BEÜ Fen Bilimleri Dergisi
10 (4), 1334-1341, 2021
DOI: 10.17798/bitlisfen.942655

BEU Journal of Science
10 (4), 1334-1341, 2021

Araştırma Makalesi / Research Article

Uluslararası Bir Krizin Oyun Teorisi ile Matematiksel Olarak Modellenmesi

Murat ÖZKAYA[1,2*], Burhaneddin İZGİ[2]

[1] *Çanakkale Onsekiz Mart Üniversitesi, Siyasal Bilgiler Fakültesi, İşletme Bölümü, Çanakkale.*
[2] *İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, İstanbul.*
(ORCID: 0000-0001-7241-4710) (ORCID: 0000-0002-8441-9137)

Öz

Bu çalışmamızda, herhangi iki ülke arasında yaşanan karşılıklı can ve mal kayıplarıyla devam eden uluslararası bir krizi oyun teorisi kullanarak modelledik. İlk olarak, inceleyeceğimiz problemi geçmişte yaşanan bazı gerçek krizleri inceleyerek detaylarıyla tanımladık. Daha sonra, detaylı bir şekilde tanımladığımız bu problemi oyun teorisinin en bilinen oyunlarından biri olan tutuklu ikilemini temel alarak modelledik. İlk olarak, modellediğimiz bu oyunun saf Nash denge noktasını bulduk. Buna ek olarak, oyuncuların yani ülkelerin tekrar krize sürüklenmesi durumunda ne yapması gerektiğini incelemek için oyunu tekrarlı oyun haline getirdik. Daha sonra bu oyundaki stratejileri ve sonuçları açıkça görebilmek için oyunumuzu oyun ağacı şeklinde ifade ettik. Ardından, oluşan bu yeni durum için yeni oyunun getiri matrisini oluşturduk. Son olarak tekrarlı oyun haline gelen oyunun saf Nash denge noktalarını bulduk. Ayrıca, ikinci oyunun bir alt oyununu kullanarak oyunumuzu farklı bir açıdan tekrar çözdük. Böylece uluslararası bir krizi tutuklu ikilemini kullanarak başarıyla modelledik ve sonuçlarını sunduk.

Anahtar kelimeler: Oyun teorisi; Bimatris oyunlar; Tutuklu ikilemi; Uluslararası ilişkiler; Uluslararası kriz.

Mathematical Modeling of an International Crisis with Game Theory

Abstract

In this study, we discuss a crisis occurring between any two countries and continuing with reciprocity losses of life and property in terms of game theory. First of all, we describe the problem in detail taking account of the real crisis that has occurred in the near-past. We then model the problem which is identified on the basis of The Prisoner's dilemma, which is one of the well-known game in game theory. We find the pure Nash equilibrium point of the first game. Later on, we model the game under the fact that these players have a crisis again, that is, we construct a repeated game. We expressed our game as a game tree so that we can clearly see the strategies and results in this game. Then, we created the payoff matrix of the new game for this new situation Finally we find the pure Nash equilibrium points of the new game. In addition, we solve our game again from a different perspective using a subgame of the second game. Hence, we successfully model an international crisis using the prisoner's dilemma and present its results.

Keywords: Game theory; Bimatrix games; Prisoner's dilemma; International relations; International crisis.

1. Giriş

Oyun teorisi kısaca çatışma içeren durumlarda karar verme süreçlerini inceleyen bir bilim dalı olarak tanımlanabilir [1]. Ayrıca, oyun teorisini mücadele içeren durumları matematiksel bir yaklaşımla ele alan bir bilim dalı olarak da tanımlayabiliriz [2]. Bu teori ilk olarak 2. Dünya savaşındaki bazı durumlara matematiksel yaklaşımların uygulanması sonucu ortaya çıkmıştır [3]. Oyun teorisini detaylarıyla ele alan ilk kitap ise Von Neumann ve Morgenstern tarafından 1944 yılında yazılmıştır [4]. Oyun teorisinin literatürde farklı uygulamaları bulunmaktadır [5-8]. Biz çalışmamızda uluslararası yaşanan bir kriz

*Sorumlu yazar: *murat.ozkaya@comu.edu.tr*
Geliş Tarihi: 25.05.2021, Kabul Tarihi: 16.11.2021

durumunu ele alacağımızdan yani uluslararası bir problemi inceleyeceğimizden dolayı oyun teorisinin uluslararası ilişkiler açısından kullanımını içeren bazı çalışmaları şu şekilde sunabiliriz:

