

Araştırma Makalesi – Research Article

Homojen ve Heterojen Filolu, Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemi İçin Bir Uygulama

An Application for the Homogeneous and Heterogeneous Fleet, Capacity Constrained Vehicle Routing Problem

Adem Şehitoğlu^{1*}, Çerkez Ağayeva²

Geliş / Received: 11/06/2021

Revize / Revised: 03/02/2022

Kabul / Accepted: 03/03/2022

ÖZ

Günümüz rekabet dünyasında firmalar ürünlerinin müşterilerine ulaştırılması aşamasında, büyük bir öneme sahip olan lojistik desteği sağlamak adına maksimum bir çaba içerisindeyler. Araç rotalama problemleri (ARP), Lojistik problemlerinin en önemli son aşamasıdır. Araç rotalama problemleri, en kısa mesafede ve en kısa sürede müşterilerinin taleplerini karşılayacak şekilde bir depodan aynı veya farklı kapasitelerdeki araçlar ile optimale yakın rotaların bulunması problemleridir. ARP, artan çeşitleri ile firmalara en iyi sonuçları sunmaya devam etmektedir. Bu çalışmada bir ekmek fabrikasının 20 markete ekmek dağıtımını sırasında kullandığı gerçek mesafeler ve koordinatlar kullanılarak rotalar oluşturulmuştur. Bu gerçek hayat problemini modellemede klasik kapasiteli araç rotalama modeli hem homojen hem de heterojen filolu olarak modellenmiştir. Problem için optimale yakın çözümü, tavlama benzetimi (TB) algoritması kullanılarak Matlab’da hesaplanmıştır. TB ile elde edilen meta sezgisel çözümler ekmek fabrikasının kendi rotaları ile karşılaştırılmıştır. TB ile elde edilen optimale yakın sonuçlar yapılan tüm testlerde fırının kendi toplam rota mesafelerinden daha iyi sonuçlar vermiştir. TB algoritmasını kullanarak, iki araç ile yapılan dağıtım sırasında oluşan toplam rota mesafesinin fırın ile en büyük farkı 8,8 km’dir. TB’de üç araç ile yapılan dağıtım sırasında oluşan toplam rota mesafesinin fırın ile en büyük farkı 6,5 km olarak hesaplanmıştır.

Anahtar Kelimeler- *Optimizasyon, Araç Rotalama, Tavlama Benzetimi*

ABSTRACT

In today's competitive world, companies make a maximum effort to provide logistics support, which is of great importance, during the delivery of their products to their customers. Vehicle routing problems (VRP) are the most important last stage of Logistics problems. Vehicle routing problems are the problems of finding near-optimal routes with vehicles of the same or different capacities from a warehouse to meet the demands of customers in the shortest distance and in the shortest time. VRP continues to offer the best results to companies with its increasing variety. In this study, routes were created by using the actual distances and coordinates used by a bread factory during the distribution of bread to 20 markets. In modelling this real-life problem, the classical capacity vehicle routing model is modelled as both homogeneous and heterogeneous fleets. Then ear-optimal solution for the problem is calculated in Matlab using the Simulated Annealing (SA) algorithm. The meta-heuristic solutions obtained with TB were compared with the bread factory's own routes. Then ear-optimal results obtained with the TB gave better results than the total route distances of the furnace itself in all tests. Using the TB algorithm, the

^{1*}Sorumlu yazar iletişim: a.sehitoglu@alparslan.edu.tr (<https://orcid.org/0000-0002-7598-5348>)

İlköğretim Matematik Eğitimi, Muş Alparslan Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Muş

²İletişim: c.agayeva@alparslan.edu.tr (<https://orcid.org/0000-0003-0507-9785>)

İktisat Bölümü, Muş Alparslan Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Muş

greatest difference between the total route distance and the furnace during the distribution with two vehicles is 8.8 km. The greatest difference between the total route distance and the furnace during the distribution made with three vehicles in the TB was calculated as 6.5 km.

Keywords- Optimization, Vehicle Routing, Simulated Annealing

I. GİRİŞ

Lojistik ve taşımacılık, gelişmiş ülke ekonomilerinin büyük bir bölümünü oluşturmaktadır. Bu nedenle, hükümetler ve özel şirketler dikkatlerini lojistik yöneticilerinin maliyetleri düşürmelerine ve daha fazla esneklik elde etmelerine yardımcı olabilecek sistemler geliştirmeye odaklanılmışlardır. Lojistik alanında pek çok araştırma yapılmış, seyyar satıcı probleminden karmaşık dinamik rotalama problemlerine kadar birçok teknik hâlihazırda geliştirilmiştir. Lojistikte öne çıkan problemlerden biri araç rotalama problemidir [1]. Klasik araç rotalama problemi, önceden tanımlanmış bir ağ üzerinde belirli bir müşteri grubuna hizmet vermek için bir araç filosu tarafından kullanılan optimum rota kümesini bulmaktır. ARP'de amaç toplam seyahat maliyetini (seyahat süreleri veya toplam mesafe) ve operasyonel maliyeti (kullanılan araç sayısı) en aza indirmektir [2]. Bu kombinatoriyal problem en basit haliyle NP-Zor problemlerdendir [3]. Bu problem ilk olarak 1959'da Dantzig ve Ramser tarafından servis istasyonlarına benzinin teslimatı ile ilgili gerçek dünyadaki bir uygulamayı çözmek için ortaya çıktı [4]. 1964'te Clarke ve Wright, dağıtım noktalarının sayısı büyükse, merkezi bir depodan bir dizi teslimat noktasına değişen kapasitelerdeki bir kamyon filosunun optimum şekilde yönlendirilmesi ve çok sayıda olası rotadan seçim yapılmasını gerektiren ARP için ilk olacak çalışmalarını gerçekleştirmişlerdir [5]. Bu problemin çok daha ayrıntılı ve kapsamlı çalışmaları Bramel ve Simchi-Levi [6], Toth ve Vigo'da [7] bulunabilir. Artan ürün çeşidi ve uzayan mesafeler haliyle araç rotalama problemlerinde de karmaşıklığın artmasına, çözümün zorlaşmasına neden olmaktadır. Çözüm için sezgisel ve meta sezgisel algoritmalar bu zorluğu ortadan kaldırmak için ideal sonuçlar vermektedir. Optimizasyon problemlerine uygulanan Tavlama benzetimi (TB) ilk olarak Kirkpatrick ve ark [8] ve Cerny'nin [9] çalışmalarından ortaya çıkar.

