



ISSN: 1306-3111/1308-7274
NWSA-Education Sciences
NWSA ID: 2013.8.4.1C0596

Status : Original Study
Received: April 2013
Accepted: October 2013

E-Journal of New World Sciences Academy

Sare Şengül

Marmara University, zseengul@marmara.edu.tr, Istanbul-Turkey

Fatma Erdoğan

Ministry of Education Şemsettin Sami Secondary School,
fatmaerdogan83@gmail.com, Istanbul-Turkey

<http://dx.doi.org/10.12739/NWSA.2013.8.4.1C0596>

İLKÖĞRETİM ÖĞRENCİLERİNİN CEBİRSEL PROBLEMLERİ ÇÖZME BAŞARILARININ ÜSTBİLİŞSEL BİLGİ BAĞLAMINDA İNCELENMESİ

ÖZET

Bu araştırmada, ilköğretim öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme başarılarını üstbilişsel bilgi türlerine göre değerlendirerek, başarı düzeylerini sınıf seviyelerine göre karşılaştırmak amaçlanmıştır. Araştırma tarama türünde betimsel bir araştırmadır. Araştırmanın örneklemini, İstanbul'daki bir ilköğretim okulunda öğrenim gören öğrenciler içinden tesadüfi yolla belirlenen 235 öğrenciden meydana gelmektedir. Araştırma verileri "Üstbilişsel Bilgiye Yönelik Matematik Başarı Testi (ÜBYMBT)" ile elde edilmiştir. Elde edilen veriler, frekans tabloları ve tek yönlü varyans analizi (ANOVA) ile değerlendirilmiştir. Araştırma bulgularına bakıldığında, ÜBYMBT'nin tanıtıcı bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarıları arasında sınıf seviyelerine göre anlamlı bir farklılık bulunmadığı ortaya çıkarken, işlemsel ve koşullu bilgi boyutlarına yönelik öğrenci başarıları arasında sınıf seviyelerine göre anlamlı farklılık olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, öğrencilerin sınıf seviyeleri arttıkça cebirsel problemleri çözme başarıları da olumlu yönde değişmekle birlikte, hiç bir sınıf seviyesinde istenen başarının sağlanamadığı belirlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: Cebir, Üstbiliş, Üstbilişsel Bilgi, Problem Çözme, İlköğretim Matematik Öğretimi

EXAMINATION OF THE ELEMENTARY SCHOOL STUDENTS' ALGEBRAIC PROBLEMS SOLVING ACHIEVEMENT WITH REGARD METACOGNITIVE KNOWLEDGE

ABSTRACT

The purpose of the study was to determine the elementary school students' algebraic problems solving achievement with regard metacognitive knowledge and to compare the levels of achievement based on grade level. In the study, survey method was utilized in this study. The research sample were composed of 235 students, determined by randomly from an elementary school in İstanbul. The data was collected using "Mathematical Achievement Test Regarding Metacognitive Knowledge (MATRMK)". The data was analyzed by performing the frequency tables and One-way ANOVA. According to the results, while no differences were found in students' algebraic problems solving achievement with regard declarative knowledge point of view grade level, there were differences with regard procedural and conditional knowledge. To sum up, as students' grades increase, their algebraic problems solving achievement changed in a positive way, but the desired achievement was not reached up any grade level.

Keywords: Algebra, Metacognition, Metacognitive Knowledge, Problem Solving, Elementary Mathematics Education



1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Cebir, matematiksel düşünmenin gelişmesinde rol oynayan önemli bir öğrenme alanı ve sembollerle, tablolarla, sözcüklerle, grafiklerle kendini anlatan matematiksel bir dildir (Stacey ve MacGregor, 2000). Cebir hayatın her alanında kendisini hissettirmekte olup cebirin bir dil olarak görülmesi, matematiğin anlaşılması noktasında cebirin öğrenilmesinin ne derece önemli olduğunu göstermektedir (Williams ve Molina, 1997).

Öğrenciler, cebirde farklı durumlarda kullanılan harfleri, cebirsel eşitliklerin yapısal özelliklerini, eşitlik halinde verilen denklemleri yorumlamak ve eşitlikleri çözmek için sembolleri ve sembollerle yapılan manipülasyonları kavramalıdır (Kieran, 2007). Böylece sembollerin değişik biçimlerini içeren cebirsel gösterim halinde verilmiş bir ifadeyi rahatça çözebilirler. Kieran ve Chalouh (1993) sembollerin anlamlarını kavrayarak kullanmayı ve matematiksel akıl yürütmeyi cebirsel düşünmenin merkezine koymuşlardır. Bu bağlamda, matematikte farklı manipülasyonları ve gösterimleri kullanmak, soyut sembolleri anlamakta zorlanan öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerini artırabilir (Moyer ve Jones, 2004).

Soyutlama becerisi ve matematiksel akıl yürütmenin gelişiminde önemli bir öge olan cebir öğrenme alanı ülkemizde ilköğretimin ikinci kademesinden itibaren matematik dersi öğretim programında yer almaktadır. Buna göre, ilköğretim altıncı sınıf aritmetikten cebire geçiş aşaması olarak düşünülebilir. Böylece, ilköğretim sürecinde öğrenciler değişken ve eşitlik kavramı, sayılar, eşittir işareti, parantezler gibi sembollerin farklı gösterimlerini içeren cebirin temel kavramlarını ve cebirsel işlemleri öğrenir ve geliştirirler. Bu durum göz önüne alınarak bu çalışmada matematiğin önemli öğrenme alanlarından biri olan cebir konusu üzerinde durulmuştur.

Yukarıda belirtilenler doğrultusunda alan yazın incelendiğinde araştırmalar, farklı okul ve sınıf seviyelerindeki öğrencilerin, eşitlik ve değişken kavramının anlaşılmasında (Alibali, Knuth, Hattikudur, McNeil ve Stephens, 2007; Falkner, Levi ve Carpenter, 1999; Gürbüz ve Akkan, 2008; Pope ve Sharma, 2001; Sakonidis ve Bliss, 1990; Usiskin, 1988), harfleri veya çeşitli gösterim şekillerini matematiksel anlamlandırmada (Akkaya ve Durmuş, 2006; Booth ve Herscovics, 1986; Dede ve Peker, 2007; Hoch ve Dreyfus, 2004; Kieran, 1992; MacGregor ve Stacey, 1997) ve probleme uygun denklem kurma ve çözüme konusunda (Erbaş, Çetinkaya ve Ersoy, 2009; Yenilmez ve Avcu, 2009) zorluklar yaşadıklarını, yaygın hataları ve kavram yanlışlarının olduğunu ortaya çıkarmıştır. Booth ve Herscovics (1986) öğrencilerin cebirsel ifadeleri yeterince anlamlandıramadıklarını ve yeterli cebirsel mantığa sahip olmadıklarını ifade etmişlerdir.

Cebir konusunda öğrencilerin çeşitli yaş ve sınıf seviyelerine göre bir çok araştırma yapılmıştır. Bu çalışmalardan birini gerçekleştiren Pope ve Sharma (2001) sembollerle ilgili genel hataları ve kavram yanlışlarını incelemek için Londra'da eğitim gören 15-18 yaşlarında matematik başarıları yüksek öğrencilerle araştırma yapmışlardır. Bu araştırmanın sonuçları, öğrenciler arasında şaşırtıcı bir görsel farkındalık eksikliği olduğunu açığa çıkarmış ve örnekleme oluşturan öğrencilerin sembolleri anlayarak kullanmadıklarını göstermiştir.

İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin eşitlik işaretinden ne anladıklarını, denklemleri çözüme performanslarını, ayrıca bu kavramla ilgili soruları çözüme performanslarında zaman içinde oluşan değişimi görmek için Alibali, Knuth, Hattikudur, McNeil ve Stephens (2007) bir araştırma yapmışlardır. Araştırma verileri 6., 7. ve 8. sınıfın başında ve 8. sınıfın sonunda olmak üzere üç yıllık zaman dilimlerinde



toplanmıştır. Bu araştırma bulgularına dayanarak, öğrencilerin performanslarının 8. sınıf sonuna kadar çok az geliştiği belirtilmiştir. Öğrencilerin çoğunun eşdeğer denklem sorularını çözerken eşitlik işaretinin ilişkisel anlamını kullanmadıkları görülmüştür. Sakonidis ve Bliss (1990) ise, bir formülün içinde yer alan değişkenin öğrencilere cebirsel olarak ne ifade ettiğini anlamaya yönelik olarak 3.,4. ve 5. sınıf öğrencileriyle çalışma yapmışlardır. Araştırmacılar, öğrencilerin formüldeki değişken yerine işlemlere odaklandıklarını; verilen bilgiyi yeniden ifade etmeyle ilgili sorulara açıklamalar getirdiklerini; bilişsel düzeylerinin farklı olmasına bağlı olarak değişken fikrini farklı düzeylerde tercih ettiklerini ifade etmişlerdir.

