

ÖĞRENCİLERİN GEOMETRİDE RBC TEORİSİNE GÖRE BİLGİYİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİ İLE VAN HIELE GEOMETRİK DÜŞÜNME DÜZEYLERİ ARASINDAKİ İLİŞKİ: ÖRNEK OLAY ÇALIŞMASI

Elif TÜRNÜKLÜ

Dokuz Eylül Üniversitesi Buca Eğitim Fakültesi, elif.turnuklu@deu.edu.tr

Bülent Nuri ÖZCAN

İzmir Özel Yönder Okulları

Özet

Bu araştırmanın amacı farklı geometrik düşünme düzeylerindeki öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemektir. Geometrik düşünme düzeyleri yüksek ve düşük olan iki tane 7.sınıf öğrencisinin bilgiyi oluşturma süreçleri karşılaştırılmakta ve öğrencileri geometrik olarak daha üst düzeyde yapan unsurlar tartışılmaktadır. Araştırma yöntemi olarak örnek olay çalışması seçilmiştir. Örnek olay çalışmasında veri toplama aracı olarak açık uçlu problemler ve problem çözme esnasında öğrencilerin düşünsel süreçlerini açığa çıkarmayı amaçlayan gözlem ve görüşme kullanılmıştır. Elde edilen nitel veriler örnek olay çalışması veri analizi çerçevesinde her bir örnek olay kendi içinde, kendi bağlamında ve diğeri ile bezer ve farklılığı karşılaştırılarak içerik analizi kullanılmıştır. Gerçekleştirilen çalışmada elde edilen verilerden farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgi oluşturma süreçlerinde bir takım farklılıkların olduğu ve düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencinin bilgi oluşturmada yavaş ve tahmine dayalı bir yol izlediği gözlemlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Van Hiele Geometrik Düşünme Düzeyleri, Bilgi Oluşturma, Soyutlama, RBC.

THE RELATIONSHIP BETWEEN STUDENTS' CONSTRUCTION OF GEOMETRIC KNOWLEDGE PROCESS BASED ON RBC THEORY AND VAN HIELE GEOMETRIC THINKING LEVELS: CASE STUDY

Abstract

This research aims to investigate 7th grade students knowledge construction process in geometry and to find an answer to the questions: 'How do the 7th grades students construct their knowledge while developing their geometric thinking levels?' with a close analysis of their process of constructing knowledge. Descriptive case study which is one of the case studies was chosen as a research method. The case study was conducted with the 1 and 3rd level student according to the geometric thinking levels. And their knowledge construction processes were investigated. On the study, open-ended problem was used. Interview and observation data collection techniques were used on the case study. Data analysis in the study was conducted with content analysis of qualitative data analysis. Different followed ways were observed between different geometric thinking level of students' mathematical thinking knowledge construction process.

Keywords: Van Hiele Geometrical Thinking Levels, Knowledge Construction, Abstraction, RBC.

Giriş

Son yıllarda matematik öğretimi alanında ortaya konan gelişmelere paralel olarak matematiğin önemli bir parçası olan geometriyi öğrenme ve öğretimi ile birçok çalışma yapılmıştır (Fidan, 2009; Vighi, 2003; Erez ve Yerushalmy, 2006; Okazaki ve Fujita, 2007). Temel bir beceri olarak kabul edilen geometri öğretimine önem verilmekte ve daha iyi bir öğretim sürecinin oluşturulması için çaba sarf edilmektedir.

Çocukta geometrik düşünmenin gelişimi ile ilgili olarak Piaget ve Van Hiele yaklaşımları ön plana çıkmaktadır. Piaget'in teorisi geometrik düşüncenin gelişim ile ilerleyeceğini ortaya koymaktadır. Diğer taraftan Van Hiele ise geometrik düşünmenin süreç içerisinde ilerleyeceğini savunmaktadır (Van Hiele, 1986).

Pierre ve Dina van Hiele'nin ortaya koydukları modele göre Van Hiele düzeylerinin genel özellikleri şöyle sıralanabilir:

- Düzeyler arası hiyerarşik bir yapı vardır.
- Düzeyler arasında ilerleme yastan çok alınan eğitimin sürecine bağlıdır.
- Her düzey kendi dil sembollerine ve bu sembolleri bağlayan ilişkiler sistemine sahiptir.
- Öğrencinin bulunduğu düzey ile öğretimin yapıldığı düzey farklı ise öğrenme gerçekleşmez.
- Bir düzeydeki doğal hedef gelecek düzeydeki çalışmanın amacını oluşturur. (Akt: Clements ve Battista, 1992: van Hiele, 1959; van Hiele, 1986; van Hiele-Geldof, 1984; Hoffer, 1981).

Van Hiele modeli genellikle öğrencilerin geometrik düşünsel süreçlerini beş kavramsal düzeyde ele alan bilişsel bir model olarak düşünülmektedir (Usiskin, 1982). Bu düzeyler: (i).Görsel dönem, (ii). Analitik dönem, (iii).Yaşantıya bağlı çıkarım, (iv). Çıkarım ve (v).En ileri dönemdir. Van Hiele düzeyleri üzerine yapılan çalışmalar daha çok iki konuda yoğunlaşmaktadır (Jurdak, 1991): van Hiele düzeylerinin hiyerarşik yapısı ve van Hiele düzeylerine göre oluşturulmuş etkinliklerle öğrenci performanslarını belirleme.

Çocukta geometrik düşünmenin gelişimi ile ilgili olarak ortaya konan yaklaşımlar içerisinde Van Hiele teorisi, hiyerarşik yapısı nedeniyle öğretime öğrencilerin buldukları seviyeden başlanması gereğini ortaya koymakta ve ilköğretim düzeyinde ilk üç seviye üzerinde durulmaktadır. Geometrik düşünmenin gelişiminde yani öğrencilerin bir düzeyden diğerine geçebilmelerinde öğretim sürecinin ve öğretmenin rolü çok önemlidir. Verilecek eğitimde öğrencilerin araştırmaya, denemeye ve keşfetmeye ihtiyaç duyacakları, öğrenci merkezli yaklaşımların benimsenmesi gerekir. Bu bağlamda farklı geometrik düzeye sahip öğrencilerin bilgiyi nasıl oluşturdukları öğretim sürecine yön vermek ve de yanılgıları anlamlandırmak adına önemli olacaktır. Bu sebepten bu araştırma farklı

geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini incelemeyi amaçlamaktadır.

2. Teorik Çerçeve

Öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini inceleyen ve belli teoriler ortaya koyan çalışmalar bulunmaktadır(örneğin: Safard, 1991; Safard, 1991; Hershkowitz, 2001). Ancak bu araştırmalar çoğunlukla geometri dışındaki konularda gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmaların temelleri Dienes, Skemp ve Piaget gibi eğitim bilimlerine ciddi katkıları olmuş önemli bilim adamlarının çalışmalarına dayanarak gelişim göstermiş ve alanda çeşitli yönleri ile ortaya koydukları sonuçlar ile bireylerin düşünsel süreçlerini anlama adına birçok gelişime sebep olmuşlardır(Ozmantar&Monaghan, 2008).

Matematik, fiziksel ve sosyal dünyadan ayrı kendi içinde algılandığından, “soyut” sözcüğü genellikle matematiksel kavramları tanımlamak için kullanılır (White, 2010). Bilgi oluşturma sürecini belli bir öğrenme ortamı içerisinde gerçekleşen soyutlama süreci olarak düşünülebilir (Ron ve diğer., 2010). Soyutlama fikri bilişsel ve sosyokültürel olmak üzere iki farklı bakış açısına göre yorumlanmaktadır (Yeşildere & Türnüklü, 2008).

Soyutlamayı bireysel gelişim süreci olarak gören ve soyutlamaya bilişsel bakış açısı ile bakan bilim adamlarının başında gelen Piaget’e göre ise bu gelişim süreci üç farklı soyutlama şekli içermektedir. Bunlar; deneyimsel, sözde-deneyimsel ve yansıtıcı soyutlamadır (Ozmantar&Monaghan, 2008).