Günümüzde tavlama benzetimi algoritması, araç rotalama problemlerini çözmek için en başarılı yöntemlerden biri olarak dikkat çekmeye devam etmektedir. Tavlama benzetimi, ilk olarak Kapasiteli ARP'yi (KARP) çözmek için iyi bilinen tabu arama ile hibridizasyon öneren Osman [10] tarafından kullanılmıştır. Breedam [11], standart ARP'yi çözmek için TB'ye dayalı gelişmiş bir sezgisel yöntem önermiştir. Chiang ve Russell [12] çalışmalarında iki farklı komşuluk yapısının incelendiği ve tavlama işleminin tabu listesi aracılığıyla kısa süreli bellek işlevi ile geliştirildiği zaman pencereci kısıtlı bir ARP'yi çözmek için TB'yi uygulamışlardır. Rabbouch ve ark. [13] çalışmalarında tavlama benzetimi algoritmasını kapasiteli ve diğer araç rotalama problemlerini çözmek için TB nin yeni bir dinamik versiyonunu tanımlamışlardır. Bu algoritma ile yapılan arama sürecinin daha doğru karara ve optimuma daha hızlı ulaşıldığını belirtmişlerdir. İlhan [14] çalışmasında kapasite kısıtlı araç rotalama problemi için tavlama benzetimi algoritması kullanmıştır. Algoritmanın değişim, ekleme ve ters çevirme operatörü olmak üzere üç farklı rota geliştirme operatörünü kullanmıştır. Wei ve ark. [15] yaptıkları çalışmada problemi çözmek için tekrarlanan soğutma ve sıcaklık artışına sahip yeni bir TB çerçevesi geliştirmişlerdir. Tavlama benzetimi algoritmasının mevcut tüm algoritmalarından daha iyi performans gösterdiği ve çoğu örnek için en iyi bilinen çözümlerle eşleştiğini veya iyileştirdiğini iddia etmişlerdir. Tavakkoli-Moghaddam ve ark. [16] çalışmalarında önerdikleri modeli, en yakın komşuluğa dayalı olarak hibrit tavlama benzetimi ile çözmüşlerdir. Önerilen modelin, tüm müşterilere minimum araç sayısı ve kullanılan maksimum kapasite ile hizmet verecek rotaların oluşturulmasına imkân verdiğini göstermişlerdir. Xiao ve ark. [17] KARP problemini çözmek için hibrit değişim kuralı ile tavlama benzetimi algoritması geliştirmişlerdir. Yalçiner [18] çalışmasında işletmeler için, değişken konum sayısı ve değişken araç sayısı ile oluşan problemler için farklı modeller oluşturularak bu modellere yönelik belirli kısıtlar doğrultusunda minimum mesafeyi elde etmeyi amaçlayan bir optimizasyon modeli sunmuş ve tavlama benzetimi algoritmasını kullanmıştır.

Ulutaş ve ark. [19] çalışmalarında bir fırının, 15 markete ekmek tedarikindeki araç rotalama problemini çözmek için tasarruf algoritması kullanmışlardır. Algoritma işlemlerini hesaplarken, herhangi bir özel yazılım kullanılmamış, hesaplamaları MS Excel ile yapmışlardır. Okur ve Atlas [20] çalışmalarında meta sezgisel çözüm tekniklerinden biri olan Genetik algoritmayı kullanılarak Halk Ekmek A.Ş.'nin müşteri taleplerini karşılayacak rota mesafesini minimize etmeyi amaçlamaktadır. Bu amaçla, algoritmadan yararlanılarak Halk Ekmek A.Ş.'nin dağıtım araçlarının, satış noktalarına en kısa mesafede rota hesaplamasına optimum çözümü aramışlar ve mevcut durum ile karşılaştırma yapmışlardır.

Taillard [21], çalışmasında heterojen bir araç filosu ile araç rotalama problemlerini çözmek için sezgisel bir sütun oluşturma yöntemi sunmaktadır. Sayısal sonuçlar, yöntemin özellikle orta ve büyük boyutlu problem örnekleri için sağlam ve verimli olduğunu göstermiştir. Yousefikhoshbakht ve ark.[22], Heterojen filoya sahip bir ARP'nin çözümü için tabu arama yöntemi geliştirmişlerdir. Çetin ve Gencer [23], çalışmalarında heterojen araç filolu kesin zaman pencereli, eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemini tanımlamaktadırlar. Tanımlanan problem için matematiksel model önermişler ve literatürde yer alan Solomon test problemlerini talep açısından düzenleyerek, 5, 10, 15, 20 müşterili örnekler için test etmişlerdir.

ARP'de yapılan çalışmalar her geçen gün daha karmaşık hale gelen problemlere çözüm aramaktadır. Bu çalışmada ele aldığımız kapasiteli ARP, hem homojen hem de heterojen filolu olarak test edilmiştir. Test sonuçları meta sezgisel çözüm yöntemlerinden tavlama benzetimi algoritması ile elde edilmiştir. Uygulamada bir ekmek fabrikasının güncel verilerinden yararlanarak, gerçek koordinatlar, bilinen rotalar ve bir günlük müşteri talepleri esas alınarak farklı çözüm testleri ile firmanın rotasına iyileştirmeler sunulmuştur.

II. MATERYAL VE METOT

Araç rotalama problemleri merkezi bir depodan farklı konumlarda bulunan noktalara bilinen taleplerle farklı rota kümesi bulma problemlerindedir [24]. ARP'nin çözümü zor ve bir hayli zaman almaktadır. Bu sebeple çözüm için çeşitli algoritmalar geliştirilmiştir. Meta sezgisel bir algoritma olan tavlama benzetimi, bu çalışmada ele aldığımız problemin çözümünde kullanılmıştır. ARP için önerilen matematiksel model ve TB algoritması sonraki kısımda gösterilmiştir.