Akkaya ve Durmuş (2006) ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin harfleri algılamakta zorlandıklarını belirtmişlerdir. Ancak, sınıflar arasında farklılık görülmemiştir. Ayrıca, öğrencilerin parantezli işlemler, işlem sırası, harflerin değişik anlamlarıyla ilgili kavram yanılgılarına sahip oldukları belirtilmiştir. Benzer bir çalışma yapan, Gürbüz ve Akkan (2008) ise 5. sınıftan 8. sınıfa kadar olan öğrenim seviyesindeki öğrencilerin problemlere ilişkin kullandıkları çözüm stratejilerini değerlendirmişlerdir. Bu araştırma sonucunda, öğrencilerin sınıf seviyeleri yükseldikçe aritmetikten cebire geçiş düzeylerinin de pozitif doğrultuda geliştiği vurgulanmıştır. Fakat öğrencilere sınırlı çözüm yolları öğretilmesi nedeniyle hiçbir sınıf seviyesinde istenen geçişin sağlanmadığı belirlenmiştir. Bu araştırmaya paralel olarak, Akkan, Bakı ve Çakıroğlu (2012) çalışmalarında, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin aritmetikten cebire geçme becerilerindeki gelişimleri; aritmetik, cebir öncesi ve cebirsel dönem olarak değerlendirmişlerdir. Araştırma bulgularına göre, öğrenim seviyesi arttıkça aritmetik çözümlerden cebirsel çözümlere çok az değişim ve gelişim olduğu saptanmıştır. Alan yazınındaki çalışmalar ele alındığında, araştırmaların aritmetikten cebire geçiş süreci üzerine yoğunlaştığı ve öğrencilerin cebir konusunda sıkıntı yaşadıkları yönündeki bulguları ortaya koydukları görülmektedir.

Son yıllarda, matematik ve başarılı problem çözmeye önemli katkıları olduğu ifade edilen "üstbiliş" kavramı dikkat çekmektedir (Davidson ve Sternberg, 1998; Akt. Pugalee, 2001). Bireyin öğrenmesini planlama, izleme ve değerlendirme yeteneğini ifade eden üstbiliş kavramı (Flavell, 1979), aynı zamanda matematiksel bir problemin çözümünde planlama, izleme ve değerlendirme gibi zihinsel süreçlerle ilgili öğrencilerin farkındalıklarını kapsamak için de kullanılır (Fortunato, Hecht, Title ve Alvarez, 1991; Panaoura ve Philippou, 2007; Pugalee, 2001). Kramarski, Mevarech ve Liberman (2001) öğrencilerin genelde problemi anlama, problem çözümünü planlama, strateji seçimine dikkat etme ve çözüm üzerine derinlemesine düşünme süreçlerinde güçlükler yaşadıklarını ifade etmişlerdir. Bu bağlamda, üstbilişsel süreçlerin kullanımı problem çözme sürecinde öğrencilerin çözüm işlemlerine yardımcı olur ve amaçlarına ulaşmaları için onların yeteneklerini geliştirir (Biryukov, 2004; Fortunato, Hecht, Tittle ve Alvarez, 1991).

Üstbilişin genel olarak bir takım bireysel bileşenleri kapsadığı düşünülse de, bu bileşenler birbirleriyle ilişkilidir. Üstbiliş ile ilgili araştırmalar genellikle üstbilişsel bilgi ve üstbilişsel düzenlemeye karşılık gelen iki genel bileşen üzerine odaklanmaktadır (Ifenthaler, 2012; Panaoura ve Philippou, 2003; Schraw, 1998). Üstbilişin bileşenlerinden biri olan "üstbilişsel bilgi", bilişsel girişimlerin yönünü ve sonuçlarını etkileyen faktörler ve değişkenler hakkındaki bilgi ile inanışlar; öğrenen



kişinin kendi düşünme süreçlerini anlaması ve kavraması olarak ifade edilebilir (Panaoura, Philippou ve Christou, 2003; Panaoura ve Philippou, 2007; Schraw, 1998). Yapılan çalışmalar öğrencilerin bir işteki performanslarının, üstbilişsel bilginin derecesiyle pozitif yönde bir ilişkisi olduğunu göstermektedir (Deseote, 2001; Deseote, Roeyers ve Buyse, 2001; Pintrich, 2002; Schoenfeld, 1985).

Literatürde, üstbilişsel bilgi tanıtıcı (*declarative*), işlemsel (*procedural*) ve koşullu (*both declarative and procedural; conditional*) bilgi olmak üzere üç alt boyutta sınıflandırılmıştır (Deseote, 2001; Panaoura, Philippou ve Christou, 2003; Schraw, Crippen ve Hartley, 2006; Schraw, 1998; Smith ve Ragan, 1993; Sperling, Howard, Miller, Murphy, 2002).

Tanıtıcı bilgi "ne" sorusuyla ilgilidir, "ne bildiğini" ifade eden önermesel bir bilgidir (Panaoura, Philippou ve Christou, 2003; Panaoura ve Philippou, 2003), öğrencilerin bir bakışta bildikleri bilgidir (Miller ve Hudson, 2007). Tanıtıcı bilgi, ezber bilginin aksine anlamlı yapıların kazanılmasıdır. Örneğin, kitaplardan veya öğretmenin anlattıklarından öğrenilen bilgi tanıtıcı bilgidir (Smilkstein, 1993; Smith ve Ragan 1993). İşlemsel bilgi, Panaoura, Philippou ve Christou'ya (2003) göre birşeylerin "nasıl"ını bilmeyi ifade eder. İşlemsel bilgi, tanıtıcı bilgiyi etkili bir şekilde kullanmak ve problem çözmeyi kontrol etmek için gereklidir (Deseote, 2001) ve bir matematik problemini çözmek için ardışık adımları izleme yeteneği olarak ifade edilebilir (Miller ve Hudson, 2007). Jacobs ve Paris'e (1987) göre koşullu bilgi, beceri veya stratejinin ne zaman kullanılacağı, niçin ve hangi şartlar altında çalıştığı, niçin diğerlerinden daha etkili olduğu ile ilgilidir (Akt. Deseote, 2001).

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Alan yazını göz önüne alındığında, yurt dışında yapılan çalışmalarda, öğrencilerin üstbilişsel becerileri ile matematik problemlerini çözme başarıları arasındaki ilişkinin incelendiği görülmektedir (Deseote, Roeyers ve Buysee, 2001; Ifenthaler, 2012; Panaoura ve Philippou, 2003, 2007; Puğalee, 2001). Fakat, Türkiye'de öğrencilerin cebirsel problem çözme başarıları ile üstbiliş becerilerinin birlikte ele alındığı bir çalışmaya rastlanmamıştır. Bu nedenle, Türkiye'de konunun daha ayrıntılı araştırılmasına gerek duyulmuştur. Ayrıca, üstbilişsel bilginin öğrencilerin sınıfta nasıl öğreneceği ve nasıl performans sergileyeceği ile doğrudan ilişkili olduğu düşünüldüğünde (Pintrich, 2002), öğrencilerin sınıf seviyelerine göre cebirsel problemleri çözme başarılarının üstbilişsel bilgi türlerine göre nasıl farklılaştığını belirlemenin literatürdeki önemli bir boşluğu dolduracağı söylenebilir.

Araştırmacılar tarafından cebir öğretiminin ilköğretimin ilk yıllarından itibaren ve cebirsel kavramların yavaş yavaş verilmeye başlanmasıyla mümkün olacağı ifade edilmektedir (Yackel, 1997; Orton ve Orton, 1999). Buradan hareketle, ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin cebir konusunda ne kadar başarılı olduğunun araştırılması önemli görülmektedir. Çünkü, ilköğretimin 6. sınıfından 8. sınıfına kadar öğrenim gören öğrencilerde cebirle ilgili kavramların gelişmesi ve temel becerilerin kazandırılması hedeflenmektedir (MEB, 2009). Bu bağlamda, öğrenciler bu yaşlarda cebir konusunda ne kadar iyi olurlarsa, daha ileri düzeylerde işlenecek olan matematik konularının alt yapısını hazırlayacak becerilerin gelişmesi sağlanacaktır. Bu nedenle bu çalışmada, ilköğretim öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme başarılarını üstbilişsel bilgi türlerine göre değerlendirerek, başarı düzeylerini sınıf seviyelerine göre karşılaştırmak amaçlanmaktadır. Bu amaca

yönelik olarak araştırmanın problem cümlesi "İlköğretim 6.,7. ve 8. sınıflarındaki öğrencilerin üstbilişsel bilgi türlerine göre değerlendirilen cebirsel problemleri çözme başarıları sınıf seviyesi değişkenine göre farklılaşmakta mıdır?" şeklinde oluşturulmuştur.

