ISSN:1306-3111
e-Journal of New World Sciences Academy
2010, Volume: 5, Number: 4, Article Number: 1C0243

Adnan Baki[1]
Seher Mandacı Şahin[2]
Ali Türkdoğan[3]

EDUCATION SCIENCES
Received: August 2010
Accepted: October 2010
Series : 1C
ISSN : 1308-7274

Karadeniz Technical University[1-3]
Nigde University[2]
abaki@ktu.edu.tr
sehermandacisahin@hotmail.com
aliturkdogan@hotmail.com
Trabzon-Turkey

BİR SORUNUN SÖYLEDİKLERİ: FONKSİYONLAR VE GRAFİKLERİ KONUSUNDA BİR ÖZEL DURUM ÇALIŞMASI

ÖZET

Bu çalışma sınıf öğretmenliği birinci sınıf öğrencilerinin fonksiyonlar konusundaki öğrenmelerini incelenmek amacıyla gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın temel problemini "sınıf öğretmeni adaylarının Temel Matematik II dersi kapsamında denklem ve fonksiyon kavramlarıyla ilgili yaygın yanlışları nelerdir?" sorusu oluşturmaktadır. 350 öğretmen adayından 200'ünün cevap kâğıtlarında "f(x) = $-2x^2 - 12x - 14$ fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz ve grafiğini çiziniz" sorusuna verdikleri cevapların dikkat çekici yanlışlar içerdiği belirlenerek özellikle bu soru incelemeye alınmıştır. Verilerin nitel analiz ile sınıflandırılması sonucu öğrencilerin; fonksiyonlar ve denklem kavramı, tepe noktasını bulma, koordinat sistemi ve grafik çizme konularında kavram yanılgısı olabilecek yanlışlar yaptıkları görülmüş, bunları gidermeye ve oluşmasını önlemeye yönelik öneriler sunulmuştur.

Anahtar Kelimeler: Yaygın Yanlışlar, Kavram Yanılgısı, Denklem, Fonksiyonlar, Fonksiyon Grafiği

WHAT A QUESTION TELLS: A CASE STUDY ABOUT FUNCTIONS AND GRAPHICS

ABSTRACT:

The aim of the study is to investigate preservice elementary teachers' understanding of functions. The research question is: "What are the common mistakes of classroom teacher trainees about the subjects of equation and functions in the content of Basic Mathematics II course?". Sample consists of 350 classroom teacher trainees. Through the qualitative data analysis, it was realized that answers of 200 trainees to the question "Find the vertex point of the function f(x) = $-2x^2 - 12x - 14$ and draw its graph." point to very interesting mistakes. Therefore responses to this question became the main interest for this research study to give a snapshot of students' realizing about functions. As it's seen that there are common mistakes about the concepts of equation and functions, finding the vertex point, coordinate axis and drawing graphics; suggestions are submitted to diagnose and remove these mistakes or worse, misconceptions.

Keywords: Common Mistakes, Misconceptions, Equation, Functions, Graphics Of Functions

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Son yıllarda yapılan çalışmalar incelendiğinde tartışmaların öğrencilerin düşünme biçimi, muhakeme etme gücü (reasoning) ve problem çözme becerilerinin yanı sıra, yaygın yanlışlar ve kavram yanılgıları üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir (Henningsen ve Stein, 1997). Matematik birikim gerektiren, bir başka deyişle, daha önce edinilmiş bilgilerin yeni bilgi edinmede kullanıldığı bir bilim dalıdır. Bu durum, matematik eğitiminin başarıyla yürütülmesi için kavram yanılgılarının saptanması, giderilmesi ve buna yönelik çalışmaların yapılmasını gerekli kılmaktadır. Kavram yanılgıları bireyin deneyimleri ve yanlış algılamaları sonucu ortaya çıkan davranışlardır. Doğal olarak yeni bilgiler bunların üzerine inşa edilir ve daha önceden sahip olunan ön birikimler yeni kavramların da yanlış öğrenilmesine neden olabilir (Baki, 1998). Matematikte kavram yanılgıları iki açıdan sorun yaratmaktadır. Birincisi yeni deneyimlerin algılanma biçimini değiştirmesi, ikincisi ise bireye özgü olması sebebiyle tespitinin ve değiştirilmesinin güç olmasıdır (Mestre,1989).

Geleneksel yaklaşımla gerçekleştirilen ölçme değerlendirme uygulamalarında, çoğu zaman basit yanlışlar öğrencilerin başarısızlıkları olarak değerlendirilmekte, olası yanılgıların saptanarak düzeltilmesi yoluna gidilemediği için öğrencilerin yanlış anlamaları sistem içerisinde ortaya çıkmamakta ve dolayısıyla öğrenci de yanlışlarını düzeltme fırsatı bulamamaktadır (Baki,1996). Fakat mevcut öğretim anlayışında kavram yanılgıları kadar yanlışlar da önemli bir yer tutmaktadır (Türkdoğan, Baki ve Çepni, 2009). Yanlışlar kavram yanılgılarını kapsayan bir üst kavram olarak düşünülebilir. Fakat kavram yanılgılarının yanlışlardan temel farklılığı konunun öğrenilmiş ve geçmiş olması gerekliliğidir. Bir yanlışa kavram yanılgısı diyebilmek için yanlışın tekrarlanması ve(ya) cevabın nedeni ile ilgili mülakat, tahmin, gözlem, açıklama, kavram hakkında konuşma veya olay hakkında konuşma gibi ilave yöntemlerle öğrencinin zihninde kavrama yüklediği anlamı açığa çıkarmak gerekir. Santaga (2000) yanlışa ilişkin şu iki tanımı kullanmaktadır: 1) Yanlış Piaget'nin öğrencinin bilişsel dengesizlik yoluyla öğrenme bağlamında öğrencide bilişsel dengesizlik oluştuğu ve öğrenmenin başladığının göstergesidir.2) Yanlış Vygotsky'nin öğrenme eşiği yaklaşımı bağlamında öğrencinin hangi öğrenme eşiğinde olduğunun bir göstergesidir. Yaygın yanlışlar son yıllarda sıkça çalışılan konular arasındadır(Heinze, 2005)

Mevcut ölçme değerlendirme uygulamalarının en büyük sorunlarından biri de bilen, anlayan ve öğrendiklerini yaşamına yansıtan bireyler yerine doğru sonuca en kısa sürede ulaşabilen bireyleri ödüllendiren bir yapıya sahip olmasıdır. Eğitim ilke ve yöntemleri açısından bakıldığında çözüm yollarının saptanması sonuca ulaşmak kadar önemlidir. Çoktan seçmeli sınavlarda sadece öğrencilerin doğru ve yanlış cevaplarının belirlenmesi söz konusu iken; açık uçlu sorulardan oluşan bir sınavda öğrencilerin benzer yanlış sonuçlara ulaşmalarına rağmen, farklı kavram yanılgılarına sahip olup olmadıkları ve bunlara ne tür bilişsel süreçlerden geçerek ulaştıkları da ayırt edilebilir.