A. Araç Rotalama Problemi İçin Önerilen Matematiksel Model

Kapasite kısıtlı araç rotalama problemi (KARP) bir $G = (V, A)$ ağ (graph) üzerinde tanımlanır. Burada $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ bir dizi düğüm (vertex) ve $A \subseteq \{(v_i, v_j) : i \neq j, v_i, v_j \in V\}$ yay (arc) kümesidir [2]. Kapasiteli ARP, bir firmanın deposundan kapasite kısıtlı olan araçlarının, talepleri bilinen müşterilerine hizmet yapmak için izlemesi gereken rotaların bulunması problemi [25]. KARP'de müşteri talepleri rotadaki araçların kapasitesinden fazla olmaması gerekir. Bu çalışmadaki problem için KARP'nin matematiksel modeli [1] ve [26]'den yararlanılarak aşağıdaki şekilde yazılmıştır.

Parametreler:

K = Araç sayısı,

Q = Araç kapasitesi,

Q_k = karacının kapasitesi,

N = Müşteri veya durak sayısı,

q_i = i ($i > 0$)müşterisinin talep miktarı,

C_{ij} = i müşteri ile j müşteri arasındaki uzaklık,

Değişkenler:

x_{ijk} = k nolu araç i müşterisinden j müşterisine gidiyorsa 1 aksi durumda 0'dır.

burada $i \neq j$, $i, j \in \{0, \dots, N\}$ ve 0 depo

Amaç fonksiyonu:

$$\text{Min } \sum_{i=0}^N \sum_{j=0, i \neq j}^N \sum_{k=1}^K C_{ij} x_{ijk} \quad (1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^N x_{ijk} = K, \quad i = 0 \text{ için} \quad (2)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{i=0, i \neq j}^N x_{ijk} = 1, \quad \forall j, j \in \{1, \dots, N\} \quad (3)$$

$$\sum_{k=1}^K \sum_{j=0, i \neq j}^N x_{ijk} = 1, \quad \forall i, i \in \{1, \dots, N\} \quad (4)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{j=0, j \in S}^N x_{ijk} \leq |S| - 1 \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N q_i \sum_{j=0, i \neq j}^N x_{ijk} \leq Q \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{ijk} \leq 1, \quad k \in \{1, \dots, K\} \quad (7)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \forall i, j \in V, \forall k \in K \quad (8)$$

Modelde, Denklem (1) amaç fonksiyonu toplam gidilen mesafenin minimum yapılması gerektiğini ifade eder. Denklem (2) işletmeden K adet aracın çıkış yapacağını sağlamaktadır. Denklem (3) ve (4) bir müşterinin yalnızca bir araç tarafından ziyaret edilmesini ve müşteriden çıkılacak yollardan yalnızca bir tanesinin kullanılmasının zorunlu olduğunu sağlamaktadır. Denklem (5), depodan başlamayan ve depoda tamamlanmayan turları elemek için kullanılır, bu kısıt depoyu içermeyen müşterilerin olası her alt kümesi S için eklenir. Denklem (6) araçlara yükleme yapılırken araç kapasitesi olan Q'yu geçmemesi gerektiğini belirtir. Denklem (7) bir aracın işletmeden bir defa çıkacağını dolayısı ile rotada bir defa kullanılacağını belirtir. Denklem (8) x_{ijk} değişkeninin tam sayı olması ile ilgilidir [18].

Araç filosunun heterojen olduğu durumda Denklem (6) yerine aşağıdaki Denklem (9) modele eklenerek araç kapasitelerinin farklı olduğu durumda rota hesaplaması yapılmaktadır [16].

$$\sum_{i=1}^N q_i \sum_{j=0, i \neq j}^N x_{ijk} \leq Q_k \quad (9)$$

Yukarıda matematiksel modeli verilen problem için kısa süre içerisinde iyi çözüm bulabilmek amacıyla tavlama benzetimi algoritması geliştirilmiştir. Geliştirilen algoritmanın adımları sonraki bölümde açıklanmıştır.

B. Tavlama Benzetimi (TB)

İlk olarak 1953'te Metropolis [27] tarafından geliştirilmiş olan Tavlama benzetimi algoritması, bir denge durumuna (sabit donma durumu) yakınsayınca kadar, soğutma işlemine tabi tutulan bir sistemdeki enerji değişikliklerini simüle eden stokastik arama algoritmasıdır.

Bu algorithmada katıların düşük enerjili hallerini bulmak için kullanılan fiziksel tavlama süreciyle bir benzetmeden hareket edilmiştir. Yoğun madde fiziğinde tavlama, bir katının ilk olarak sıcaklığının artırılarak eritildiği bir süreci ifade eder, bunu daha düşük enerjinin katı halini geri kazanmayı amaçlayan aşamalı bir sıcaklık düşüşü izler. Soğutma çok hızlı yapılırsa, katının yapısında yaygın düzensizlikler ortaya çıkar ve bu da nispeten yüksek enerji durumlarına yol açar. Diğer taraftan, sıcaklığın dengeye ulaşmak için her seviyede yeterince uzun tutulduğu bir dizi seviye boyunca dikkatli bir tavlama, düşük enerji durumlarıyla ilişkili daha düzenli yapılara yol açar. Temel olarak, sıcaklığın mevcut enerji seviyesinden çok uzaklaşması engellendiğinde, sürecin yüksek enerji durumunda sıkışıp kalması daha az olasıdır.

