeler (L) bulunmuştur. Stan-dart yükseklik hatası ( $\sigma_h$ ) değerinin hesaplanması için, rastlantı yönteminden ya-rarlanılmıştır. Arazideki bir noktanın kotu hiçbir zaman tam olarak bulunamaz. İde-al olan değere yaklaşılabilir, hangi sınırlar arasında olduğu bulunabilir, fakat ken-disi hiç bir zaman bulunamaz, bir masal kahramanı gibi hayallerde yaşar.

Enine kesitler üzerindeki noktalar arasındaki mesafeler farklı şekillerde alınarak, 5 ayrı hacim hesabı yapılmıştır. Birincisinde enine kesit üzerindeki noktalar arasındaki mesafeler 2 m, diğer 3 tanesinde de sırayla 4 - 6 - 8 m. ler alınmıştır. Beşincisinde noktalar arasındaki uzaklıklar eşit alınmamış, enine kesitin köşe noktaları alınmıştır.

Enine kesitler arasındaki uzaklıklar yani seksiyon boyları olan L değerleri değiştirilerek de 4 defa hacim hesabı yapılmıştır. Seksiyon boyları sırasıyla L=4 m, 12 m, 24 m ve 36 m olarak alınmışlardır. Buna göre her yol için  $4 \times 5 = 20$  tane hacim hesabı yapılabilir.

Her yolun toplam kazı ve dolduru hacimleri, önce; enine kesit üzerindeki noktalar arasındaki uzaklıklar 2 m, seksiyon boyları da 2 m olduğuna göre hesaplanmıştır. Bu hesaplar, ölçülen koordinat ve kotlarda herhangi bir hatanın bulunmadığı, kabul edilerek yapılmıştır. Bu hesapta, enine kesit alanlarının da seksiyon hacimlerinin de hatasız olduğunu kabul etme zorunluğu bulunduğundan, herhangi bir şekilde standart hata hesaplanamamıştır. Standart hatalar daha sonra yapılan hesaplar sonucu ortaya çıkarılmıştır.

Şekil No: 4 de görülen grafikler, dağlık arazideki yola ait simülasyon çalışmalarının sonunda elde edilmişlerdir. Grafikler, birim yol uzunluğuna isabet eden standart hacim hatalarını göstermektedirler. Buradaki 5 grafiğin hepsi, seksiyon boyları



Şekil No. 4

Birim yol uzunluğuna isabet eden, standart hacim hatalarını gösteren grafikler. Grafiklerin hepsi seksiyon boyları 12 m. alınarak çizilmiştir. Yatay ekseninde standart kot hatası  $\sigma_h$  dikey ekseninde de bir m. uzunluğa isabet eden hacim hatası  $C_v/L$  bulunmaktadır. Grafikler üzerindeki rakamlar, enine kesitler üzerindeki noktalar arasındaki uzaklıkları göstermektedir.



12 m. alınarak hesaplanmış ve çizilmişlerdir. Bu grafiklerin yatay ekseninde, noktaların kotlarına ait standart hatalar yani  $\sigma_h$  değerleri (m cinsinden), düşey ekseninde de bir m. uzunluğa isabet eden hacim hatası yani  $C_v/L$  değeri ( $m^3$  cinsinden) bulunmaktadır. En yukardaki grafik 8 m. alınarak çizilmiştir. Diğer grafiklerin üzerlerindeki değerler de, gene aynı noktalar arasındaki mesafeleri göstermektedir. En yukardaki grafikteki A noktası standart kot hatası  $\sigma_h = \pm 0,30$  m. yi göstermektedir. Enine kesit üzerindeki noktalar arasındaki mesafe 8 m. alındığından, standart kot hatalarının da  $\pm 0,30$  m olması halinde yolun bir m. sine isabet eden hacim hatası  $1,81 m^3$  olmaktadır. Enine kesit üzerindeki noktalar arasındaki mesafeler azalınca, hacim hatası da küçülmektedir. Aynı noktalar, enine kesitin köşelerinde alınca, üzerine (düzensiz) sözcüğü yazılmış olan grafik elde edilmektedir.