Matematik derslerinde sıklıkla yanlış yapılan kavramlardan biri de fonksiyon kavramıdır (Barnes, 1988; Devlin, 2003). NCTM'in 2000 yılında yayımladığı standartlarda da yer verildiği gibi fonksiyon konusu cebir programında önemli bir yere sahiptir ve matematik için önemli kavramları içermektedir. Öğrencilerin birçoğunun fonksiyonlar konusunda sorun yaşadıkları, özellikle fonksiyonun cebirsel ifadesini fonksiyonun grafiğine yansıtamadıkları saptanmıştır (Güveli, 2004). Literatürde yer alan çalışmaların büyük bir bölümünde, grafiksel gösterimin yanı sıra, fonksiyonun iki küme arasındaki ilişki olduğunun fark edilememesinin en sık rastlanan kavram yanılgıları arasında yer aldığı görülmektedir (NCTM, 2000)

Tahminen 4000 yıllık bir geçmişe sahip olan fonksiyon kavramının gelişimi, karmaşık bir kavramlar ağına dayanmaktadır. Bu kavramlar; bir grafiğin geometrik görünümü, cebirsel ifadenin formüle edilmesi, bağımlı ve bağımsız değişkenler arasındaki bağıntı, daha genel bağıntılara yer verebilen bir girdi-çıktı makinesi ve modern küme kuramına dayalı tanımı şeklinde sıralanabilir (Tall, 1992). Matematikte kavramlar ile işlemler arasında ilişkinin kurulması, istenilen kavrama düzeyine ulaşıldığının bir göstergesidir. Fonksiyon için temel oluşturan kavramlardan biri de değişkenler arasındaki ilişkidir. Öğrenci bu ilişkilendirmeyi yapamazsa, denklem ve grafik gibi gösterimler de anlamlarını yitirir ve birbirlerinden ayrı kavramlar gibi algılanırlar (Sierpinska, 1988). Bu nedenle matematikte kavramlar ve ilişkiler tek başlarına kullanıldıklarında matematiksel olarak bir anlam ifade etmemektedir (Baki ve Mandacı Şahin, 2004).

2. ÇALIŞMANIN ÖNEMİ (RESEARCH SIGNIFICANCE)

Öğrencilerin ortaöğretimin bitiminde ilişkileri tanımlamak için fonksiyonları rahatlıkla kullanabilmeleri gerekmektedir (NCTM, 2000). Fonksiyonlar konusu sadece orta ve üzeri eğitim kademesinde değil aynı zamanda ilköğretim düzeyinde de özellikle problemlerde karşılaşılan önemli bir konudur. İlköğretimin ilk kademesinde bir problemin çözümü sırasında doğrudan denklem kurulmasa da öğretmen aslında kendi zihninde birinci veya ikinci dereceden denklemler oluşturarak çözümü modellemekte ve öğrencilere açıklamaktadır. Bu nedenle, sınıf öğretmeni adaylarının denklem kavramını kavramsal boyutta öğrenmeleri önemlidir.

Bir yanlış tekrar ediliyorsa ve öğrenci tarafından doğruluğu iddia ediliyor ve kendisince savunuluyorsa kavram yanılgısı olduğu söylenebilir. Kavram yanılgısı olmayan yanlışlar da öğrenme ortamını düzenlemede öğretmen tarafından kullanılabilir. Öğretmen yanlışı iyi anlar ve nerelerde, nasıl yanlışlarla karşılaşacağını bilirse yanlışı araştırma başlatmak (Borasi, 1994) veya öğrencilerin bilişsel ve üst düzey düşünme becerilerini kullanabilecekleri öğrenme ortamları oluşturmada kullanabilir (Mckendree, Stennig, Mayes, Lee, Cox, 1998). Bu çalışma, matematik eğitiminin en önemli kademesi olan ilköğretimde görev yapacak sınıf öğretmeni adaylarının kavram yanılgılarını saptamaya yönelik kullanılabilecek yaygın yanlışları araştırıyor olması nedeniyle önemlidir. Yanlışlar kavram yanılgılarının en önemli ipuçlarındandır. Kavram yanılgılarının oluşmadan önlenmesi, oluştuktan sonra giderilmesinden daha kolaydır. Bu nedenle sınıf öğretmeni adaylarının kavram yanılgılarını saptayarak ortadan kaldırılmasına yönelik önlemler almak, onların yetiştirecekleri öğrencilerin de bu yanılgılara düşmemelerini sağlamaya yardımcı olacaktır.

3. ARAŞTIRMANIN AMACI (AIM OF THE STUDY)

Bu araştırmanın amacı, sınıf öğretmeni adaylarının denklem, fonksiyon ve grafik alt öğrenme alanlarıyla ilişkili konularda yaptıkları yaygın yanlışları belirlemektir. Bu amaçla sınıf öğretmeni adaylarına Temel Matematik II dersi final sınavında sorulan "y=$-2x^2-12x-14$" fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz ve grafiğini çiziniz" sorusuna verilen cevaplar incelenmiş, yapılan yanlışlar sınıflandırılmış ve bu yanlışların kavram yanılgısı olup olmadığı tartışılmıştır.

4. PROBLEM CÜMLESİ (PROBLEM STATEMENT)

"Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı 1. sınıf öğrencilerinin Temel Matematik II dersinin içeriğinde yer alan; denklem kavramı, birinci ve ikinci dereceden bir ve iki bilinmeyenli denklemler; basit çarpanlara ayırma işlemleri, ikinci dereceden bir değişkenli fonksiyonların grafikleri konularındaki yaygın yanlışları nelerdir?" sorusu bu araştırmanın temel problemini oluşturmaktadır. Bu amaçla yapılan sınavda sorulan sorulardan biri ile ilgili verileri yorumlama sürecinde ilginç ve özel bir durum ortaya çıkmış, bu soruda oldukça çok sayıda ve belli kavramlar ile ilgili yanlışlar yapıldığı fark edilmiştir. Bu özel durum üzerine yoğunlaşılmış ve araştırmanın problemi; "f(x) = $-2x^2-12x-14$" fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz ve grafiğini çiziniz" sorusunu sınıf öğretmeni adaylarının nasıl cevapladığı üzerine kurulmuştur.

5. YÖNTEM (METHOD)

Çalışmanın temel problemini oluşturan "f(x) = $-2x^2 - 12x - 14$ fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz ve grafiğini çiziniz" sorusuna verilen eksik ve yanlış cevaplar incelenmiş, ilgili oldukları konu başlıklarına göre sınıflandırılmıştır. Bir çözüm her bir gruptan bir veya birkaç yanlışı içerebilmektedir. Aynı gruptaki yanlışlardan ilki esas alınarak sayı ve yüzdeler oluşturulmuştur. Yüzdelerin verilme nedeni yanlışı yapan kişilerin sayısının önemli olması veya istatistiksel olarak olaya bakma arzusu değil araştırmayı okuyucu için anlaşılır kılmaktır. Bir kişi bile bir yanlış anlamaya sahipse nitel çalışmalarda ve araştırmacıların nazarında bu zaten çok önemli bir olaydır.

Bu sınıflamada çok sayıda alt başlığa ayrılan yanlışlar temel olarak üç başlıkta ele alınmış ve alt başlıkların büyük bir kısmının üç ana başlık altında yer almasına dikkat edilmiştir. Fakat adlandırılamayan veya sınıflandırılamayan yanlışlar çok sayıdadır. Yine de bu üç başlık altında sınıflandırılan yanlışların nedenlerini irdelemenin birçok boyutuyla yanlışın irdelenmesini sağlayacağı düşünülmektedir.

5.1. Çalışma Grubu (Sample)

Araştırmanın örneklemi bir devlet üniversitesinin eğitim fakültesindeki sınıf öğretmenliği anabilim dalının 1. sınıfında öğrenim gören 350 öğretmen adayından çözümü yanlış içeren 200 öğretmen adayını içermektedir. Geri kalan 115 çözüm tamamen doğrudur, 35 öğretmen adayı ise soruyu hiç cevaplamamıştır.

5.2. Verilerin Toplanması (Data Collection)

Örneklemi oluşturan 350 sınıf öğretmeni adayının Temel Matematik II dersi final sınavı kağıtları gerekli izinler alınarak incelemeye alınmıştır.

