

Article

Received: date: 21.05.2021

Accepted: date: 04.06.2021

Published: date: 30.06.2021

Bayesçi ANOVA (BANOVA): Ankara'da Hava Kirliliği Üzerine Bir Uygulama

Serpil Aktaş Altunay^{1*}

¹Hacettepe Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi İstatistik Bölümü, Beytepe, Ankara, Türkiye, spxl@hacettepe.edu.tr

Orcid 0000-0003-3364-6388¹

*Corresponding Author, e-mail: spxl@hacettepe.edu.tr

Öz: Bayesçi yaklaşım, klasik istatistik yaklaşımının aksine önsel dağılım bilgisi yardımı ile sonsal dağılımı tahmin eden bir yöntemdir. BANOVA gibi yöntemlerde p -değeri yerine farklı Bayesçi kriterlere göre yokluk hipotezi için karar verilir. BANOVA modelinde sadece genel ortalama terimin mi yer alacağı ya da deneme etkisinin yer aldığı model mi geçerlidir araştırmasında, Bayesçi faktör (BF)'e bakılarak yokluk hipotezi ile seçenek hipotezi karşılaştırılarak hangisi için daha güçlü bir kanıt varsa ona göre karar verilir. BF kullanılarak verilen bu karar aşaması deneme etkisinin anlamlı olup olmadığına dair elimizde ne kadar güçlü bir kanıt olup olmadığını ortaya koyan ANOVA'dan daha detaylı bir çıkarsamadır. Bu çalışmada Çevre ve Şehircilik Bakanlığı Ulusal Hava Kalitesi İzleme Sisteminden alınan Ocak-Aralık 2018 dönemine ait Ankara ilindeki sekiz istasyondan alınmış PM_{10} , $PM_{2,5}$ ve SO_2 değerlerine göre istasyonlar arası farklılık BANOVA ile analiz edilmiş ve sonuçlar yorumlanmıştır.

Anahtar kelimeler: Bayesçi ANOVA, Bayes Faktörü, ANOVA, hava kirliliği, PM_{10} , $PM_{2,5}$, SO_2

Bayesian ANOVA (BANOVA): An Application on Air Pollution in Ankara

Abstract: Bayesian approach is a posterior prediction method via a priori distribution knowledge on the contrary to classical methods. In the methods like BANOVA, Bayesian criteria are employed for the null hypothesis instead of the p -value. The question of whether only the overall mean term will represent the ANOVA model or whether the treatment effect will be added is answered with the Bayesian (BF). According to the BF , the null hypothesis is compared to the alternative hypothesis, and which model has stronger evidence is given accordingly. This decision step with the BF , which reveals how strong evidence we have about whether the treatment effect is significant or not, is a more detailed inference than classical ANOVA. In this study, the BANOVA method is applied to PM_{10} , $PM_{2,5}$, and SO_2 data from eight stations of the province of Ankara for the period January-December 2018, taken from the National Air Quality Monitoring System of the Ministry of Environment and Urbanization. Whether there is any difference between stations is analyzed and conclusions are made.

Keywords: Bayesian ANOVA, Bayesian Factor, ANOVA, air pollution, PM_{10} , $PM_{2,5}$, SO_2

1. Giriş

Bayesçi yaklaşım, daha fazla kanıt veya bilgi elde edildikçe bir hipotezin sonucunu desteklemek için kullanılan istatistiksel bir çıkarım yöntemidir ve Bayes teorimine dayanır. Klasik yaklaşımda yokluk hipotezinin doğruluğu varsayımıyla örneklemeden elde edilen verilerin gözlenen test değerine ilişkin p olasılığı ile yokluk hipotezinin red ya da kabulüne karar verilirken, Bayesçi yaklaşımda p değeri yaklaşımı yoktur [1]. Tahmin edilecek bilinmeyen parametreler birer rastlantı değişkenidir ve önsel dağılıma sahiptirler [2]-[4]. Kruschke [5], p değeri ile ilgili tartışmalarında, bir hipotez testinde eğer test istatistiği anlamlı ise o zaman test edilen parametrenin anlamlı bir etki var aksi taktirde anlamlı bir

etkisi yok şeklindeki karar kuralının araştırmacıları sadece “var” ve “yok” şeklinde sadece iki düzeyden oluşan bir karar vermeye ittiği için eleştirmişlerdir. Bu nedenle Bayeşçi yaklaşımlarda, klasik yaklaşımlara karşı eleştirel bakış istatistiksel çıkarsamada önemli yer tutmaktadır. Jaynes and Kempthorne [6] Bayeşçi ve klasik aralık tahminlerine ilişkin farklılıkları tartışmıştır. Bayeşçi yaklaşımda önsel bilgiye dayalı bir önsel dağılımın belirlenmesi gerekir [7,8]. Bu önsel bilgi, bilgi içermeyecek (non-informative) şekilde de bırakılabilir ya da önceki bilgilerle ile desteklenmiş bilgi içeren bir bileşen olarak değerlendirilebilir. Arka plan bilgisi de denen bu önsel bilgi bilinmeyen bir parametre tahmini için daha önem arz etmektedir. Bazı durumlarda önsel dağılım veriler elde edilmeden önce model parametrelerine ilişkin bilgi içermeyen, bu durumda standart yazılımlarda Bayeşçi yöntemler uygulanırken önsel bilgi otomatik olarak çok büyük bir ölçek hiperparametresi atanarak belirlenir. Bilgi içeren (informative) önsel dağılım ise daha önceki çalışmalardan model parametresi hakkında bilgi olduğu durumu temsil eder. Bayeşçi yaklaşımlar sosyal bilimlerde özellikle de eğitim ve psikoloji alanında çok ilgi görmektedir [9-11]. Sosyal bilimlerde Bayeşçi yaklaşımlar meta analitik bakış açısı ile değerlendirilmiştir. Özellikle bu alanlarda önsel bilginin kullanılmasına ilişkin önemli bir potansiyel olduğundan Bayeşçi yöntemlere olan yönelim artmaktadır. Wagenmakers et.al [12] Bayeşçi yöntemlerinin avantajını tartışmıştır. Bu avantajlar az sayıda gözlem ile çalışabilmek, bazı varsayımlarda esneklik ve önsel bilginin kullanılmasından kaynaklı avantajlardır. Aynı zamanda ekoloji araştırmalarında da 1996’dan günümüze Bayeşçi yöntemler kullanılmaktadır [13].

Bu çalışmada amaç, Ankara’nın sekiz istasyonundan alınan hava kirliliği verilerini kullanarak Bayes faktör hesaplaması üzerinden BANOVA çözümlenmesi yapmak, sonuçların nasıl değerlendirileceğini ve yorumlanacağını göstermektir. Uygulamalı istatistikte çok önemli bir yer tutan ANOVA yöntemi, açıklayıcı ve çıkarsamalı istatistikte sıklıkla kullanılan çok önemli bir yöntemdir ve yıllardır kullanımı süregelmektedir ve özellikle kompleks tasarımlar içinde anahtar bir yöntem olma özelliğini korumaktadır [14]. ANOVA çok sıklıkla kullanılmasına rağmen BANOVA ile ilgili araştırmalara çok rastlanmamış bu nedenle araştırmacılara bu konunun tanıtılması amaçlanmıştır. Ayrıca Bayeşçi yöntemlerin avantajları düşünöldüğünde bu yöntemlerin kullanılmasının teşvik edilmesi de amaçlanmıştır. Özellikle son yıllarda geliştirilen R paketi JAGS ve standart yazılımlar SAS, WinBUGS gibi programlarda da Bayeşçi çözümlenmeler yapılmasına olanak sağlamaktadır [15-16].