Şekildeki A noktasına ait değerlerin saptanabilmesi için, enine kesit üzerindeki noktalar aralığındaki mesafesi 8 m ne seksiyon boyları 12 m. olan bütün hacim hesaplarından yararlanılmıştır. Yolun toplam boyu 1504 m. seksiyon boyu da 12 m. olduğundan yol boyunca 125 tane seksiyon bulunmaktadır. Bu seksiyonların hepsinden A noktasına ait değerlerin hesaplanmasında yararlanılmaktadır.

Herhangi bir seksiyona ait hatasız hacim (kazı veya dolgu)  $v_i^0$  ile hatalı hacim de  $v_i$  ile gösterilirse hata

$$e_i = v_i^0 - v_i \quad (12)$$

olur. e değerlerinin aritmetik ortalaması  $\bar{e}$  kareli ortalaması  $\sigma_e$  ile, birim uzunluğa isabet eden kareli ortalama hata da  $\sigma_v/L$  ile gösterilmiş ve 125 seksiyonun tamamı dikkate alınarak bu değerler hesaplanmıştır. Kullanılan formüller

$$\bar{e} = \frac{\sum_{i=1}^{125} e_i}{125} \quad (13)$$

$$\sigma_v = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{125} (e_i - \bar{e})^2}{124}} \quad (14)$$

ve

$$\frac{\sigma_v}{L} = \frac{\sigma_v}{12} \quad (15)$$

dir. Şekil No: 4 deki A noktası, bir m. uzunluğa ait standart hacim hatasının  $1,81 m^3$  olduğunu göstermektedir. Buna göre bir seksiyona ait hacim hatası

$$\sigma_v = 12 \times 1,81 = 21,7 m^3$$

olur.

Alanı hesaplanan enine kesite ait standart hata  $\sigma_A$  değeri, her kombinasyona yani  $\sigma_h$  değerine ve enine kesitler arasındaki uzaklığa göre değişmektedir. Aynı yöntemin bütün kombinasyonlara uygulanması ve her birine ait değerlerin hesaplanması gerekir.

4 nolu şekildeki A noktasına tekrar dönelim. i enine kesitine ait hatasız alanı  $A_i$  ile gösterelim.  $A_i^0$  değeri de hesap sonunda bulunan hatalı alan olsun. Buna göre hesaplanan alanın hatası  $d_i$  değeri

$$d_i = A_i^0 - A_i \quad (16)$$

olacaktır.

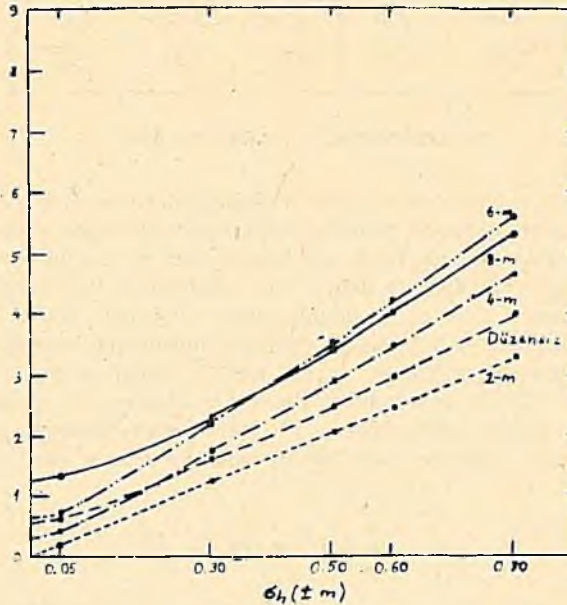
Yolun tamamında  $125 \div 1 = 126$  enine kesit bulunduğundan ortalama alanı gösteren  $\bar{d}$  değeri ve bu değere ait standart hata  $\sigma_A$  değeri

$$\bar{d} = \frac{1}{126} \sum_{i=1}^{126} d_i \quad (17)$$

$$\sigma_A = \pm \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{126} (d_i - \bar{d})^2}{125}} \quad (18)$$

formüllerile bulunur.

