M.Ü. Atatürk Eğitim Fakültesi Eğitim Bilimleri Dergisi
Yıl: 2009, Sayı: 30, Sayfa: 85 - 102

10. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN MATEMATİK PROBLEM ÇÖZME SÜREÇLERİNİN İNCELEMESİ: BİLGİBİLİMSEL İNANÇ *

Ali DELİCE **
Kamil YILMAZ ***

ÖZET

Matematik hakkında öğrencilerin birçok bilgibilimsel inancı vardır. Bu çalışmanın amacı trigonometri, denklem ve geometri konularından hazırlanmış bir soru setinden elde edilen problem çözme süreçlerinde problem çözme hakkında ki bilgibilimsel inançların nasıl etkili olduğunun incelenmesidir. Bu çalışma pozitivist olmayan yorumlayıcı bir paradigmaya sahip olup, problem seti ve görüşmeler kullanıldığı için çoklu yöntem kullanılmıştır. Elde edilen veriler bağlamında ise nitel bir çalışmadır. Çalışma grubu amaca yönelik, uygun örneklem tekniği ile seçilen özel statülü bir devlet lisesinin 10. sınıf öğrencilerinden 47 kişidir. Soru setinin değerlendirilmesinde betimsel istatistik kullanılmıştır. Öğrencilerin matematik ile ilgili (bilgibilimsel) inançlarının problem çözüm süreçlerine yansıması farklı boyutlarda bulgularda gözlenmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu soruların sade ve kısa sonuçlu olduğuna inanmaktadırlar.

Anahtar sözcükler: Problem çözme, bilgibilimsel (epistemolojik) inanç

INVESTIGATION OF YEAR 10 STUDENTS' MATHEMATICS PROBLEM SOLVING PROCESSES: EPISTEMOLOGICAL BELIEF

SUMMARY

Students have many epistemological beliefs about mathematics. The purpose of this study is to examine how effective epistemological beliefs of problem solving in the problem solving process of trigonometry, equations and geometry questions. In this study, non-positivist paradigm with interpretive approach can be seen. Multi-methods approach used in this study by using problem sets and interviews. This study is qualitative in terms of the data obtained. Non-probabilistic convenience sampling technique is used to select

* Bu çalışma, Kamil Yılmaz (2007) tarafından yapılan "Öğrencilerin epistemolojik ve matematik problemi çözümlerine yönelik inançlarının Problem Çözme Sürecine Etkisinin Araştırılması" konulu yüksek lisans tezinin bir kısmına dayanmaktadır.

** Yrd. Doç. Dr, Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

*** Matematik Öğretmeni

47 students from the year 10 of a public high school with special status. The data in this study is analyzed by descriptive statistics. Results revealed that students' mathematics (epistemological) beliefs for problem solving process can be seen in different forms one of which was that students strongly believes that the results in the mathematics problem should be short and simple.

Key words: Problem solving, epistemological beliefs

Eğitim ve öğretimin temel amaçlarından biri, öğrencilere hazır bilgi kazanma ve yeni bilgi üretme (bilgiyi işleme) becerisi kazandırmaktır. Bu amaca ulaşmanın en etkili yollarından biri öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmektir (Jonassen, 2000). Matematik öğretiminde de bu amaca ek olarak öğrencilerin daha sonraki yaşamlarında düşünme ve problem çözme becerilerini kullanılabilmesi hedeflenmektedir. Bu açıdan bakıldığında problem çözme süreci, problemi çözen ile onun ön bilgileri, teşebbüsleri ve düşünceleri arasındaki diyalog olması açısından önem kazanmaktadır (Schoenfeld, 1982). Problem çözme, araştırma ve uygulama yöntemi olarak görülebildiği gibi öğrencilerin etraflarında var olan matematiğin yararı ve gücünü tecrübe ettikleri bir süreç, (NCTM, 1989, s. 11), günlük hayatta kullanılan ve matematiksel düşünceyi bir araç gibi geliştiren yol olarak ta ifade edilebilir (Cockcroft, 1982).