1985 yılında Snidal yaptığı çalışmasında, oyun teorisinin uluslararası ilişkiler alanında yeni yeni kullanıldığını belirtmiştir. Oyun teorisinin giderek artan kullanımı sayesinde askeri-politik strateji analizlerinin, uluslararası ekonomi politikalarının daha iyi bir şekilde modellendiğini belirmiştir [9]. 1995 yılında ise Allan ve Dupont sosyal etkileşimi oyun teorisi kullanarak inceleyen kişilerin neler yapması gerektiğini ve neleri dikkate alması gerektiğini çalışmalarında ifade etmişlerdir. Daha sonra, bu durumun teorik karmaşıklığı ve deneysel gücü arasındaki dengeyi incelemişlerdir. Bunu yaparken güvenlik ve uluslararası ekonomi politikası örneklerini kullanmışlardır [10]. 2001'de Correa oyun teorisinin uluslararası ilişkiler açısından kısıtlarını ve olanaklarını gösteren bir çalışma yayınlamıştır. Bu makalesinde bazı limitler ve kısıtlamalar altında oyun teorisinin uluslararası ilişkilerle ilgili problemlerin çözümünde kullanılabileceği sonucunu sunmuştur [11]. 2003 yılında Sandlers ve Arce teröristler ve antiteröristler arasındaki stratejik etkileşimin oluşturduğu problemlere oyun teorisinin uygulanabileceğini göstermişlerdir. Ayrıca ilgili çalışmada konuyu detaylandıran farklı çalışmalara da yer vermişlerdir [12]. 2007 yılında Wishnietsky, Amerikan tarihindeki başkanların yaptıkları hataları iki kişilik matris oyunları şeklinde modelleyip diğer karar verme yöntemleriyle birleştirmiştir. Ardından, bu modelleri kullanarak Clinton, Kennedy vb. gibi başkanların örneklerini inceleyerek detaylı bir şekilde ele almıştır. Bu uygulamalarının sonucunda oyun teorisi ve diğer karar verme yöntemlerinin kombinasyonuyla modelledikleri oyunların rasyonel çözümlerini açık bir şekilde sunmuştur [13].

Aydın 2009 yılındaki tezinde, ABD ile İran arasındaki nükleer rekabeti oyun teorisini kullanarak incelemiştir. İki ülke arasındaki bu gerilimi tam bilgili ve eksik bilgili oyun modellerini kullanarak ele almıştır [14]. Ferreira vd. 2010 yılında talep belirsizliğini uluslararası bir pazar üzerinde incelemiştir. Bunu yaparken Cournot ve Stackelberg duopollerini kullanıp, elde ettikleri sonuçları birbirleriyle kıyaslamıştır [15]. 2015 yılına gelindiğinde ise Omrani vd. çalışmalarında diğer ülkelere elektrik dağıtımı yapan şirketlerin verimliliğini değerlendirmek için bütünleşik bir yaklaşım sunmuştur. Daha gerçekçi sonuçlar elde etmek için pazarlık oyunu teorisini, temel bileşen analizini (principal component analysis) ve veri zarflama analizini (data envelopment analysis) birleştirmiştir [16]. Diesen oyun teorisi yardımıyla 2015'te Sovyetler Birliği'nin çöküşünden sonra 'demokrasiler arası' güvenlik kurumlarının yükselişini ve Rusya ile ilişkilerini takip eden etkilerini ele almıştır [17]. 2016 yılında, Bhuiyan oyun teorisinin bazı uygulamalarını çalışmasında sunmuştur. Bu uygulamalar arasında Hindistan ve Bangladeş arasında yaşanan terörizm problemini ele almıştır. Oyun teorisi ile durumu modelledikten sonra terörizm konusunda iki ülkenin konuya karşı iş birliği yapıp yapmaması gerektiğini incelemiştir [18]. 2017'de Rass vd. çalışmalarında gelişmiş bir kalıcı tehdit (advanced persistent thereats) savunması için bir risk azaltma aracı olarak genelleştirilmiş bir matris oyunları sınıfını araştırmaktadır [19]. Aynı yıl içinde Levi tarafından yayınlanan çalışmada ise Kuzey Kore ve Çin arasında nükleer anlaşmazlıklar sebebiyle gelişemeyen ilişkiler ele alınmıştır. Bu iki ülke arasındaki ilişkiyi açıklamak için oyun teorisi kullanılmıştır. Oyun teorisinin Kuzey Kore ve Çin arasındaki ilişkilere uygulanmasına ilişkin bazı kısıtları çalışmasında sunmuştur ve iki ülke arasındaki ilişkiyi farklı bir açıdan değerlendirmiştir [20]. 2018 yılında Yin ve Hamilton gümrük tarifelerinin uygulanması ve hedefli korumacılığın uygulanması için ABD ve Çin arasındaki ticaret davranışındaki olası eylemleri ve bunların sonuçlarını modellemek ve göstermek için oyun teorisi yaklaşımını ele alarak incelemiştir [21].