Şekil No: 5 de, tepelik arazideki  $\sigma_A$  ile  $\sigma_h$  arasındaki ilişki, grafikte gösteril-



Şekil No. 5

Tepelik arazide kot hatası  $\sigma_h$  ile, enine kesitlerin alan hatası arasındaki ilişkiyi gösteren grafik. Yatay eksen üzerinde kot hatası  $\sigma_h$  değerleri, düşey eksen de  $\sigma_A$  değerleri bulunmaktadır. Grafikler üzerindeki rakamlar, enine kesitler üzerindeki noktalar arasındaki uzaklıkları göstermektedir.  $\sigma_A$  değeri L uzunluğuna bağlı değildir.



miştir. Bu grafikler  $L=12$  m. alınarak çizilmiştir. Fakat  $\sigma_A$  değeri,  $L$  uzunluğuna bağlı değildir.

### C VE $\sigma_1$ DEĞERLERİNİN SAPTANMASI

11 nolu denklemin verdiği sonuçlar, Şekil No: 5 de grafik şeklinde gösterilmiştir. Aynı denklemden yararlanılarak, C ve  $\sigma_1$  değerleri arasındaki ilişkiler de saptanabilir. Bu ilişkiler, alınan enine kesitler arasındaki uzaklığa bağlı olarak değişmektedir. Çizelge No: 2 de, enine kesitler arasındaki uzaklıkların farklı olması halinde,  $\sigma_1$  ile C arasındaki ilişkinin nasıl olduğu gösterilmiştir.

Çizelge No. 2

Enine kesitler arasındaki uzaklıkların (Seksiyon Boylarının) farklı olması halinde  $\sigma_1$  ile C arasındaki ilişkiyi gösteren çizelge.

Seksiyon Boyları	Düz Arazi		Tepelik Arazi		Dağlık	
	$\sigma_1$	C	$\sigma_1$	C	$\sigma_1$	C
2 m.	0,00	3,95	0,00	4,15	0,00	4,19
4 m.	0,34	5,21	0,35	5,77	1,10	6,78
6 m.	0,78	6,30	0,64	7,00	1,71	7,23
8 m.	0,93	6,39	1,29	6,34	3,10	8,69
Düzensiz	0,28	4,89	0,57	6,91	0,67	5,83

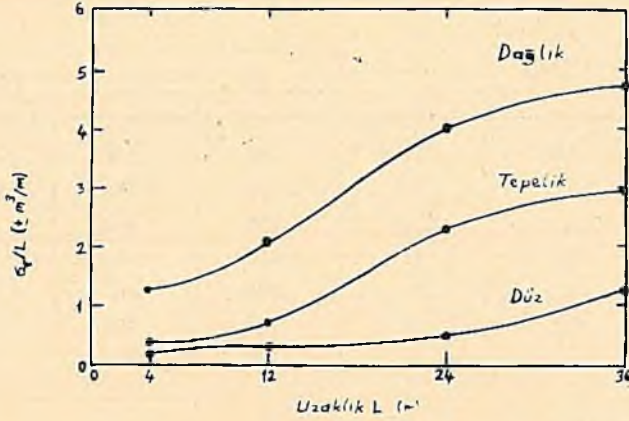
### $\sigma_T$ DEĞERİNİN SAPTANMASI

$\sigma_T$  değeri, her üç tip arazi için,  $L$  nin 4 değişik değerine göre, 5 nolu denklemden yararlanılarak hesaplanmıştır. Similasyon hesapları, kotlarda herhangi bir hatanın bulunmadığı kabul edilerek önce  $L=2$  için hesaplanmış ve bunun hatasız olduğu kabul edilmiş sonra da  $L$  nin diğer 4 değeri için yapılmıştır. Bu hesapda, enine kesitlerin alanlarının hatasız yani  $\sigma_A=0$  olduğu kabul edilmiştir. Bu durumda hesaplanan hacimde bir hata varsa, bu hata ya arazinin topoğrafik yapısından ve yahutta, kullanılan hacim bulma formülünün iyi bir formül olmamasından ileri gelmiş olacaktır. Bu durum  $\sigma_T=\sigma_1$  olması halidir. Bu duruma göre elde edilen sonuçlar, Şekil No: 6 da grafik halinde gösterilmiştir. Grafiğin yatay ekseninde  $L$  değerleri, düşey ekseninde ise  $\sigma_T/L$  oranları, yani birim uzunluğa isabet eden  $\sigma_T$  değerleri bulunmaktadır.