Yaşamamız için gerekli olan soluduğumuz havanın içinde yer alan çok küçük partiküller ve zararlı maddeler insan sağlığını tehdit etmektedir. Hava kirliliğine sebebiyet veren en önemli kirleticilerden bazıları Partiköl Madde (PM), Kükürt dioksit (SO₂), Karbon monoksit (CO), Karbondioksit (CO₂)’tir. Çapı 10 mikrometreden küçük olan ve akciğerlere ulaşarak iltihaplanmaya ya da insanları çok olumsuz etkileyecek kalp ve akciğer hastalıklarına neden olabilen maddeler PM₁₀ olarak adlandırılır. 2,5 mikron ve daha küçük parçacıklar ise PM_{2,5} olarak adlandırılır. PM_{2,5} partikülleri çok küçük ve hafif olduğundan, daha ağır partiküllerden daha uzun süre havada kalma eğilimindedir ve kalp ve damar için oldukça zararlıdır [17]. Kükürt dioksit (SO₂) ise kömür ve fuel-oil’in bileşiminde bulunan kükürt bileşiklerinin yanması ile açığa çıkan, direk olarak solunum fonksiyonlarını etkileyen zehirleyici bir maddedir.

Hava kirliliğinin önlenbilmesi kapsamında Hava Kalitesi Değerlendirme ve Yönetimi Yönetmeliği (HKDYY) 2008 yılında hava kirleticilerinin kontrolünü sağlamak amacıyla yürürlüğe girmiştir. Bu bağlamda da Hava Kalitesi Değerlendirme ve Yönetimi Yönetmeliği’ne göre belirli kirleticiler için hava kalitesi limit değerleri belirlenmiş ve yıllar itibariyle kademeli olarak azaltılacak kirletici emisyonların, belirlenen tarihlere kadar AB limit değerlerine ulaşılması hedeflenmiştir.

Bu kadar çok kirleticinin olduğu bir hava ortamında da hava kalitesi ile yapılan çalışmalar önem arz etmektedir.

Bu çalışmanın ikinci bölümünde Bayes yaklaşımına kısaca değinilmiş ve BANOVA yöntemi anlatılmıştır. Üçüncü bölümde Çevre Durum Raporu-2018’[18]’de yer alan ve Ankara ilindeki sekiz tane farklı hava kalitesi izleme istasyonundan Ocak 2018-Aralık 2018 tarihleri arasında alınan PM₁₀, PM_{2,5} ve SO₂ verileri kullanılarak BANOVA uygulaması yapılmıştır ve bu değerler üzerinden semtler karşılaştırılmıştır. Üçüncü bölümde ise elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

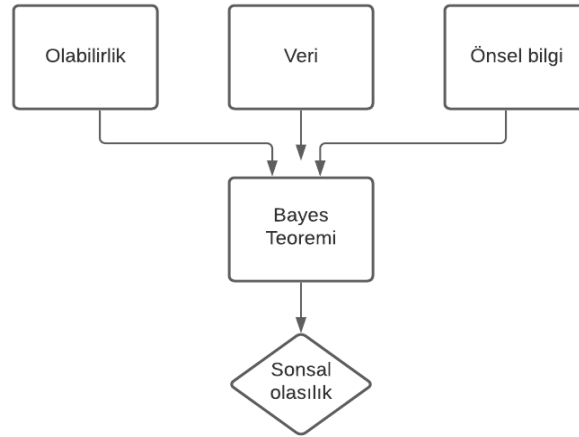
2. Bayesçi Anova

Bayesçi tahminde Y rastlantı değişkeninin değeri gözlemlendikten sonra X' e ilişkin sonsal dağılım elde edilir. Gözlenen veriler $Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$ ile ifade edilsin. Bu durumda $Y = y$ verildiğinde, X' e karşılık gelen dağılım, bir koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Tahmin edilecek parametre θ ise Bayes kuralına göre

$$P(\theta|Y) \propto P(\theta)P(Y|\theta)$$

yazılır [1,8,19].

Eğer araştırmacının θ parametresi ile ilgili henüz veri toplanmadan elinde daha önceki çalışmalardan ya da uzmanlık bilgisinden gelen bir bilgi varsa o zaman $P(\theta)$ 'nın dağılımı, henüz veri bilgisi gelmeden sadece bu önsel bilgiden gelen bilgiyi içeren bir önsel olasılığı temsil eder. Örneğin bir sağlık taramasında önceki taramalardan bu bölgedeki COVID-19 pozitif oranı %5 hesaplanmışsa bu bir önsel bilgi niteliği taşımaktadır. $P(Y|\theta)$ olabilirliği ise model parametresi verilen verinin olasılığını gösterir. Böylece $P(\theta|Y)$ ifadesi önsel bilgi ve veriden gelen bilgiyi içeren bir sonsal dağılımdır. Bu bilgilerin birleştirilmesinden elde edilen sonsal olasılıklar, önsel olasılıklar ile olabilirlik oranının çarpımına eşittir. Bayesçi çıkarsamada olabilirlik, veri ve önsel bilgi Bayes teoremi gereğince sonsal olasılık olarak hesaplanır (Şekil 1).



Şekil 1: Bayesçi yaklaşım

Bu bilgiler hipotez olarak ifade edilirse,

$$\frac{P(H_1|Y)}{P(H_0|Y)} = \frac{P(H_1)}{P(H_0)} \times \frac{P(Y|H_1)}{P(Y|H_0)} \quad (1)$$

yazılabilir. Burada $\frac{P(H_1|Y)}{P(H_0|Y)}$ sonsal olasılık, $\frac{P(H_1)}{P(H_0)}$ olabilirlik; $\frac{P(Y|H_1)}{P(Y|H_0)}$ ise önsel olasılıktır. Dolayısıyla, "Sonsal olasılık=olabilirlik \times önsel olasılık" ifadesi Bayes yaklaşımının temel kuralıdır.

Bayes yaklaşımını kullanan ANOVA yani BANOVA, klasik ANOVA yaklaşımına alternatif olarak Bayesçi karar verme kurallarını kullanan bir yaklaşımdır. ANOVA'da k tane örnekleme ait ortalamanın eşit olup olmadığı test edilir. H_0 hipotezi boş(null) modeli test eder yani grup ortalaması arasında fark yoktur model sadece genel ortalama teriminin olduğu boş model (\mathcal{M}_0) ile ifade edilir. H_1 'deki ifade ise grup ortalamaları arasında fark olduğu; deneme etkisinin anlamlı olduğu tam modeli (\mathcal{M}_F) ifade eder.

H_0 – Yokluk hipotezi: sadece genel ortalama terimi vardır. $Y_{ij} = \mu + \epsilon_{ij}$

H_1 – Seçenek hipotezi: sabit faktörün her düzeyi için ortalama tahmin eder. $Y_{ij} = \mu_i + \epsilon_{ij}$

Burada BANOVA tek faktör üzerinden değerlendirildiğinden sadece \mathcal{M}_F yerine \mathcal{M}_1 kullanılmıştır.

Dolayısıyla \mathcal{M}_0 ve \mathcal{M}_1 modelleri birbiri ile karşılaştırılacak iki model ise,

$$\frac{P(\mathcal{M}_1|Y)}{P(\mathcal{M}_0|Y)} = \frac{P(\mathcal{M}_1)}{P(\mathcal{M}_0)} \times \frac{P(Y|\mathcal{M}_1)}{P(Y|\mathcal{M}_0)} \quad (2)$$

yazılır ve burada $\frac{P(\mathcal{M}_1|Y)}{P(\mathcal{M}_0|Y)}$ sonsal odds, $\frac{P(\mathcal{M}_1)}{P(\mathcal{M}_0)}$ ise önsel odds'dur.