5.3. Verilerin Analizi (Data Analysis)

Bu araştırma kapsamında örneklemi oluşturan Sınıf Öğretmenliği ABD 1. sınıf öğrencilerine Temel Matematik II dersi final sınavında sorulan "y=$-2x^2 - 12x - 14$" fonksiyonunun tepe noktasını bulunuz ve grafiğini çiziniz" sorusuna verilen cevaplar incelenerek öğrencilerin yaptıkları yanlışlar sınıflandırılmış ve bunların kavram yanılgısı olup olmadıkları, bir matematik alan uzmanı ve üç matematik eğitimi uzmanından oluşan bir ekip tarafından tartışılmıştır. Verilerin analizi sırasında incelenen 350 adet final kâğıdından 115 tanesinde sorunun doğru cevaplandırıldığı, 35 kâğıtta ise sorunun hiç cevaplandırılmadığı görülmüştür. Geriye kalan 200 sınav kâğıdında yer alan yanlışların fonksiyon ve denklem kavramı, tepe noktasının bulunması, koordinat sistemi ve grafik çizme gibi öğrenme alanları ile ilgili olduğu görülmüştür. Bu belirlenen başlıklar beş uzmandan oluşan bir ekip ile tartışılmış ve kodlanmıştır. Bu beş uzmandan 3'ü alan eğitimcisi, biri dersi yürüten öğretim üyesi diğeri ise başka bir üniversitede aynı dersi öğretmekte olan bir öğretim üyesidir. Belirlenen kodlar doğrultusunda kağıtlar incelenmiş ve rastlanan başlıklar altında veri analiz edilmiştir. Seçilen örnekler doğrultusunda veriler tekrar üç alan eğitimcisine inceletilmiş ve üst gruplar oluşturulmuştur. Araştırmada, örneklemde yer alan öğrencilerin, Temel Matematik II sınavında yer alan 5 açık uçlu sorudan sadece birine verdikleri cevaplarının incelemeye alınması bir sınırlılık olarak ele alınabilir.

6. BULGULAR VE TARTIŞMA (FINDINGS AND DISCUSSION)

Veri analizi sırasında incelenen kâğıtlardan seçilen örnekler, yaygın yanlışlar bağlamında gruplandırılmış, elde edilen bulgular ve ilgili yorumlar bu bölümde alt başlıklar halinde sunulmuştur.

6.1. Fonksiyon ve Denklem Kavramı ile İlgili Bulgular (Findings Related to the Concepts of Function and Equation)

Fonksiyon ve denklem kavramları arasındaki sıkı ilişki, öğrencilerin bu iki kavramı ayırt etmekte zorlanmalarına neden olmaktadır. Örneklemde yer alan 115 öğrenci hiçbir yanlışa düşmeden işlemleri süresince fonksiyonun bütünlüğünü koruyabilmeyi başarmış ve çözümü gerçekleştirmişlerdir (bk. Örnek 1). Öğrencilerin bir kısmı (30 kişi; %15) örnek 2, 3 ve 11'de olduğu gibi fonksiyonu (-2)'ye ya da 2'ye bölerek yanlış yapmışlardır.

1) $y=-2x^3-12x-14$

$$y+14=-2(x^2+6x)$$
$$\frac{y+14}{-2}=x^2+6x$$
$$\frac{y+14}{-2}+9=x^2+6x+9$$
$$\frac{y-4}{-2}=(x+3)^2$$
$$y-4=-2(x+3)^2$$
$$y=-2(x+3)^2+4$$
$$T.N.=(-3,4)$$

Örnek 1
(Ex.1)

1 $f(x)=-2x^2-12x-14 \;=x^2+6x+7$

$$=x^2+6x+7+2-2$$
$$=x^2+6x+9-2$$
$$=(x+3)^2-2$$
$$T=(-3,-2)$$

$x=1 \Rightarrow y=14$
$x=-1 \Rightarrow y=2$
$x=-9 \Rightarrow y=-2$
$x=-5 \Rightarrow y=2$
$x=-2 \Rightarrow y=-2$
$x=-4 \Rightarrow y=-1$

Örnek 2
(Ex.2)

Bu öğrencilerin Örnek 3 ve Örnek 4'te olduğu gibi fonksiyonu (−1) ile çarpmanın ne gibi değişikliklere neden olacağını fark edemediği anlaşılmaktadır. Benzer şekilde fonksiyon kavramından uzaklaşıp, verilen ifadeyi denklem biçimine dönüştürerek çözen öğrencilere de rastlanmıştır (10 kişi; %5). Bu örneklerde dikkati çeken en önemli noktalardan birisi öğrencilerin, fonksiyonun, y = f(x) biçimindeki bütünlüğünden haberdar olmamalarıdır.

1 $f(x)=-2x^2-12x-14$

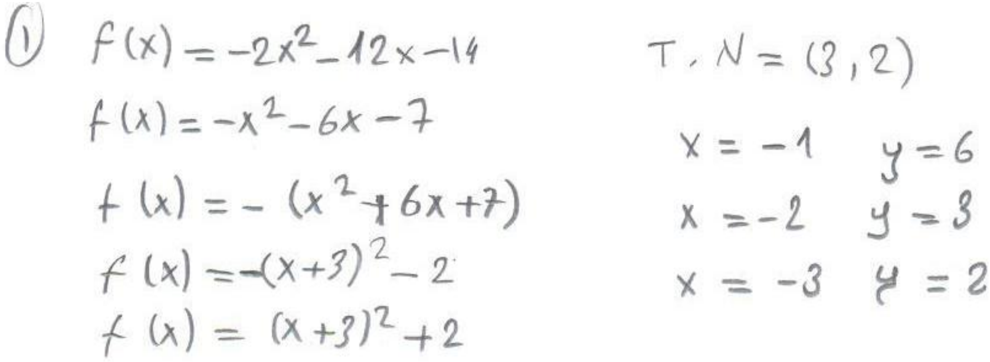
$$f(x)=-x^2-6x-7$$
$$f(x)=-(x^2+6x+7)$$
$$f(x)=-(x+3)^2-2$$
$$f(x)=(x+3)^2+2$$

$T.N=(3,2)$

$x=-1 \quad y=6$
$x=-2 \quad y=3$
$x=-3 \quad y=2$

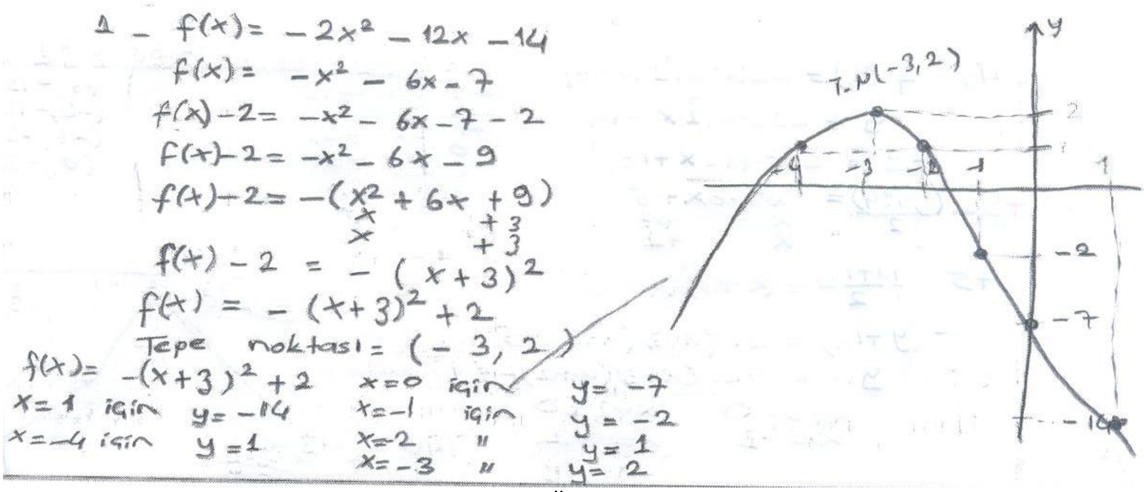
Örnek 3
(Ex.3)

Bu durum, öğrencilerin fonksiyonu herhangi bir sabit sayıyla çarpmanın ya da bölmenin fonksiyonun yapısını değiştirmeyeceğini düşündüklerini ve yapılacak işlemin fonksiyonun her iki tarafını karşılıklı olarak nasıl etkileyeceğini göremediklerini düşündürmektedir.