Bu konu üzerinde kafa yormuş araştırmacılardan Sfard(1991), soyutlamanın üç adımdan (interiorization, condensation, reification) oluştuğunu ifade etmiştir. Dubinsky(1991), geliştirdiği teoride eylemler (action), süreçler (process), nesnelere (object) ve şemalar (schemas) aşamalarının önemi üzerinde durmuş ve teorisine bu sözcüklerin baş harflerinden oluşan APOS adını vermiştir. Dubinsky teorisinde soyutlama sürecinin adımlarını, içselleştirme (interiorization), muhafaza etme (encapsulation), genelleme yapma (generalization) ve tersten gitme (reversal) şeklinde ifade etmiştir. Gestalt teorisine göre soyutlama algılama alanının yeniden düzenlenmesidir. Piaget bunu şemaların oluşumu olarak görmektedir ve bilişsel bilim adamları bunun içerisine genelleme, farklılaşma ve örüntü tanıma mekanizmalarını dâhil etmişlerdir. Gray & Tall (1994), aritmetik ve cebir alanındaki matematiksel gelişimi araştırdıkları çalışmalarında “process” ve “concept” sözcüklerinden türetilme “procept” ifadesini kullanmışlar ve teorilerinin gelişimini temel bilişsel etkinlikler olan dünyanın algılanması, algılanılanın üzerinde eyleme geçilmesi ve hem algı hem de eylemin yansıtılması üzerine temellendirmişlerdir. Sierpiska(1994:61) ise soyutlamayı “bir kavramdan belli özelliklerin ayrılması eylemi” olarak tanımlamaktadır.

Soyutlama ile ilgili yapılan araştırmalar incelendiğinde soyutlama fikrinin bilişsel bakış açısının dışında bir de sosyokültürel bakış açısıyla ele alındığı ve yorumlandığı görülmektedir (Hoyles&Noss, 1996; Ohlsson&Lehtinen, 1997; Van

Oers, 2001). Soyutlamaya farklı pencerelerden bakan bilişsel ve sosyokültürel görüş birbirinin zıddı olmaktan çok bazı noktalarda farklılaşan fakat daha çok birbirinin tamamlayıcısı olarak görülebilecek iki bakış açısı ortaya koymaktadır (Cobb, 1994; Yeşildere, 2006).

Vygotsky ve Davydov'un düşüncelerini temel alan sosyokültürel görüşe göre sosyal ve kültürel süreçlere vurgu yapılır ve bilginin bireyin çevresiyle etkileşimi sonucunda ortaya çıktığı savunulur. Davydov'a göre soyutlama, basit gelişmemiş bir ilk halden başlar ve teorik düşünce ile elde edilen tutarlı ve yüksek düzeyde bir son hale ulaşılması ile sonlanır(Ozmantar&Monaghan, 2008).

Noss ve Hoyles (1996), Ohlsson ve Lehtinen (1997), Van Oers (2001), Hershkowitz, Schwarz ve Dreyfus (2001), soyutlamaya sosyokültürel bakış açısını ile yaklaşmışlar ve bunu temel alan çalışmalarını ortaya koymuşlardır.

Soyutlamaya sosyokültürel açıdan bakan soyutlama teorilerinden biri olan Herskowitz, Schwarz ve Dreyfus(2001) tarafından ortaya konan RBC(Recognizing-Building with-Constructing) soyutlama teorisi öğrencilerin geometrik kavramları oluşturma sürecini incelemede kullanılabilir. Bu teori soyutlama sürecini gözlemlenebilir eylemlerin gerçekleşmesi ile açıklaması nedeniyle tercih edilmiştir. Bu teoriye göre soyutlama süreci, daha önce oluşturulmuş matematiksel bilgilerin dikey olarak yeniden düzenlenerek yeni bir matematiksel yapı oluşturulması aktivitesi olarak tanımlanmaktadır.

Bu araştırmada öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri irdelenmesi için kullanılan RBC soyutlama teorisine göre soyutlama gözlemlenebilir üç epistemik eylemden oluşmaktadır. Bu eylemler tanıma, kullanma ve oluşturmadır. Tanıma bildik yapıların tanınmasıdır. Tanıma, öğrencilerin ilgilendiği probleme uygun önceden oluşturulmuş belli yapıları fark ettiğinde meydana gelir. Kullanma, bir stratejiyi ya da gerekçeyi gerçekleştirme veya bir problemin çözümü gibi belli bir amaca ulaşmak için fark edilmiş bilgi yapılarının birleşimlerini kapsayan bir eylemdir. Bu model, matematiksel soyutlamanın odağındaki eylemin oluşturma olduğunu öne sürmektedir. Oluşturma belli bir çerçeveye içinde yeni yapıların ortaya çıkması sürecinde önceki yapıların dikey olarak birleştirilmesi ve bütünleştirilmesini içerir(Ron ve diğer.,2010). Oluşturma yeni bir anlam oluşturma sürecidir(Bikner-Ahsbahs, 2004). Oluşturma eyleminin gücü matematiksel bağlantılarına bağlıdır ve tüm bu tanıma ve kullanma eylemlerinin birleşiminden daha fazlasını ifade etmektedir. Yani bütün bu parçaların toplamından daha fazlasıdır(Ron ve diğer.,2010).

RBC veya RBC+C soyutlama teorisinin ele alındığı veya kullanıldığı pek çok araştırma mevcuttur(örn. Hershkowitz ve diğer, 2001; Tsamir, P. & Dreyfus, T., 2002; Stehlíková, N., 2003; Özmantar, M. F., 2004; Bikner-Ahsbahs, A., 2004; Schwarz, B. B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R., 2004; Kidron, I. & Dreyfus, T., 2004; Monaghan, J. & Ozmantar, M.F., 2004; Ozmantar, M.F. & Roper, T., 2004; Dreyfus, T. & Tsamir, P., 2005; Tsamir, P. & Dreyfus, T., 2005; Özmantar, M.F., 2005; Yeşildere, S., 2006; Dooley, 2006; Hershkowitz, Hadas, Dreyfus, 2006;

Monaghan ve Özmantar, 2006; Özmantar ve Monaghan, 2007; Dooley, 2007; Dreyfus, 2007; Halverscheid, 2008; Kidron&Dreyfus, 2008; Yeşildere ve Türnüklü, 2008; Altun&Yılmaz, 2008; Kidron&Dreyfus, 2010). Bununla birlikte öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri ile geometrik düşünme düzeylerini birlikte ele alan bir araştırmaya rastlanmamıştır.

3. Yöntem

3.1. Araştırmanın Amacı

Araştırmada, farklı geometrik düşünme düzeyine sahip ilköğretim 7. sınıf öğrencilerin geometride bilgiyi oluşturma süreçlerindeki düşünsel yapılarını ortaya çıkarmak ve öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin geliştirilmesinde bilgiyi oluşturma süreçlerinin yapısını belirlemek amaçlanmaktadır.

Bu amaç çerçevesinde farklı geometrik düşünme düzeyindeki ilköğretim 7. sınıf öğrencilerinin bilgi oluşturma sürecindeki benzerlik ve farklılıkların neler olduğu ve ayrıca, öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçlerini etkileyen faktörlerin ne olduğu sorularının yanıtları araştırılacaktır. Yukarıda teorik çerçevede açıklanan sebeplerden dolayı araştırmada amacı doğrultusunda RBC teorisi soyutlama sürecini analiz edebilmek için kullanılacaktır. Araştırma, geometri öğretiminde yaşanan sıkıntıların giderilmesi konusunda çözüme katkı sağlayabilecek yaklaşımların ortaya konması açısından önem taşımaktadır. Bunun yanında soyutlama süreci incelenerek van Hiele düzeylerine farklı bir boyut getirilmesi mümkün olabilir.