Tavares ve Tran 2019 yılındaki çalışmalarında Kanada ve ABD arasındaki iki turistik yer arasındaki rekabeti ve iş birliğini analiz etmek için oyun teorisini kullanmıştır. Çalışmanın sonucunda incelenen modelde bir Nash dengesi olduğu görülmüştür ve bu nedenle ABD'nin stratejisinin Kanada'nın tercihini değiştirmesi için herhangi bir gerekçe görülmediği sonucuna ulaşılmıştır [22]. Özdamar ise aynı yılda yayınlanan çalışmasında İran'ın nükleer programı üzerine yapılan pazarlıkları ele alarak oyun teorisinin uluslararası ilişkilere uygulanabileceğini göstermiştir. Ayrıca oyun teorisini kullanarak İran'ın nükleer programı hakkında öngörüler oluşturmuştur ve bunları sonuçlarında sunmuştur [23]. Wen vd. 2019 yılında uluslararası ilişkilerde Çin'in iş birliğini rekabete tercih etmesi gerektiğini göstermek için kazan-kazan oyunu hipoteziyle beraber asimetrik bir dinamik evrim oyunu oluşturmuştur. Bu modeli ise Afrika'ya yapılan Çin ve Japon çevresel yardım programları üzerine uygulamıştır [24].

2020 yılında Gassama vd.nin yaptığı çalışmada oyun teorisi aracılığıyla bölgesel olmayan güçlerin kendi çıkarlarına göre, özellikle batının artan taleplerini karşılamak için, enerji üretiminde hala güçlü olan Orta Doğu güçleri üzerinde hegemonik bir kontrole sahip olduklarını ileri sürmektedirler. Bu nedenle, Orta Doğu ülkeleri bölgesel iş birliğine gitmeyip, farklılıkları uzlaştırmaz ise başta İran ve Suudi Arabistan olmak üzere oyunu kaybetmeye devam edeceklerini söylemektedir [25]. Krapohl vd. aynı yılda yayınladıkları çalışmalarında ise uluslararası ticaret iş birliğini incelemek için oyun teorisini kullanmışlardır. Bunun sonucunda uluslararası ticaret iş birliğinin istikrarlı bir dengede olmadığını ve ticaret serbestleştirme seviyelerinin koruma ticaret politikaları tarafından başarılı bir şekilde kullanılabileceğini göstermiştir [26].

Yukarıdaki örneklerden de görülebileceği gibi oyun teorisinin uluslararası ilişkilerin modellenmesinde etkin bir şekilde kullanıldığı anlaşılmaktadır. Biz bu çalışmamızda iki ülke arasındaki sınır güvenliği ve iç işlerine karışılma endişeleri sonucu ortaya çıkan çatışma durumunu oyun teorisi yardımıyla inceleyeceğiz. Bunu yaparken temel olarak Tutsak İkilemini kullanacağız. Çalışmanın devamı şu şekildedir: İkinci bölümde çalışma için gerekli olan bazı temel kavramlara yer verilmiştir. Üçüncü bölümde çalışmada ele alınacak problem açıklanıp, modellenmiştir. Daha sonra modellenen problemin çözümü sunulmuştur. Son bölümde ise sonuçlara yer verilmiştir.

2. Bazı Temel Kavramlar

Bu bölümde çalışma boyunca kullanılacak ve gerekli olacak bazı tanımlara ve açıklamalara yer vereceğiz. İlk olarak, sıfır toplamlı bir oyunun tanımından başlayarak genel toplamlı oyun, tekrarlı oyun, Nash dengesi ve çalışmanın temelinde kullanılacak olan tutuklu ikilemini sunacağız.

Tanım 1 [27]: Sıfır toplamlı bir oyunun stratejik formu, diğer bir deyişle normal formu,

1. P boş olmayan ve I. oyuncunun stratejilerini içeren küme,
2. Q boş olmayan ve II. oyuncunun stratejilerini içeren küme,
3. A, $X \times Y$ üzerinde tanımlı reel değerli bir fonksiyon olmak üzere,

(X, Y, A) üçlüsü ile tanımlanır.

Kriz durumları, çıkar çatışmaları, rekabet durumları her zaman tek bir kez yaşanmayabilir, yani bu tür durumlar sürekli bir halde tekrarlanabilir. Böyle durumları tanımlamak için oyun teorisinde tekrarlı oyun kavramı ortaya konmuştur. Tekrarlı oyunlarda, oynanan oyun sayısı oyuncuların çıkarlarını, getirilerini etkilemektedir. Bu tür oyunlarda kayıplar daha da büyüyebileceği gibi kazançlarda büyüyebilir. Bu durum oyunun ilk haline bağlı olarak değişmektedir.

Tekrarlı Oyun: Bir oyunun üst üste oynandığı durumlarda oluşan oyunlar bütününe tekrarlı oyun denir. Eğer oyunun oynanış miktarı yani tekrar sayısı, sonlu ise sonlu tekrarlı oyun, sonsuz ise sonsuz tekrarlı oyun şeklinde tanımlanır.

Nash Dengesi [29]: Eğer bir strateji diğer stratejilere karşı en iyi karşılıksa bu stratejilerin oluşturduğu ikiliye saf Nash dengesi denir.