Buradaki odds kavramı şöyle açıklanabilir: İki olay incelendiğinde olayın ortaya çıkma olasılığının çıkmama olasılığına oranı "odds" kavramı ile açıklanır. Örneğin A olayının ortaya çıkma olasılığı $P(A)$; çıkmama olasılığı ise $P(A^c)$ ile gösterilirse A olayının odds'u,

$$Odds(A) = \frac{P(A)}{P(A^c)} \quad (3)$$

ile gösterilir. Burada eğer oran "1" ise iki olayın da olasılığı eşit demektir. Eğer oran 1'den büyükse o zaman A olayının ortaya çıkma odds'u çıkmama olasılığına göre daha yüksektir; yani odds'u daha büyüktür.

BANOVA'da birbiri ile yarışan iki model olduğu durumda \mathcal{M}_F için mi yoksa \mathcal{M}_0 için mi yeterli kanıt olup olmadığı araştırılacaktır. Buna Bayesçi Faktör (BF) ile karar verilir [20]-[23]. BF, burada iki hipotez için görel bir olasılık hesaplamasıdır. Aynı şekilde önsel olasılık olan BF olabilirlik ile çarpıldığında sonsal olasılıklar:

$$\frac{P(H_1|Y)}{P(H_0|Y)} = BF_{10} \times \frac{P(H_1)}{P(H_0)} \quad (4)$$

şeklinde elde edilmiş olur. BF, 0 ile ∞ arasında değer alır. Artık birbirine rakip iki model yokluk ve seçenek hipotezleri ile ifade edilirse; BF_{10} , H_0 hipotezine karşılık H_1 hipotezi için yeterli kanıt olup olmadığını veren Bayesçi faktördür.

BF_{10} aşağıdaki gibi tanımlanır,

$$BF_{10} = \frac{P(Y|H_1)}{P(Y|H_0)}. \quad (5)$$

BF_{01} olarak tanımlanan BF ise H_1 hipotezine karşılık H_0 hipotezinin geçerli olabilmesi için yeterli bir kanıt olup olmadığını ölçen bir kriterdir ve

$$BF_{01} = \frac{P(Y|H_0)}{P(Y|H_1)} \quad (6)$$

olarak tanımlanır.

BF_{10} olarak tanımlanan Bayesçi faktör ise tam tersine H_0 hipotezine karşılık H_1 hipotezinin geçerli olabilmesi için yeterli bir kanıt olup olmadığını ölçen bir kriter olduğu için

$$BF_{10} = \frac{1}{BF_{01}} \quad (7)$$

olarak da ifade edilir.

Örneğin; $BF_{10} = 5$ ise bu değer, H_1 için H_0 'e göre 5 kat daha fazla kanıt var demektir. Aslında bir hipotezin kabul ya da reddedilmesi değil onun doğru olup olmadığına dair kanıtla yönelik bir olasılık ataması yapılır. Yarışan modeller ya da hipotezler için sonsal olasılığı en yüksek değer veren hipotez için yeterli kanıt olduğu söylenir. Dolayısıyla bu bir test aşaması değil iki modelin yarışması ya da karşılaştırılması aşamasıdır. Bu yöntem aynı zamanda Bayesçi model seçimi adı da verilmektedir.

BANOVA sürecinde BF'yi hesaplamak için seçenek hipotezi altında μ için bir önsel dağılım belirlenmelidir. Eğer deneme etkisi yoksa $\mu = 0$ olacaktır. Bu durumda BF_{01} aşağıda tanımlanan ve bilinmeyen parametrelere göre alınacak Eş integral ile bulunur:

$$B_{01} = \frac{\int_{\theta \in \Theta_0} P(Y|\mathcal{M}_0, \theta) \pi_0(\theta) d\theta}{\int_{\theta \in \Theta_1} P(Y|\mathcal{M}_1, \theta) \pi_1(\theta) d\theta}. \quad (8)$$

Eşitlik (8)'de Θ_0 ve Θ_1 ; \mathcal{M}_0 ve \mathcal{M}_1 modelleri için parametre uzaylarını temsil eder. π_0 ve π_1 'de parametreler ait önsel olasılık dağılımlarını gösterir. Önsel dağılımların seçimleri ile ilgili farklı yaklaşımlar kullanılmaktadır. Örneğin; Jeffreys-Zellner-Siow (JZS), Hyper-g gibi önsellerdir [24], [25]. Örneğin JZS önseli, g-önselleri ile ters Gamma önsellerinin karışımından oluşmaktadır. Bu karışım aynı zamanda analitik anlamda da avantaj sağlamaktadır.

BF_{10} için eşik değerleri Tablo 1'de verildiği gibi yorumlanır. Tablo 2'de ise literatürde sıklıkla kullanılan Jeffreys [26] tarafından verilen eşik değerleri yer almaktadır.

Tablo 1. BF_{10} için eşik değerleri

BF_{10}	Yorum
>100	H_1 için mükemmel kanıt
30-100	H_1 için çok güçlü kanıt
10-30	H_1 için güçlü kanıt
3-10	H_1 için orta düzey kanıt
1-3	H_1 için Subjektif kanıt
1	H_1 ve H_0 için eşit kanıt
1/3-1	H_0 için subjektif kanıt
1/10-1/3	H_0 için orta kanıt
1/30-1/10	H_0 için güçlü kanıt
1/100-1/30	H_0 için çok güçlü kanıt
<1/100	H_0 için mükemmel kanıt

Tablo 2. Jeffreys BF için eşik değerleri

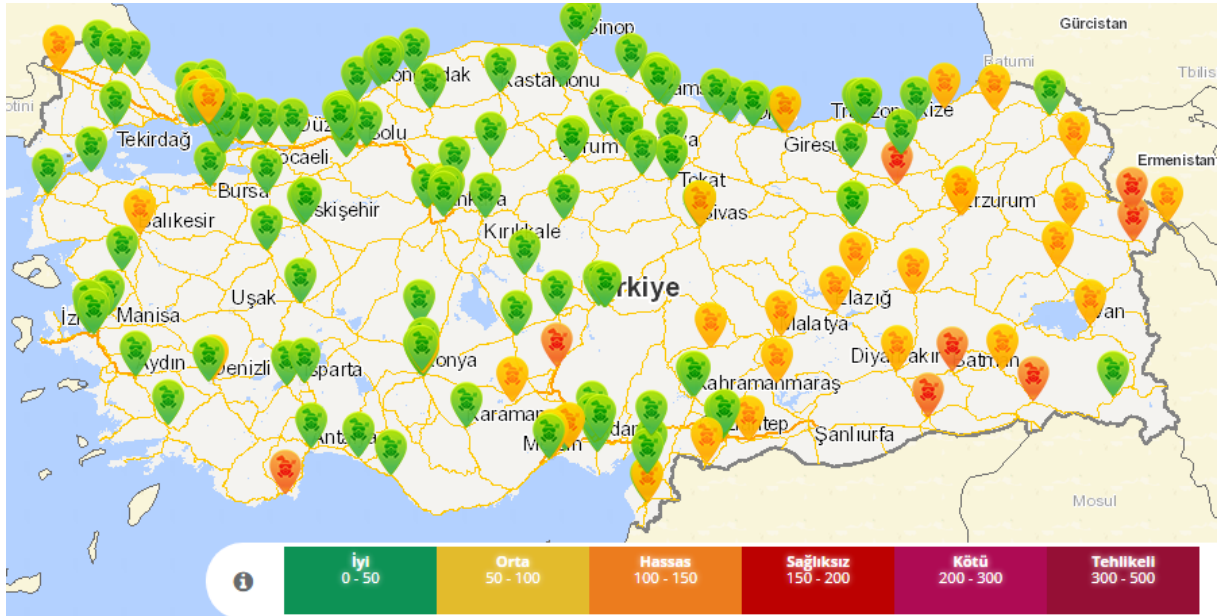
BF_j	Yorum
$BF_{ij} < 1/10$	\mathcal{M}_j için güçlü kanıt
$1/10 < BF_{ij} < 1/3$	\mathcal{M}_j için orta kanıt
$1/3 < BF_{ij} < 1$	\mathcal{M}_j için zayıf kanıt
$1 < BF_{ij} < 3$	\mathcal{M}_i için zayıf düzey kanıt
$3 < BF_{ij} < 10$	\mathcal{M}_i için orta kanıt
$BF_{ij} > 10$	\mathcal{M}_i için güçlü kanıt