3. YÖNTEM (METHOD)

3.1. Araştırma Modeli (Research Model)

Araştırmada tarama modelinin bir türü olan ilişkisel tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modeli geçmişte ve var olan durumu betimlemek amacıyla kullanılan bir araştırma desendir. İlişkisel tarama modellerinde ise, iki veya daha fazla değişkenin birlikte değişim dereceleri incelenir (Karasar, 2009).

3.2. Evren ve Örneklem (Population and Sample)

2011-2012 eğitim ve öğretim yılının ikinci yarısı yılında, İstanbul ili Avrupa Yakasındaki bir devlet ilköğretim okulunda öğrenim gören öğrenciler araştırmanın evrenini oluşturmaktadır. Araştırmanın örnekleme ise bu evren içinden tesadüfi yolla seçilen 235 öğrencidir. Örneklemi oluşturan öğrencilerin sınıflara ve cinsiyetlere göre dağılımı Tablo 1'de gösterilmiştir.

Tablo 1. Örneklemi oluşturan öğrencilerin sınıf seviyesine ve cinsiyetlerine ilişkin betimsel istatistikleri
(Table 1. Descriptive statistics of participants in terms of their grade level and gender)

Sınıf	Kız		Erkek		Toplam
	f	%	f	%	
6	25	32	53	68	78
7	35	43	47	57	82
8	36	48	39	52	75
Toplam	96	41	139	59	235

3.3. Veri Toplama Aracı (Data Gathering Instrument)

Verilerin toplanması aşamasında "Üstbilişsel Bilgiye Yönelik Matematik Başarı Testi (ÜBYMBT)" kullanılmıştır. 6. sınıf Matematik Programındaki (MEB, 2009) Cebir Öğrenme Alanının kazanımlarını kapsayan ve üstbilişsel bilgi türlerinin üç temel bileşenine ait 59 soru içeren ÜBYMBT, uzman ve öğretmen görüşlerine de başvurularak araştırmacılar tarafından geliştirilmiştir. Testin üç boyutundan ilki olan tanıtıcı (*declarative*) bilgi boyutu 25 çoktan seçmeli sorudan, ikinci boyut olan işlemsel (*procedural*) bilgi boyutu 24 açık uçlu sorudan ve üçüncü boyut olan koşullu (*both declarative and procedural; conditional*) bilgi boyutu ise 10 açık uçlu sorudan oluşmaktadır. ÜBYMBT'de yer alan boyutlara ait soru örnekleri Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. ÜBYMBT'de yer alan alt boyutlar ve örnek sorular
(Table 2. Sample questions and sub-sections in the MATRMK)

Boyut	Örnek soru
Tanıtıcı Bilgi	Genel terimi $5n+3$ olan sayı örüntüsünün 10. terimi kaçtır? a)53 b)35 c)18 d)Hesaplanamaz
İşlemsel Bilgi	m'nin hangi değeri için $4m+15=75$ ifadesi doğru olur? Açıklayarak yapınız.
Koşullu Bilgi	Ela'nın x tane oyuncak bebeği vardır. Ela'nın bebek sayısı Merve'nin bebek sayısından 17 fazladır. Buna göre, Merve'nin bebek sayısını veren cebirsel ifade $x-17$ dir. "x-17" cebirsel ifadesi doğrudur, çünkü..... "x-17" cebirsel ifadesi yanlıştır, çünkü..... Doğru cebirsel ifade şu şekildedir:.....

ÜBYMBT geliştirme sürecinde, öncelikle konu ile ilgili geçmiş yıllarda yapılan Seviye Belirleme Sınavı, öğrenci ders, çalışma ve öğretmen kılavuz kitabı ve daha önce yapılan araştırmalarda kullanılan sorular (Küchemann, 1981; MacGregor ve Stacey, 1997; Mevarech, 1999; Perso, 1992) incelenerek 64 soruluk soru havuzu oluşturulmuştur. İlk hali oluşturulan testin kapsam ve görünüş geçerliğinin sağlanması amacıyla uzman görüşü alınmıştır. ÜBYMBT'nin kapsam geçerliğinin sağlanabilmesi amacıyla test, iki farklı üniversitede görevli matematik eğitimi ve ölçme değerlendirme alanında uzman 4 öğretim üyesi ile ilköğretim okullarında görev yapan ve mesleki deneyimleri 10 ile 25 yıl arasında değişen 3 matematik öğretmenin görüşüne sunulmuştur. Uzmanlardan elde edilen görüşler arası uzlaşma yüzdesi Miles ve Huberman'nın (1994) uzlaşma yüzdesi formülü ile hesaplanmış ve bu yüzdeler Tablo 3'te gösterilmiştir.

Tablo 3. Uzmanlar arası uzlaşma yüzdeleri
(Table 3. The experts' reconciliation percentages)

	Soru-Kazanım Uyumu	Soru-Üstbilişsel Bilgi Türü Uyumu	Soru-Sınıf Seviyesi Uyumu	Soru İfade Ediliş Uyumu	Uzlaşma Ortalaması
Uzlaşma Yüzdesi	0.96	0.93	0.94	0.85	0.92

Güvenirlilik formülüyle hesaplanan sonucun 0.70'in üzerinde olması durumunda değerlendiriciler arası güvenirliliğin sağlanmış olduğu kabul edilmektedir (Miles ve Huberman, 1994). Bu hesaplamalar sonucunda uzmanların uzlaşma ortalaması 0.92 olarak belirlenmiştir. Uzmanlardan gelen dönütler kapsamında bazı soruların ifadeleri değiştirilmiş veya düzenlenmiştir.

Hazırlanan testin ön uygulaması 2010-2011 eğitim öğretim yılı bahar döneminde 156 altıncı sınıf öğrencisiyle gerçekleştirilmiştir. ÜBYMBT'nin ön uygulamasından sonra madde analizi sürecine yer verilmiştir. ÜBYMBT'nin tanıtıcı bilgi boyutunda yer alan çoktan seçmeli maddeler puanlandırılırken doğru cevap 1 puan, yanlış cevap ise 0 puan olarak kabul edilmiştir. Testin güvenirliliğini belirlemek amacıyla, madde-toplam puan korelasyonları için nokta çift serili korelasyon katsayısı hesaplanmıştır. Bu uygulama sonrasında yapılan güvenirlilik analizinde, uzmanlara göre ÜBYMBT'nin tanıtıcı bilgi boyutunda yer alan iki madde (25.soru ile 27.soru) güçlük ve ayırt edicilik seviyeleri yeterli görülmediği için teste alınmamıştır.

Yapılan analiz sonunda ÜBYMBT'nin 25 sorudan oluşan tanıtıcı bilgi boyutundaki sorulara ait madde güçlük indekslerinin 0.44 ile 0.75 arasında değiştiği saptanmıştır. Tanıtıcı bilgi boyutunun ortalama güçlüğü ise 0.58 olarak hesaplanmıştır ve buna bağlı olarak maddelerin çoğunluğunun orta güçlükte olduğu söylenebilir (Atılğan, Kan ve Doğan, 2006). ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutundaki sorulara ait madde ayırt edicilik değerlerinin ise 0.39 ile 0.61 arasında değiştiği belirlenmiştir. Bir testteki maddelerden, madde ayırt edicilik gücü 0.40 ve daha yukarısında olanlar çok iyi, 0.30 ile 0.39 değeri arasında olanlar oldukça iyi maddeler olarak değerlendirilmektedir (Yurdabakan, 2008). Yapılan analizler sonucunda ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutundaki maddelerin çoğunluğunun madde ayırt edicilik güçleri bakımından iyi oldukları söylenebilir. Ayrıca, tanıtıcı bilgi boyutuna ait KR-20 değeri 0.87 olarak belirlenmiştir.