3.2. Araştırma Modeli

Araştırmada farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerde bilgiyi oluşturma süreçlerinin nasıl gerçekleştiğini ortaya koymak amaçlandığından örnek olay çalışması araştırma metodu olarak belirlenmiştir. Yıldırım ve Şimşek(2000: 191) örnek olay çalışmasını "nasıl ve niçin sorularını temel alan, araştırmacının kontrol edemediği bir olgu ya da olayı derinlemesine incelemeye olanak veren araştırma yöntemi." olarak tanımlamaktadır.

Bu çalışma, keşfetmeye yönelik, açıklayıcı ve betimsel olmak üzere üç tip olarak sınıflandırılan (Yin, 1994) örnek olay çalışmasından biri olan açıklayıcı örnek olay çalışmasıdır. Bunun nedeni, araştırma kapsamında farklı geometrik düşünme düzeylerine sahip öğrencilerde bilgiyi oluşturma süreçleri arasındaki benzerlik ve farklılıkları anlamayı amaçlamasıdır.

Örnek olay çalışmasında görüşme ve gözlem veri toplama teknikleri kullanılmıştır. Öğrencilerle gerçekleştirilen görüşmelerle ilgili olarak ilk kez Piaget'in psikolojik araştırmalar için ortaya koyduğu ve kullandığı klinik mülakat, 70 li yılların ortalarından itibaren gerçekleştirilen tartışmalar sonucunda olgunlaşmış bir yöntemdir(Zazkis ve Hazzan, 1999; Karataş ve Güven, 2003). Goldin(1998), klinik mülakatların genel olarak araştırmalarda iki amaç için kullanıldığını ifade etmiştir; a) problem çözme yöntemi ile öğrencilerin matematiksel davranışlarını gözlemleme, b) gözlemlerden öğrencilerin matematiksel anlamalarını, bilgi yapılarını, bilişsel

süreçlerini ve bu süreçte meydana gelen duyuşsal değişiklikler hakkında sonuçlar çıkarma.(Akt, Karataş ve Güven, 2003: s. 2).

Örnek olay çalışması kapsamında katılımcı gözlem yoluyla da veri toplanmıştır. Öğrencilerin verilen problemleri çözmeleri sürecinde sergiledikleri davranışları gözlemlenmiştir. Araştırmacı bu süreçte pasif bir gözlemci konumunda değil aktif bir role sahip katılımcı rolündedir (Yin, 1994).

3.3. Örnek Olay Çalışması Katılımcıları

Örnek olay çalışmasının katılımcılarını, iki özel okulda 7. sınıfa devam eden ve geometrik düşünme düzey belirleme testi uygulanıp değerlendirmeye alınan 118 denek arasından seçilen 2 öğrenci oluşturmaktadır. Bu araştırmada aykırı durumların normal durumlara göre daha zengin veri ortaya koymalarından ve araştırma problemini daha derin ve daha geniş bir perspektiften anlamamıza yardımcı olmasından (Yıldırım ve Şimşek, 2000) hareketle amaçlı örnekleme yöntemlerinden olan aykırı durum örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Deneklerden geometrik düşünme düzeylerine göre düşük ve yüksek olduğu kabul edilen 1. ve 3. düzeyden birer öğrenci ile örnek olay çalışması gerçekleştirilmiş ve bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmiştir. Çünkü iki aykırı uçta yer alan (düzey açısından) öğrenciler veride çeşitlilik sağlayacak ve karşılaştırma imkanı verecektir. Düzey açısından çalışılan yaş grubu öğrencilerinde 1.düzey en düşük 3.düzey en yüksek düzey olacağından aykırı uç örnekleme olduğu düşünülmüştür. Bu düzeyleri belirlemek için geçerlik ve güvenilirlik çalışması yapılmış Geometrik Düşünme Düzey Belirleme Testi kullanılmıştır (Özcan, 2012).

3. 4. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmada, problemlere verilen yanıtların yanı sıra gözlem ve görüşme yolu ile veri toplanmıştır. Çalışmada açık uçlu bir problem kullanılmıştır. Bu araştırmada toplam dokuz problem sorulmuştur. Ancak dokuz probleme de burada yer vermek mümkün olmadığından bu makalede örnek olay çalışması kapsamında aşağıdaki problem kullanılarak toplanan veriler doğrultusunda bulgular sunularak değerlendirilmiştir. “Bir açının kenarları diğer açının kenarlarına karşılıklı olarak paralel olan açılara kenarları paralel açılar denir (MEB, 1999: s.23). Buna göre kenarları paralel açılarının ölçüleri arasında bir ilişki var mıdır? Varsa bu ilişki nedir?”

Bu problem araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur. Hazırlanan bu problem öncelikle araştırmaya dâhil edilmeyen iki öğrenciye sorulmuş ve istenilen veriyi sağlama ve öğrenciler tarafından anlaşılma durumlarına göre son hali düzenlendikten sonra araştırmada kullanılmıştır.

7. sınıf seviyesinde bu problem durumu üzerinde durulmamakla birlikte öğrencilerin seviyelerinin üzerinde bir durum değildir. Bu sınıf seviyesindeki öğrencilerin problemde kullanılan bilgi yapılarına sahip olmaları gerekmektedir. Bu da bize öğrencilerin kendi düşünme biçimlerini ortaya koyabilecekleri bilgiyi yapılandırabilecekleri imkanları sunabilir. Bu nedenle problemin bu şekilde seçilmesine karar verilmiştir.

Problem öğrencilerin temel geometrik kavramlar ve iki paralel doğruyu kesen bir doğru ile oluşan açılar arasındaki ilişkileri verilen problem durumunda araştırırken gerekli bilgileri tanıma, kullanma ve hedeflenen yapıyı oluşturma süreçlerini gözlemlemeyi amaçlamaktadır.

3.5. Veri Toplama Süreci

Veri toplama sürecinde öğrencilere yukarıda açıklanan problemler uygulanmıştır. Öğrencilerin bir problemi doğal ortam içerisinde çözmeleri ve bu sürecin gözlemlenmesi bilgi oluşturma biçimlerini anlamaya katkı sağlayabilir. Bu nedenle örnek olay çalışmasında öğrencilerin problem çözümlerinin yanı sıra katılımcı gözlem yoluyla da veri toplanmıştır. Gözlem esnasında öğrenciler bu problemi çözerken görüşmeler gerçekleştirilmiş ve kaydedilmiştir.

Yapılandırılmamış görüşmede net olarak belirlenmiş sorular ve bu sorulara yönelik yanıtlar konusunda bir beklenti yoktur. Araştırmacı, görüşme sırasında ortaya çıkan yeni durumlarda bazı noktaları derinlemesine incelemek için ayrıntılı sorular kullanılabilir (Yıldırım ve Şimşek, 2000). Görüşmeler, öğrencilerin ortaya koydukları farklı fikirler, yorumlar ya da düşünce tarzları doğrultusunda yeni yaklaşımlar ve anlık sorular ile zenginleştirilmiş ve bu sayede elde edilen bulgular derinlemesine irdelenebilmiştir. Görüşmeler sadece öğrenci ve araştırmacının bulunduğu bir odada ayrı zamanlarda ve yüz-yüze gerçekleştirilmiştir. Görüşme sırasında öğrencinin kullanması için masada bir çizim kağıdı, kalem ve geometri takımı bulundurulmuştur. Görüşme sürecinde öğrencinin söylediklerinin hiç birini kaçırmamak ve hareketlerini takip edebilmek için kamera kullanılmıştır. Görüşmeler sırasında yapılan gözlemlere dayalı önemli bilgiler not edilmiştir.