Uygulama problemlerinde TB algoritması mevcut çözümde, çözüm maliyetinde artışa yol açan değişikliğin bir olasılıkla kabul edildiği rastgele bir yerel arama yöntemi olarak tanımlanmaktadır. Birleşimsel Eniyileme (Combinatorial Optimization) bağlamında ise bir çözüm fiziksel sistemin belirli durumuna ve çözümün amaç fonksiyonu değeri ise sistemin enerjisine karşılık gelir. Her yinelemede, mevcut çözüm, belirli bir dönüşüm sınıfından (çözümlerin komşularını tanımlayan) rastgele bir hareket seçilerek değiştirilir. Yeni çözüm bir iyileştirme sağlarsa, otomatik olarak kabul edilir ve yeni mevcut çözüm olarak kabul edilir. Aksi takdirde yeni çözüm,

$$p = e^{(-\frac{\Delta}{kT})} \quad (11)$$

Denklem (11)'deki Metropolis olasılık kriterine göre kabul edilir. Denklem (11)'de; Δ , Amaç (Enerji) fonksiyonundaki değişim, T, Sıcaklık parametresi, k, Boltzmann sabitini göstermektedir. Belirtilen kriterle dayanarak, sıcaklık yüksek ve maliyet artışı düşük olan bir hareketin kabul edilmesi daha olası bir durum gibi görünmektedir. Sıcaklık parametresi, önceden tanımlanmış bazı soğutma programına göre kademeli olarak düşürülerek, her sıcaklık seviyesinde belirli sayıda iterasyon gerçekleştirilir. Sıcaklığın yeterince düşük değerlerinde yalnızca iyileştirme hareketleri kabul edilir ve süreç yerel bir optimumda durur. Çoğu meta sezgisel aksine, bu yöntem global optimuma asimptotik olarak yakınsar (sonsuz sayıda iterasyon varsayılırsa) [28]. Metropolis algoritması terimlerinin Birleşimsel Eniyileme (Combinatorial Optimization) problemlerine karşılık geldiği terimler Tablo 1'deki gibidir. [29].

Tablo 1. Metropolis algoritması terimlerinin Birleşimsel Eniyileme (Combinatorial Optimization) problemlerindeki karşılığı

Termodinamik Benzetimi	Birleşimsel En İyileme
Sistem kararlı bir hal alır	Uygun çözüm bulunur
Enerji	Maliyet
Durum değişikliği	Komşu çözüm
Sıcaklık	Parametre
Donmuş hal	Sezgisel çözüm

TB algoritmasının amacı; tüm olası çözüm noktalarının (S) alt kümesinde tanımlanmış bir $f(x)$ fonksiyonunu optimum yapacak bir x çözümü bulmaktır. TB algoritması rasgele seçilen bir başlangıç çözümü ile aramaya başlar. Sonra uygun bir yöntem ile bu çözüme komşu bir çözüm seçer ve $f(x)$ ' de meydana gelen değişimi hesaplar. Eğer değişim istenen doğrultuda ise komşu çözüm mevcut çözüm olarak alır. Eğer istenilen yönde bir değişim gerçekleşmemişse, TB algoritması çözümü Metropolis olasılık kriterine göre kabul eder. Amaç fonksiyonunda aksi yönde bir değişim yaratan çözümün belli olasılık değeri ile kabulü, TB algoritmasının yerel optimum noktalardan kurtulmasını sağlamaktadır. Denklem (11)'deki olasılık değerine göre T sıcaklık değeri yüksek olduğunda amaç fonksiyonunda meydana gelen artışların birçoğu kabul edilecektir. T sıcaklık değeri azaldıkça kabul edilme miktarında azalacaktır. Bu sebeple TB algoritmasında yerel noktalara takılmamak için başlangıç sıcaklık değeri yeterli derecede yüksek seçilerek kademeli olarak azaltılmalıdır [30]. Herhangi bir optimizasyon probleminin çözümünde TB algoritmasını kullanabilmek için bazı parametrelerinin önceden belirlenmesi gerekir. Bu parametreler: Başlangıç sıcaklığı (T_0); kötü çözümlerin kabul olasılığını kontrol için kullanılır. Her sıcaklıktaki gerekli iterasyon sayısı; her sıcaklıkta üretilen mümkün çözümlerin sayısıdır. Soğutma fonksiyonu; bir önceki yinelemedeki sıcaklığı esas alarak mevcut iterasyondaki sıcaklığı belirler. Algoritmayı durdurma kriteri; her sıcaklık değişiminde bulunan çözüm değişmiyor ise TB durdurulur [31].TB algoritmasının adımları aşağıda Şekil 1'de gösterilmiştir [32].

Adım 1: Başlangıç çözümünü oluştur (S), Başlangıç sıcaklığını belirle (T)
Soğutma çizelgesini belirle (t), Kabul olasılık fonksiyonunu belirle.
Durdurma koşulunu belirle, Maxit: iterasyon sayısını belirle.
Araç çalışma dengesini (mesafe) sağlayan değeri belirle (eta)
Kapasite hatasına azaltma değerini belirle (beta), Çözüm listesi (ÇL) = { \emptyset }

Adım 2: TB algoritması ile çözümü iyileştir.
Adım 2.1:Sırasıyla N_k komşuluk (swap) yapıları kümesini belirle($k=1,2,\dots,k_{mak}$)
Adım 2.2: Sırasıyla N_k 'da bulunan tüm komşuluk yapıları için sırasıyla S' 'den S' aday çözümlerini üret.
 $\Delta = 100 * (f(S') - f(S)) / f(S)$ değerini hesapla.
Eğer $\Delta \leq 0$ ise S' aday çözüm olarak belirle ve ÇL'ye S' aday çözümünü ekle.
Eğer $\Delta > 0$ ise Kabul olasılık değerini hesapla $e^{-\frac{\Delta}{T}}$ 0-1 arası rassal bir sayı üret (u)
Eğer $u \leq e^{-\frac{\Delta}{T}}$ ise S' aday çözüm olarak belirle ve ÇL'ye S' aday çözümünü ekle.
Adım 3.3: ÇL'de yer alan tüm komşu çözümlerden en fazla tasarrufu sağlayanı seç ve $S \leftarrow S'$ olarak belirle.
ÇL={ \emptyset } olarak güncelle.
Sıcaklığı güncelle.
Durdurma koşulu sağlanmamışsa ise Adım 2'ye, sağlanmışsa Adım 3'e git.

Adım 3:Algoritmayı sonlandır.

Şekil 1. TB Algoritmasının sözde kodu

III. HESAPLAMALAR VE TARTIŞMA

Uygulamadan elde edilen hesaplamalar aşağıda tartışılmıştır.