ÜBYMBT'nin işlemsel ve koşullu bilgi boyutunda yer alan açık uçlu soruların puanlandırılmasında araştırmacılar tarafından geliştirilen aşamalı puanlama cetveli kullanılmıştır. Bu cetvel geliştirilirken işlemsel ve koşullu bilginin temel özellikleri göz önünde bulundurulmuş ve Lane'in (1993) çalışması temel alınmıştır.

Ayrıca, aşamalı puanlama cetveli geliştirildikten sonra iki matematik öğretmeni ve matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim üyesinin görüşleri alınmış ve gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Aşamalı puanlama cetvelinde sorular 0'dan 4'e kadar olan kategorilere göre değerlendirilerek analiz edilmiştir. En yüksek puan (4) işlemlerin tam ve açıklamalı olarak yapıldığını, kavramlar arasındaki ilişkilerin kurulduğunu, uygun stratejilerin kullanıldığını gösterirken; en düşük puan (0) cevap olmadığını, sorunun aynen yazıldığını veya problem durumunu tamamen yanlış ifade eden bilgiler yazıldığını göstermiştir. ÜBYMBT'nin işlemsel bilgi boyutundan alınabilecek en yüksek puan 96 ve koşullu bilgi boyutundan alınabilecek en yüksek puan 40'tır.

İşlemsel ve koşullu bilgi boyutunda yer alan açık uçlu soruların güvenilirliğini hesaplamak amacıyla madde-toplam puan korelasyon katsayısı belirlenmiştir (Büyüköztürk, 2012). Madde kalan korelasyon katsayılarının en az 0.20 olması istenen bir durum (Tavşancıl, 2006) olduğundan uzman görüşleri de alınarak işlemsel bilgi boyutundaki bir soru ve koşullu bilgi boyutundaki iki soru madde-toplam korelasyonları 0.20'den daha küçük bir değerde oldukları için testten çıkarılmıştır. Bu sorular testten çıkarıldıktan sonra işlemsel ve koşullu bilgi boyutlarına ait Cronbach Alpha güvenilirlik katsayıları sırasıyla 0.91 ve 0.80 olarak hesaplanmıştır. Elde edilen geçerlik ve güvenilirlik sonuçlarına göre, testin öğrencileri sahip oldukları işlemsel ve koşullu bilgiler bakımından ayırt edici özelliğe sahip olduğu söylenebilir.

3.4. Verilerin Analizi (Data Analysis)

Araştırma verileri çözümlenmeden önce, verilerin normal dağılım gösterip göstermediğinin belirlenmesi amacıyla Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testi uygulanmıştır. Normal dağılım gösteren verilerin çözümlenmesi parametrik testlerden Tek Yönlü Varyans Analizi (ANOVA) ile yapılmıştır. ANOVA sonucuna göre sınıflar arasında istatistiksel olarak manidar bir fark var ise bu farkın hangi sınıf yönünde olduğunu belirlemek amacıyla Post Hoc testlerinden yararlanılmıştır. Post Hoc tekniklerinden hangisinin kullanılacağını belirlemek için Levene Testine bakılmıştır. Tek yönlü varyans analizinde istatistiksel açıdan fark oluşması durumunda, farkın kaynağını belirlemek amacıyla varyanslar eşit olmadığında Tamhane's T2 testinden yararlanılarak çoklu karşılaştırmalar yapılmıştır. Araştırmanın istatistiksel işlemlerinde elde edilen tüm sonuçlar $p < 0.05$ anlamlılık seviyesinde değerlendirilmiştir.

4. BULGULAR (FINDINGS)

Öncelikle verilerin, parametrik analiz teknikleri veya parametrik olmayan analiz tekniklerinden hangisiyle analiz edileceğine karar verebilmek için verilerin normal dağılım gösterip göstermediğine Kolmogorov-Smirnov Testi kullanılarak bakılmıştır. Tablo 4'te Kolmogorov-Smirnov Testi analiz sonuçları sunulmuştur.

Tablo 4. Kolmogorov-Smirnov testi analiz sonuçları
(Table 4. Kolmogorov-Smirnov test results)

Sınıf	Tanıtıcı Bilgi Boyutu			İşlemsel Bilgi Boyutu			Koşullu Bilgi Boyutu		
	6	7	8	6	7	8	6	7	8
Kolmogorov-Smirnov Z	1.20	1.27	1.29	1.27	1.06	1.15	1.23	1.12	1.21
p	0.12	0.78	0.72	0.08	0.21	0.14	0.10	0.16	0.10

Tablo 4'te verilen Kolmogorov-Smirnov Testi sonuçlarına göre "Puanların dağılımı normal dağılımdan anlamlı farklılık göstermez." hipotezi kabul edilmiştir ($p > 0.05$). Bu durum, araştırmada elde edilen

verilerin parametrik testler ile değerlendirilebileceğini göstermektedir. Verilerin normal dağılımına ilişkin bilgilerden sonra ÜBYMBT'ye ait betimsel istatistik bulguları Tablo 5'te gösterilmiştir.

Tablo 5. ÜBYMBT'ne ait betimleyici istatistikler
(Table 5. Descriptive statistics of the MATRMK)

Test Boyutu	N	Min	Max	\bar{X}	ss
Tanıtıcı Bilgi	235	6	24	16.58	3.41
İşlemsel Bilgi	235	13	62	40.04	10.86
Koşullu Bilgi	235	5	28	17.06	4.91

Tablo 5 incelendiğinde ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutu ortalamasının 25 üzerinden 16.58; işlemsel bilgi boyutu ortalamasının 96 üzerinden 40.26 ve koşullu bilgi boyutu ortalamasının ise 40 üzerinden 17.06 ortalama ile genelde düşük olduğu görülmektedir. Standart sapmaların ortalama puanlara oranlara düşük olduğu saptanmıştır. Buradan, öğrenci puanlarının homojen bir dağılım gösterdiği söylenebilir.

Öğrencilerin sınıf seviyelerine göre ÜBYMBT ortalama puanları açısından istatistiksel olarak manidar bir fark olup olmadığını ortaya koymak amacıyla gerçekleştirilen varyans analizi uygulamasıyla aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

4.1. Tanıtıcı Bilgi Boyutu Başarısının Sınıf Seviyesine Göre Farklılığı (Differences in Declarative Knowledge Section Achievement Point of View Grade Level)

Sınıf seviyelerine ilişkin ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutu betimleyici istatistik bulguları Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. Sınıf seviyelerine göre tanıtıcı bilgi boyutuna ait betimleyici istatistikler
(Table 6. Descriptive statistics related to declarative knowledge section according to grade level)

	N	Min	Max	\bar{X}	ss
6. sınıf	78	6	24	16.18	3.41
7. sınıf	82	8	24	16.61	3.26
8. sınıf	75	11	24	16.96	3.56
Toplam	235	6	24	16.58	3.41

Tablo 6'ya bakıldığında, sınıf seviyelerine göre ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutu ortalama puanlarının yakın değerlerde olduğu görülmektedir. Öğrencilerin ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutu ortalama puanlarının sınıf seviyelerine göre istatistiksel olarak manidar bir şekilde farklılaşp farklılaşmadığı varyans analiziyle araştırılmış ve sonuçlar Tablo 7'de gösterilmiştir.

Tablo 7. Tanıtıcı bilgi boyutu varyans analizi sonucu
(Table 7. ANOVA results for the declarative knowledge section)

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	P
Gruplar Arası	23.41	2	11.71	1.01	0.37
Grup İçi	2693.88	232	11.61		
Toplam	2717.29	234			

Tablo 7 incelendiğinde, sınıf seviyeleri arasında ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutu puanlarına göre istatistiksel olarak manidar bir fark olmadığı görülmüştür ($F=1.01$; $p>0.05$). Bu bulgu, 6, 7 ve 8. sınıf seviyelerindeki öğrencilerin ÜBYMBT tanıtıcı bilgi boyutu başarılarının denk olduğu şeklinde yorumlanabilir.

4.2. İşlemsel Bilgi Boyutu Başarısının Sınıf Seviyesine Göre Farklılığı (Differences in Procedural Knowledge Section Achievement Point of View Grade Level)

Sınıf seviyelerine ilişkin ÜBYMBT işlemsel bilgi boyutu betimleyici istatistik bulguları Tablo 8’de sunulmuştur.