Güvenilir aralık (credible interval) kavramı, Bayesçi yaklaşımda kullanılan bir terimdir ve klasik güven aralığının yorumundan farklıdır. Sonsal olasılıklardan hesaplanan bilinmeyen kitle parametresi bir rastlantı değişkeni olarak kabul edilip yüzde kaç olasılıkla hangi aralıkta olduğu tahmin edilir [6]. Bir okuldaki öğrencilerin boy uzunluğunu tahmin etmek istiyorsak ve güvenilir aralık 155cm ile 168cm arasında çıktı ise, gerçek boy uzunluğu örneğin %95 için, %95 olasılıkla 155 ile 168 cm arasındadır denir.

3. Materyal ve Yöntem

Hava kalitesinin izlenmesi ve iyileştirilmesi amacıyla T.C. Çevre ve Şehircilik Bakanlığı tarafından 2005 yılında kurulmuş olan Ulusal Hava Kalitesi İzleme Ağı, Türkiye genelinde 355 izleme istasyonu üzerinden Hava Kalitesi İndeksi (HKİ) verilerini vermekte, ayrıca dinamik olarak da www.havaizleme.gov.tr internet adresinde kamuoyu ile paylaşılmaktadır. Türkiye haritası üzerinde istasyonlara göre hesaplanan HKİ değerleri, hava kalitesini iyi, orta, hassas, sağlıksız, kötü ve tehlikeli olarak kategorilendirmektedir.

Türkiye hava kalitesi izleme ağı Şekil 2’de gösterildiği gibidir.



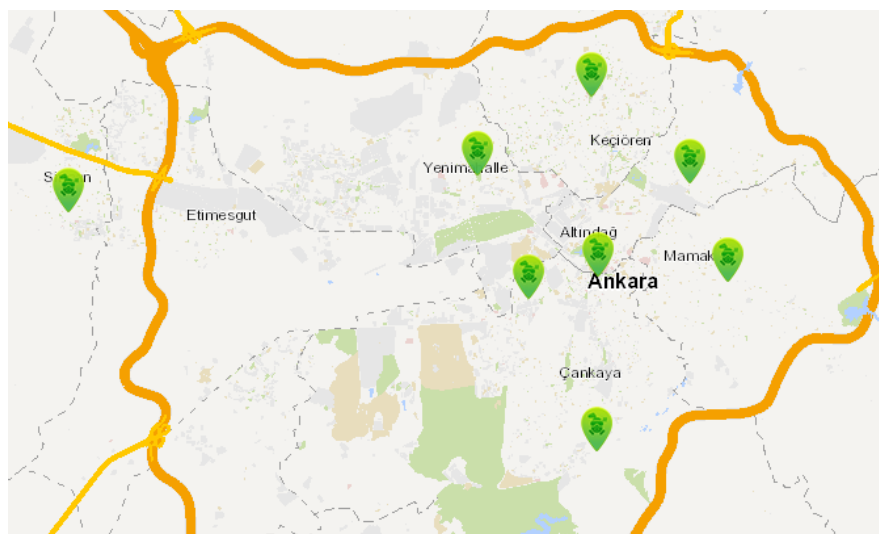
Şekil 2. Türkiye hava kalitesi izleme ağı (<https://sim.csb.gov.tr/Services/AirQuality> Erişim tarihi 01.06.2021). Bu çalışmada Çevre Durum Raporu-2018’de yer alan ve Tablo 3-5’de özetleyici istatistikleri verilen veriler kullanılmıştır (<https://ced.csb.gov.tr/iller-ozet-cevre-durum-raporu-i-82675>).

Ankara’da yer alan sekiz farklı hava kalitesi izleme istasyonundan Ocak 2018-Aralık 2018 tarihleri arasında alınan PM_{10} , $PM_{2.5}$ ve SO_2 verileri kullanılmıştır. En son yayımlanan Çevre Durum Raporu 2020’de yayımlanmış ve en güncel 2018 verileri yer almıştır.

Ankara’daki hava kalitesi izleme istasyonları Çevre Durum Raporu-2018’de Bahçelievler, Demetevler, Dikmen, Kayaş, Keçiören, Sıhhiye, Sincan ve Siteler için veriler yer almıştır.

Ankara ilinde Bahçelievler, Batıkent, Çankaya, Çubuk, Demetevler, Dikmen, Etimesgut, Etlik, Kayaş, Sanatoryum, Meteoroloji, Mamak, Ostim, Polatlı, Sıhhiye, Sincan, Siteler, Törekent, Ulus trafik ve Ümitköy’de de istasyonlar vardır ancak hepsinde verilerin anlık olarak yayınlanmasını sağlayan yazılım mevcut değildir. Bu istasyonlarda PM_{10} , $PM_{2.5}$, SO_2 , NOX , NO_2 , NO , CO ve O_3 gibi kirletici değerleri ölçülmektedir.

Bu çalışmada Çevre Durum Raporu-2018’de verileri yer alan istasyonlar Şekil 3’de verilmiştir.



Şekil 3: Ankara ilindeki hava izleme istasyonları

Amaç; istasyonları yani semtleri PM_{10} , $PM_{2,5}$ ve SO_2 bakımından karşılaştırarak Ankara ilindeki bölgesel farklılıkları belirlemektir. PM_{10} , $PM_{2,5}$ ve SO_2 açısından istasyonlar arası farklılık olup olmadığı BANOVA ile araştırılmıştır. JASP programında BF hesaplaması Morey ve Rouder [27] (2015)'in R programında tanımladıkları formüle göre yapılmaktadır. R programında da ayrıca "*BayesFactor*" paketi yüklenerek BANOVA yapılmaktadır. Çözümlenmeler JASP 0.14.1 programında yapılmıştır [28]. Özet istatistikler ve kitle ortalamaları için %95 güvenilir aralıklar Tablo 3-5'de verilmiştir. Bazı istasyonlarda bazı aylarda eksik gözlem bulunmaktadır.

Tablo 3. PM_{10} için özet istatistikler ve güvenilir aralıklar

İstasyon	Ortalama	SS	n	%95 Güvenilir Aralıklar	
				Alt sınır	Üst Sınır
Bahçelievler	46,200	22,429	10	30,155	62,245
Demetevler	60,167	15,993	12	50,005	70,328
Dikmen	59,083	23,118	12	44,395	73,772
Kayaş	60,417	16,429	12	49,978	70,855
Keçiören	60,500	15,803	12	50,459	70,541
Sıhhiye	66,500	26,917	10	47,245	85,755
Sincan	68,818	49,159	11	35,793	101,843
Siteler	51,636	17,940	11	39,584	63,689

Örneğin Tablo 5'de Kayaş için μ kitle ortalamasını göstermek üzere güvenilir aralık $14,442 \leq \mu \leq 21,058$ hesaplanmıştır. Yani gerçek kitle ortalamasının bu aralıkta olma olasılığı %95'tir.