Sıfır toplamlı olmayan matris oyunlarını, bimatrisler kullanarak gösterebiliriz. İlgili satır ve sütunlara her iki oyuncu için elde edilen getiriler sayı ikilileri şeklinde yazılarak oyunu bimatris olarak yazabiliriz. Aşağıda verilen tutuklu ikilemi bimatris oyunlar için bir örnek olarak kabul edilebilir.

Tutuklu İkilemi [30]: İki mahkûm bir suç şüphesiyle tutuklanmıştır. Her biri iki eylem arasında seçim yapmak durumundadır. Bu seçimler suçu kabul etmek (strateji “Evet”) ve sessiz kalmak (strateji ”Hayır") şeklinde iki tanedir. Oyunun G getiri bimatrisi aşağıdaki gibi verilmiştir.

$$G = \begin{array}{c c} & \begin{array}{cc} E & H \end{array} \\ \begin{array}{c} E \\ H \end{array} & \begin{bmatrix} (-6,-6) & (0,-10) \\ (-10,0) & (-1,-1) \end{bmatrix} \end{array}$$

Getiri bimatrisinden de görüleceği gibi mahkûmlar suçu kabul ederse, 6 yıl ceza alırlar. Her ikisi de sessiz kaldığında, 1 yıl bir ceza alırlar. Suçu kabul etmenin diğer stratejilere kıyasla daha avantajlı olduğu görülebilir. Ayrıca bir mahkûm suçu kabul eder ve diğeri kabul etmezse, birincisi serbest kalırken ikincisi 10 yıl gibi daha büyük bir cezayı alır. Bu durumda oyunun Nash dengesi, yani iki oyuncu için en uygun tercih, oyuncuların kazançlarının (-6,-6) oluşturduğu strateji profilinde diğer bir deyişle (E, E) stratejisinde yatmaktadır.

3. Problem

Bu bölümde öncelikle A ve B ülkeleri arasındaki çatışmayı açıklayıp, modelini oluşturacağımız durumları tanımlayacağız. Ardından bu durumları oyun teorisi kullanarak modelleyeceğiz. Modelimizi öncelikle ilk durumu tutsak ikilemini temel alarak kurup, çözümünü yapacağız. Daha sonra ilk durum için oluşturduğumuz tutsak ikileminden yararlanarak oyunu ikinci durum için genişleteceğiz. Diğer bir deyişle, oyunu tekrarlı oyun haline getireceğiz. Son olarak, oluşturduğumuz tekrarlı oyunun çözümünü elde edeceğiz.

Çalışma boyunca iki ülke arasındaki durumda ateşkese verilen destekler dışında dış faktörlerin etkisiz olduğu varsayılacaktır (üçüncü ülkelerin savaşa dahil olması, iç muhalif gruplar vs.).

Durum I: A ve B ülkeleri sınır komşusu olan iki ülkedir. A ülkesinde uzun bir süredir süregelen bir iç savaş yaşanmaktadır ve bu savaş A ülkesinin B ülkesiyle olan sınırına doğru ilerlemiştir. Bu savaştan dolayı B ülkesi sınır güvenliği ve göç dalgası endişesi yaşamaya başlamıştır. Bu nedenle B ülkesi uluslararası hukuka dayanarak A ülkesi ile olan sınırını korumak amacıyla bir sınır ötesi operasyon düzenleme kararı almıştır. B ülkesinin düzenlediği bu sınır ötesi operasyonları A ülkesi kendi iç işlerine karışılması olarak algılamış ve bu sebeple B ülkesinin sınır ötesinde bulunan askeri personeline yönelik karşı saldırılar başlatmıştır. Buna müteakip B ülkesi A ülkesinin saldırılarına karşı meşru müdafaa hakkını kullanarak hukuka uygun bir şekilde karşılık vermiştir. Bütün bu yaşananlar sonucunda hem A ülkesi hem de B ülkesi çok sayıda can (askeri ve sivil personel) ve mal (askeri teçhizat, meskûn yapı hasarları gibi) kaybı yaşamıştır. Yaşananlar uluslararası basında yer bulmuş ve üçüncü ülkelerin arabuluculuğuyla karşıt taraflar arasında ilk ateşkes imzalanmıştır. Ateşkesin imzalanmasıyla iki ülkenin karşılıklı can ve mal kayıpları durmuştur.

Durum II: İlk ateşkesin imzalanmasından bir süre sonra A ülkesinden iç savaşın şiddeti tekrar artmış ve B ülkesinin sınır ve göç dalgası endişesi tekrar ülke gündemine gelmiştir. Böylece B ülkesi operasyona kaldığı yerden devam etmeye başlamıştır. Bunun ardından A ülkesi ilk olaydaki tutumunu sergileyip B ülkesinin sınır ötesindeki personeline tekrar saldırmıştır. Çalışmamızda ele alacağımız ikinci durumu yukarıdaki gibi özetleyebiliriz. Bu durumlar altında ülkelerin nasıl bir tutum sergilemesi gerektiğini oyun teorisi yardımıyla inceleyeceğiz.