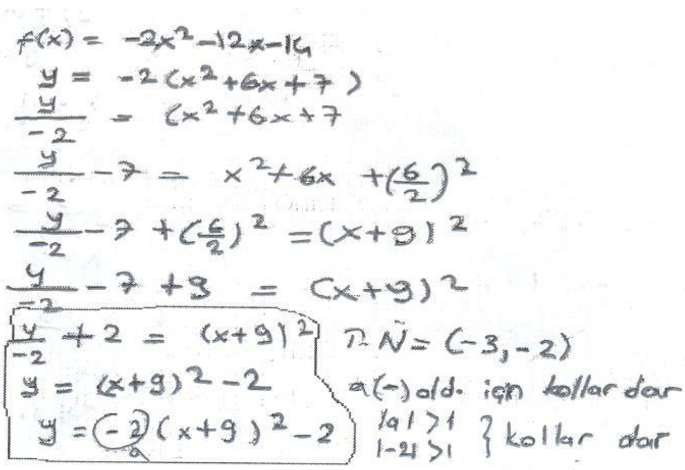
Örnek 4
(Ex.4)

Fonksiyon ifadesini 2'ye bölerek yanlış yapan öğrenci, Örnek 5'te olduğu gibi, bu işlem sonucunda elde ettiği değerleri doğru şekilde grafiğe aktarabilmiş fakat ortaya yanlış bir çözüm çıkmıştır. Bunun basit bir işlem hatası veya bir dikkatsizlik sonucu oluştuğunu düşünmek fazla iyimser bir yaklaşım olacaktır. Çünkü bu örnek temel konularda sahip olunan eksik ön bilgilerin sonraki konu ve kavramların öğrenilmesi ve sonuçta başarıya ulaşılması üzerindeki etkisini ortaya koyan önemli bir göstergedir.



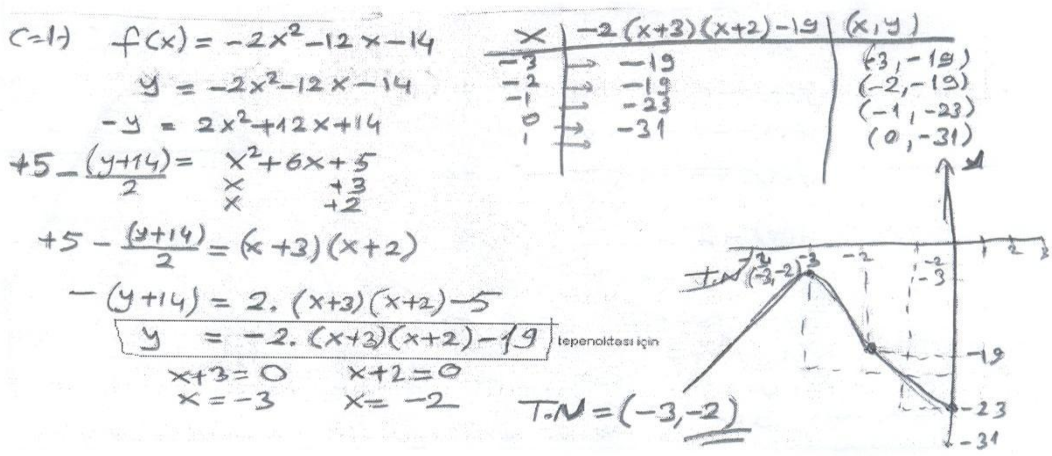
Örnek 5
(Ex.5)

Bazı öğrencilerin (37 kişi; %18,5) fonksiyonu negatiflikten veya katsayıdan kurtarmak için ifadeyi (-1) ile çarpma veya (-2) parantezine alma yolunu seçtikleri gözlenmiştir. Bu tür çözüm yolu izleyen öğrencilerin bazıları ise ilerleyen işlemlerde (-1) veya (-2) ile çarparken işlem hataları yapmışlardır (bk. Örnek6). Örneklerden de anlaşılacağı gibi sorunun çözümünün yanlış olması kimi zaman da yapılan işlem hatalarından-eksikliklerinden kaynaklanabilmektedir. Bu yanlışlar fonksiyonun bütünlüğüne dair yanlışlar içermediği sürece işlemsel hatalarla sınırlı kalmaktadır. Ancak eşitliğin her iki tarafı da aynı sayılarla çarpılıp bölündüğünde yapılan yanlışın yanılgı olma özelliği taşıması ihtimali artmaktadır.



Örnek 6
(Ex.6)

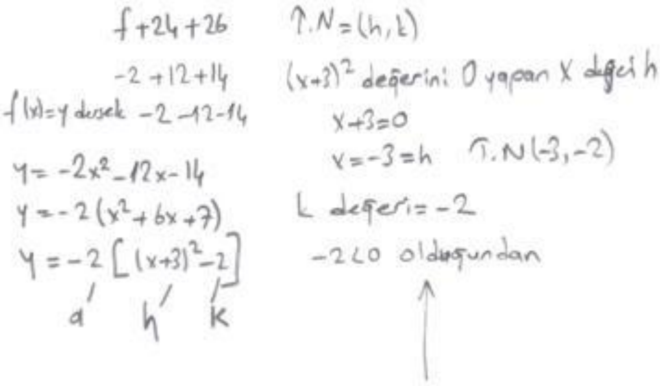
Özellikle Örnek 7'de görülen yanlış sadece tam kare ifadeye dönüştürememe ile ilgili değil, aynı zamanda sonucun köke benzeterek de bulunabileceği yanlışı ile ilgili olabilir. Bu durumun denklem kavramıyla fonksiyon kavramı arasındaki ilişki ve farklılıkların bilinmemesinden veya ayırt edilememesinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Ayrıca tepe noktasının bulunması sırasında ikinci dereceden fonksiyonu "$y=a(x-h)^2+k$" formuna getirme arayışına düştükleri izlenimi edinilmektedir.

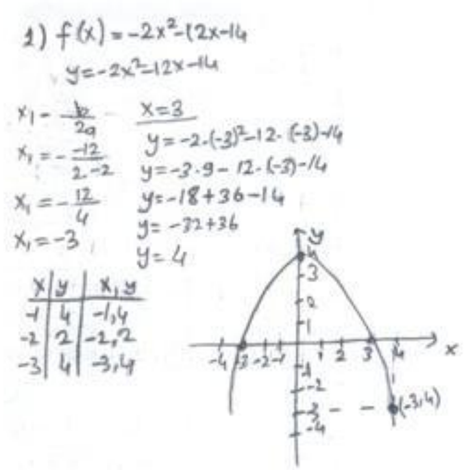


Örnek 7
(Ex.7)

6.2. Tepe Noktası Belirlemeyle İlgili Bulgular
(Findings Related to Determining the Vertex Point)

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (24 kişi: %12), Örnek 8'de olduğu gibi, fonksiyonun tepe noktasını belirlemek için (-h,k) noktasını bulma yolunu seçmiş ancak hatalar yapmışlardır. Bununla birlikte tepe noktasını, $(x,y)=\left(-\frac{b}{2a},-\frac{b^2+4c}{4a}\right)$ formülü yardımıyla yapmaya çalışırken yanlış yaptıkları görülmektedir (5 kişi). Bazı öğrenciler ise x ve y değerleri ile (tablo yaparak) fonksiyonun grafiğini çizmeye çalışmış fakat yanlış yapmışlardır (40 kişi: %20). Bazı öğrencilerin ise bu yöntem ile doğru buldukları noktaları grafik üzerine yerleştiremedikleri (x ekseni ile y eksenini karıştırmış) gözlenmiştir (Bk. Örnek 9).