Tablo 4. $PM_{2,5}$ için özet istatistikler ve güvenilir aralıklar

İstasyon	Ortalama	SS	n	%95 Güvenilir Aralıklar	
				Alt sınır	Üst Sınır
Bahçelievler	18,417	8,723	12	12,875	23,959
Demetevler	16,167	6,726	12	11,893	20,440
Dikmen	16,583	6,557	12	12,417	20,749
Kayaş	23,818	7,808	11	18,573	29,064
Keçiören	15,273	6,262	11	11,066	19,480
Sıhhiye	28,000	4,387	9	24,627	31,373
Sincan	14,429	8,753	7	6,333	22,524
Siteler	19,818	5,016	11	16,448	23,188

Tablo 5. SO_2 için özet istatistikler ve güvenilir aralıklar

İstasyon	Ortalama	SS	n	%95 Güvenilir Aralıklar	
				Alt sınır	Üst Sınır
Bahçelievler	6,000	2,944	10	3,894	8,106
Demetevler	5,000	0,853	12	4,458	5,542
Dikmen	7,091	4,969	11	3,753	10,429
Kayaş	17,750	5,207	12	14,442	21,058
Keçiören	5,000	0,853	12	4,458	5,542

Sihhiye	7,100	1,663	10	5,910	8,290
Sincan	8,636	5,221	11	5,129	12,144
Siteler	8,583	8,096	12	3,440	13,727

BF_{10} ve BF_{01} 'e göre alınan sonuçlar Tablo 6 ve Tablo 7'de verilmiştir. Çıktılarda yer alan $P(\mathcal{M})$, \mathcal{M}_F ve \mathcal{M}_0 modellerinin önsel olasılığını verir. Burada sadece tek yönlü ANOVA modeli kullanılışı için \mathcal{M}_F yerine \mathcal{M}_1 kullanılmıştır. Önsel olasılıklar her iki model için otomatik olarak 0,5 olarak tanımlanmıştır. $P(\mathcal{M}|Y)$ ise veriler elde edildikten sonra güncellenen sonsal olasılıklardır. $BF_{\mathcal{M}}$ verinin önsel olasılığın oddsunu ne derecede değiştirdiğini gösterir.

Sonuçlarda yer alan “%Hata” ise sayısal dalgalanmalardan etkilenme yüzdesini göstermektedir.

Tablo 6. Bayesçi Faktör Sonuçları (BF_{10} 'a göre)

		PM ₁₀ için			
Modeller	$P(\mathcal{M})$	$P(\mathcal{M} \text{veri})$	$BF_{\mathcal{M}}$	BF_{10}	%Hata
Boş Model (\mathcal{M}_0)	0,5	0,9019	9,196	1	
Semtler (\mathcal{M}_1)	0,5	0,0981	0,109	0,109	0,00114
		PM _{2,5} için			
Modeller	$P(\mathcal{M})$	$P(\mathcal{M} \text{veri})$	$BF_{\mathcal{M}}$	BF_{10}	%Hata
Boş Model (\mathcal{M}_0)	0,5	0,0163	0,0166	1	
Semtler (\mathcal{M}_1)	0,5	0,9837	60,3237	60,3237	0,018
		SO ₂ için			
Modeller	$P(\mathcal{M})$	$P(\mathcal{M} \text{veri})$	$BF_{\mathcal{M}}$	BF_{10}	%Hata
Boş Model (\mathcal{M}_0)	0,5	3.871e-7	3.871e-7	1	
Semtler (\mathcal{M}_1)	0,5	1	2.58e+6	2.58e+6	4.143e-7

PM₁₀ bakımından istasyonların karşılaştırıldığı Tablo 6'daki sonuçlar incelendiğinde; $BF=0,109$ olduğundan semtler arası farklılık olmadığı görülmektedir. PM_{2,5}'a bakıldığında $BF=60,32$ olduğu ve referans değerlerine göre “ H_1 için çok güçlü kanıt” olduğu söylenebilir. Başka bir deyişle PM_{2,5} değerine göre semtler arasında farklılık vardır. SO₂'ye göre de $BF=2.58e+6$ gibi büyük bir rakamdır ve Tablo 1'deki eşik değerlerine göre “ H_1 için mükemmel kanıt” elde etmiş olduğumuz dolayısıyla SO₂ değerine göre istasyonlar arasında farklılık vardır. Bu durumda en az bir istasyon farklıdır hipotezi ya da \mathcal{M}_1 modeli kabul edilmiştir. Tablo 7'de ise BF_{01} 'e göre olan sonuçlar yer almaktadır.

Tablo 7. Bayesçi Faktör Sonuçları (BF_{01} 'e göre)

		PM ₁₀ için			
Modeller	$P(\mathcal{M})$	$P(\mathcal{M} \text{veri})$	$BF_{\mathcal{M}}$	BF_{01}	%Hata
Boş Model (\mathcal{M}_0)	0,5	0,9019	9,196	1	
Semtler (\mathcal{M}_1)	0,5	0,0981	0,109	9,196	0,001
		PM _{2,5} için			
Modeller	$P(\mathcal{M})$	$P(\mathcal{M} \text{veri})$	$BF_{\mathcal{M}}$	BF_{01}	%Hata
Boş Model (\mathcal{M}_0)	0,5	0,016	0,017	1	
Semtler (\mathcal{M}_1)	0,5	0,984	60,324	0,017	0,0183
		SO ₂ için			
Modeller	$P(\mathcal{M})$	$P(\mathcal{M} \text{veri})$	$BF_{\mathcal{M}}$	BF_{01}	%Hata
Boş Model (\mathcal{M}_0)	0,5	3.871e-7	3.871e-7	1	

Semtlar (\mathcal{M}_1)	0,5	1	2.58e+6	3.871e-7	4.143e-7
-----------------------------	-----	---	---------	----------	----------

Tablo 7’de verilen BF_{01} sonuçlarına göre şu yorumlar yapılabilir: BF ’ler için $BF_{10} = \frac{1}{BF_{01}}$ ifadesi tanımlanmıştır. Bu durumda örneğin PM_{10} için $BF_{10} = \frac{1}{9,196} = 0,1087$ elde edilir. Tablo 2’de verilen eşik değerlerine göre hem $BF_{10} = 0,109$ hem de $BF_{01} = 9,196$ değerlerine bakıldığında “ H_0 için güçlü kanıt” elde edildiği söylenebilir. PM_{10} için \mathcal{M}_0 modeli geçerlidir, yani istasyonlar arası farklılık gözlemlenmemiştir.

$PM_{2,5}$ ’e bakıldığında $BF_{01} = 0,017$; SO_2 değerlerine bakıldığında $BF_{01} < 1/10$ olduğundan her iki değişken için “ H_1 için güçlü kanıt” olduğu görülmektedir yani \mathcal{M}_1 modeli geçerlidir. Bu iki değişkene göre semtlar arasında farklılık vardır.

Farklılığı yaratan istasyon(lar) ya da semtlar post-hoc testleri ile araştırılmalıdır. Tablo 8 ve Tablo 9’da çoklu karşılaştırma testleri ile istasyonların karşılaştırmasını verilmiştir. PM_{10} bakımından semtlar arasında farklılık olduğuna ilişkin kanıt elde edilemediği için \mathcal{M}_0 kabul edilmişti bu nedenle post hoc testi yapmaya gerek olmamıştır.

Tablo 8 ve Tablo 9’da verilen sonuçlara bakıldığında istasyonlar arası ikili karşılaştırmalara göre de aralarında fark olan ikili karşılaştırmalar “*” ile gösterilmiştir. Sonuçlar BF_{10} ’a göre verildiğinden iki istasyon arası fark

$$BF_{10} = \frac{P(Y|H_1: \text{iki istasyon farklıdır})}{P(Y|H_0: \text{iki istasyon arasında fark yoktur})}$$

ile ifade edilir.