İlk olarak, aşağıda Durum I'i arka planda Tutuklular ikilemini kullanarak oyun teorisi yardımıyla modelleyeceğiz. Satır oyuncusu A ülkesi, sütun oyuncusu B ülkesi olsun.
A: Ateşkes ve S: Karşılıklı saldırıların devam etmesini temsil etmek üzere,

$$G_{I.durum} = \begin{array}{c} \\ A \\ S \end{array} \begin{array}{cc} A & S \\ \end{array}$$
$$\begin{array}{c} \\ A \\ S \end{array}\begin{bmatrix} (-1,-1) & (1,-2) \\ (-2,1) & (-3,-3) \end{bmatrix}$$

tutsak ikilemi şeklinde $G_{I.durum}$ getiri bimatrisini yukarıdaki gibi oluşturduk. Getiri matrisinin girdileri oluşturulurken aşağıdakiler temel alınmış ve bunları temsilen sayılar atanmıştır:

1. Ateşkes- Ateşkes durumları için hali hazırda taraflar birbirine verdikleri zararı ilk anda durduracakları için kayıpları minimum olacaktır. Bu sebeple getiri olarak -1 verilmiştir.

2. Ateşkes-Saldırı (ya da Saldırı-Ateşkes) durumunda ise Ateşkes ilan eden taraf uluslararası düzeyde iyi niyetini göstermiş olup, diğer ülkelerin desteğini kazanacak ve haklı görüleceğinden +1, saldırıya devam eden ülke uluslararası düzeyde kötü görünüp destek ve maddi kayıplarla karşılaşacağında -2 değerleri verişmiştir.

3. Saldırı-Saldırı durumunda ise taraflar hem maddi zararla karşılaşacak hem de uluslararası düzeyde gerginliği arttıracağından dolayı kayıplar diğer durumlara göre daha fazla olacaktır. Bu nedenle -3 değeri getiri olarak verilmiştir.

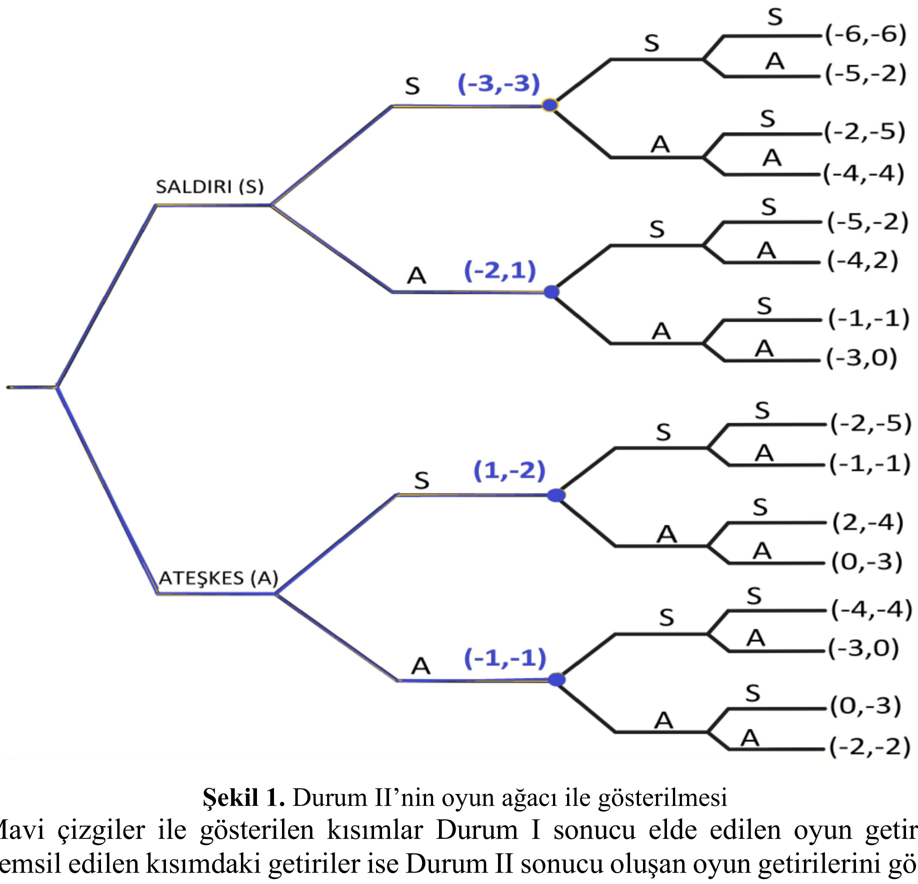
Birinci durumu temsil eden bu oyunun çözümüne Nash denge noktalarını bularak ulaşabiliriz. Nash denge noktalarını bulmak için her sütunda en büyük olan ilk sayının üzerine bir işaret koyarız ve aynı şekilde her satırda en büyük olan ikinci sayının üzerine bir işaret koyarız. İşaretli olan herhangi bir sayı çifti oyunun Nash dengesini gösterir [28].