3.6. Verilerin Analizi

Bu çalışmada öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri üzerinde durulmuştur. Çalışmadaki veri analizi nitel veri analizlerinden içerik analizi ile gerçekleştirilmiştir. İçerik analizi, toplanan verilerin derinden analiz edilmesi ve önceden belirgin olmayan temaların ve boyutların ortaya çıkarılmasına olanak sağlaması (Yıldırım ve Şimşek, 2000) açısından tercih edilmiştir. Öğrencilerden gelen kısmi veya kısmen doğru yanıtları incelemek çok önemlidir. Bundan daha önemlisi de bu yanıtların nasıl ortaya çıktığını araştırmaktır (Ron ve diğer., 2010).

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini analiz etmek için RBC teorisi araç olarak kullanılmıştır. Teorik çerçevede de vurgulandığı gibi bu teori soyutlama sürecini gözlemlenebilir eylemlere dönüştürerek tanımlamıştır. Ayrıca birçok çalışma RBC teorisinin kullanılabilirliğine işaret etmiştir. Bu bağlamda veriler tanıma, kullanma ve oluşturma temaları altında kodlanmıştır. Bu kodlar çalışmayı gerçekleştiren araştırmacılar tarafından yapıldıktan sonra RBC teorisi çalışmış bir başka araştırmacı tarafından doğrulanmıştır.

Çalışma kapsamında yapılan görüşmeler kamera ve ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş, ses kayıtları yazılı metne dönüştürülmüş ve veriler raporlaştırılarak sunulmuştur. Bu çalışmada çoklu örnek olay çalışması yazılı raporu kullanılmıştır.

Farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrenciler ile yapılan görüşmeler incelenmiş ve bilgi oluşturma süreçleri, tanıma, kullanma ve oluşturma başlıkları çerçevesinde yorumlanarak verilmiştir.

4. Bulgular

Bu bölümde 3. Geometrik düşünme düzeyinde olan Erdem(E) ve 1. Geometrik düşünme düzeyinde olan Mert(M)'in olayları sunulmuştur. Tanıma, kullanma ve oluşturma başlıkları ile öğrencilerin bilgiyi oluşturma süreçleri incelenmektedir.

Tanıma

E problemi sesli olarak okumuş üzerinde düşünmeye başlamıştır.

1E: Açıları paralel (Şekil 1'i çiziyor) bence bir ilişki yoktur? Ölçüleri arasında hiçbir ilişki yoktur.

Şekil 1: E'nin çizdiği 1.şekil



2A: Soruyu tekrar okur musun?

3E: (yavaşça okuyor)

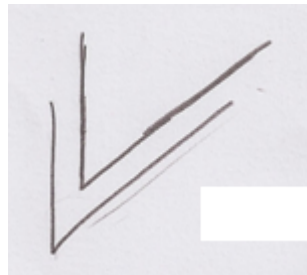
4A: Senin çizdiğin şekilde bu durum gerçekleşiyor mu?

5E: Birinin kenarı diğerinin kenarına karşılıklı olarak paralel olan(Düşünüyor)

6A: Çoğul mu tekil mi kullanılmış?

7E: (Düşünüyor) Bir dakika şimdi. Birinin kenarları. Haaa şöyle olursa (Şekil 2'yi çiziyor). Eşittir eğer böyle bir şeyse benim düşündüğüm gibi.

Şekil 2: E'nin çizdiği 2.şekil



8A: Neden eşit olsunlar?

9E: Burada bana kalırsa ölçüm çizim yapılırsam

10A: Ölçüm yapmadan sadece çıkarımlara dayalı olarak bir şey söyleyebilir misin?

11E: Çünkü burayı uzattığım zaman şuraları(Açının kollarını) da şöyle uzattığım zaman buraları kısa kalsa bile sanki bununla(ilk çizdiği açı) aynı şekli elde etmiş gibi oluyorum. Bu sadece onun uzunlu.

12A: Bunu nasıl garanti edersin?

13E: Ölçümlerle

14A: Hayır ölçüm yapmadan.

15E: O zaman(Düşünüyor)

E şekil 1 de sadece açıların birer kolunu paralel çizerek soruyu tam olarak anlamadığını ortaya koymuştur. E soruyu tekrar okuduktan sonra şekil 2 yi oluşturarak problemde kendisinden istenen kurala uygun olan doğru şekillerden birisini çizebilmiştir. E'nin çizdiği şekilde açının bir köşesi olduğu ve kollarının ışınlardan oluşacağı bilgisinden hareketle birbirine eş fakat farklı konumlu iki açı çizdiği söylenebilir. Bu durum tanıma eyleminin gerçekleştiğini gösterir(11E). Diğer taraftan M soruyu yüksek sesle okuduktan sonra bir tahminde bulunmuştur. M'nin şekli oluşturarak problemi ele alma şekli aşağıda ifade edilmiştir.

1M: (okuyor)....bence ilişki vardır. Bence birbirleriyle şey ikisi de aynı olabilir.

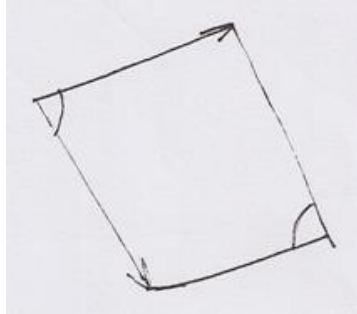
2A: Aynı derken neyi aynı?

3M: Ölçüsü aynı olabilir diye düşünüyorum.

4A: Çizerek bu durumları gösterebilir misin?

5M: (çiziyor)şimdi ben şöyle düşünüyorum şu ikisi bir paralel açı(şekil 3) olabilir gibi.

Şekil 3: M'nin çizdiği 1.şekil



6A: Ölçüleri birbirine eşit midir diyorsun?

7M: Şekle bağlı olabilir diye düşünüyorum.

M'nin oluşturduğu şekil(şekil 3) soruyu anladığını ve problemin çözümü için gerekli tanıma eylemini gerçekleştirmekle(5M) birlikte oluşan açılarının ölçüleri hakkında yaptığı yorum(7M) dikkat çekicidir. Burada M doğru şekli oluşturmakla birlikte belki de bir bilgi eksikliği olabileceği izlenimini de oluşturmuştur.

E ve M çizdikleri şekillerle kolları karşılıklı olarak birbirlerine paralel olacak şekilde oluşturarak sorudan ne anladığını ortaya koymuş ve bu yönüyle de tanıma eylemini gerçekleştirdiği izlenimini vermektedir. Çünkü tanıma bireyin bilindik yapıları fark etmesi veya ortaya koymasıdır. Burada E yaptığından emin gözükürken M daha çok tahmine dayalı bir yol izlemiştir.

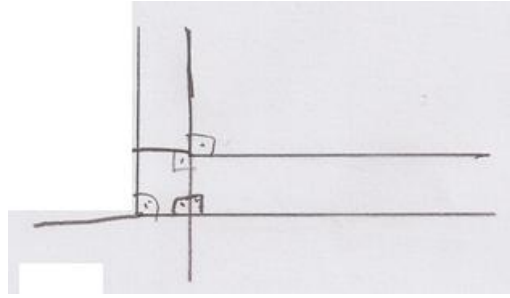
Kullanma

Bu bölümde öğrencilerin kullanma eylemini gerçekleştirme şekilleri incelenecektir. E çizim yapmış(şekil2) ve ölçüm yapma ihtiyacını belirtmiştir. Burada ölçüm yapmadan çizeceği başka şekiller üzerinde de problem çözme sürecine devam edecektir.

16A: İstersen farklı bir şekil çizebilirsin.

17E: (Şekil 4'ü çiziyor) iki tane dik açı çizdim ikisi de birbirine paralel. Bu dik açı bu da dik açı

Şekil 4: E'nin çizdiği 3.şekil



18A: Peki dik olmadığı durumda söyleyebileceğin bir şey var mı?

19E: Dik olmadığı durumda da(Düşünüyor) evet. Çünkü bunu bir derece aşağı indirsem bunu da bir derece aşağıya indirmem gerekir bunların paralel olması için. Sonuç olarak evet.