Tablo 8’deki sonuçlar incelendiğinde en çarpıcı sonucun Sıhhiye ile diğer semtlar arasındaki farklılık olduğu görülmektedir. Örneğin; Demetevler ile Sıhhiye karşılaştırmasında $BF_{10}=109,243$ elde edilmiştir. Buna göre iki semt arasında $PM_{2,5}$ bakımından fark olma odds’u olmama odds’unun yaklaşık 109 katıdır. $BF_{10}>100$ olduğu için “ H_1 için mükemmel kanıt” anlamına gelir. Örneğin; Bahçelievler ile Demetevler karşılaştırmasında $BF_{10}=0,448$ elde edilmiştir. $BF_{10}>100$ olduğu için “ H_0 için orta kanıt” anlamına gelir. Yani iki semt arasında fark olmadığına dair orta düzeyde kanıtla sahibiz demektir.

Tablo 8. PM_{2,5} için Post-Hoc karşılaştırmalar (BF_{10} 'a göre)

Semtler		Önsel odds	Sonsal odds	BF_{10}	% Hata
Bahçelievler	Demetevler	0,189	0,0848	0,448	0,01728
	Dikmen	0,189	0,0799	0,422	0,01692
	Kayaş	0,189	0,1686	0,891	0,00592
	Keçiören	0,189	0,1016	0,537	0,00467
	Sıhhiye	0,189	1,2431	6,570*	6,01e-4
	Sincan	0,189	0,1072	0,567	0,00278
	Siteler	0,189	0,0776	0,410	0,00288
Demetevler	Dikmen	0,189	0,0712	0,376	0,01608
	Kayaş	0,189	0,5981	3,161*	8,44e-5
	Keçiören	0,189	0,0746	0,394	0,00276
	Sıhhiye	0,189	20,6696	109,243*	2,78e-5
	Sincan	0,189	0,0850	0,449	6,24e-5
Dikmen	Siteler	0,189	0,1529	0,808	0,00737
	Kayaş	0,189	0,5060	2,675*	6,39e-5
	Keçiören	0,189	0,0782	0,413	0,00290
	Sıhhiye	0,189	17,9633	94,940*	8,99e-5
	Sincan	0,189	0,0891	0,471	9,58e-6
Kayaş	Siteler	0,189	0,1331	0,703	0,00913
	Keçiören	0,189	0,9568	5,057*	3,12e-4
	Sıhhiye	0,189	0,1517	0,802	2,69e-4
	Sincan	0,189	0,4534	2,397*	9,42e-4
	Siteler	0,189	0,1489	0,787	0,00583
Keçiören	Sıhhiye	0,189	51,1226	270,194*	8,40e-6
	Sincan	0,189	0,0807	0,427	1,05e-5
	Siteler	0,189	0,2438	1,289*	0,00430
Sıhhiye	Sincan	0,189	4,9375	26,096*	1,77e-5
	Siteler	0,189	4,8572	25,671*	2,65e-5

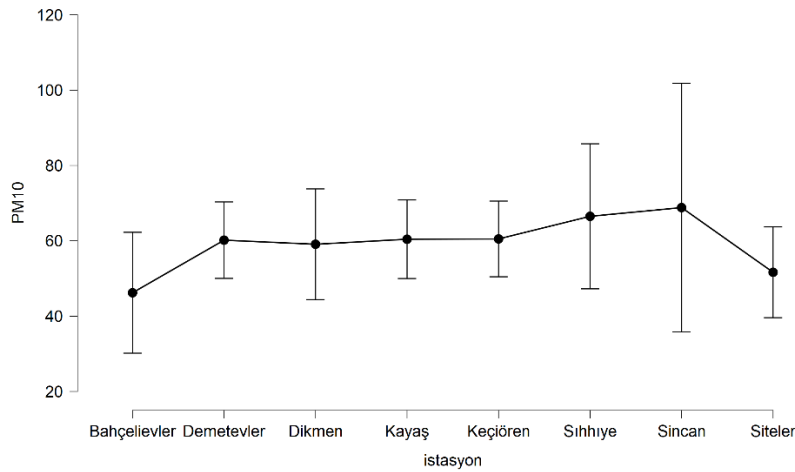
Örneğin Tablo 9’da SO₂ bakımından “Bahçelievler-Kayaş” karşılaştırmasında $BF_{10} = 3566,2$ değeri şöyle yorumlanabilir: “Bahçelievler-Kayaş” istasyonları arasında fark olması yönünde, farklılık olmamasına göre 3566,2 kez daha fazla kanıt vardır. Bu değer Tablo 1’de verilen eşik değerine göre H_1 için mükemmel kanıt anlamına gelir. Bu tür post-hoc karşılaştırmalarında BF ’ler büyüklük sıralamasına göre sıralanıp farklı olanlar da kendi içlerinde ne kadar farklı oldukları da sıralanabilir.

Tablo 9. SO₂ için Post-Hoc karşılaştırmalar (BF_{10} 'a göre)

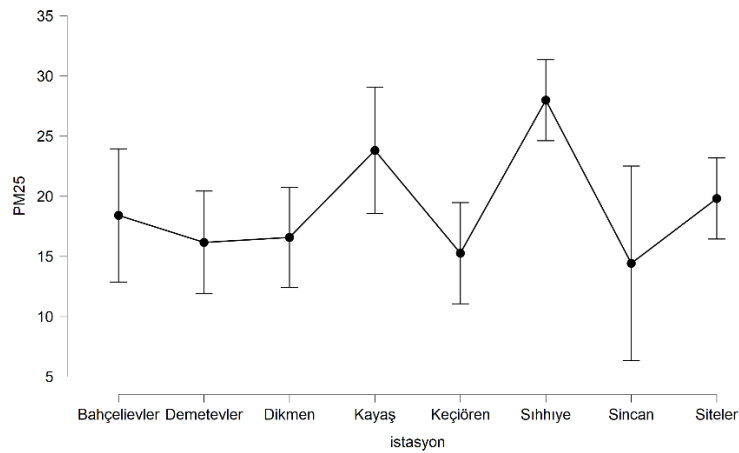
Semtler		Önsel odds	Sonsal odds	BF_{10}	% Hata
Bahçelievler	Demetevler	0,189	0,1144	0,604	0,01126
	Dikmen	0,189	0,0843	0,445	0,02610
	Kayaş	0,189	674,7504	3566,200*	9,34e-8
	Keçiören	0,189	0,1144	0,604	0,01126
	Sıhhiye	0,189	0,1088	0,575	0,00305
	Sincan	0,189	0,1468	0,776	9,60e-4
	Siteler	0,189	0,1010	0,534	0,00890
Demetevler	Dikmen	0,189	0,1489	0,787	0,00783
	Kayaş	0,189	55023,4016	290810,425*	9,68e-9
	Keçiören	0,189	0,0706	0,373	0,01604
	Sıhhiye	0,189	5,4490	28,799*	5,15e-4
	Sincan	0,189	0,4836	2,556*	1,14e-4

	Siteler	0,189	0,1614	0,853	0,00211
Dikmen	Kayaş	0,189	60,3183	318,795*	1,62e-6
	Keçiören	0,189	0,1489	0,787	0,00783
	Sihhiye	0,189	0,0740	0,391	0,02473
	Sincan	0,189	0,0873	0,461	0,00495
	Siteler	0,189	0,0793	0,419	0,00294
Kayaş	Keçiören	0,189	55023,4016	290810,425*	9,68e-9
	Sihhiye	0,189	517,7437	2736,386*	1,37e-7
	Sincan	0,189	11,7085	61,882*	4,84e-5
	Siteler	0,189	2,2681	11,987*	3,27e-4
Keçiören	Sihhiye	0,189	5,4490	28,799*	5,15e-4
	Sincan	0,189	0,4836	2,556*	1,14e-4
	Siteler	0,189	0,1614	0,853	0,00211
Sihhiye	Sincan	0,189	0,0979	0,517	7,95e-4
	Siteler	0,189	0,0819	0,433	0,00769
Sincan	Siteler	0,189	0,0717	0,379	0,00270