A. Uygulama

Bu çalışmadaki amaç yukarıda belirtilen meta sezgisel algoritmanın reel bir probleme uygulanmasını test etmektir. Bu doğrultuda bir ekmek fabrikasından 20 markete ekmek dağıtım sırasında oluşacak minimum mesafeli rota seçimi için bir modelin önerilmiştir. Problem için optimale yakın TB algoritma sonuçları işletmeden alınan gerçek veriler ile karşılaştırılmıştır. Yapılan hesaplamalar homojen araç filosu yanı sıra heterojen araç filosu için Matlab'da hesaplanmıştır. Uygulamadan elde edilen test sonuçları her bir marketin taleplerini karşılayacak şekilde en iyi rotaların oluşturulduğunu göstermektedir. İncelenen problemin optimale yakın çözümünü elde etmek için TB algoritmasının belirli parametreleri değişikliğe tabi tutulmuştur. Tablo 2'de fırın ve dağıtım yapılan şubelerin reel verileri gösterilmiştir.

Tablo 2. Fırın ve şubelerin talep koordinatları

Şubeler	Talepler	X:koordinatı	Y:koordinatı
0	0	38.501519	43.365744
1	100	38.501839	43.347999
2	50	38.508733	43.343258
3	40	38.511176	43.342136
4	180	38.510165	43.338314
5	50	38.515111	43.331111
6	60	38.515376	43.330300
7	50	38.515884	43.327705
8	50	38.518368	43.326611
9	180	38.521300	43.317500
10	60	38.519110	43.314000
11	30	38.517785	43.323800
12	80	38.514785	43.348711
13	30	38.522201	43.355189
14	30	38.516415	43.358828
15	30	38.512969	43.362555
16	35	38.512122	43.356901
17	30	38.510693	43.359911
18	60	38.512309	43.360057
19	40	38.510608	43.363375
20	60	38.511718	43.365779
Toplam talep	1245	-	-

Tablo 2’de 0 ile fırın ve 1-20 olarak ise marketler (şube) gösterilmiştir. Şubelerin coğrafi koordinatları ekmek dağıtımını yapılan marketlerden yerinde tespit yapılarak alınmıştır. Şubeler arası ve fırın ile şubeler arasındaki mesafeler Google Maps üzerinden koordinatlar arası gerçek karayolu uzaklıkları hesaplanmıştır. Uzaklık matrislerinde hesaplanan sayısal değerler km olarak hesaplanmıştır. Bu bilgilerin ekmek fabrikasının kullandığı veriler ile aynı olduğu tespit edilerek uzaklık matrisleri Tablo 3 ve Tablo 4’te verilmiştir.

Tablo 3. Şubeler arası uzaklık matrisi

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0	1.1	1.4	1.9	2.8	2.9	3.2	3.6	4.1	4.3	3.6	1.8	3.4	2.5	1.8	2.9	1.5	2.7	1.8	2.3
2	1.1	0	0.3	0.8	1.7	1.8	2.0	2.0	3.0	3.2	2.5	1.6	3.2	2.7	2.9	3.3	2.4	3.1	2.8	3.3
3	1.4	0.3	0	0.6	1.5	1.5	1.8	1.8	2.7	2.9	2.2	1.4	3.0	2.4	2.6	3.1	2.5	2.8	2.6	3.0
4	1.9	0.8	0.6	0	1.2	1.3	1.5	2.1	3.0	3.2	2.5	1.7	3.3	2.7	2.9	3.4	2.8	3.1	2.9	3.3
5	2.8	1.7	1.5	1.2	0	0.1	0.3	1.0	1.9	2.1	0.7	1.8	3.4	2.8	3.0	3.5	2.9	3.2	3.0	3.4
6	2.9	1.8	1.5	1.3	0.1	0	0.3	1.0	2.0	2.2	0.7	1.9	3.5	2.9	3.1	3.6	3.0	3.3	3.1	3.5
7	3.2	2.0	1.8	1.5	0.3	0.3	0	1.3	1.2	1.4	0.4	2.2	3.8	3.2	3.4	3.9	3.3	3.6	3.4	3.8
8	3.6	2.0	1.8	2.1	1.0	1.0	1.3	0	1.0	1.1	0.5	2.7	4.7	3.7	3.9	4.4	3.8	4.1	3.9	4.3
9	4.1	3.0	2.7	3.0	1.9	2.0	1.2	1.0	0	0.7	0.8	3.0	4.6	4.0	4.2	4.7	4.1	4.5	4.2	4.7
10	4.3	3.2	2.9	3.2	2.1	2.2	1.4	1.1	0.7	0	0.1	3.2	5.0	4.3	4.4	4.9	4.3	4.7	4.4	4.9
11	3.6	2.5	2.2	2.5	0.7	0.7	0.4	0.5	0.8	0.1	0	2.5	4.2	3.6	3.8	4.2	3.6	4.0	3.7	4.2
12	1.8	1.6	1.4	1.7	1.8	1.9	2.2	2.7	3.0	3.2	2.5	0	1.6	1.2	1.4	2.2	1.3	2.0	1.4	1.9
13	3.4	3.2	3.0	3.3	3.4	3.5	3.8	4.7	4.6	5.0	4.2	1.6	0	1.3	2.1	2.7	2.4	2.4	2.5	2.3
14	2.5	2.7	2.4	2.7	2.8	2.9	3.2	3.7	4.0	4.3	3.6	1.2	1.3	0	0.7	1.3	1.0	1.0	1.1	1.2
15	1.8	2.9	2.6	2.9	3.0	3.1	3.4	3.9	4.2	4.4	3.8	1.4	2.1	0.7	0	0.6	0.4	0.4	0.5	0.8
16	2.9	3.3	3.1	3.4	3.5	3.6	3.9	4.4	4.7	4.9	4.2	2.2	2.7	1.3	0.6	0	1.0	1.0	1.1	1.5
17	1.5	2.4	2.5	2.8	2.9	3.0	3.3	3.8	4.1	4.3	3.6	1.3	2.4	1.0	0.4	1.0	0	1.3	0.4	0.8
18	2.7	3.1	2.8	3.1	3.2	3.3	3.6	4.1	4.5	4.7	4.0	2.0	2.4	1.0	0.4	1.0	1.3	0	1.5	1.9
19	1.8	2.8	2.6	2.9	3.0	3.1	3.4	3.9	4.2	4.4	3.7	1.4	2.5	1.1	0.5	1.1	0.4	1.5	0	0.5
20	2.3	3.3	3.0	3.3	3.4	3.5	3.8	4.3	4.7	4.9	4.2	1.9	2.3	1.2	0.8	1.5	0.8	1.9	0.5	0

Tablo 4. Fırın ile her bir şube arası uzaklık

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1.6	2.5	2.8	3.3	4.2	4.3	4.5	4.5	5.5	5.7	5.9	3.5	4.7	4.3	3.2	2.7	2.9	2.5	3.2	3.6

Tablo 5'te iki araç için 8 farklı testte uygulanan parametreler; Maxit:1000, T:0,99 beta:10 olarak alınmıştır.