### KONTROL

5, 7, 11 nolu denklemlerden yararlanılarak C ve  $\sigma_1$  arasındaki ilişkiler saptanmış ve 2 nolu çizelgede verilmiştir. Aynı formüllerden yararlanılarak  $\sigma_T/L$  oranı hesaplanmış ve 6 nolu şekilde gösterilmiştir. 2 nolu çizelge ile 6 nolu şekil, 3 tip ara-

zide yapılan hacim hesaplarının doğruluk derecelerini görebilme olanağını vermektedir.  $\sigma_v/L$  oranı, 141 çeşit yol için ayrı ayrı hesaplanmış ve birbirleriyle kıyaslanmışlardır.  $\sigma_v/L$  değerlerinin, ortalamalarından olan en büyük farkı % 25 i kadardır. Bu orandan yararlanarak, bulunan sonuçları kontrol etme olanağı vardır. Yani ortalamadan, % 25 den daha büyük ayrılış gösteren değerlerde kaba hata bulunduğu kolaylıkla gözlenebilir.



Şekil No. 6

Enine kesit alanlarının hatasız olması halinde, birim uzunluğa isabet eden  $\sigma_v$  değerleri ile seksiyon boyları arasındaki ilişkileri gösteren grafikler. Yatay eksen seksiyon boylarını gösteren uzunluklar yani L değerleri düşey eksen  $\sigma_v/L$  değerleri gösterilmiştir. Düz, tepelik ve dağlık arazinin herbiri için ayrı bir grafik çizilmiştir.

## YAPILAN ÇALIŞMADAN ÇIKARILAN GENEL KURALLAR

Hesaplanan toprak hacminin hatası bir çok etkene bağlı bulunmaktadır. Yukarıdaki örnekte bu etkenlerin neler olduğu açıklanmıştır. Yapılan çalışmadan aşağıdaki genel kurallar çıkarılabilir.

- 1 — Serbest değişgenlerin, bulunan hacim üzerindeki etkilerini saptayınız:  $\sigma_h$ .
- L, enine kesit üzerindeki noktalar uzaklıklar ve topoğrafik yapının cinsi ,düz, tepelik ve dağlık olması.
- 2 — Çizelge No: 2 den yararlanarak C ve  $\sigma_v$  değerlerini bulunuz.
- 3 — Denklem No: 11 den yararlanarak  $\sigma_A$  değerini bulunuz.
- 4 — Denklem No: 5 den yararlanarak  $\sigma_T$  değerini bulunuz.
- 5 — Denklem No: 5 den yararlanarak  $\sigma_v$  değerini de bulunuz.
- 6 — Denklem No. den yararlanarak  $\sigma_v$  değerini bulunuz.

Çizelge No: 3 de 100 Km. uzunluğunda ve 10 m. genişliğindeki bir yolun projelendirilmesinde, çeşitli etkenlerin uygulanması halinde, toplam toprak hacminin ne kadar olacağı görülmektedir. Çizelgede 7 değişik durum bulunmaktadır, hepsinde enine kesit üzerindeki noktalar arasındaki uzaklık 4 m. alınmıştır.

Çizelge No: 2 ve Şekil No: 5 de olduğu gibi, Çizelge No: 3 de de yamaç eğimi 2/1 olarak alınmıştır. Yol genişliği de aynı olduğundan ,Çizelge No: 3 deki durum-



lara ait C ve  $\sigma$ , değerleri Çizelge No: 2 den  $\sigma_{T/L}$  değeri de Şekil No: 5 den alınabilir.

Çizelge No. 3  
Çeşitli durumlara ait, toplam toprak hacmine ait hataları gösterir çizelge.