20A: Ben şunu anlamadım ikisinin de doksan derece olduğunu nasıl garanti ettin? Ölçmenin dışında.

21E: (Düşünüyor) 90 derece olduğunu kanıtlayamam ama...

22A: Orada istersen 90 dereceden hareket etmeyelim. Herhangi bir açı için düşünelim. Çünkü bizim her açı için bunu söylemeye ihtiyacımız var.

23E: Tamam.(şekil 5'i çiziyor) V çizdim şimdi. Paralel olması için ikisini de aynı şekilde kesmesi lazım. Yani ikisinin de aynı noktada birleşmesi lazım. Nasıl olduğunu anlayabiliyorum ama açığa çıkartamıyorum. Benzerlik durumu var sadece boyutları farklı. Şu uzamış hali gibi bir şey arkadaki.

Şekil 5: E'nin çizdiği 4.şekil



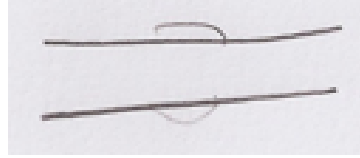
24A: Uzamamış olsaydı?

25E: Uzamamış hali de aynı zaten şurayı kestığınız zaman. Burası(Açının köşesi) önemli zaten bizim için uçları önemli değil. Bu uçların bileşik olduğunu biliyorum ama işte kanıtlama bölümü.

26A: Biraz daha vaktimiz var düşünebilirsin. Peki şunu söyle kenarları karşılıklı olarak birbirine paralel açılarda sadece bu durum mu söz konusu olabilir başka bir durum söz konusu olabilir mi?

27E: 180 derece olabilir ikisi de(şekil 6'yı çiziyor) gerçi öyle olunca şey olmuyor ama bu bir açı buda açı ikisi birbirine paralel oluyor.

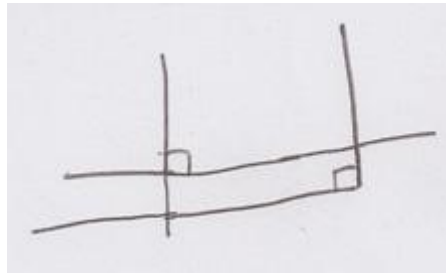
Şekil 6: E'nin çizdiği 5.şekil



28A: Başka 180 derecelik açının dışında bir açı için acaba daha farklı bir durum olabilir mi?

29E: Şöyle olur mesela(şekil 7 yi çiziyor) ikisi birbirine paralel.

Şekil 7: E'nin çizdiği 6.şekil



30A: Peki bunların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki vardır?

31E: Bunların ölçüleri arasında(Düşünüyor) bunlarda biraz daha kafa karıştırıyor.

32A: Sen 90 derecelik açı çizmeye çalıştığın için.

33E: Ama başka türlü de düşünemiyorum ki. Şöyle yapayım buna şey olarak hı şuradan da çizebilirim(Şekil 8'i çiziyor). Evet bu da aynı şey oluyor. Kanıtlama bölümü zor.

Şekil 8: E'nin çizdiği 7.şekil



34A: Kanıtlamadan yeni çizdiğin şekilde açıların ölçüleri arasında nasıl bir ilişki görüyorsun?

35E: Bence bunlar da eşittir. Yani paralel çizebilirim ben eşit oluyor.

36A: Aynı durumu daha küçük bir açı için çizer misin?

37E: Daha küçük dar.(şekil 9'u çiziyor) Haa o zaman evet. O zaman hocam şöyle bir şey düşünürsem; böyle bir durumda da bu ikisi birbirinin bütünler açısı olabilir.

Şekil 9: E'nin çizdiği 8.şekil



38A: Bunları kanıtlayabilir misin?

39E: Şöyle düşünürsem. Paralel yerine bunların ikisinin çakıştığını düşünürsem bu şey oluyor U kuralına göre ikisi birbirine paralel olduğu için şu ikisi 180 olması lazım toplamının tümler açısı

40A: Her zaman bu durumda göremeyebiliriz bu açıları. Sadece kenarlarının birbirine paralel olmasını dikkate alalım.

41E: Kenarları birbirine paralel olduğu için (Düşünüyor). Bence olur hocam 180 derece.

E ilk çiziminden farklı çizimler yapmakta (şekil 4,5,6,7,8,9) ve bunlar üzerinde düşünmektedir. Bunları yapması kullanma eylemini gerçekleştirdiğini göstermektedir. Burada ilk olarak öğrencinin 90 ve 180 derecelik açılara (şekil 4,6,7) yönelerek problem çözme sürecine devam etmesi dikkat çekicidir. Bu açılardan farklı olarak problem çözme sürecine devam etmesi öğrencinin ciddi bir tahmini olmamasına rağmen zihninde ilişkinin ne olabileceğine ilişkin bir fikrin olgunlaşmaya başladığını göstermektedir. E'nin bu aşamada tanıma ve kullanma eylemini bir arada da kullandığı söylenebilir. Oluşturduğu şekilde (şekil 9) paralel doğruyu kesen bir doğruyla oluşan açıları tanımış ve bununla ilgili bilgiyi kullanmıştır (E37).

E problem çözme sürecinde tek tek açıları ele alarak ilerlerken M bundan farklı bir yol tercih etmiş ve bir şeklin içerisinde bu açıları görmeye çalışmıştır.

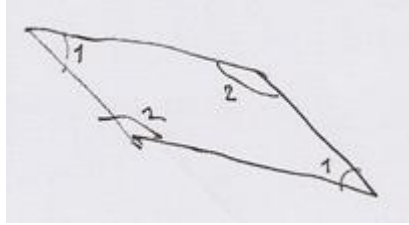
8A: Farklı durumlarda düşünelim.

9M: Evet farklı durumlar. Yamukta...

10A: İstersen çeşitli şekiller çizebilirsin.

11M: Paralelkenar da bence aynıdır (şekil 10). Bunlar paralelkenardaki şunlar paralel (karşılıklı kenarları gösteriyor) ve açılar da birbirine paralel olur.

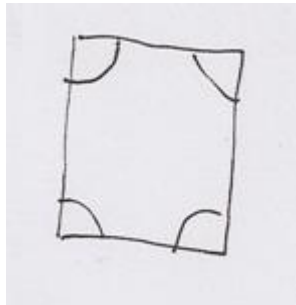
Şekil 10: M'nin çizdiği 2.şekil



12A: Evet

13M: Karedeki (şekil 11) bütün açılar birbirine paralel diye düşünüyorum.

Şekil 11: M'nin çizdiği 3.şekil



14A: Açılar mı paralel kolları mı paralel?

15M: Kolları da paralel açıları da paralel fark etmez

16A: Peki burada tüm açılara aynı işareti koymuş olman dördünün de eşit ölçüye mi sahip olduğunu gösteriyor?

17M: Hayır sadece karşılıklı birbirinin çaprazındaki

18A: Onlara istersen farklı işaretler koy. Peki farklı bir durum söz konusu olabilir mi bunların dışında?

19M: Yamuk gibi mi?

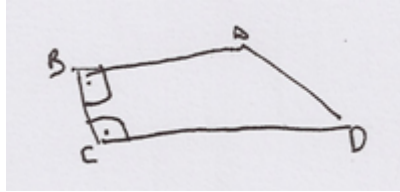
20A: Kenarları birbirine paralel olan iki farklı açı bulunabilir mi acaba?

21M: (Düşünüyor) Bulunamaz diye düşünüyorum.

22A: Sadece bunlar mı vardır?

23M: Yamukta da bulunamaz diye düşünüyorum. (Düşünüyor) Yamuktaki (şekil 12) şuradaki iki açı birbirine eşittir diye düşünüyorum (Dik açıları gösteriyor). Bunlar birbirine paralel bir nevi (alt ve üst tabanı gösteriyor).

Şekil 12: M'nin çizdiği 4.şekil



25M: Şey birçok açı

26A: Hangi açılar mesela. İstersen orada isimlendir o şekilde konuşalım.