Tablo 5. İki araçlı durum için test sonuçları

Testler	Araçlar	Rotalar	Araç Kapasitesi	Rota talebi	Araçların aldığı mesafe (km)	Toplam mesafe
Test 1	1.Araç	0-1-12-13-14-20-19-17-16-15-18-0	800	495	12,9	24,6
	2.Araç	0-2-4-5-6-7-11-10-9-8-3-0	800	750	11,7	
Test 2	1.Araç	0-2-3-8-9-10-11-7-6-5-4-0	800	750	11,7	24,6
	2.Araç	0-1-12-13-14-20-19-17-15-16-18-0	750	495	12,9	
Test 3	1.Araç	0-2-3-8-9-10-11-7-6-5-4-0	800	750	11,7	24,6
	2.Araç	0-18-16-15-17-19-20-14-13-12-1-0	700	495	12,9	
Test 4	1.Araç	0-3-4-5-6-7-11-10-9-8-2-0	800	750	11,7	24,6
	2.Araç	0-1-12-13-14-20-19-17-16-15-18-0	600	495	12,9	
Test 5	1.Araç	0-16-15-17-19-20-14-13-12-3-2-1-0	750	525	13,1	26,8
	2.Araç	0-4-5-6-7-11-10-9-8-18-0	750	720	13,7	
Test 6	1.Araç	0-2-4-5-6-7-11-10-9-8-3-0	750	750	11,7	24,6
	2.Araç	0-18-16-15-17-19-20-14-13-12-1-0	700	495	12,9	
Test 7	1.Araç	0-16-19-20-14-13-4-3-2-1-0	700	595	13,7	27,2
	2.Araç	0-8-9-10-11-7-6-5-12-17-15-18-0	700	680	13,5	
Test 8	1.Araç	0-1-2-4-12-13-14-20-19-17-15-18-0	700	690	13,5	26,9
	2.Araç	0-3-8-9-10-11-7-6-5-16-0	650	555	13,4	

Tablo 5'te iki araç için yapılan testlerde optimale yakın sonuçları sağlayabilmek için bazı parametreler değiştirilerek uygun sonuçlar sağlanmıştır. Bunun için test 1, test 2, test 3, test 6 ve test 8'de $\eta=0,1$ değeri yeterli olduğu tespit edildiği halde, test 5, test 7'de olumsuz sonuçlar (kapasite aşımı) alındığı için bu testlerde hesaplamalar $\eta=0,2$ ile gerçekleştirilmiştir. Kat edilen toplam mesafelerin optimize edilmesi ve taleplerin karşılanması için, test 1, test 2, test 3 ve test 8'de başlangıç sıcaklığı; T_0 : 200 °C ve test 4, test 5, test 6 ve test 7'de T_0 : 300 °C olarak alınmıştır. Bu parametre değerleri ile sağlanan optimal yaklaşım sonuçları, Tablo 6'da verilen fırının kendi toplam rota sonuçlarından daha iyi olduğu tespit edilmiştir.

Tablo 6. Fırının iki araçlı durumu için gerçek verileri

Araç sayısı:2	Rotalar	Araç Kapasitesi	Rota talebi	Araçların aldığı mesafe (km)	Toplam mesafe
1.Araç	0-1-2-3-4-5-6-7-8-9-0	800	760	13	33,4
2.Araç	0-10-11-12-13-14-15-16-17-18-19-20-0	800	485	20,4	

Tablo 7 de üç araç için 7 farklı testte uygulanan parametreler; Maxit:1000, T:0,99 olarak alınmıştır.

Tablo 7. Üç araçlı durum için test sonuçları

Testler	Araçlar	Rotalar	Araç Kapasitesi	Rota talebi	Araçların aldığı mesafe (km)	Toplam mesafe
Test 1	1.Araç	0-18-14-13-20-19-15-16-0	600	285	11,4	32,2
	2.Araç	0-8-9-10-11-7-6-5-3-2-0	600	570	11,4	
	3.Araç	0-1-17-12-4-0	600	390	9,4	
Test 2	1.Araç	0-16-15-20-19-17-1-0	500	295	8,1	30,9
	2.Araç	0-18-14-13-12-4-3-2-0	500	470	11,5	
	3.Araç	0-8-9-10-11-7-6-5-0	500	480	11,3	
Test 3	1.Araç	0-5-6-7-11-10-9-8-0	600	480	11,3	32,4
	2.Araç	0-18-14-13-20-19-1-0	550	320	11	
	3.Araç	0-16-15-17-12-4-3-2-0	500	445	10,1	
Test 4	1.Araç	0-2-3-4-12-13-14-18-0	700	470	11,5	30,9
	2.Araç	0-1-17-19-20-15-16-0	600	295	8,1	
	3.Araç	0-5-6-7-11-10-9-8-0	500	480	11,3	
Test 5	1.Araç	0-4-12-13-14-18-0	700	380	11,4	30,9
	2.Araç	0-1-17-19-20-15-16-0	700	295	8,1	
	3.Araç	0-2-3-8-9-10-11-7-6-5-0	700	570	11,4	
Test 6	1.Araç	0-4-12-13-14-18-0	800	380	11,4	30,9
	2.Araç	0-16-15-20-19-17-1-0	700	295	8,1	
	3.Araç	0-2-3-6-5-7-11-10-9-8-0	600	570	11,4	
Test 7	1.Araç	0-1-17-19-20-15-16-0	800	295	8,1	30,9
	2.Araç	0-4-12-13-14-18-0	800	380	11,4	
	3.Araç	0-8-9-10-11-7-6-5-3-2-0	800	570	11,4	