Tablo 8. Sınıf seviyelerine göre işlemsel bilgi boyutuna ait betimleyici istatistikler
(Table 8. Descriptive statistics related to procedural knowledge section according to grade level)

	N	Min	Max	\bar{X}	ss
6. sınıf	78	13	46	31.53	7.54
7. sınıf	82	28	52	40.09	6.93
8. sınıf	75	29	62	48.85	10.30
Toplam	235	13	62	40.04	10.86

Tablo 8’de en yüksek aritmetik ortalamaların 48.85 ile 8. sınıf ve en düşük aritmetik ortalamaların 31.53 ile 6. sınıfa ait olduğu görülmektedir. Sınıf seviyesi arttıkça ÜBYMBT işlemsel bilgi boyutu ortalamalarının da arttığı belirlenmiştir. Ancak, ortalamaların yeterince yüksek olmadığı söylenebilir. Öğrencilerin ÜBYMBT işlemsel bilgi boyutu ortalama puanlarının sınıf seviyelerine göre istatistiksel olarak manidar bir şekilde farklılaşıp farklılaşmadığı varyans analiziyle araştırılmış ve sonuçlar Tablo 9’da belirtilmiştir.

Tablo 9. İşlemsel bilgi boyutu varyans analizi sonucu
(Table 9. ANOVA results for the procedural knowledge section)

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	P
Gruplar Arası	11480.34	2	5740.17	82.69	<0.001
Grup İçi	16105.24	232	69.42		
Toplam	27585.57	234			

Tablo 9’a göre, sınıf seviyeleri arasında ÜBYMBT işlemsel bilgi boyutu puanlarına göre istatistiksel olarak manidar bir fark olduğu saptanmıştır ($F=82.69$; $p<0.05$). Fark oluşan grupları ve nasıl bir farklılık oluştuğunu yorumlayabilmek için öncelikle grupların varyans homojenliğini sağlayıp sağlamadığı kontrol edilmiştir. Levene testi sonuçlarına göre ($F=10.36$; $p<0.05$) işlemsel bilgi boyutu puanlarının, grup değişkenlerine göre varyans homojenliği sağlamadığı belirlenmiştir. Varyanslar eşit olmadığından, Tamhane’s T2 testinden yararlanılarak çoklu karşılaştırmalar yapılmış ve sonuçlar Tablo 10’da verilmiştir.

Tablo 10. İşlemsel bilgi boyutu puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane’s T2 testine ilişkin sonuçlar
(Table 10. Results of Tamhane’s T2 test, which is performed to find the reason of the difference between scores of procedural knowledge section)

Grup(I)	Grup(J)	Ortalamalar arası fark (I-J)	p
6. sınıf	7. sınıf	-8.56	<0.001
	8. sınıf	-17.33	<0.001
7. sınıf	6. sınıf	8.56	<0.001
	8. sınıf	-8.77	<0.001
8. sınıf	6. sınıf	17.33	<0.001
	7. sınıf	8.77	<0.001

Tablo 10’da verilen Tamhane’s T2 çoklu karşılaştırma testi sonuçlarına göre, 8. sınıf öğrencilerinin işlemsel bilgi boyutu başarı puanları diğer sınıflarla kıyaslandığında, bu sınıfın ortalama puanlarının, hem 7. sınıf ($p<0.05$) hem de 6. sınıfa ($p<0.05$) göre

anamlı düzeyde yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. 7. sınıf öğrencilerinin işlemsel bilgi boyutu başarı puanlarının ise 6. sınıfa göre istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde yüksek olduğu ($p < 0.05$) belirlenmiştir. Sınıf seviyeleri arttıkça öğrencilerin cebir konusunda işlemsel bilgi gerektiren problemleri çözme becerilerinin de geliştiği söylenebilir. 6. sınıf öğrencilerinin başarılarının düşük olmasının sebebi ise bu öğrencilerin cebirsel ifadelerle diğer sınıflara oranla daha az deneyim yaşamış olmaları şeklinde yorumlanabilir. 7. ve 8. sınıf seviyelerindeki öğrenciler cebirsel ifadeleri daha önce de görmüşlerdir. Bundan dolayı, cebir konusunda işlemsel bilgi gerektiren sorulara daha aşina olabilirler ve başarıları bundan kaynaklanıyor olabilir.

4.3. Koşullu Bilgi Boyutu Başarısının Sınıf Seviyesine Göre Farklılığı (Differences in Conditional Knowledge Section Achievement Point of View Grade Level)

Sınıf seviyelerine ilişkin ÜBYMBT koşullu bilgi boyutu betimleyici istatistik bulguları Tablo 11'de verilmiştir.

Tablo 11. Sınıf seviyelerine göre koşullu bilgi boyutuna ait betimleyici istatistikler
(Table 11. Descriptive statistics related to conditional knowledge section according to grade level)

	N	Min	Max	\bar{X}	ss
6. sınıf	78	5	22	13.26	3.91
7. sınıf	82	10	26	18.27	3.63
8. sınıf	75	11	28	19.71	4.68
Toplam	235	5	28	17.06	4.91

Tablo 11'e bakıldığında en yüksek aritmetik ortalamaların 19.71 ile 8. sınıf ve en düşük aritmetik ortalamaların 13.26 ile 6. sınıfa ait olduğu görülmektedir. Sınıf seviyesi arttıkça koşullu bilgi boyutu testi ortalamalarının da arttığı saptanmıştır. Ancak, 7. sınıfa ait aritmetik ortalamaların 18.27 ile 8. sınıfa ait aritmetik ortalamaya değerine yakın olduğu söylenebilir. Öğrencilerin ÜBYMBT koşullu bilgi boyutu ortalama puanlarının sınıf seviyelerine göre istatistiksel olarak anlamlı bir şekilde farklılaşıp farklılaşmadığı varyans analiziyle araştırılmış ve sonuçlar Tablo 12'de sunulmuştur.

Tablo 12. Koşullu bilgi boyutu varyans analizi sonucu
(Table 12. ANOVA results for the conditional knowledge section)

Varyansın Kaynağı	Kareler Toplamı	Sd	Kareler Ortalaması	F	P
Gruplar Arası	1773.53	2	886.76	53.15	<0.001
Grup İçi	3870.52	232	16.68		
Toplam	5644.04	234			

Tablo 12'de verilen analiz sonuçları incelendiğinde, sınıf seviyeleri arasında ÜBYMBT koşullu bilgi boyutu puanlarına göre istatistiksel olarak anlamlı bir fark olduğu görülmüştür ($F=53.15$; $p < 0.05$). Fark oluşan grupları ve nasıl bir farklılık oluştuğunu yorumlayabilmek için varyanslar eşit olmadığından dolayı ($F=4.37$; $p < 0.05$) Tamhane's T2 testi verileri incelenmiş ve sonuçlar Tablo 13'te sunulmuştur.

Tablo 13. Koşullu bilgi boyutu puanları arasındaki farkın kaynağını belirlemek üzere uygulanan Tamhane's T2 testine ilişkin sonuçlar (Table 13. Results of Tamhane's T2 test, which is performed to find the reason of the difference between scores of conditional knowledge section)

Grup(I)	Grup(J)	Ortalamalar arası fark (I-J)	p
6. sınıf	7. sınıf	-5.01	<0.001
	8. sınıf	-6.45	<0.001
7. sınıf	6. sınıf	5.01	<0.001
	8. sınıf	-1.44	0.10
8. sınıf	6. sınıf	6.45	<0.001
	7. sınıf	1.44	0.10

Tablo 13'te verilen Tamhane's T2 testi sonuçları incelendiğinde, 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencilerinin ÜBYMBT koşullu bilgi boyutu puanları arasında manidar bir fark olmadığı belirlenmiştir ($p>0.05$). Bu bağlamda, sınıf seviyesi daha yüksek olan 8. sınıf öğrencilerinin cebirsel problemlerde hangi stratejiyi ne zaman, nerede, niçin kullanacaklarıyla ilgili yeterince iyi performans gösteremedikleri söylenebilir. Bu durumun öğrencilerin aldıkları öğretim yöntemlerinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrenciler verilen problemlere düşünmeden sadece işlem odaklı bakarlarsa farklı problem durumlarında güçlük yaşayabilirler.

Ayrıca, Tablo 13'e bakıldığında, hem 7. sınıf ($p<0.05$) hem de 8. sınıf ($p<0.05$) öğrencilerinin koşullu bilgi boyutu puanlarının 6. sınıfa göre anlamlı derecede yüksek olduğu saptanmıştır. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin koşullu bilgi gerektiren cebirsel problemlerde 6. sınıflara oranla daha iyi performans gösterdikleri söylenebilir.