27M: CBD açısı ile ABC açısı birbirine paralel.

28A: Paraleldir

29M: Evet

30A: Bunların ölçüleri birbirine eşit midir bu durumda?

31M: Eşittir. Üçgende de eşit

32A: Üçgen derken?

33M: (Şekil 13'ü çiziyor) İkizkenar üçgen. Buradaki açı farklı olsa bile şu iki açı birbirine paralel. Şu iki kenar birbirine paralel olduğu için şu ikisi de eşit olur.

Şekil 13: E'nin çizdiği 5.şekil



34A: Hangi iki kenar paralel? Kenarları gösterir misin?

35M: (İkizkenarları gösteriyor)

36A: İkisi birbirine paralel mi?

37M: Evet ikizkenar üçgen çizmeye çalışıyorum.

38A: İkizkenar üçgende iki kenar birbirine paralel midir?

39M: Evet şey(Düşünüyör)hayır paralel değildir. Hatalı. Paralel değil bu hatalı diye düşünüyorum. Paralel değiller birbirini kesiyorlar.

M'nin bu aşamada dörtgenler ile ilgili bazı noktaları tanıdığı ve bunların bazı özelliklerini kullandığı görülmektedir. Burada aslında bütünüyle tanıma ve kullanma eylemlerinin içi içe yürüdüğü söylenebilir. Son olarak N ikizkenar üçgenin(şekil13) eş kenarlarını birbirine paralel olarak algıladığından bir yanılgıya düşmüştür. Ardından hatasını fark edip düzeltmiştir. Öğrencinin bu hatası çizdiği önceki şekillerde de aynı yanılgının olup olamayacağı kuşkusunu yaratmıştır. M'nin ifadesi(39M) paralelliğin ne anlama geldiğini bildiğini göstermektedir.

M problem durumuna uygun şekillerin bir kısmını çizmekte diğer taraftan farklı durumları gösteren çizimler ve bunlarla ilgili açıklamalar konusunda ilerleme sağlayamamaktadır. Süreç boyunca bazı yanlış ve birbiriyle çelişecek ifadeler kullanmaktadır(17M, 23M,39M). Bu durumda M kullanma eylemini gerçekleştirmiş olur mu? Bir yapının özelliklerinin problemi çözmede hatalı olarak tanınması, hatalı olarak kullanılmasına sebep olmaktadır. Bu süreçte öğrencinin sorunun yanıtını ortaya koyarken tanıdığı matematiksel bilgi bileşenlerini bir araya getirmesi, ilişkilendirmesi, kullanması ve onlardan yararlanması kullanma eyleminin gerçekleştiği anlamına gelir (Bikner&Ahsbahs, 2004; Ozmantar&Monaghan, 2008).

Oluşturma

Bu bölümde öğrencilerin oluşturma eylemini gerçekleştirip gerçekleştirmedikleri ve eğer gerçekleştiyse ne şekilde gerçekleştiği incelenecektir. E, problem durumuna uygun çizimler yapmış ve bu çizimleri yorumlamıştı. E, bu şekillerin ortak ve farklı yanlarını dikkate alarak bir sonuca ulaşmıştır.

42A: İki tane şey söyledin. Bir tanesi ölçüleri birbirine eşittir dedin bir tanesi de bunlar birbirinin bütünleridir dedin. Bütün şekillerde böyle midir? Farklı bir durum var mıdır? Bir genelleme yapabilir misin? Her zaman böyledir?

43E: Genelleme yapacak olursam(Düşünüyor) Şöyle deyim o zaman; Açıkların yönleri birbirine farklı olan ikisinin de birbirine paralel olduğu durumlarda ikisi birbirinin bütünler açısıdır. İkisinin de yönlerinin aynı olduğu durumlarda ikisi de yöndedir.

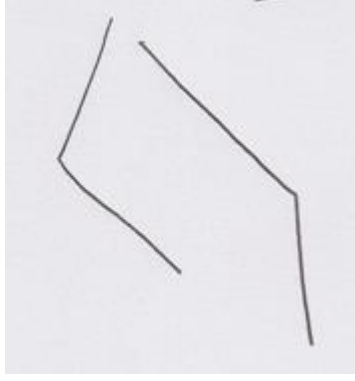
44A: Neyin yönlerinin aynı olduğu?

45E: Açıkların yönlerinin aynı olduğu durumlarda ölçüleri birbirine eşitlerdir yönlerinin farklı olduğu bu gibi durumlarda bütünler açılardır.

46A: Başka bir durum olabilir mi?

47E: (Şekil 14'ü çiziyor) Şöyle olabilir.

Şekil 14: E'nin çizdiği 9.şekil



48A: Bu durumda ne olur?

49E: Bu durumda ikisi de yine geniş açı oluyor. Bu durumda da yine eşit olurlar.

50A: Az önce söylediklerini bir araya getirerek tekrar bir genelleme düşünebilir misin?

51E: Tekrar bir genelleme(Düşünüyor) o zaman aynı yöne bakanlar eşit (Düşünüyor) o zaman karışıyor işte.

E, kendisinden bir genellemeye ulaşması istendiğinde o ana kadar yaptıklarını dikkate alarak bir sonuca ulaşmaktadır(43E). Bu açıklamasında çizdiği şekillerin tümünü dikkate almadığı gibi yeni durumlar olabileceğini de göz ardı etmiştir. Sonrasında öğrenciye yöneltilen soru(46A) öğrencinin kafasının biraz daha karışmasına(51E) sebep olduğu gibi aynı zamanda da problemin çözüm sürecinde daha dikkatli olmasına ve daha sistematik düşünmesine neden olmuştur.

52A: Şöyle bir kafanı toparla tekrar bir düşün.

53E: (Düşünüyor) Bunların birbirine eşit olması şart yani bana kalırsa

54A: Bunlar hep sana göre peki genelleme yapabilir miyiz?

55E: (Düşünüyor) Genelleme(Düşünüyor) belki başka bir durumda olabilir. Geniş açı olduğu zamanda olabilir diye düşünüyorum

56A: Dar açı olduğu zaman bu durum gerçekleşmez mi?

57E: (Düşünüyor) Yine eşittirler gibi me geliyor. Şunun bir farklılığı var(Düşünüyor) Yok hocam aklıma hiçbir fikir gelmiyor.

58A: Ne anlamda ispatlamak ile ilgili mi?

59E: Evet

60A: Peki tekrar soruya dönelim. Tekrar okuyup bir yanıt vermen gerekse?

61E: (okuyor)

62A: Yanıtın ne olacak

63E: Vardır

64A: Nedir bu ilişki?

65E: Ya eşitlerdir ya da birbirinin bütünlerdir

66A: Hangi durumlarda?

67E: Yönleri aynı farklı diyeceğim ama bu yönlerinin farklı olduğu durumlarda da eşit olduğunu düşünüyorum şu iki durumda (şekil 14 ve 15). (Düşünüyor) şuraya bir şey şu açığı şöyle diyelim buda böyle bunu uzattığım zaman böyle böyle böyle oluyor diyelim ki. Bu ikisi birbirine paralel bu ikisi de birbirine paralel (kollarının uzatılması sonucu şekil 15 de oluşan paralelkenar) bu ikisi bu ikisi birbirine eşit olacak yani bu bunun iç ters açısı evet hocam bu ikisi bunlar birbirine kesinlikle eşittir.

Şekil 15: E'nin çizdiği 10.şekil



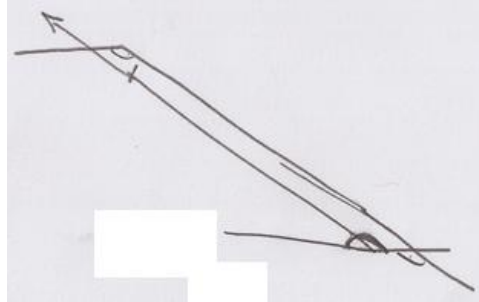
68A: Bu açılar eşit diyorsun

69E: Evet

70A: Diğerleri için bir çıkarımda bulunabilir miyiz?