Tablo 7’de üç araç ile 7 farklı testte uygulanan parametre değerleri; test 1, test 5, test 6 ve test 7’de $\eta=0,1$ değeri yeterli olduğu tespit edildiği halde test 2, test 3, test 4’te olumsuz sonuçlar alındığı için bu testlerde hesaplamalar $\eta=0,2$ ile gerçekleştirilmiştir. Test 5, test 6 ve test 7’de $\beta=10$, test 2, test 3 ve test 4’te olumsuz sonuçlar alındığı için bu testlerde hesaplamalar $\beta=20$ alınmıştır. Test 1 ve test 7’de T_0 : 200 °C ve test 2, test 3, test 4, test 5 ve test 6’da T_0 : 300 °C olarak alınmıştır. Bu değerler, Matlab’da tavlama benzetim algoritmasından optimale yakın sonuçları almak için uygulanan farklı parametre değerleridir. Tablo 7’de 3 araç ile yapılan testlerden elde edilen toplam rota mesafeleri, tablo 8’deki fırının toplam rota mesafesinden daha iyi sonuçlar alınmıştır.

Tablo 8. Fırının üç araçlı durumu için gerçek verileri

Araç sayısı:3	Rotalar	Araç Kapasitesi	Rota talebi	Araçların aldığı mesafe (km)	Toplam mesafe
1.Araç	0-1-2-3-4-5-6-7-0	800	530	9,7	37,4
2.Araç	0-8-9-10-11-12-13-14-0	800	460	16	
3.Araç	0-15-16-17-18-19-20-0	800	255	11,7	

Tablo 9. Tavlama benzetimi algoritması ile mevcut durumun karşılaştırılması

Test	Araç sayısı	Filo durumu	Tavlama benzetimi (km)	Fırının mesafesi (km)	Fark (km)	Kazanç %
Test 1	2	Homojen	24,6	33,4	8,8	%26,34
Test 2	2	Heterojen	24,6	33,4	8,8	%26,34
Test 3	2	Heterojen	24,6	33,4	8,8	%26,34
Test 4	2	Heterojen	24,6	33,4	8,8	%26,34
Test 5	2	Homojen	26,8	33,4	6,6	%19,76
Test 6	2	Heterojen	24,6	33,4	8,8	%26,34
Test 7	2	Homojen	27,2	33,4	6,2	%18,56
Test 8	2	Heterojen	26,9	33,4	6,5	%19,46

Test	Araç sayısı	Filo durumu	Tavlama benzetimi (km)	Fırının mesafesi (km)	Fark (km)	Kazanç %
Test 1	3	Homojen	32,2	37,4	5,2	%13,90
Test 2	3	Homojen	30,9	37,4	6,5	%17,37
Test 3	3	Heterojen	32,4	37,4	4	%10,69
Test 4	3	Heterojen	30,9	37,4	6,5	%17,37
Test 5	3	Homojen	30,9	37,4	6,5	%17,37
Test 6	3	Heterojen	30,9	37,4	6,5	%17,37
Test 7	3	Homojen	30,9	37,4	6,5	%17,37

Tablo 9’da tavlama benzetimi algoritmasının optimale yakın sonuçları ile fırının izlediği toplam rota mesafelerinin karşılaştırılması yapılmıştır. Tablo 9’a göre iki araç ile yapılan dağıtım sırasında TB ile oluşturulan rotaların maximum kazancı %26,34’tür. Üç araç ile yapılan dağıtım sırasında TB ile oluşturulan rotaların maximum kazancı %17,37 olmuştur. Tablo 9’da TB algoritması, karşılaştırılan toplam 15 testte fırının toplam rota mesafelerine göre çok daha iyi sonuçlar vermiştir.

IV. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu çalışmada Van’da bir ekmek fabrikasının sabah servisinde yirmi markete ekmek dağıtım sırasında izlediği rotalara alternatif rotalar önerilmiştir. Ekmek fabrikasından alınan koordinatlar, talepler reel veriler olması açısından önemlidir. Fırın araç filosu homojendir. Yapılan testlerde araç filoları hem homojen hem de heterojen olarak alınmıştır. Matematiksel model hem homojen hem de heterojen filolu kapasiteli araçların toplam kat ettikleri mesafeleri minimize yapma amaçlıdır. Tavlama benzetimi algoritması ile önerilen problem için optimale yakın sonuçlar elde edilmiştir. Oluşturulan problemde araç filoları homojen veya heterojen olması durumunda toplam rota mesafelerinde önemli bir etki yapmamıştır. Her rotadaki toplam müşteri talepleri araç kapasitesine göre oluşturulduğundan filo farklılığı büyük bir etki yapmamıştır. TB ile elde edilen optimale yakın sonuçlar her durumda fırının kendi toplam rota mesafelerinden çok daha iyi sonuçlar vermiştir. TB algoritmasını kullanarak, iki araç ile yapılan dağıtım sırasında oluşan rotaların fırın ile en büyük farkı 8,8 km ve maximum kazancı %26,34’tür. İki araç ile yapılan dağıtım sırasında en küçük farkı 6,2 km ve minimum kazancı %18,56’dır. Üç araç ile yapılan dağıtım sırasında oluşan rotaların fırın ile en büyük farkı 6,5 km ve maximum kazancı %17,37 olmuştur. Üç araç ile oluşan rotaların fırın ile en küçük farkı 4 km ve minimum kazancı %10,69 olmuştur. Tablo 9’da tüm testler için farklar ve yüzde olarak kazançlar gösterilmektedir.

Homojen veya heterojen filolu bir araç rotalama probleminde taşıma maliyetleride modele katılırsa elbette önemli değişiklikler yapacaktır. Farklı çalışmalarda bilim insanları bu durumu mutlaka inceleyeceklerdir.

KAYNAKLAR

- [1] Ruiz, R., Maroto, C., & Alcaraz, J. (2004). A Decision Support System for a Real Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 153, 593-606.
- [2] Shen, Z., Ordóñez, F., & Dessouky, M. M. (2009). The Stochastic Vehicle Routing Problem for Minimum Unmet Demand. In *Optimization and Logistics Challenges in the Enterprise*, Springer, Boston, MA, 349-371.
- [3] Garey, M. R., & Johnson, D. S. (1979). *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness*. WH Freeman & Co. New York, NY, USA.