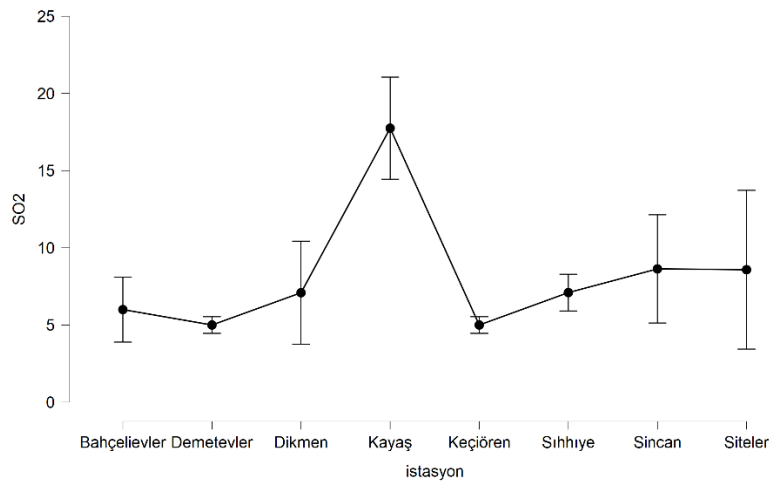
Güvenilir aralıklara göre çizim Şekil 4-6'da verilmiştir. Güvenilir aralıklara bakıldığında PM₁₀ ve PM_{2,5} açısından Sincan'a ait güvenilir aralığın, SO₂ bakımından da Siteler'e ait güvenilir aralığın daha geniş elde edildiği görülmektedir. Şekil 4-6'daki güvenilir aralıklara göre çizilen hata çubuk grafiklerine bakıldığında SO₂ için Kayaş'ın diğer tüm istasyonlardan farklı olduğu görülmektedir. PM₁₀'da güvenilir aralığı Sincan'da diğer tüm istasyonlara göre daha geniş elde edilmiştir ve PM₁₀ değeri en yüksek değer ölçüldüğü istasyondur, ancak diğer istasyonlar ile arasında fark olduğuna dair yeterince kanıt yoktur.



Şekil 4: PM₁₀ değişkeni için güvenilir aralıklar



Şekil 5: PM_{2.5} değişkeni için güvenilir aralıklar



Şekil 6: SO₂ değişkeni için güvenilir aralıklar

4. Sonuç ve Tartışma

Bayesçi testlerde klasik istatistikçi çıkarsamada kullanılan Neyman-Pearson karar kuralına göre $p < 0,05$ olarak kullanılan yaklaşımı kullanmaz. Klasik yaklaşımda eğer $p < \alpha$ ise H_0 yani yokluk hipotezi reddedilir; eğer $p > \alpha$ ise de H_0 reddedilmez. Olayın sadece red-kabul boyutunda iki düzeyli olarak karar verilmesi literatürde çokça tartışılmıştır [29,30]. Van den Bergh et.al. [16] çalışmasında Bayesçi yaklaşımların uygulamalı istatistikte çok yaygın olmadığı İstatistik lisans programlarında yeterince verilmediği ve daha çok sosyal bilimcilerin ilgi gösterdiğini vurgulamaktadırlar. BANOVA'nın ANOVA'ya göre üstün yönleri şöyle özetlenebilir: BANOVA'da tahmin edilen parametre için $\%(1-\alpha)100$ için bir güvenilir aralık hesaplanır buradan da parametrenin gerçek değerinin örneğin %95 olasılıkla a ve b sınırları arasına düşeceği söylenir. Oysa ANOVA'da parametre için hesaplanan güven aralığının parametrenin gerçek değerini kapsayan aralıklardan birisi olması olasılığı $\%(1-\alpha)100$ güven düzeyinde söylenebilir denilmektedir. Modelde yer alan gereksiz bir eşdeğişkenin model üzerinde yaratacağı kestirim hatası BANOVA'da giderilmiş olur bu da bir avantajdır. Bayesçi yaklaşımda p değeri yerine BF için verilen eşik değerleri kullanılarak H_0 ve H_1 hipotezlerinin hangisi için daha güçlü bir kanıt var onu sorgulanır. Kayıp gözlem olması, gözlem sayısının az olması gibi durumlarda rahatlıkla kullanılan BANOVA araştırmacılar için kolaylık sağlamaktadır. Bu çalışmada BANOVA uygulamasını göstermek ve sonuçları yorumlamak için hava kirliliği verileri kullanılmıştır. Veri

sayısının az olması, bazı yıllarda gözlemin olmaması, özellikle $PM_{2.5}$ ve SO_2 'de sabit varyans varsayımının sağlanmıyor olması klasik ANOVA'nın kullanılmasına engel teşkil etmektedir. Bu durumda BANOVA'nın çok sayıda avantajı mevcuttur.

Hava kirliliğinin insan ve çevre sağlığı üzerindeki yarattığı olumsuz etkilerin araştırılması ve bu nedenle hava kalitesinin izlenmesi ve AB hava kalitesi limitlerine uyum sağlanması amacıyla amacıyla 6 Haziran 2008 tarih ve 26898 sayılı Resmi Gazete'de yayımlanan Hava Kalitesi Değerlendirme ve Yönetimi (HKDY) Yönetmeliği yürürlüğe girmiştir. Buradan elde edilen verilerin derlendiği Çevre Durum Raporu – 2018'de belirtildiğine göre "2018 yılı içerisinde SO_2 konsantrasyonlarının incelenmesi sonucunda, Bahçelievler, Demetevler, Dikmen, Kayaş, Keçiören, Sıhhiye, Sincan, Siteler istasyonlarında Hava Kalitesi Değerlendirme ve Yönetimi Yönetmeliği 24 saatlik ortalama süre için verilen $150 \mu g/m^3$ 'lük ve saatlik $380 \mu g/m^3$ 'lük sınır değerlerin hiç aşılmadığı görülmüştür" diye ifade edilmiştir. Yine aynı raporda verilen hava kalitesi parametreleri aylık ortalama konsantrasyon değerlerine göre en fazla limit aşımı Keçiören'de Mart ayında toplam 22 gün, ardından da Sincan'da 20 gün olmuştur. Şubat ve Mart aylarında Kayaş'da limit aşımı 19 gün, Nisan'da da 18 gün olarak gözlenmiştir.

Aynı raporda yer alan istasyonlar: Bahçelievler, Demetevler, Dikmen, Kayaş, Keçiören, Sıhhiye, Sincan, Siteler PM_{10} , $PM_{2.5}$ ve SO_2 açısından karşılaştırılmıştır. Karşılaştırmada klasik ANOVA yerine BANOVA kullanılarak sonuçlar yorumlanmıştır. Hipotezler BF' ye göre değerlendirilmiştir. Ocak 2018-Aralık 2018 tarihlerinde elde edilen verilere göre PM_{10} bakımından istasyonlar arasında fark olmadığına dair kanıt varken; $PM_{2.5}$ ve SO_2 içinde H_0 'ın doğru olmadığına dair güçlü kanıt elde edilmiştir. Farklılığın hangi istasyon ya da istasyonlardan kaynaklandığı Bayesçi post-hoc testi ile incelenmiş elde edilen çarpıcı sonuçlara bakıldığında örneğin $PM_{2.5}$ bakımından Sıhhiye'nin diğer tüm istasyonlardan farklı olduğu yani daha yüksek $PM_{2.5}$ değerine sahip olduğu vurgulanmıştır. Sıhhiye semti Ankara'nın Ulus ve Kızılay gibi şehrin iki merkezini birleştiren, çok yoğun bir insan ve araç trafiğinin bulunduğu ayrıca hastanelerin ve işyerlerinin konumlandığı çok kirletici faktörü olan bir semt olmasından kaynaklanması zaten beklenen bir sonuçtur. Yüksek basınç, ısı terselmesi ve aşırı yapılaşmadan dolayı rüzgar engellenmesi gibi faktörlerden dolayı hava kirleticileri uzaklaşmamakta ve kirli hava maruziyeti ortaya çıkmaktadır. SO_2 bakımından da Kayaş bölgesi diğer istasyonlardan farklılık göstermektedir. Ankara İli Temiz Hava Eylem Planı 2020-2024 [31] raporu incelendiğinde, hava kalitesi değerlendirme sonuçları, bu sonuçların Hava Kalitesi Değerlendirme ve Yönetimi Yönetmeliği yükümlülüklerine uyum oranını, hava kalitesi için izlenecek eylem planlarını ve sonraki on yıl için tahminler istasyonlar bazında detaylı olarak verilmiştir.