5. SONUÇ VE TARTIŞMA (CONCLUSION AND DISCUSSION)

Bu çalışmada, ilköğretim öğrencilerinin cebirsel problemleri çözme başarıları üstbilişsel bilgi türlerine göre değerlendirilerek, başarı düzeyleri sınıf seviyelerine göre karşılaştırılmıştır. Araştırma bulgularına dayanarak aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

ÜBYMBT'nin harflerin kullanımı, eşittir işareti gibi temel cebirsel kavram bilgisini ölçen tanıtıcı bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarıları arasında sınıf seviyesine göre anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Tanıtıcı bilgi, öğretmen anlatımından ve ders kitaplarından kazanılabilir. Bu durumla ilgili olarak, ilköğretim ikinci kademe seviyesindeki öğrencilerin cebirle ilgili temel bilgileri genel olarak aynı düzeyde kavradıkları düşünülmektedir. Ayrıca, ortalama puanlara göre öğrenci başarılarının düşük seviyede olduğu gözlenmiştir. Araştırmada ulaşılan bu sonuç, daha önce yapılan araştırma bulgularıyla paralellik göstermektedir (Akkaya ve Durmuş, 2006; Hoch ve Dreyfus, 2004; Sakonidis ve Bliss, 1990; Yenilmez ve Avcu, 2009). Akkaya ve Durmuş (2006) ilköğretim ikinci kademe öğrencilerinin harfleri algılamakta zorlandıklarını ifade etmişlerdir. Ancak, sınıf seviyeleri arasında farklılık görülmemiştir. Hoch ve Dreyfus (2004) da araştırmalarında cebirin yapısını anlayabilmek için gerekli olan değişken kavramı ve parantez işaretinin etkisi ile ilgili sonuçların yetersiz olduğunu belirtmişlerdir. Sakonidis ve Bliss (1990) 3., 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin, sorularda harfli sembol kullanılmasına rağmen, değişken kavramıyla pek ilgilenmediklerini sadece işlemleri yaptıklarını belirtmiştir. Bu sonuçlar, öğrencilerin cebirde kullanılan sembolleri anlamlandırmadan, sadece işlem yaparak sonuca ulaşmayı amaçladıklarını göstermektedir. Cebirsel işlem becerisi için sembollerin doğru anlaşılmasının önemli olduğu vurgulanmaktadır. Ayrıca, Yenilmez ve Avcu (2009) da çalışmalarında, 6. sınıf öğrencilerin eşitliğin gösterimi ve korunumu gibi temel



bilgiler gerektiren sorularda zorluk yaşamadıklarını fakat denklem kurma ve çözme durumlarında güçlükler yaşadıklarını belirtmişlerdir.

Öğrencilerin cebirle ilgili temel kavramları ve sembolleri tam olarak öğrenmeleri ileri cebir konularında öğrenci başarısı etkileyebilecek faktörlerden biri olarak görülmektedir. Pope ve Sharma (2001) öğrencilerde sembolik ifadeleri okuyabilme, bu ifadeleri uygun durumlarda kullanabilme ve gösterimler arasındaki ilişkileri anlama becerisinin gelişmesine yönelik çalışmalara öğretim aşamasında önem verilmesi gerektiğini ifade etmişlerdir. Bu bağlamda, tanıtıcı bilginin doğru kazanılması önemlidir. Başlangıçta tanıtıcı bilginin yanlış öğrenilmesi ileride problemlere yol açabilir (Smilkstein, 1993). Dolayısıyla, öğrencilerin cebirle ilgili tanıtıcı bilgileri doğru bir şekilde kazanmaları sağlanmalıdır. Öğretmenler öğrencilerin cebirle ilgili temel kavramları anlamlı yapılandırmalarını sağlayacak öğretim yöntem ve tekniklerini kullanabilir. Bir konu veya kavram üzerinde tartışmanın, durumlar üzerine fikir yürütmenin tanıtıcı bilgiyi geliştirdiği (Smilkstein, 1993) göz önüne alındığında öğrencilerin öğrenme ortamlarına aktif katılımlarının gerekli olduğu söylenebilir.

Araştırma bulgularına göre, ÜBYMBT işlemsel bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarıları arasında sınıf seviyesine göre anlamlı farklılık bulunmuştur. Sınıf seviyesi arttıkça ÜBYCBT işlemsel bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarılarının da arttığı saptanmıştır. 8. sınıf öğrencilerinin işlemsel bilgi boyutu başarı puanlarının, hem 7. sınıf hem de 6. sınıfa göre anlamlı düzeyde yüksek olduğu belirlenmiştir. 7. sınıf öğrencilerinin işlemsel bilgi boyutu başarı puanlarının ise 6. sınıfa göre anlamlı düzeyde yüksek olduğu ortaya çıkmıştır. Flavell'in (1992) ifadeleri araştırma bulgusunu destekler niteliktedir. Flavell'a (1992) göre, genel olarak bireyler üstbilişsel bilgi ve düzenlemeyi belli bir alanda artan bir bilgi gibi geliştirebilirler. Sınıf seviyesi dolayısıyla yaşa bağlı öğrenci başarısındaki artış durumunu Ormond, Luszcz, Mann ve Beswick'in (1991) araştırma bulgularıyla da paralellik göstermektedir. Ormond, Luszcz, Mann ve Beswick (1991) çalışmalarında öğrencilerin karar vermeleriyle ilgili üstbilişsel bilgilerini karşılaştırmayı amaçlamışlar ve yaş ilerledikçe üstbilişsel bilginin anlamlı bir şekilde arttığını belirtmişlerdir.

Kieran ve Chalouh'a (1993) göre, cebirle ilgili bilgi ve becerilerin gelişmesi dolaylı olarak cebirsel düşünme becerilerinin de gelişmesine yardımcı olur. Alibali, Knuth, Hattikudur, McNeil ve Stephens'in (2007) araştırma sonuçlarında da öğrencilerin eşitlik kavramını anlamalarında ve denklemsel eşitlikleri çözme stratejilerinde zaman içinde bir değişim görülmüştür. Sınıf düzeyi arttıkça öğrenciler için eşitliğin ilişkisel anlamının da arttığı gözlenmiştir. Bu bilgilerden yola çıkarak, sınıf seviyesi arttıkça öğrencilerin cebir öğrenme alanında etkin deneyimler yaşadığı düşünülmektedir. Deneyimler sonucu, öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştiği ve işlemsel becerilerinin arttığı söylenebilir.

Ancak, tüm sınıflarda öğrencilerin işlemsel bilgi başarılarının yeterince yüksek olmadığı da söylenebilir. İşlemsel bilgi puanlarının düşük seviyede olmasında, öğrencilerin işlemleri açıklayarak problem çözme becerilerinin yeterince gelişmemesinin etkili olduğu düşünülmektedir. Cebirde kullanılan sembollerin öğrenciler tarafından iyi öğrenilmemesinin, öğrencilerin cebirsel işlem bilgilerini de etkilediği söylenebilir. Bu bulgu MacGregor ve Stacey'nin (1997) bulgularıyla örtüşmektedir. MacGregor ve Stacey (1997) 10. sınıf seviyesindeki öğrencilerin cebir başarılarının 7. sınıf



öğrencilerinden daha yüksek olduğunu, ama bu başarının beklenen oranda gelişmediğini ifade etmişlerdir. Araştırma sonucunda öğrencilerin cebirsel harfleri yorumlamada, cebirsel ifadeleri yazmada zorlandıkları ve öğrencilerin üst sınıflara geçtikçe cebir bilgilerinde beklenen düzeyde bir gelişim görülmediği belirlenmiştir (MacGregor ve Stacey, 1997).

Öğrencilerin ilişkisel anlamalarını geliştirmek için sınıf ortamında problemlerin aritmetik çözümlerinden ziyade çözüm sürecinin sorgulanması sağlanabilir. Böylece, öğrencilerin hangi bilgiyi nerede, ne zaman ve niçin kullanabilecekleriyle ilgili farkındalıklarının artmasına katkı sağlanacaktır. Bu durumun işlemsel ve koşullu bilginin gelişmesi için etkili olacağı düşünülmektedir. Öğretmenlerin öğrencileri farklı çözüm stratejilerine teşvik etmeleri başarının artmasında önemli görülmektedir.