Durum No.	$\sigma_h$ ( $\pm$ m)	L m	$\sigma_h$ ( $\pm$ m <sup>3</sup> )		
			Düz Arazi	Tepelik	Dağlık
1	0,01	10	380	650	2010
2	0,01	35	2 282	5 444	8905
3	0,1	4	304	392	980
4	0,1	10	530	760	2060
5	0,2	4	506	595	1113
6	0,3	4	727	829	1303
7	0,3	10	1 170	1 390	2470

Her durumda,

yol uzunluğu = 100 Km.  
yol genişliği = 10 Km.  
yamaç eğimi = 2 : 1  
enine kesitler üzerindeki noktalar arasındaki uzaklık = 4 m.

Çizelge No: 3 incelenerek şu sonuçlar çıkarılabilir :

— Enine kesitler arasındaki L uzaklığı, hesaplanan toprak hacminin hatasını, diğer etkenlerden çok daha fazla değiştirmektedir. L değeri büyüdükçe hesaplanan toprak hacminin hatası da büyümektedir.

— Noktaların kot hataları büyüdüğü takdirde, L değeri küçültülerek, bu hatanın sonuç üzerindeki olumsuz etkisi giderilebilir. Örneğin; Çizelge No: 3 deki birinci durumda  $\sigma_h = \pm 0,01$  m. yani noktaların kot hatası  $\pm 1$  cm dir.  $L=10$  m. dir. Buna göre Toprak hacmine ait toplam hata  $\sigma_v$  düz arazide  $\pm 380$ , tepelik arazide  $\pm 650$ , dağlık arazide de  $\pm 2010$  m<sup>3</sup> dir.

Üçüncü durumda, kot hatası  $\sigma_h$  büyümüş  $\pm 0,1$  m. olmuş fakat L değeri küçülerek 4 m. ye inmiştir. Bu durumda toplam hacim hatası düz arazide  $\pm 304$  m<sup>3</sup> e, tepelik arazide  $\pm 392$  m<sup>3</sup> e, dağlık arazide de  $\pm 980$  m<sup>3</sup> e inmektedir. Durum 3 deki kot hatası durum I dekinin 10 katına çıktığı halde, hacim hatalarının büyümediği, küçüldüğü görülmektedir.

— Kot hatasının büyük değerlere ulaştığı durumlarda dahi, örneğin  $\sigma_h = \pm 0,3$  m. olması halinde dahi, seksiyon boyları küçük alınır, bulunacak toplam Toprak hac-

mine ait hata, kabul edilebilecek sınırlar içersinde kalmaktadır. Çizelge No: 3 deki 5 ve 6 nolü durumlar bunu kanıtlamaktadır.

— Hacim hatası, hacmin büyüklüğüne pek bağılı değildir. Bu nedenle, yukardaki hesaplarda hacim bir etken olarak alınmamıştır.

S O N U Ğ

Ortofoto harita yapılırken, çok sayıdaki noktanın koordinatları ve kotları bulunmaktadır. Bu değerler, duyarlı bir Toprak hacim hesabı için yeterli değildir. Arazide nivo kullanılarak yapılan Toprak hacim hesabındaki duyarlılık, Ortofoto sisteminden elde edilen değerlerle sağlanamaz. Kotların duyarlı ölçülmesinin, enine kesitler üzerindeki noktalar arasındaki uzaklığın, seksiyon uzunluklarının ve arazinin Topografik yapısının, Toprak hacmini nasıl etkilediğini veren formüller yukarda verilmiştir. Bu formüller veya çizelgeler yardımıle bulunan C,  $\sigma_i$  ve  $\sigma_T$  değerleri, similasyon çalışması sonunda elde edilmiştir sadece 10 m. genişlik ve 2 : 1 yamaç eğimi için geçerlidir. Aynı yöntem uygulanarak farklı yapıdaki yollara ait grafikler ve tablolar yapılabilir. Ortofoto tekniğinden yararlanılarak seksiyon boyları çok küçük alınabilir, enine kesitler üzerindeki noktalar arasındaki uzaklıklarda istenildiği kadar küçük alınabilir ve böylelikle kot hatasının etkileri istenilen sınırlar içersine girecek kadar küçültülebilir. Böylelikle, yol projesi yapmak için, zor arazi koşulları içersinde çalışmaktan kurtulma olanağı sağlanır. Fazla duyarlılık aranmayan dağ ve orman yollarında, bu yöntem büyük kolaylıklar sağlar.