Yazar Katkıları: Bu çalışmada giriş literatür taraması analizler ve sonuç bölümü S.K. tarafından yapılmıştır.

Finansman: Bu çalışma için herhangi bir finansal kaynak sağlanmamıştır.

Çıkar Çatışması: Yazarlar herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan etmemektedir.

Kaynakça

- [1] G. E. P. Box, and G.C. Tiao, "Bayesian Inference in Statistical Analysis", John Wiley and Sons, Inc.1992.
- [2] B.P. Carlin, and T.A. Louis, "Bayes and Empirical Bayes Methods for Data Analysis". 2nd Edition, Chapman and Hall/CRC, New York, 2000.
- [3] R.E. Kirk, "The Importance of Effect Magnitude." In Handbook of Research Methods in Experimental Psychology, edited by Stephen F. Davis, 83–105. Malden, MA: Blackwell, 2003.
- [4] F.L. Schmidt, "Statistical significance testing and cumulative knowledge in psychology: Implications for training of researchers." Psychological Methods, vol.1, pp.115–129,1996.
- [5] J. Kruschke, "Doing Bayesian Data Analysis", Wiley interdisciplinary reviews. Cognitive Science vol.1,pp.658 – 676, 2010.

-
- [6] E.T. Jaynes, O. Kempthorne, "Confidence Intervals vs Bayesian Intervals. In: Harper W.L., Hooker C.A. (eds) *Foundations of Probability Theory, Statistical Inference, and Statistical Theories of Science*". The University of Western Ontario Series in Philosophy of Science (A Series of Books on Philosophy of Science, Methodology, and Epistemology Published in Connection with the University of Western Ontario Philosophy of Science Programme), vol 6b. Springer, Dordrecht, 1976.
- [7] A. Gelman, J.B. Carlin, H.S. Stern, D.B. Rubin, "Bayesian Data Analysis" (2nded.). London: Chapman and Hall, 2004.
- [8] D. Kaplan, "Bayesian Statistics for the Social Sciences". London: Guilford, 2014.
- [9] C. König, R. Van de Schoot, "Bayesian statistics in educational research: a look at the current state of affairs", *Educational Review*, vol.70(4), 486-509, 2017.
- [10] R.D. Morey, "Bayesian inference for psychology. Part I: Theoretical advantages and practical ramifications". *Psychonomic Bulletin & Review*, vol.25, pp.35-57,2018.
- [11] J.N. Rouder, P.L. Speckman, D. Sun, R.D. Morey, G. Iverson, "Bayesian t tests for accepting and rejecting the null hypothesis". *Psychonomic Bulletin & Review*, vol.16(2), pp.225-237,2009.
- [12] E.J. Wagenmakers, M. Marsman, T. Jamil, A. Ly, A.J. Verhagen, J. Love, R. Selker, Q. Gronau, M. Šmíra, S. Epskamp, D. Matzke, J. Rouder, R. Morey, "Bayesian inference for psychology. Part I: Theoretical advantages and practical ramifications. *Psychonomic Bulletin & Review*.vol. 25(1), pp.35-57, 2017.
- [13] A.M. Ellison, "Bayesian Inference in Ecology". *Ecology Letters*, vol.7(6), pp.509-520, 2005.
- [14] A. Gelman, "Analysis of variance why it is more important than ever", *Annals of Statistics*, vol.33, pp.1-53, 2005.
- [15] M. Plummer, "Rjags: Bayesian Graphical Models Using MCMC. R Package Version 4-6." <https://CRAN.R-project.org/package=rjags>,2016.
- [16] D. Van den Bergh, J. van Doorn, M. Marsman, T. Draws, E-J. van Kesteren, K. Derks, F. Dablander, Q.F. Gronau, S. Kucharsky, A.R. Komarlu Narendra Gupta, A. Sarafoglou, J.G. Voelkel, A. Stefan, A. Ly, M. Hinne, D. Matzke, E-J. Wagenmakers, "A tutorial on conducting and interpreting a Bayesian ANOVA in JASP". *Dans L'Année Psychologique*, vol. 120, pp.73-96, 2020/1.
- [17] A. Nel, "Air Pollution-Related Illness: Effects of Particles". *Science*, vol.308, pp.804-806,2005.
- [18] Çevre Durum Raporu 2018 (<https://ced.csb.gov.tr/iller-ozet-cevre-durum-raporu-i-82675>, Son Erişim Tarihi: 15 Mayıs 2021).
- [19] J.O. Berger, "Statistical Decision Theory and Bayesian Analysis". Springer Series in Statistics (Second ed.). Springer-Verlag, 1985.
- [20] R.E. Kass, A.E. Raftery, "Bayes Factors". *Journal of the American Statistical Association*, vol: 90(430), pp.773-795, 1995.
- [21] R.D. Morey, J.N. Rouder, "Bayes factor approaches for testing interval null hypotheses". *Psychological Methods*, vol:16, pp.406-419.
- [22] Z. Dienes," How Bayes factors change scientific practice". *Journal of Mathematical Psychology*, vol. 72, 78-89, 2016.
- [23] F.D. Schönbrodt, E-J. Wagenmakers," Bayes factor design analysis: Planning for compelling evidence". *Psychonomic Bulletin & Review*, vol:25(1), pp.128-142, 2018.

-
- [24] R. Wetzels, R.P.P.P, Grasman, E. Wagenmakers, "A Default Bayesian hypothesis test for Anova designs". *The American Statistician*, vol. 66(2), pp.104-111, 2012.
- [25] M.J. Bayarri, G. Garcia-Donato, "Extending conventional priors for testing general hypotheses in linear models," *Biometrika*, vol: 94, pp.135–152, 2007.
- [26] H. Jeffreys, "Theory of Probability", Third Edition. Clarendon Press: Oxford, 1961.
- [27] R.D. Morey, J.N. Rouder, "BayesFactor 0.9.12-4.2. Comprehensive R Archive Network". Retrieved from <https://CRAN.R-project.org/>, 2015.
- [28] JASP Team. JASP (Version 0.14.1) [Computer software], 2020.
- [29] V. Amrhein, S. Greenland, B. McShane, "Scientists rise up against statistical significance". *Nature*, vol: 567, pp.305-307, 2019.
- [30] J. Cohen, "The earth is round ($p < :05$)". *American Psychologist*, vol:49, pp.997-1003, 1994.
- [31] Ankara İli Temiz Hava Eylem Planı, 2020-2024. (<https://webdosya.csb.gov.tr/db/ankara/icerikler/temiz-hava-eylem-plani-2020-2024-v.3.0-20200122070703.pdf>, Erişim tarihi: 15 Mayıs 2021)