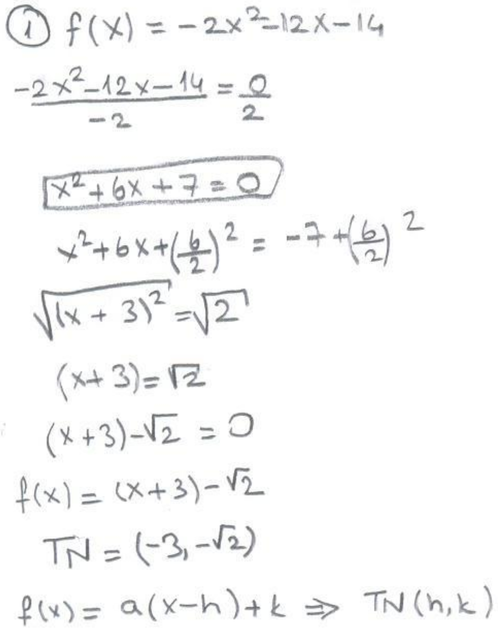


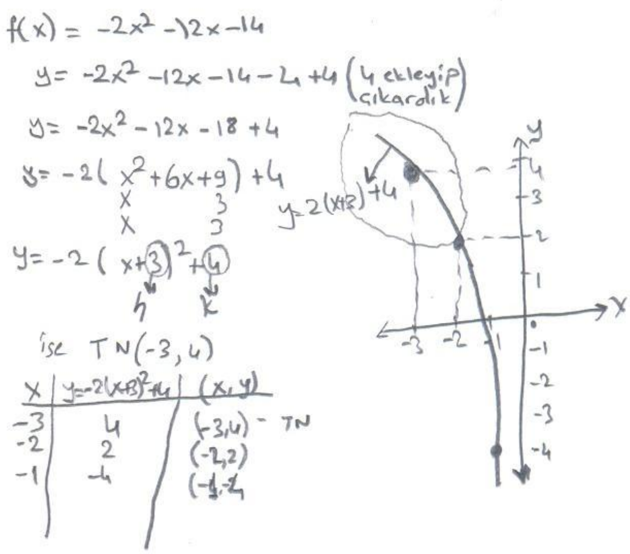


Örnek 8
(Ex. 8)

Örnek 9
(Ex.9)

Bazı öğrencilerin (4 kişi) tepe noktasını belirlerken kök kavramı ile ilgili kavram karmaşası yaşayarak işlem yaptıkları da dikkati çekmektedir (Bk. Örnek 10). Diğer taraftan Örnek 11, "tepe noktasını doğru bulup bu noktayı koordinat sisteminde de doğru bir şekilde işaretleyebilen bir öğrenci gerçekten de tepe noktasının ne olduğunu kavrayabilmiş midir?"sorusunu akla getirmektedir. Bunun cevaplanabilmesi için kavramsal ve işlemsel bilginin ayırt edilebilmesini sağlayacak başka soruların da sorulmasına gereksinim duyulacağı düşünülmektedir. Çünkü öğrencinin çiziminde bir tepe noktası arayışı içinde olduğunun farkında olmadığı görülmektedir.

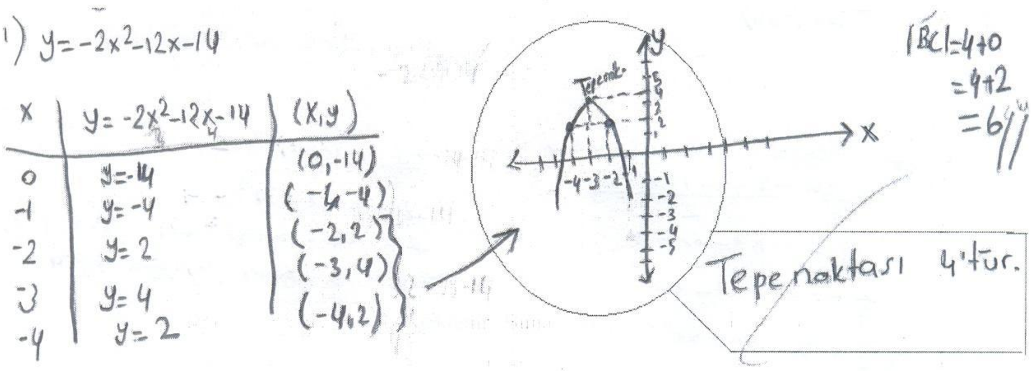




Örnek 10
(Ex. 10)

Örnek 11
(Ex. 11)

Örnek 12'de öğrencinin 'tepe noktasının değerler verilerek bulunabileceği' şeklinde bilimsel olmayan bir kavramsal anlamaya sahip olduğu görülmektedir. Buna rağmen tablodan fonksiyonun en büyük değeri aldığı noktayı belirleyebilmesi dikkat çekicidir. Grafiğin yanına düşülen "tepe noktası 4'tür" notu ise öğrencinin, (-3,4) noktasının sadece ordinat bileşeninin tepe noktası olduğuna dair bir kavram yanılgısına sahip olduğunu düşündürmektedir.



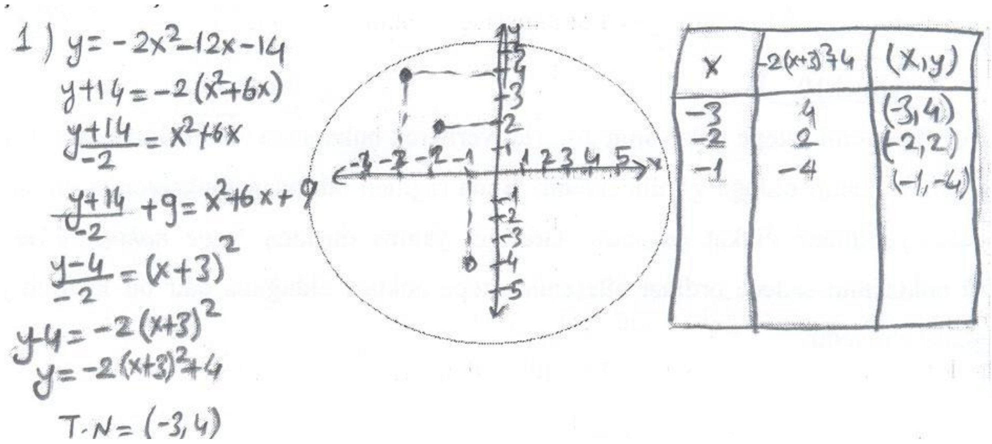
Örnek 12
(Ex.12)

Tepe noktasının tablo yapılarak bulunmaya çalışılması öğrencilerin tepe noktası hakkındaki anlamalarının bilgi düzeyinde bile olamayacağı düşüncesini akla getirmektedir. Tepe noktası bulmayla ilgili bulgular öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun (85 kişi %41,5) bu kavrama dair anlamlandırmalarının eksik olduğunu, tepe noktasını belirlemeye yönelik muhakeme yapamadıklarını göstermiştir.

Sonuçların doğru-yanlış şeklinde değerlendirebileceği çoktan seçmeli sorulardan oluşan bir sınavın aksine, çözümün açıkça sergilenmesini gerektiren bu tür sınavlarda yer alan açık uçlu sorularda öğrencilerin yanlışlarında hangi farklı bilişsel süreçlerden geçtiklerini gözlemek mümkün olmaktadır. Bu da açık uçlu soruların anlamayı değerlendirme bakımından ne derece güçlü göstergeler olduğunu ortaya koymaktadır. Özellikle kavram yanılgılarının belirlenmesini amaç edinen bu tür çalışmalarda açık uçlu sorulara yer verilmesinin gerekliliği ortaya çıkmaktadır.