Araştırma bulgularına bakıldığında, ÜBYMBT koşullu bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarıları arasında sınıf seviyesine göre anlamlı farklılık bulunmuştur. Sınıf seviyesi arttıkça ÜBYMBT koşullu bilgi boyutuna yönelik öğrenci başarıları da artmasına rağmen, 7. sınıf ve 8. sınıf öğrencilerinin ÜBYMBT koşullu bilgi boyutu puanları arasında anlamlı bir farklılık bulunmamıştır. Ancak, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin koşullu bilgi boyutu puanlarının 6. sınıfa göre anlamlı derecede yüksek olduğu saptanmıştır. Öğrencilerin muhakeme ve koşullu bilgi gerektiren cebirsel problemlerde istenen performans gösteremedikleri söylenebilir. Genel olarak öğrencilerin, cebirsel durumlar hakkında düşünmeden işlem yapma alışkanlığına sahip oldukları düşünülmektedir. Bundan dolayı, öğrencilerin cebirin soyut yapısını anlamakta güçlük çektikleri ifade edilebilir. Ayrıca, öğrenme ortamlarında yeterince ilişkisel yapılar kullanılmadığından dolayı öğrencilerin koşullu bilgi başarılarının yeterince gelişmediği söylenebilir. Lesh, Post ve Behr (1987) da araştırma bulgularını destekler nitelikte, öğrencilerin okullarda cebirle ilgili sadece sınırlı bir bakış açısını kazandıklarını ifade etmişlerdir.

Araştırmanın koşullu bilgi boyutuyla ilgili bu bulguları Akkan, Baki ve Çakıroğlu'nun (2012), Gürbüz ve Akkan'nın (2008) çalışmalarıyla tutarlılık göstermektedir. Her iki çalışmada da öğrencilerin aritmetikten cebir sürecine geçişleri incelenmiş ve bu geçişin istenen seviyede olmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Ayrıca araştırma bulguları Cooper, Boulton-Lewis, Athew, Willss ve Mutch'ın (1997) çalışma sonuçlarına da paralel niteliktedir. Bu araştırmacılar, aritmetik problemlerinde yer alan yapısal ve ilişkisel gösterimleri anlama yetersizliklerinin, öğrencilerin cebirsel düşünme süreçlerini olumsuz etkilediğini belirtmişlerdir. Ayrıca, bu eksikliklerin öğrencilerin cebir konusunda güçlükler yaşamalarına yol açtığını ifade etmişlerdir. Pugalee'nin (2004) araştırma sonuçlarında da, problem çözme davranışlarının büyük kısmının hedeflerin gerçekleştirilmesi ve hesaplamaların yapılması gibi uygulama faaliyetleri ile ilgili olduğu görülmüştür. Problemlerle ilgili çok yönlü planlar yapan öğrencilerin daha başarılı problem çözümleri olduğu belirtilmiştir. Benzer şekilde, Nosegbe'nin (2001) araştırma sonuçlarına göre, öğrenciler okuldaki matematiksel sözel problemleri çözerken, günlük deneyimlerinden elde ettikleri bilgileri kullanamamaktadırlar. Ayrıca, öğrencilerden çözümlerini doğrulamaları ve problemleri nasıl yaptıklarını açıklamaları istendiğinde öğrencilerin çözümlerini ispatlayamadıkları belirtilmiştir.

Sheffield ve Cruikshank'ın (2005) belirttiği gibi, problemlerde yapılacak değişiklikler nicelikler arası ilişkinin bir başka deyişle bağımlılık ilişkisinin kazanılmasını sağlayan cebirsel muhakeme gücünü desteklemektedir. Bu bağlamda, sınıflarda eksik bilgi, yanlış bilgi

içeren problemler gibi farklı formatlarda problemlerle uğraşılması öğrencilerin kendilerine özgü stratejiler geliştirmelerine dolayısıyla koşullu bilgilerinin gelişmesine yardımcı olabilir. Böylece, öğrencilerin işlemsel becerilerinin yanında farklı durumları yorumlama becerileri de gelişebilir. Ayrıca, sınıf ortamlarında öğrencilerin cebirsel problemlerin farklı çözüm stratejilerini görmeleri başarılarını artırabilir.

Araştırmacılar ve eğitimciler günümüzde cebirde daha basamaklı ve doğal gelişime bağlı bir eğitim önermektedirler (Fouche, 1997; Willoughby, 1997). Bu öneriden yola çıkarak, öğretmenlere öğrencilerin sınıf seviyelerine göre cebir performanslarını arttırmak için öğrenme ortamlarında öğrenci etkileşimini ve sorgulamayı temel alan işbirliğine dayalı öğrenme, probleme dayalı öğrenme gibi farklı yöntem ve teknikleri kullanmaları önerilebilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Akkan, Y., Baki, A., ve Çakıroğlu, Ü., (2012). 5-8. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetikten Cebire Geçiş Süreçlerinin Problem Çözme Başlamında İncelenmesi. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 43, 1-13.
2. Akkaya, R. ve Durmuş, S., (2006). İlköğretim 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Kavram Yanılgıları. Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31, 1-12.
3. Alibali, M.W., Knuth, E.J., Hattikudur, S., McNeil, N.M., and Stephens, A.C., (2007). Alongitudinal Examination of Middle School Students' Understanding of the Equal Sign and Equivalent Equations. *Mathematical Thinking and Learning*, 9(3), 221-247. DOI:10.1080/10986060701360902
4. Atılğan, H., Kan, A. ve Doğan, N., (2006). Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme. Ankara: Anı Yayınları.
5. Biryukov, P., (2004). Metacognitive Aspects of Solving Combinatorics Problems. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-19. DOI:10.1.1.178.3238
6. Booth, L. and Herscovics, N., (1986). Algebra. In the *Proceedings of the 5th International Congress on Mathematical Education* (pp. 150-155). Boston, USA.
7. Büyüköztürk, Ş., (2012). Sosyal Bilimler İçin Veri Analizi El Kitabı. Ankara: PegemA Yayıncılık.
8. Cooper, T.J., Boulton-Lewis, G., Athew, B., Willss, L., and Mutch, S., (1997). The Transition Arithmetic to Algebra: Initial Understandings of Equals, Operations and Variable. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 21(2), 89-96.
9. Dede, Y. ve Peker, M., (2007). Öğrencilerin Cebire Yönelik Hata ve Yanlış Anlamaları: Matematik Öğretmen Adaylarının Bunları Tahmin Becerileri ve Çözüm Önerileri. *İlköğretim Online*, 6(1), 35-49.
10. Desoete, A., (2001). Off-Line Metacognition in Children with Mathematics Learning Disabilities. Unpublished doctoral dissertation. Belgium: Universiteit Gent.
11. Desoete, A., Roeyers, H. and Buysse, A. (2001). Metacognition and Mathematical Problem Solving in Grade 3. *Journal of Learning Disability*, 34(5), 435-449. DOI: 10.1177/002221940103400505
12. Erbaş, A.K., Çetinkaya, B. ve Ersoy, Y., (2009). Öğrencilerin Basit Doğrusal Denklemlerin Çözümünde Karşılaştıkları Güçlükler ve Kavram Yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 44-59.
13. Falkner, K.P., Levi, L., and Carpenter, T.P., (1999). Children's Understanding of Equality: A Foundation for Algebra. *Teaching Children Mathematics*, 6, 232-236.



14. Flavell, J.H., (1979). Metacognition and Cognitive Monitoring: A New Area of Cognitive Developmental Inquiry. *American Psychologist*, 34(10), 906-911. DOI:10.1037/0003-066X.34.10.906
15. Flavell, J.H., (1992). Perspectives on Perspective Taking. In H. Beilin and P. Pufall (Eds.), *Piaget's theory: Prospects and Possibilities* (pp. 107-139). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
16. Fortunato, I., Hecht, D., Title, C., and Alvarez, L., (1991). Metacognition and Problem Solving. *Arithmetic Teacher*, 39(4), 38-40.
17. Fouche, K.K., (1997). Algebra for Everyone: Start Early. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 2(4), 226-229.
18. Gürbüz, R. ve Akkan, Y., (2008). Farklı Öğrenim Seviyesindeki Öğrencilerin Aritmetikten Cebire Geçiş Düzeylerinin Karşılaştırılması: Denklem Örneği. *Eğitim ve Bilim*, 33(148), 64-76.
19. Hoch, M. and Dreyfus, T., (2004). Structure sense in high school algebra: The effect of brackets. In M.J. Høines and A.B. Fuglestad (Eds.), *In the Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp.49-56). Bergen, Norway: PME.
20. Ifenthaler, D., (2012). Determining the Effectiveness of Prompts for Self-Regulated Learning in Problem-Solving Scenarios. *Educational Technology & Society*, 15(1), 38-52.
21. Karasar, N., (2009). *Bilimsel Araştırma Yöntemi*. Ankara: Nobel yayıncılık.
22. Kieran, C., (1992). The Learning and Teaching of School Algebra. In D.A. Grouws (Eds.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 390-419). New York: Macmillan.
23. Kieran, C., (2007). Learning and Teaching Algebra at the Middle School through College Levels. In *Proceedings of the Second Handbook of Research on Teaching and Learning Mathematics* (pp.707-762). Charlotte: Information Age.
24. Kieran, C. and Chaloug, L., (1993). Prealgebra: The Transitions from Arithmetic to Algebra. In D. T. Owens (Eds.), *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics* (pp.179-198). New York: Macmillan.
25. Kramarski, B., Mevarech, Z.R., and Liberman, A., (2001). The Effects of Multilevel Versus Unilevel-Metacognitive Training on Mathematical Reasoning. *The Journal of Educational Research*, 94(5), 292-300. DOI:10.1080/00220670109598765
26. Kuchemann, D., (1981). Algebra. In K. Hart (Eds.), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16* (pp. 102-119). London: Murray.
27. Lane, S., (1993). The Conceptual Framework for the Development of a Mathematics Performance Assessment Instrument. *Educational Measurement: Issues & Practices*, 12(2), 16-23. DOI:10.1111/j.1745-3992.1993.tb00529.x
28. Lesh, R., Post, T., and Behr, M., (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. In C. Janvier (Eds.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp.33-40). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
29. MacGregor, M. and Stacey, K., (1997). Students' Understanding of Algebraic Notation: 11-15. *Educational Studies in Mathematics*, 33, 1-19. DOI:10.1023/A:1002970913563
30. Mevarech, Z.R., (1999). Effects of Metacognitive Training Embedded in Cooperative Settings on Mathematical Problem