(<sup>1</sup>) Geodezi kitaplarında, köşe noktalarının koordinatları bilinen poligonun alanını veren formül olarak

$$S = \frac{1}{2} [ (X_1 + X_2) (Y_2 - Y_1) + (X_2 + X_3) (Y_3 - Y_2) + \dots + (X_n + X_1) (Y_1 - Y_n) ]$$

veya

$$S = \frac{1}{2} [ (Y_1 + Y_2) (X_2 - X_1) + (Y_2 + Y_3) (X_3 - X_2) + \dots + (Y_n + Y_1) (X_1 - X_n) ]$$

yazılır. Birinci formül, köşe noktalarından X eksenine dikler indirilerek, ikinci formül ise aynı noktalardan Y eksenine dikler indirilerek bulunmaktadır. Her iki formüldeki  $Y_i$  değerleri yerine Şekil No: 3 deki  $h_i$  değerleri geçmektedir. İkinci formüldeki  $Y_i$  değerleri yerine  $h_i$  yazılarak köşeli parantezin içersi hesaplanırsa

$$(h_1 + h_2) (X_2 - X_1) = h_1 X_2 - h_1 X_1 + h_2 X_2 - h_2 X_1$$

$$(h_2 + h_3) (X_3 - X_2) = h_2 X_3 - h_2 X_2 + h_3 X_3 - h_3 X_2$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$(h_{n-1} + h_n) (X_n - X_{n-1}) = h_{n-1} X_n - h_{n-1} X_{n-1} + h_n X_n - h_n X_{n-1}$$

$$(h_n + h_1) (X_1 - X_n) = h_n X_1 - h_n X_n + h_1 X_1 - h_1 X_n$$



bulunur. Bu denklemler toplanırsa, birinci denklemdeki  $h_1 X_1$  terimi ikinci denklemdeki  $-h_2 X_2$  terimi ile kısadır. Aynı şekilde ikinci denklemdeki  $h_2 X_2$  terimi de, üçüncü denklemdeki  $-h_3 X_3$  terimi ile kısadır. Diğer denklemlerde de aynı kısaltmalar yapılır, son denklemdeki  $-h_n X_n$  terimi bir evvelki denklemdeki  $h_{n-1} X_{n-1}$  ile kısadır.

Son olarak birinci denklemdeki  $-h_1 X_1$  ile son denklemdeki  $h_n X_n$  kısadır. Böylelikle bütün denklemlerde, eşitliğin sağındaki 2 ve 3 üncü terimler kalkar 1 ve 4 üncü terimler kalır. Kalan bu terimler  $h_1, h_2, \dots, h_{n-1}, h_n$  parantezlerine alınırsa, köşeli parantezin içersi olarak

$$h_1 (X_2 - X_n) + h_2 (X_3 - X_1) + h_3 (X_4 - X_2) + \dots + h_n (X_1 - X_{n-1})$$

bulunur. Buna göre de denklem

$$A = \frac{1}{2} [h_1 (X_2 - X_n) + h_2 (X_3 - X_1) + h_3 (X_4 - X_2) + \dots + h_n (X_1 - X_{n-1})]$$

olur.

Yol projelerinin yapımında, enine kesit alanları hesaplanırken genellikle bu formülden yararlanılır. Bu formülü kolaylıkla yazabilmek için şöyle bir yöntem uygulanır.  $h_i$  değerleri pay  $X_i$  değerleri de payda olmak üzere, köşe sayısı kadar kesir yapılır.

$$\frac{h_1}{X_1}, \frac{h_2}{X_2}, \frac{h_3}{X_3}, \dots, \frac{h_{n-1}}{X_{n-1}}, \frac{h_n}{X_n}$$

Birinci kesirden önce  $h_n/X_n$  kesrinin, son kesirden sonra da  $h_1/X_1$  kesrinin bulunduğu düşünülür. Paylar parantezlerin dışına, bir sonraki kesrin paydasıyla bir evvelki kesrin paydasının farkıda parantezin içine yazılarak denklem tamamlanır.