6.3. Koordinat Sistemi ve Grafik Çizme İle İlgili Bulgular (Findings Related to Coordinate Axis and Drawing Graphics)

Koordinat sistemi ve grafik çizmeye ilişkin yanlışlar sergileyen öğrencilerin bir kısmı tepe noktasını doğru bulmalarına rağmen çizim aşamasında yanlış yapmışlardır. Geri kalanlar ise bir tablo haline getirdikleri noktaları grafik haline dönüştüremedikleri için yanlışa düşmüşlerdir (bk. Örnek 13). Özellikle Örnek 14'te öğrencinin yaşadığı problem koordinat sistemi ile ilgili değil daha çok tepe noktasının ne anlama geldiği ve parabolün genel şeklinin nasıl olduğu konusu ile ilgili görünmektedir. Bu tür cevaplar veren öğrenciler (96 kişi; %48; 40 kişi ise grafik çizim aşamasına gelip çözümü devam ettirmemiştir), koordinat kavramı ile ilgili sorun yaşamamalarına ve şekil çizmeden bir fonksiyon grafiğinin hangi özelliklere sahip olabileceğini belirleyebilmelerine rağmen grafik çiziminde başarılı olamamışlardır.



1) $y=-2x^2-12x-14$

$y+14=-2(x^2+6x)$

$\frac{y+14}{-2}=x^2+6x$

$\frac{y+14}{-2}+9=x^2+6x+9$

$\frac{y-4}{-2}=(x+3)^2$

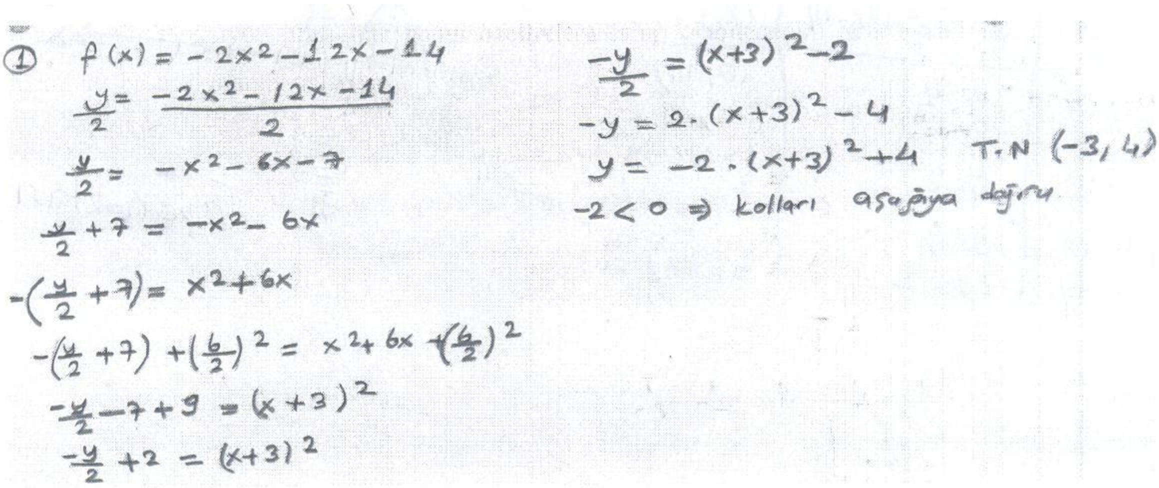
$y-4=-2(x+3)^2$

$y=-2(x+3)^2+4$

$T.N=(-3,4)$

x	$-2(x+3)^2+4$	(x,y)
−3	4	(−3,4)
−2	2	(−2,2)
−1	−4	(−1,−4)

Örnek 13
(Ex. 13)



① $f(x)=-2x^2-12x-14$

$\frac{y}{2}=\frac{-2x^2-12x-14}{2}$

$\frac{y}{2}=-x^2-6x-7$

$\frac{y}{2}+7=-x^2-6x$

$-(\frac{y}{2}+7)=x^2+6x$

$-(\frac{y}{2}+7)+(\frac{6}{2})^2=x^2+6x+(\frac{6}{2})^2$

$-\frac{y}{2}-7+9=(x+3)^2$

$-\frac{y}{2}+2=(x+3)^2$

$-\frac{y}{2}=(x+3)^2-2$

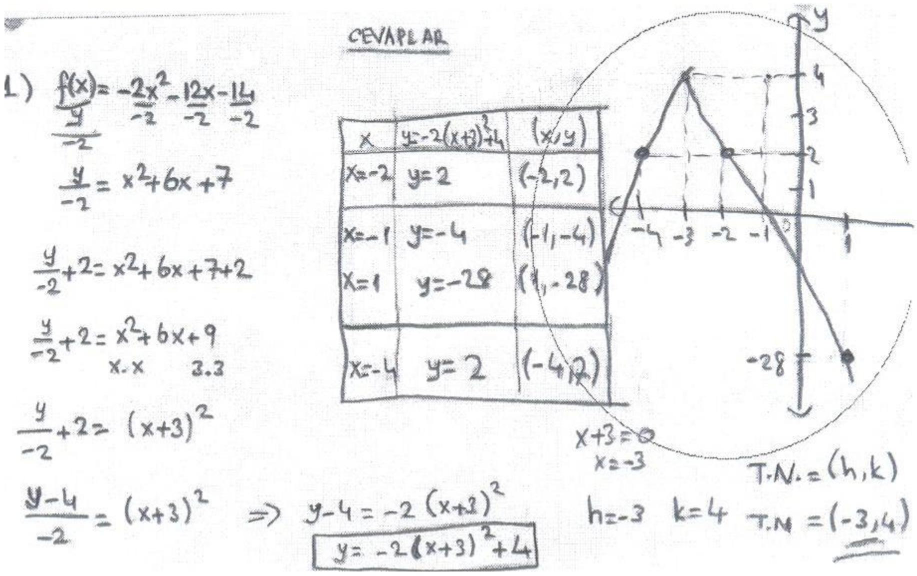
$-y=2\cdot(x+3)^2-4$

$y=-2\cdot(x+3)^2+4$ T.N $(-3,4)$

$-2<0 \Rightarrow$ kolları aşağıya doğru

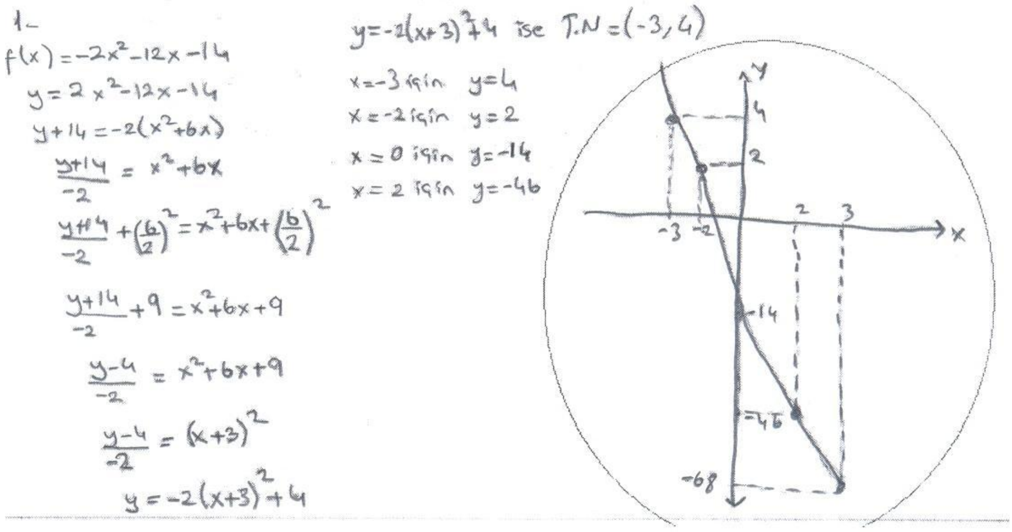
Örnek 14
(Ex. 14)

Grafiklerden bazılarının da (22 kişi: %11), mantık olarak doğru olmakla birlikte görüntü olarak bir parabole değil uç uca eklenmiş doğrulara benzediği gözlenmektedir (Bk. Örnek 15). Bu durum, ikinci dereceden fonksiyonlar konusunun kavramsal öğrenme, matematiksel anlamaların modellenerek görselleştirilmesi gibi özellikler açısından ayrıca ele alınması gerektiğini göstermektedir. Böylece nedenleri ortaya çıkarmak daha kolay olacak ve sonuçlar güvenilirlik kazanacaktır.