$$G_{I.durum} = \begin{array}{c} \\ A \\ S \end{array} \left[\begin{array}{cc} A & S \\ (\overline{-1}, \widetilde{-1}) & (\bar{1}, -2) \\ (-2, \tilde{1}) & (-3, -3) \end{array} \right]$$

İşaretlemeleri yapıldıktan sonra yukarıda görüldüğü gibi oyun tek bir Nash dengesi olduğunu görülmektedir ve bu denge noktası (A,A) stratejisidir. Her iki ülke içinde ateşkes yapmak kendi çıkarlarını korumak adına daha iyi bir seçenektir. Böylece taraf ülkeler can ve mal kayıplarını durdurabilir ya da en az seviyeye indirebilir.

İlerleyen süreçte, iki ülke arasındaki durumun tekrar yaşandığını yani sınır güvenliği endişesi, göç dalgası, iç işlerine karışılması kaygısı vb. durumların, tekrar başladığını varsayıyoruz. Böylece A ve B ülkeleri arasındaki karşılıklı saldırıların tekrarlanması sonucu can ve mal kayıplarının hızlı bir şekilde arttığını görüyoruz (Durum II).

Durum II'nin modellemesini yapmadan önce bu durumu anlatan bir oyun ağacı oluşturacağız (Detaylı bilgi için [31])



Şekil 1. Durum II'nin oyun ağacı ile gösterilmesi

Mavi çizgiler ile gösterilen kısımlar Durum I sonucu elde edilen oyun getirilerini, siyah çizgiler ile temsil edilen kısımdaki getiriler ise Durum II sonucu oluşan oyun getirilerini göstermektedir. Oyun ağacından da görüleceği üzere tekrarlı oyunlarda, tekrar sayısı arttıkça her oyuncu için strateji kümesi daha da genişlemektedir. Oyun ağacındaki stratejileri özetlemek için ağacı bir tablo haline getirirsek aşağıdaki gibi olur (Detaylar için [32]).

Tablo 1. Oyun ağacındaki stratejiler

SSSS: (-6,-6)	SSSA: (-5,-2)	SSAS: (-2,-5)	SSAA: (-4,-4)

SASS: (-5,-2)	SASA: (-4,2)	SAAS: (-1,-1)	SAAA: (-3,0)
ASSS: (-2,-5)	ASSA: (-1,-1)	ASAS: (2,-4)	ASAA: (0,-3)
AASS: (-4,-4)	AASA: (-3,0)	AAAS: (0,-3)	AAAA: (-2,-2)

Tablo 1.’deki SSSS ifadesi ilk durumda SS stratejisi seçilip ikinci durumda da SS stratejisinin kullanıldığını temsil etmektedir, benzer şekilde SAAS ise ilk durumda SA, ikinci durumda AS stratejilerinin seçildiğini göstermektedir. İkinci durum için oyunun getiri bimatrisini

$$G_{II.durum} = \begin{bmatrix} (-6,-6) & (-5,-2) & (-5,-2) & (-4,2) \\ (-2,-5) & (-4,-4) & (-1,-1) & (-3,0) \\ (-2,-5) & (-1,-1) & (-4,-4) & (-3,0) \\ (2,-4) & (0,-3) & (0,-3) & (-2,-2) \end{bmatrix}$$

şeklinde elde ederiz ($G_{II.durum}$ matrisinin oluşturulmasındaki detaylar için [32]). Daha sonra Nash denge noktalarını bulabilmek için ilk durumdakine benzer şekilde işaretlemeleri aşağıdaki gibi yaparız:

$$G_{II.durum} = \begin{bmatrix} (-6,-6) & (-5,-2) & (-5,-2) & (-4,\tilde{2}) \\ (-2,-5) & (-4,-4) & (-1,-2) & (-3,\tilde{0}) \\ (-2,-5) & (-1,-3) & (-4,-4) & (-3,\tilde{0}) \\ (\bar{2},-4) & (\bar{0},-3) & (\bar{0},-3) & (\overline{-2},\widetilde{-2}) \end{bmatrix}$$

İşaretlemeleri yaptıktan sonra Nash denge noktasını $(-2,-2)$ olarak buluruz, bu strateji ise AAAA karşılık gelmektedir. Diğer bir deyişle, hem ilk durumda AA stratejisinin kullanılması gerektiğini, hem de ikinci durumda AA stratejisinin kullanılması gerektiğini görüyoruz. İkinci durumda da karşılıklı ateşkes yapılmasının hem A ülkesinin hem de B ülkesinin avantajına olacağı ve durumun bu şekilde sürdürülmesi gerektiği sonucuna ulaşabiliriz.