- [4] Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80-91.
- [5] Clarke, G., & Wright, J. W. (1964). Scheduling of Vehicles from a Central Depot to a Number of Delivery Points. *Operations Research*, 12(4), 568-581.
- [6] Bramel, J., & Simchi-Levi, D. (1999). *The Logics of Logistics, Theory, Algorithms, and Applications for Logistics Management, second ed.* In: Springer Series in Operations Research. Springer-Verlag, New York.
- [7] Toth, P., & Vigo, D. (Eds.). (2002). *The Vehicle Routing Problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- [8] Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., & Vecchi, M. P. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science*, 220 (4598), 671-680.
- [9] Cerny, V. (1985). Thermodynamical Approach to The Traveling Salesman Problem: An Efficient Simulation Algorithm. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 45 (1), 41-51.
- [10] Osman, I. H. (1993). Metastrategy Simulated Annealing and Tabu Search Algorithms for The Vehicle Routing Problem. *Annals of Operations Research*, 41, 421-451.
- [11] Breedam, A. V. (1995). Improvement Heuristics for The Vehicle Routing Problem Based on Simulated Annealing. *European Journal of Operations Research*, 86(3), 480-490.
- [12] Chiang, W. C., & Russell, R. A. (1996). Simulated Annealing Metaheuristics for The Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Annals of Operations Research*, 63(1), 3-27.
- [13] Rabbouch, B., Saadaoui, F., & Mraïhi, R. (2020). Empirical-Type Simulated Annealing For Solving The Capacitated Vehicle Routing Problem, *Journal of Experimental & Theoretical Artificial Intelligence*, 32 (3), 437-452.
- [14] İlhan, İ. A. (2020). Population Based Simulated Annealing Algorithm for Capacitated Vehicle Routing Problem. *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 28, 1217 - 1235.
- [15] Wei, L., Zhang, Z., Zhang, D., & Leung, S. C. H. (2018). A Simulated Annealing Algorithm for The Capacitated Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints. *European Journal of Operational Research*, 265, 843-859.
- [16] Tavakkoli-Moghaddam, R., Safaei, N., & Gholipour, Y. (2006). A Hybrid Simulated Annealing for Capacitated Vehicle Routing Problems With The Independent Route Length. *Applied Mathematics and Computation*, 176(2), 445-454.
- [17] Xiao, Y., Zhao, Q., Kaku, I., & Xu, Y. (2012). Development of a Fuel Consumption Optimization Model for The Capacitated Vehicle Routing Problem, *Computers & Operations Research*, 39(7), 1419-1431.
- [18] Yalçın, A. Y. (2021). Tavlama Benzetimi Temelli Yaklaşım ile Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Optimizasyonu: Karadeniz Bölgesi Örneği. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, 22, 239-248.
- [19] Ulutaş, A., Bayrakçıl, A. O., & Kutlu, B. (2017). Araç Rotalama Probleminin Tasarruf Algoritması ile Çözümü: Sivas'ta Bir Ekmek Fırını İçin Uygulama. *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 18(1), 185-197.
- [20] Okur, E., & Atlas, Ü. M. (2020). Araç Rotalama Probleminin Genetik Algoritma ile Çözümü. *Anadolu University Journal of Social Sciences*, 20(3), 227-254.
- [21] Taillard, É. D. 1999. A heuristic column generation method for the heterogeneous fleet VRP. *RAIRO-Operations Research*, 33(1), 1-14.
- [22] Yousefikhoshbakht, M., Didehvar, F., & Rahmati, F. (2014). Solving the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem by a combined metaheuristic algorithm. *International Journal of Production Research*, 52(9), 2565-2575.
- [23] Çetin, S., & Gencer, C. (2011). Heterojen araç filolu zaman pencereli eş zamanlı dağıtım-toplamalı araç rotalama problemleri: matematiksel model. *International Journal of Engineering Research and Development*, 3(1), 19-27.

- [24] Ağayeva Ç., & Takan M. A. (2020). Stokastik Talepli Kapasite Kısıtlı Araç Rotalama Problemine Yönelik Karşılaştırmalı Bir Yaklaşım. *Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 7(2), 971-979.
- [25] Cömert, S. E., Yazgan, H. R., & Kılıç, E. N. (2020). Araç Rotalama Probleminin Sezgisel Algoritmalar ile Çözülmesi: Bir Boya Fabrikasında Uygulama. *Journal of Turkish Operations Management*, 4 (2), 549-563.
- [26] Ekizler, H. (2011). *Araç Rotalama Probleminin Çözümünde Karınca Kolonisi Optimizasyonu Algoritmasının Kullanılması*. Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- [27] Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. (1953). Equation of State Calculations by Fast Computing Machines. *The Journal Of Chemical Physics*, 21(6), 1087-1092.
- [28] Gendreau, M., & Potvin, J. Y. (2005). Metaheuristics in Combinatorial Optimization. *Annals of Operations Research*, 140(1), 189-213.
- [29] Kızıloğlu, K. (2017). *Stokastik Talepli Çok Depolu Araç Rotalama Problemi için Sezgisel Bir Çözüm Yaklaşımı*. Yüksek Lisan Tezi, Gazi Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- [30] Güden, H., Vakvak, B., Özkan, B. E., Altıparmak, F., & Dengiz, B. (2005). Genel Amaçlı Arama Algoritmaları ile Benzetim Eniyilemesi: En İyi Kanban Sayısının Bulunması. *Endüstri Mühendisliği*, 16(1), 2-15.
- [31] Güner, E., & Altıparmak, F. (2003). İki Ölçütlü Tek Makineli Çizelgeleme Problemi için Sezgisel Bir Yaklaşım, *Gazi Üni. Müh-Mim. Fak. Dergisi*, 18(3), 27-42.
- [32] Aydoğdu, B. (2017). *Dinamik Eş Zamanlı Topla-Dağıt Araç Rotalama Problemi İçin Matematiksel Model ve Sezgisel Yaklaşımlar*, Doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.