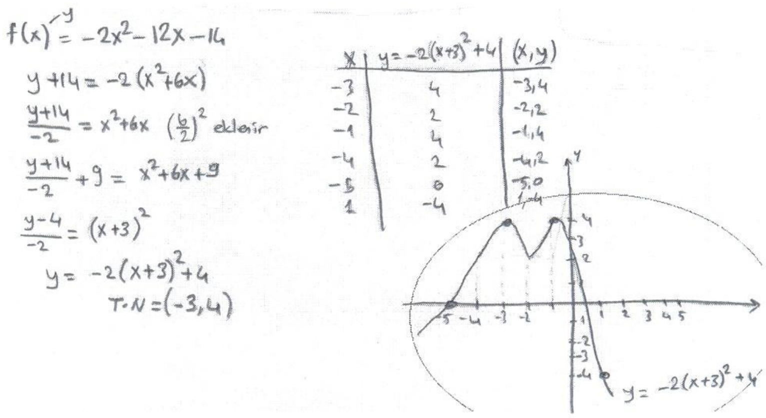


Örnek 15
(Ex. 15)

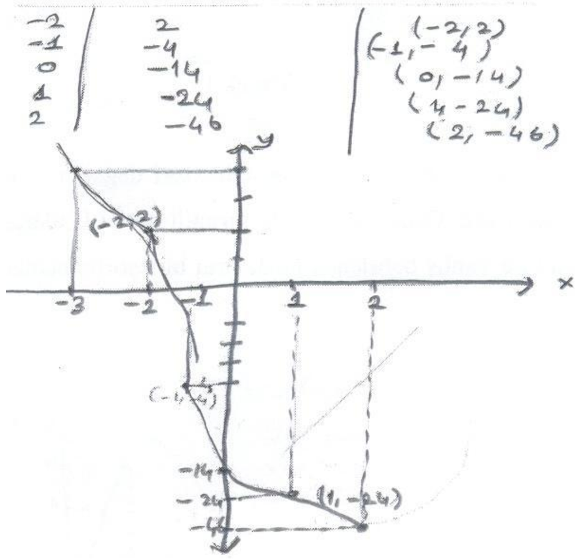
Bunlara ek olarak bazı öğrencilerin (20 kişi: %10) düzenlediği tablodaki değerlerin inişli çıkışlı olması nedeniyle, fonksiyonun grafiğini doğrusal (Bk. Örnek 16) ya da girintili çıkıntılı olarak (Bk. Örnek 17) çizdikleri gözlenmiştir. Türkdoğan (2006) da benzer çizimlere rastladığı çalışmasında bilgisayar destekli öğretim uygulamalarının, öğrencilerin çizimlerinin düzelmesinde hızlı bir etki gösterdiğini belirtmiştir. Bazı grafiklerde ise yanlış belirlenen noktaların birleştirilememesi nedeniyle tam bir karmaşa söz konusudur (Bk. Örnek 18).



Örnek 16
(Ex. 16)



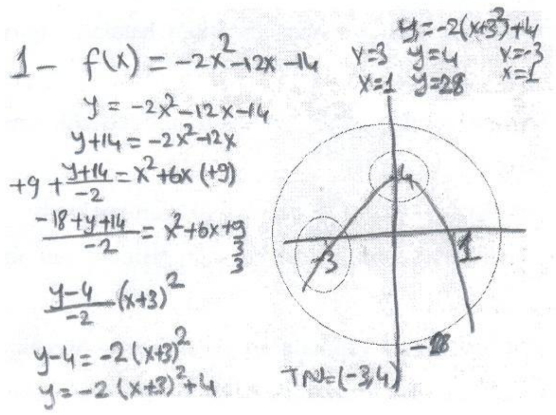
Örnek 17
(Ex. 17)

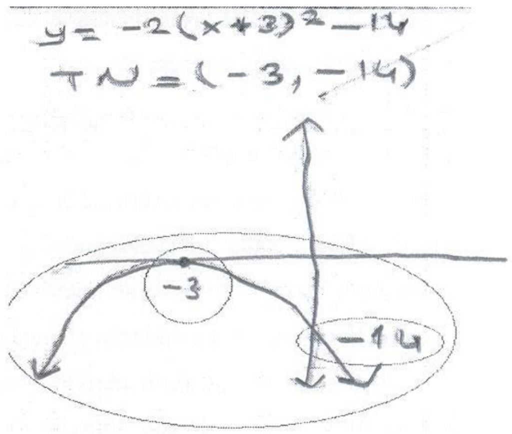


Örnek 18
(Ex. 18)

Bütün yaygın yanlışlar arasında araştırmacılar açısından en dikkat çekici olanlar, tepe noktasının ve grafik çiziminde gereken diğer noktaların koordinat eksenine yerleştirilmesi ile ilgili olanlardır. Çünkü bu öğrencilerin bazılarının fonksiyon kavramına dair hiçbir güçlük yaşamazken, elde edilen sonuçları grafiğe yansıtmada beklenmedik yanlışlar yaptıkları görülmüştür.

Çalışmadaki en dikkat çekici bulguların Örnek 19-20 de sergilendiği görülmektedir. Bu yanlışlar tepe noktası bulunduktan sonra bu noktanın apsis ve ordinatının grafiğin eksenleri kestiği noktalar olarak algılanmasına dayanmaktadır. Öğrencilerin bir kısmı (24 kişi; %12), Örnek 20 deki gibi, doğru olarak buldukları tepe noktasını işaretlerken (-3,4) noktasını (-3,0), (0,4) şeklinde iki ayrı noktaymış gibi algılayarak yanlış yapmışlardır. Bir kısmı ise tepe noktasını bulurken çeşitli yanlışlar yapmışlar ve tepe noktasını doğru bir şekilde tespit edememiş ve devamında, Örnek 19'daki gibi, buldukları tepe noktasını koordinat ekseninde işaretleme yanlışı yapmışlardır (Bk. Örnek 20). Bu bulgular ile Türkdoğan'ın tespit ettiği kavram yanılgıları benzerlik göstermektedir (Türkdoğan,2006).





Örnek 19
(Ex. 19)

Örnek 20
(Ex. 20)

Genel olarak veriler incelendiğinde elde edilen sonuçların Köroğlu ve arkadaşlarının yanlışların nedenlerine ilişkin tespitleriyle benzerlik gösterdiği görülmektedir. Köroğlu ve arkadaşlarına göre öğrencilerde yanlış kavramların oluşmasının 3 sebebi vardır. Bunlar i) öğrencilerin yeni öğrenme durumlarında kendi ön bilgilerini kullanmasındaki yetersizlik, ii) öğretmenin öğrencilerin zihninde kavramsal değişimi sağlamada başarısızlığa uğraması, iii)kavramların öğrenciler tarafından öğrenilirken belirli durumlarda anlam bütünlüğü kurulamamasıdır (Köroğlu, Yavuz ve Ertem, 2003).