Diğer taraftan $G_{II.durum}$ getiri matrisini oluşturan oyunun, yani ikinci durumun, ilk strateji durumu dikkate alınarak bir alt oyuna indirgenip, çözüldüğünde aynı stratejiye ulaşabiliriz. Problemdeki ilk durumda rasyonel bir oyuncunun AA stratejisinin kullanıldığı bilinmektedir, bu nedenle oyun ağacında sadece ilk oyunun sonunda kullanılan AA stratejinden sonra gelen dalları kullanarak ilgili alt oyunun getiri matrisini şu şekilde oluşturabiliriz.

$$G_{alt\_oyun} = \begin{array}{c} \\ A \\ S \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cc} \quad A \quad & \quad S \quad \end{array} \\ \begin{bmatrix} (\overline{-2},\widetilde{-2}) & (\bar{0},-3) \\ (-3,\tilde{0}) & (-4,-4) \end{bmatrix} \end{array}$$

Daha sonra oluşturduğumuz bu oyunun Nash denge noktalarını yukarıdaki oyunlara benzer şekilde bulacak olursak Nash denge noktasının AA stratejisi olduğu görülmektedir. Diğer bir deyişle, rasyonel bir oyuncunun G_{alt_oyun} oyununda da ateşkes stratejisini seçmesi gerektiği ifade edilmektedir.

Bu çalışmada problemi ele alırken ülkeler arası gerilimin iki defa yaşandığını varsaydık. Fakat bu durum daha fazla ve sonlu miktarda tekrarlanacak olursa oluşacak yeni oyunlar için de benzer şekilde çözüme ulaşılabilir. Oyunu geriye doğru indüksyon yöntemi ile çözebiliriz. Diğer bir deyişle, her yeni oluşacak durumu ülkelerin son krizi olacakmış gibi değerlendirip, tek bir oyun şeklinde çözebiliriz. Örneğin ülkelerin onuncu krizini ele alalım, bu durumda onuncu krizin son kriz olacağını düşünüp bir önceki krizdeki gibi Ateşkes-Ateşkes stratejilerini seçmek, çalışmamızda da gösterdiğimiz üzere, her iki ülke içinde en avantajlı seçenek olacaktır. Bu durumda oyuncular, yani ülkeler, bu tarzda oluşabilecek her yeni bir kriz için saf Nash denge noktası olan Ateşkes-Ateşkes stratejilerini kullanmalıdır.

4. Sonuç ve Öneriler

İki ülke arasında meydana gelen uluslararası bir gerginliği tutuklu ikilemi yardımıyla iki farklı durum için modelledik. Durum I olarak tanımladığımız olay da krizin sadece bir kere yaşanacağı varsayımından yola çıktık ve bunu tutuklu ikilemi üzerine inşa ettik. Ardından, oyunun Nash denge noktasını bulduk. Denge noktası ateşkes seçeneğinin en iyi seçenek olduğunu göstermektedir.

Daha sonra Durum I'de tanımladığımız gerginliğin tekrar yaşandığı varsayımı altında Durum II olayını tanımladık. Bundan sonra Durum II'yi oyun ağacı şeklinde modelledik ve getirilerini hesapladık. Oyun ağacını oluşturduktan sonra elde ettiğimiz stratejilerin getirilerini bir tablo halinde sunduk ve Durum II diye tanımladığımız olay için getiri matrisini oluşturduk. Bu getiri matrisini kullanarak Nash denge noktasını bulduk. Tekrarlı oyun haline getirdiğimiz ve çözdüğümüz bu oyunda da optimal seçeneğin tekrarı halinde yeniden ateşkes yaparak, kayıpları en aza indirmek olduğunu gösterdik.

Buna ek olarak, ilk durumda ateşkes seçeneklerinin kullanıldığını bildiğimizden ikinci durum için oluşturduğumuz oyun ağacındaki bir alt oyunu kullanarak da çözüme ulaştık. Her iki çözümde de bulduğumuz strateji iki tarafında ateşkes seçeneğini tercih etmesi gerektiğini göstermektedir. Böylece uluslararası bir gerginlik durumuna tutuklu ikilemini başarılı bir şekilde uygulayarak, ülkelerin maksimum menfaatleri için almaları gerektiği pozisyonları oyun teorisi açısından sunmuş olduk.

Yazarların Katkısı

Yazarların makaleye eşit miktarda katkı sağlamışlardır.

Çıkar Çatışması Beyanı

Yazarlar arasında herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Yapılan çalışmada araştırma ve yayın etiğine uyulmuştur.

Kaynaklar

[1] Shubik M. 1964. Game Theory and Related Approaches to Social Behaviour: Selections. John Wiley & Sons. New York, USA.

[2] Guseinov K. G., Akyar E., Düzce S. A. 2010. Oyun Teorisi: Çatışma ve Anlaşmanın Matematiksel Modelleri. Seçkin. Ankara, Türkiye.

[3] Haywood Jr, O. G. 1954. Military decision and game theory. Journal of the Operation Research Society of America. 2 (4): 365-462.