- Solving. *The Journal of Educational Research*, 92(4), 195-205. DOI:10.1080/00220679909597597
31. Miles, M.B. and Huberman, M.A., (1994). *An Expanded Sourcebook Qualitative Data Analysis*. London: Sage Publication.
 32. Miller, S.P. and Hudson, P.J., (2007). Using Evidence-Based Practices to Build Mathematics Competence Related to Conceptual, Procedural, and Declarative Knowledge. *Learning Disabilities Research & Practice*, 22(1), 47-57. DOI:10.1111/j.1540-5826.2007.00230.x
 33. Milli Eğitim Bakanlığı (MEB), (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı ve Kılavuzu*. Ankara: MEB.
 34. Moyer, P.S. and Jones, M.G., (2004). Controlling Choice: Teachers, Students, and Manipulatives in Mathematics Classrooms. *School Science and Mathematics*, 104(1), 16-31. DOI:10.1111/j.1949-8594.2004.tb17978.x
 35. Nosegbe, I.C., (2001). *Middle School Students' Sense Making of Their Solutions to Mathematical Word Problems*. USA: Indiana University.
 36. Ormond, C., Luszcz, M.A., Mann, L., and Beswick, G., (1991). A Metacognitive Analysis of Decision Making in Adolescence. *Journal of Adolescence*, 14(3), 275-291. DOI:10.1016/0140-1971(91)90021-I
 37. Orton, A. and Orton, J., (1999). Pattern and the Approach to Algebra. In A. Orton (Eds.), *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp.104-120). London: Cassel.
 38. Panaoura, A. and Philippou, G. (2003). The Construct Validity of an Inventory for the Measurement of Young Pupils' Metacognitive Abilities in Mathematics. In N.A. Pateman, B.J. Doherty and J. Zilliox (Eds.), *In the Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 437-444). Honolulu, USA: Pme.
 39. Panaoura, A. and Philippou, G. (2007). The Developmental Change of Young Pupils' Metacognitive Ability in Mathematics in Relation to Their Cognitive Abilities. *Cognitive Development*, 22(2), 149-164. DOI:10.1016/j.cogdev.2006.08.004
 40. Panaoura, A., Philippou, G., and Christou, C., (2003). *Young Pupils' Metacognitive Ability in Mathematics*. http://fibonacci.dm.unipi.it/clusterpages/didattica/CERME3/proceedings/Groups/TG3/TG3_Panaoura_cerme3.pdf, Erişim tarihi: 15 Haziran 2008.
 41. Perso, T.F., (1992). *Using Diagnostic Teaching to Overcome Misconceptions in Algebra*. The Mathematical Association of Western Australia.
 42. Pintrich, P.R., (2002) . The Role of Metacognitive Knowledge in Learning, Teaching and Assessing. *Theory into Practice*, 41(4), 219-225. DOI:10.1207/s15430421tip4104_3
 43. Pope, S. and Sharma, R., (2001). Symbol Sense: Teacher's and Student's Understanding. In the *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 21(3). <http://www.bsrlm.org.uk/IPs/ip21-3/BSRLM-IP-21-3-12.pdf>, Erişim tarihi:17 Mayıs 2009.
 44. Pugalee, D.K., (2001). Writing, Mathematics, and Meta-Cognition: Looking for Connections through Students' Work in Mathematical Problem Solving. *School Science and Mathematics*, 101(5), 236-245. DOI:10.1111/j.1949-8594.2001.tb18026.x



45. Pugalee, D.K., (2004). A Comparison of Verbal and Written Description of Students' Problem Solving Processes. *Educational Studies in Mathematics*, 55(1-3), 27-47.
DOI:10.1023/B:EDUC.0000017666.11367.c7
46. Sakonidis, H. and Bliss, J., (1990). Children's Writing about the Idea of Variable in the Context of Formula. In the Proceedings of The Annual Conference of The International Group for The Psychology of Mathematics Education with The North American Chapter 12th PMEANA Conference (Vol. 2, pp.133-140). Mexico: PME.
47. Schoenfeld, A.H., (1985). Metacognitive and Epistemological Issues in Mathematical Understanding. In E.A. Silver (Eds.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspectives* (pp. 361-379). Hillsdale, Nj: Erlbaum.
48. Schraw, G., (1998). Promoting General Metacognitive Awareness. *Instructional Science*, 26(1-2), 113-125.
DOI:10.1023/A:1003044231033
49. Schraw, G., Crippen, K.J., and Hartley, K., (2006). Promoting Self-Regulation in Science Education: Metacognition as Part of a Broader Perspective on Learning. *Research in Science Education*, 36, 111-139. DOI: 10.1007/s11165-005-3917-8
50. Sheffield, L.J. and Cruikshank, D.E., (2005). *Teaching and Learning Mathematics. Pre-kindergarten Through Middle School*(5th Ed.) New York: J. Wiley.
51. Smilkstein, R., (1993). Acquiring Knowledge and Using It. http://www.eric.ed.gov/ERICWebPortal/search/detailmini.jsp?_nfpb=true&_ERICExtSearch_SearchValue_0=ED382238, Erişim tarihi:12 Haziran 2009.
52. Smith, P.L. and Ragan, T.J., (1993). *Instructional Design*. New York: Macmillan.
53. Sperling, R.A., Howard, B.C., Miller, L.A. and Murphy, C., (2002). Measures of Children's Knowledge and Regulation of Cognition. *Contemporary Educational Psychology*, 27, 51-79.
DOI:10.1006/ceps.2001.1091
54. Stacey, K. and MacGregor, M., (2000). Learning the Algebraic Method of Solving Problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 18(2), 149-167. DOI: 10.1016/S0732-3123(99)00026-7
55. Tavşancıl, E., (2006). *Tutumların Ölçülmesi ve SPSS ile Veri Analizi*. Ankara: Nobel Yayıncılık.
56. Usiskin, Z., (1988). Conceptions of School Algebra and Uses of Variables. In B. Moses (Eds.), *Algebraic Thinking Grades k-12* (pp. 7-14). Reston, VA: NCTM.
57. Williams, S.E. and Molina, D., (1997). Algebra: What All Students Can Learn. The Nature and Role of Algebra in the K-14 Curriculum: Proceedings of a National Symposium (pp. 41-44). Washington: National Academy Press.
58. Willoughby, S.S., (1997). Functions from Kindergarten through Sixth Grade. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 314-318.
59. Yackel, E., (1997). A Foundation for Algebraic Reasoning in the Early Grades. *Teaching Children Mathematics*, 3(6), 276-280.
60. Yenilmez, K. ve Avcu, T., (2009). Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Cebir Öğrenme Alanındaki Başarı Düzeyleri. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 10(2), 37-45.
61. Yurdabakan, İ., (2008). Eğitimde Kullanılan Ölçme Araçlarının Nitelikleri. S. Erkan ve M. Gömlüksiz (Ed.), *Eğitimde Ölçme ve Değerlendirme içinde* (s. 38-66). Ankara: Nobel Yayın Dağıtım.