7. SONUÇ VE ÖNERİLER (CONCLUSIONS AND SUGGESTIONS)

Fonksiyonlar konusunun işlenişine bakıldığında önce sıralı ikili, kartezyen çarpım, bağıntı, koordinat sistemi konularının verilip daha sonra fonksiyon ve fonksiyon türlerinin kavratılmaya çalışıldığı görülmektedir. Oysa hem ülkemizde hem de yurt dışında fonksiyonların; polinomlar, birinci ve ikinci dereceden denklemler ve birinci ve ikinci dereceden fonksiyonlar başlığı altında daha özel hallerinin müfredatta tekrarlı bir biçimde ilköğretim 8. sınıftan itibaren yer aldığı görülmektedir. Bu tekrarlara rağmen, çalışmanın örneklemindeki öğrencilerin halen bu tip yanlışlar sergiliyor olmaları dikkat çekicidir. Her hangi bir yabancı kaynak alınıp incelendiğinde de aynı durum görülmektedir (Jagdish ve Lardner, 1983). Bu durumda adı geçen bu kavramların yanlış ya da eksik öğrenilmesi durumunda fonksiyonlar konusunda yeterli donanımın sağlanması olasılığı azalacaktır. Bu çalışma kapsamında öğrencilerin sergiledikleri yanlışlar 3 ana başlıkta sınıflandırılmıştır;

- Fonksiyon ve denklem kavramı ile ilgili yanlışlar
- Tepe noktası ile ilgili yanlışlar
- Koordinat sistemi ve grafik çizme ile ilgili yanlışlar

Yanlış yapan öğrencilerin sayısal dağılımı incelendiğinde görülmektedir ki öğrenciler kavram yanılgısı olma olasılığı yüksek birçok yanlışlar yapmaktadırlar. Yanlışların sınıflandırılması öğrenme, öğretme ve öğrenme ortamıyla ilgili birçok sonuç çıkarmaya ve öneride bulunmaya olanak sağlamaktadır;

- 6.1. grubundaki yanlışlar incelendiğinde, öğrencilerin fonksiyonlar ile ilgili işlemleri yaparken belirli bir aşamadan sonra ifadeyi bir denkleme dönüştürdükleri veya bir denklemmiş gibi davrandıkları görülmüştür.

Programda konuların denklemler-fonksiyonlar-grafiklerinin çizimi sırasına göre işlenmesi bu yanlışların nedenlerinden biri olabilir. Bu anlamda konuların fonksiyonlar-denklemler-grafiklerinin çizimi sırası ile işlenerek 6.1. grubundaki yanılışların ne oranda gerçekleştiği incelenmelidir.

- Öğrencilerin fonksiyon konusu ile ilgili işlemsel bilgileri ve kavramsal anlamaları yeterli düzeyde olmasına ve tepe noktasını belirleyebilmelerine rağmen, bilgilerini görsel sunumlara taşıyamadıkları ve grafiği çizemedikleri görülmektedir.

8. sınıftan itibaren öğretilmeye çalışılan koordinat ekseninde bir nokta kavramının üniversite 1. sınıf öğrencileri tarafından kavranamamış olması dikkat çekicidir. Bunun nedenlerinden birinin, öğrencilerin etkinliklere yeterince katılmamaları, not almak yerine izlemeyi tercih etmeleri olabilir.

Bu nedenle öğrencilerin sürece aktif katılımını sağlayacak öğrenme ortamları oluşturulması önerilmektedir.

Ayrıca, sınıf öğretmenliği matematik ders içeriklerinde, koordinat ekseni konusunun, biliniyor kabul edilmemesi ve koordinat sistemine ilişkin kazanımların müfredata dâhil edilmesi gerekli görülmektedir.

- 6.3. grubundaki yanlışlar incelendiğinde çizilen şekillerin doğruya benzemediği görülmektedir. Bu yanlışlar öğrencilerin çizim aktivitelerine yeterince katılmadıkları ve devinişsel boyutun (Bloom Taksonomisi'nin) uyarılma basamağında kaldıklarını düşündürmektedir.

Grafik çizimleri ile ilgili aktivitelerde öğrencilere çizim yapmalarını gerektirecek öğrenme ortamları sağlanmalıdır. Bu anlamda öğrenme sırasında çalışma yaprakları ve bilgisayar teknolojisinden faydalanılabilir.

- Öğrenme ortamlarında bilginin bilimsel olarak yapılandırılmasına olanak verilmiyor olabilir. Örnek 11 incelendiğinde tepe noktasını bulmayı ve noktayı belirlemeyi başaran öğrencinin, parabolün tepe noktasının en yüksek veya en düşük noktayı ifade ettiğini kavramadığı anlaşılmaktadır.

Tepe noktasının öğretimi sırasında günlük hayattan örnekler ve aktivitelere yer vererek öğrencilerin bilgileri yapılandırmalarına olanak sağlanmalıdır.

Yanlışlar genel olarak incelendiğinde fonksiyon konusu için altyapı oluşturan kavramlardaki eksiklerin ve konunun birçok kavramla ilişkili olmasından dolayı çok genişlemesine bağlı olarak anlam bütünlüğünün bozulmasının yanlışlara neden olduğu söylenebilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Baki, A., (1996). Okul Matematiğinde Ne Öğretelim, Nasıl Öğretelim?, Matematik Bülteni, 2. www.matder.org.tr (edinilme tarihi: 15. 04. 2003).
2. Baki, A., (1998). Matematik Öğretiminde İşlemsel ve Kavramsal Bilginin Dengelenmesi, Atatürk Üniversitesi 40. Kuruluş Yıldönümü Matematik Sempozyumu, Erzurum.
3. Baki, A., ve Mandacı Şahin, S., (2004). Bilgisayar Destekli Kavram Haritası Yöntemiyle Öğretmen Adaylarının Matematiksel Öğrenmelerinin Değerlendirilmesi, The Turkish Online Journal of Educational Technology, 3(2), Article 14.
4. Barnes, M., (1988). Understanding The Function Concept: Some Results Of Interviews With Secondary and Tertiary Students, Research On Mathematics Education in Australia, 24-33.
5. Borasi, R., (1994). Capitalizing on Errors as "Springboards for Inquiry": A Teaching Experiment, Journal for Research in Mathematics Education, Vol 25-2, 166-208.
6. Devlin, K., (2003). The Forgotten Revolution, http://www.maa.org/devlin/devlin_09_05.htm (edinilme tarihi: 02.05.2005).

7. Güveli, E., (2004). "Lise-1 Fonksiyonlar Konusunun Web Tabanlı Öğretim Tasarımı Uygulaması ve Değerlendirilmesi", Yayınlanmamış Doktora Tezi. Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
8. Henningsen, M., Stein, M.K., (1997), Mathematical Tasks and Student Cognition: Classroom Based Factors That Support and Inhibit High-Level Mathematical Thinking and Reasoning, Journal for Research in Mathematics Education, 28(5), 524-549.
9. Jagdish, C.A., Lardner, W.R., (1983), College Algebra With Applications, Prentice - Hall, (ISBN: 013140699X), USA.
10. Köroğlu, H., Yavuz, G., Ertem, S., (2003), 11. Sınıf Öğrencilerinin Geometri Dersinde Karşılaştıkları Bazı Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri, XII. Eğitim Bilimleri Sempozyumu, Ankara, Gazi Üniversitesi.
11. Henzei, A.,(2005). Mistake-Handling Activities in The Mathematics Classroom, Psychology of Mathematics Education, Vol.3 105-112
12. Mckendree, Stennig, Mayes, Lee & Cox. 1998. Why Observing a Dialogue may Benefit Learning. Journal of Computer Asisted Learning. 14. 110-119.
13. Mestre, J., (1989), Hispanic and Anglo Students' Misconceptions in Mathematics. ERIC Digest, ED313192.
14. NCTM, (2000), Principles and Standards for School Mathematics, New York, Reston.
15. Santagata, R., When Student Make Mistake: Socialization Practices in Italy and the United States, PhD Thesis, Los Angelels: University of California, Philosophy in Psychology
16. Sierpinska, A., (1988), Epistomological Remarks on Functions, XII. Annual Conference of the International Group for the Psycology of Mathematics Education, Hungary, 20-25 July.
17. Tall, D., (1992), The Transition to Advanced Mathematical Thinking: Functions, Limits, Infinity and Proof, Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, (Ed. Grouws, D. A.), 65-97.
18. Türkdoğan, A., 2006, BDMÖ Yoluyla Sınıf Öğretmeni Adaylarının Denklemler v Grafikleri Konusundaki Öğrenme Ürünlerinin İncelenmesi, K.T.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü Yüksek Lisans Tezi.
19. Türkdoğan, A., Baki, A., and Çepni, S., (2009) The Anatomy of Mistakes: Categorizing Students' Mistakes in Mathematics within Learning Theories, Turkish Journal of Computer and Mathematics Education Vol.1 No.1, 13-26