[4] Von Neumann J., Morgenstern O. 1944. Theory of Games and Economic Behaviour. Princeton University Press. Princeton, New Jersey, USA.

[5] İzgi B., Özkaya M. 2019. A new perspective to the solution and creation of zero sum matrix game with matrix norms. Applied Mathematics and Computation, 341, 148-159.

[6] İzgi B., Özkaya M. 2019. Matris normları ile bir matris oyununun adilliğinin gösterilmesi. International Journal of Advances in Engineering and Pure Sciences, 31 (2): 126-132.

[7] İzgi B., Özkaya M. 2020. Tarım sigortası gerekliliğinin oyun teorisi yardımıyla gösterilmesi: Matris Norm Yaklaşımı. Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Ve Mühendislik Bilimleri Dergisi , 20 (5): 824-831.

[8] Özkaya M., İzgi B. 2021. Effects of the quarantine on the individuals' risk of Covid-19 infection: Game theoretical approach, Alexandria Engineering Journal, 60 (4): 4157-4165.

[9] Snidal D. 1985. The game theory of international politics. World Politics, 38 (1): 25-55.

[10] Allan P., Dupont C. 1999. International relation theory and game theory: baroque modeling choices and empirical robustness. International Political Science Review, 20 (1): 23-47.

[11] Correa H. 2001. Game theory as an instrument for the analysis of international relations. Ritsumaikan International Research, 14 (2001): 197-208.

[12] Sandler T., M. Arce, D.G. 2003. Terrorism & game theory. Simulation & Gaming, 34 (3): 319-337.
[13] Wishnietsky A. 2007, Applying Game Theory to Presidental Mistakes. Ph.D. Thesis. Graduate Faculty of Auburn University, Auburn, Alabama, 188.
[14] Aydın S. 2009. The Super Power versus a Regional Power: A Game Theoretical Approach to the Current Nuclear Tension between the US and Iran. M.Sc. Thesis. The Institute of Economic and Social Sciences, Bilkent University, Ankara, 103.
[15] Ferreira F. A., Ferreira F. 2010. Simultaneous Decisions or Leadership in an International Competition. AIP Conference Proceedings. 1281 (2010): 804-807.
[16] Omrani H., Beiragh G.R., Kaleibari S.S. 2015. Performance assessment of Iranian electricity distribution companies by an integrated cooperative game data envelopment analysis principal component analysis approach. Electrical Powern and Energy Systems. 64 (2015): 617-625.
[17] Diesen G. 2015. EU and NATO relations with Russia: After the collapse of the Soviet Union. Routledge.
[18] Bhuivan B.A. 2016. An overview of game theory and some applications. Philosophy and Progress. LIX-LX: 112-128.
[19] Rass S., König S., Schauer S. 2017. Defending against advanced persistent threats using game theory. *PLOS ONE*, 12 (1), e0168657.
[20] Levi N. 2017. Applying game theory to North Korea-China relations. Journal of Modern Science. 33 (2): 355-366.
[21] Yin J.Z., Hamilton M.H. 2018. The conundrum of US-China trade relations through game theory modeling. Journal of Applied Business and Economic, 20 (8): 133-150.
[22] Tavares J.M., Tran X. 2019. Is there a strategic independence between the USA and Canada in the tourism sector? An Analysis Using Game Theory. Tourism Planning Development, 13 (3): 304-317.
[23] Özdemir Ö. 2019. An application of expected utility modeling and game theory in ır: assessment of ınternational bargaining on Iran’s nuclear program. All Azimuth, 8 (2): 205-230.
[24] Wen Y., Li H., Du X., Yang K., Casazza M., Liu G. 2019. Analytical approach to win-win game analysis for Chinese and Japanese development assistance strategies in Africa. Ecological Indicators, 96 (2019): 219-229.
[25] Gassama S.K., Ebrahimi M., Yusoff B.K. 2020. The oil hegemonic system and game theory: regional versus trans-regional powers in the middle east. Contemproary Review of the Middle East, 7 (3): 358-376.
[26] Krapohl S., Ocelik V., Walentek D.M. 2020. The instability of globalization: applying evolutionary game theory to global trade cooperation. Public Choice.
[27] Ferguson T.S. 2014. Game Theory Part II. Mathematics Department UCLA, 2nd Edition.
[28] Ferguson T.S. 2014. Game Theory Part III. Mathematics Department UCLA, 2nd Edition.
[29] Prisner E., G. 2014. Game Theory through Examples. The Mathematical Association of America, USA.
[30] Mazalov V. 2014. Mathematical Game Theory and Applications. John Wiley & Sons. West Sussex, U.K.
[31] Baron E. N. 2013. Game Theory: An Introduction. John Wiley & Sons. Hoboken, New Jersey, USA.
[32] Straffin P. D. 1993. Game Theory and Strategy.The Mathematical Association of America, Washington, USA.