71E: Diğerleri için bir çıkarım yapmak istersem bu buna yöndeş...gene aynı şey ikisi birbirine paralel olduğundan onun için bunda da buraya eşittir ikisi (Şekil 9). Paralel olduğu için yöndeş açılar birbirine eşittir. Buda buraya..evet birbirinin bütünler açıları oluyor. Daha büyük yapayım şuraları (Şekil 16'yı çiziyor) şu açıyla şu ikisi birbirine paralel olduğu için bunlarda birbirine paralel olduğu için yöndeş açı bunun ikisi birbirine eşit buda bunla eşit bu ikisinin durumu 180 derece bunlar ikisi bütünler açılarıdır. Kanıtladım işte bu. Bu ikisi kesinlikle eşittir (şekil 15), bu ikisinde bütünler açıdır (şekil 16) bu (şekil 3) da şöyle yapıldığı zaman bunun ters açısı şu böyle olunca buda 180 e tamamlıyor bunlar birbirine eşit olması gerekir diye düşünüyorum. O zaman...

Şekil 16: E'nin çizdiği 11.şekil



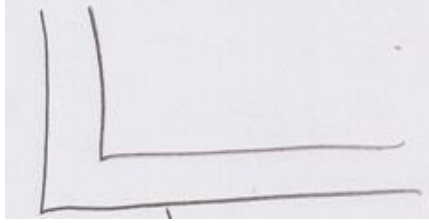
72A: Bu yaptıklarınla bir genellemeye ulaşabilir miyiz?

73E: Şöyle bir genellemeye ulaşabilirim; (Düşünüyor) paralel açların ya birbirine eşit ya da birbirinin bütünler açıları olmalıdır.

74A: Hangi durumda eşit hangi durumda bütünler olduğunu söyleyebilir misin?

75E: Çalışayım.(Düşünüyor) Bir şey geliyor aklıma ama nasıl söyleyeyim? Şu birinci şey (çiziyor). Şu ikinci (çiziyor). Bu üçüncü (çiziyor). (Düşünüyor) O zaman şöyle yapayım hocam; paralel açılarda ikisi de dar açıysa ya da ikisi de aynı tür açıysa yani dar geniş olarak birbirlerine eşlerdir ikisi de farklı tür açılsa birbirinin bütünleridir.

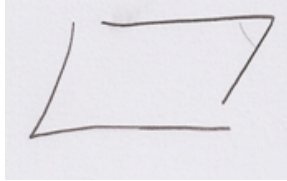
Şekil 17: E'nin çizdiği 12.şekil



Şekil 18: E'nin çizdiği 13.şekil



Şekil 19: E'nin çizdiği 14.şekil



Yaptığı tüm çizimler ve tartışmalar sonrasında E: "Paralel açılar ya birbirine eşit ya da birbirinin bütünler açıları olmalıdır" şeklinde bir yapı oluşturmuştur. Buna düşüncesini E şekiller çizerek de ifade etmiştir. Şekilleri çizerek ifade etme noktasında E "Paralel açılarda ikisi de dar açıysa ya da ikisi de aynı tür açıysa yani dar geniş olarak birbirlerine eşlerdir ikisi de farklı tür açılsa birbirinin bütünleridir." şeklinde önceki yapının yerine yeni bir yapı oluşturduğu gözlemlenmiştir.

Diğer taraftan M problem çözme sürecinde baştan beri dörtgenler üzerine odaklanmıştır. Aşağıda verilen M ile yapılan görüşme kesitinden bu durumu belirlemek mümkün.

40A: Başka bir durum oluşturabilir misin?

41M: Başka bir durum(Düşünüyor)hayır.

42A: O zaman bu soruya vereceğin yanıtını genelleyebilir miyiz?

43M: Evet

44A: Soruyu bir kez daha oku istersen

45M: Dörtgenlerin çoğunda....şey paralel açılar görülebilir.

46A: Yani açı ölçüleri ile ilgili söyleyebileceğin bir şey var mı?

47M: Açılar eşit olur.

48A: Açılar birbirine eşit olur.

49M: Evet birbirine eşittir diye düşünüyorum. Zaten de öyle

M, "Açılar birbirine eşit olur" şeklinde bir ilişki bulmuştur. M bu süreçte gerek ihtiyaç duyulan tüm yapıları tanıyamaması gerekse belki de önceden yanlış oluşturulmuş yapılardan dolayı sorun yaşamıştır.

5.Tartışma ve Sonuç

Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri RBC teorisi kapsamında yer alan üç epistemik eylem yardımıyla analiz edilmiştir. Farklı geometrik düşünme düzeyindeki öğrencilerin matematiksel düşünme ve bilgiyi oluşturma süreçlerinde izledikleri yollar arasında bir takım farklılıkların olduğu tespit edilmiştir. Görüşmelerden elde edilen bulgulara göre öğrencilerin dahil olduğu düşünülen geometrik düzey ile görüşmeler sırasında verdikleri yanıtlar tutarlılık göstermektedir. Şöyle ki, 1.düzeydeki öğrenci genellikle tahmine dayalı yanıtlar verirken 3. düzeydeki öğrenci yanıtlarını gerekçelendirmeye çalışmaktadır. Ayrıca van Hiele düzeylerinin genel özellikleri arasında yer alan dilin kullanımı soyutlama sürecinde de önemli bir noktadır. Her bir geometrik düşünme düzeyinde de düzeyin kendine ait sözcüklerin ve sembollerin çerçevesinde o terminolojiyi doğru kullanmak çok önemlidir. Öğrencilerden de buldukları düzeye uygun ifadeler kullanmaları beklenir. Bu araştırmada özellikle düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencide matematiksel dilin tam ve doğru olarak kullanılmadığı dikkat çekmektedir.

Soyutlama teorisindeki eylemlerden ilki olan tanıma eyleminin gerçekleşmesi süreci incelendiğinde, geometrik düşünme düzeyleri farklı olmasına rağmen öğrencilerin problem çözme sürecinde gerekli bir takım bilgileri tanıdığı görülmektedir. Bu noktada Geometrik düşünme düzeyi düşük olan M'nin bazı eksikleri olduğu söylenebilir. Diğer taraftan E'nin problem çözme sürecinde başlangıç olarak ihtiyaç duyulan bilgileri tam olarak tanıdığı görülmektedir. Bu süreçte önemli olan tanımdan çok uygun, yeterli ve doğru oluşturulmuş bilgilerin

tanınmasıdır. Her iki öğrenci de problemde geçen kenarları birbirine paralel açılara en basit düzeyde birer örnek vererek ne istendiğini anladıklarını ortaya koymuşlardır.

Kullanma eylemi açısından bakıldığında ilişkilendirme ve şekli analiz etme açısından farklılıklar göze çarpmaktadır. Geometrik düşünme düzeyi yüksek olan E bu süreçte sorulan soruları ve ipuçlarını M'ye göre daha iyi değerlendirmiş ve kullanma eylemi sürecin, daha olumlu ve verimli bir şekilde geçirmiştir. Bu durumun nedeni öğrencilerin bu ilişkilendirmeleri yapacak ve ipuçlarını değerlendirecek yapılara sahip olmamaları veya bu yapıları yanlış oluşturmuş olmaları olabilir.

Bilgi oluşturma süreci genellikle doğrusal olarak ilerleyen bir süreç olmayıp iç içe geçmiş eylemler şeklinde gözlemlenmektedir. Birçok çalışmada da işaret edildiği gibi tanıma-kullanma-oluşturma eylemleri peş peşe gerçekleşebileceği gibi iç içe geçmiş eylemler şeklinde de ortaya çıkabilmektedir ve daha çok tanıma ve kullanma eylemlerinin iç içe geçmiş olarak gözlemlendiği söylenebilir (Yeşildere, 2006; Yeşildere ve Türnüklü, 2008). Bu çalışmada da genellikle tanıma ve kullanma eylemlerinin iç içe olduğu durumlar gözlemlenmiştir.

Tanıma ve kullanma eylemleri sırasında öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine bağlı olarak ortaya çıkan farklılık oluşturma eylemi sürecinde daha belirgin bir şekilde ortaya çıkmıştır. Önceki süreçlerde ortaya çıkan farklılıklar bu süreçteki farklılıkların oluşmasında etkili olduğu söylenebilir. Bu süreçte ne tanımanın ne kullanmanın ne de oluşturmanın tam olarak belirgin bir noktada başlayıp belirgin bir noktada bittiği söylenemez. Süreç içerisinde öğrenciler sahip oldukları yapıları kullandırlarken oluşturma gerçekleşebilmektedir (Yeşildere, 2008).

E, adım adım ilerleyerek bir yapı oluşturduysa da bu yapıyı kullanıp kullanamayacağı tartışılır. Yeni oluşturulan yapının pekiştirilmeye ihtiyacı vardır ve bu pekiştirme sürecinin ardından soyutlamanın gerçekleşebileceği savunulmaktadır (Monaghan ve Özmantar, 2006). Diğer taraftan pekiştirilmeyen bilginin kırılgan bir yapıya sahip olduğu da ifade edilmektedir (Hershkowitz ve diğer., 2001). Bu çalışma kapsamında pekiştirme sürecine yer verilmemiştir.

Yanlış yanıtlar önceden oluşturulmuş anlamlı bilgileri gölgelerken doğru yanıtlar ise bazı bilgi eksikliklerini gizleyebilir (Ron ve diğer., 2010). Gerçekleştirilen çalışmada düşük geometrik düşünme düzeyindeki öğrencinin bilgi oluşturmada yavaş ve tahmine dayalı bir yol izlediği gözlemlenmiştir. Tabi ki bu çalışmadaki ulaşılan veriler ile genellemeye varmak mümkün değildir. Bu yüzden daha büyük örneklem ile farklı problem durumlarında çalışmalar da yapılmalıdır. Ayrıca soyutlama sürecinin her bir adımı üzerinde hassasiyetle durulması gereken eylemler olmakla birlikte pekiştirmeyi de içine alacak biçimde tüm bu aşamaların birbirlerini destekleyecek nitelikte bir süreç izlemesi için öğrenme-öğretme sürecinin üzerinde durulması uygun olacaktır.

Kaynakça

- Bikner-Ahsbabs, A. (2004). "Towards the Emergence of Constructing Mathematical Meanings". *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2:119-126.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). "Geometry and spatial reasoning". In D. A. Grouws (Ed.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, pp. 420-464
- Cobb, P. (1994) "Where is the Mind? Constructivist and Sociocultural Perspectives on Mathematical Development". *Educational Researcher*, Vol. 23, No.7, pp13-20.
- Duatepe, A. (2000). *An Investigation on the relationship between Van Hiele geometric level of thinking and demographic variables for preservice elementary school teachers*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, ODTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Dubinsky, E. (1991). *Reflective abstraction in advanced mathematical thinking*, In Tall, *Advanced Mathematical Thinking*, Dordrecht: Kluwer.
- Erez, M. M., & Yerushalmy, M. (2006). "If you can turn a rectangle into a square, you can turn a square into a rectangle ..." young students experience. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 11, 271–299.
- Fidan, Y. (2009). *İlköğretim 5. Sınıf Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeyleri ve Buluş Yoluyla Geometri öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, DEÜ Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). "Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic". *Journal for Research in Mathematics Education*, 25, 2, 115–141.
- Hershkowitz, R., Schwarz, B. & Dreyfus, T. (2001) "Abstraction in Context: Epistemic Actions". *Journal for Research in Mathematics Education*, Vol. 32, No. 2, 195-222
- Jurdak, M. (1991). "Van Hiele levels and the SOLO taxonomy". *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 22, 57-60.
- Karataş, İ. ve Güven, B.(2003). "Problem Çözme Davranışlarının Değerlendirilmesinde Kullanılan Yöntemler: Klinik Mülakatın Potansiyeli". *İlköğretim-Online 2 (2)*, sf 2-9
- MEB ,Milli Eğitim Bakanlığı Komisyon. (1999). *Lise Geometri I Ders Kitabı*. MEB Yayınları: Ankara.
- Monaghan, J. & Ozmantar, M. F. (2006). "Abstraction and consolidation". *Educational Studies in Mathematics*, 62(3), 233-258.
- Noss, R. & Hoyles, C. (1996). *Windows on Mathematical Meanings*. Kluwer, Dordrecht: The Netherlands.
- Ohlsson, S. & Lehtinen, E. (1997). "Abstraction and the acquisition of complex ideas". *International Journal of Educational Research* 27, 37–48.
- Okazaki, M., & Fujita, T. (2007). "Prototype phenomena and common cognitive paths in the understanding of the inclusion relations between quadrilaterals in japan

and scotland". In H. Woo, K. Park & D. Seo (Eds.), *Proceedings of The 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 41-48.

Ozmantar, M. F. & Monaghan, J. (2008). "New directions for situated cognition in mathematics education". In A. Watson, & P. Winburne (Eds), *Are Mathematical Abstractions Situated?*(pp. 103-127). NY: Springer

Özcan, B. N. (2012). *İlköğretim Öğrencilerinin Geometrik Düşünme Düzeylerinin Geliştirilmesinde Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, D. E. Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Ron, G.; Dreyfus, T.; Hershkowitz, R. (2010), "Partially Correct Constructs Illuminate Students' Inconsistent Answers". *Educ Stud Math* (2010) 75:65–87

Sfard, A. (1991). "On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin". *Educational Studies in Mathematics*, 22: 1-36.

Sherard, W.H. (1981). "Why is Geometry a Basic Skill?". *Mathematics Teacher*. 74, 1.

Sierpiska, A. (1994). *Understanding in mathematics*. London: Falmer.

Temur, Ö. D. (2007). *Öğretmenlerin Geometri Öğretimine İlişkin Görüşleri ve Sınıf İçi Uygulamaların Van Hiele Seviyelerine Göre İrdelenmesi Üzerine Fenomenografik Bir Çalışma*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele Levels and Achievement in Secondary School Geometry*. Final Report, Cognitive Development and Achievement in Secondary School Geometry Project. Chicago: University of Chicago.

Van Hiele, P. M (1986). *Structure and Insight: A Theory of Mathematics Education*. Academic Pres, Inc. Orlando, Florida.

Van Oers, B. (2001). "Contextualisation for abstraction". *Cognitive Science Quarterly*, 1(3), 279-305.

Vighi, P. (2003). "The triangle as a mathematical object". *European Research in Mathematics Education III Congress Proceedings, Bellaria, Italy, 28 February-3 March*, 1-10.

White, P. & Mitchelmore, M.C.(2010). "Teaching for Abstraction: A Model". *Mathematical Thinking and Learning*, 12: 205–226

Yeşildere, S.(2006). *Farklı Matematiksel Güce Sahip İlköğretim 6, 7 ve 8. Sınıf Öğrencilerinin Matematiksel Düşünme ve Bilgiyi Oluşturma Süreçlerinin İncelenmesi*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, D. E. Ü. Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Yeşildere, S. ve Türnüklü, E. (2008) "İlköğretim Sekizinci Sınıf Öğrencilerinin Bilgi oluşturma Süreçlerinin Matematiksel Güçlerine Göre İncelenmesi". *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, XXI (2), 485-510

Yıldırım, A. ve Şimsek, H. (2000). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yin, R. (1994). *Case Study Research: Design and Method*. USA: Sage.

Zazkis, R.& Hazzan, O. 1999. "Interviewing in Mathematics Education Research: Choosing the Questions". *Journal of Mathematical Behavior*, 17 (4), 429 - 439