Problem çözme matematik öğrenimi ve öğretiminde önemli bir role sahiptir. Öğrencilerin matematik kavram ve süreçlerini anlamalarını gözlemlemeyi sağlar (Chinnappan, 1998); Schoenfeld (1983) problem çözmenin bir şeyleri bilmekten daha fazla olduğunu ifade eder; problem çözme performansının öğrencinin sadece ne bildiğini gösteren bir ürün değil, tecrübelerinden ortaya çıkan bilginin algılanmasının bir fonksiyonu olduğunu vurgular. Ayrıca, matematik hakkındaki inançlarının öğrencilerin uğraştığı matematikte psikolojik bağlam oluşturduğunu da ifade eder.

Problem çözme süreçlerini etkileyen değişik faktörler vardır. Bu faktörleri Smith (1991; Akt. Jonassen, 2000) iç ve dış faktörler olmak üzere ikiye ayırmıştır. Buna göre problemin tipi, yapısı, gösterilişi gibi, problemin kendisinden kaynaklanan farklılıklara *dış faktörler* (Extenal factors), problem çözen kişinin kendisinden kaynaklanan farklılıklara ise *iç faktörler* (Internal factors) demiştir. Kişiden kaynaklanan farklılıklar, probleme aşinalık, alan bilgisi, bilişsel kontrol, metabiliş ve bilgibilimsel (epistemologic) inançlar olarak ta adlandıran Jonassen (2000) bilgibilimsel inançların problem çözme sürecinde etkili olduğunu; fakat bu konuda yeterince araştırmanın olmadığını söylemiştir.

Matematik hakkında öğrencilerin birçok bilgibilimsel inancı vardır. Schoenfeld (1983, aktaran; Schommer, 1990), lise öğrencilerinin matematiği öğrenme ile ilgili inançlarını incelemiştir. Bu incelemede öğrencilerin çoğunun matematikte başarılı olanların matematik yeteneği ile doğduklarına ve bir öğrencinin bir matematik problemini en çok 10–12 dakikada çözmesi gerektiğine, eğer çözemiyorsa bunun o öğrencinin, o problemi asla çözemeyeceği anlamına geldiğine inandıklarını saptamıştır. Schoenfeld, öğrencilerin, öğrenmenin ya hemen (çabucak) gerçekleşmesi gerektiği ya da asla gerçekleşmeyeceği yönündeki inançlarının, matematik problemlerini çözmede kullandıkları yaklaşımları ve problemleri çözmek için harcadıkları zamanı belirleyici olduğunu ortaya koymuştur.

Muis (2004) yaptığı çalışmada matematik hakkındaki inançlarla ilgili 33 çalışmayı incelemiş ve bütün çalışmaların ortak sonucu olarak inançlarla biliş, motivasyon ve akademik başarı arasında anlamlı ilişki olduğunu söylemiştir. Buna göre bu ilişkilerden biri, öğrencilerin inançlarının problem çözmeye harcadıkları zaman, kullandıkları strateji ve doğru cevabı neyin oluşturduğuna dair haklı neden gösterme açısından, öğrenme için uğraşmalarını etkilediğidir. Cano (2005) ise bilgibilimsel inançların akademik başarıyı doğrudan ve öğrencinin öğrenme yaklaşımları yoluyla dolaylı olarak etkilediğini ifade etmiştir; fakat bu etkinin nasıl olduğunun araştırılması gerekmektedir (Schommer-Aikins, Duell ve Hutter, 2005).

Son yıllarda yapılan çalışmalarda, öğrenci performanslarının, bilgibilimsel inançlar yoluyla doğrudan ya da dolaylı olarak etkilendiği tartışılmış olsa da, matematik problem çözme süreçlerinin nasıl etkilendiği konusunda araştırma ihtiyacı bu çalışmanın odağını şekillendirmiştir. Bu çalışmanın amacı trigonometri, denklem ve geometri konularından hazırlanmış bir soru setinden elde edilen problem çözme süreçlerinde problem çözme hakkında ki bilgibilimsel inançların nasıl etkili olduğunun incelenmesi olup, amacı "*öğrencilerin problem çözme sırasında etkilendikleri genel bilgibilimsel inançları ile matematik hakkındaki inançlarının, problem çözme süreçlerine olan etkileri*" (Yılmaz, 2007) olan daha geniş bir çalışmanın alt odağıdır.

YÖNTEM

Bir araştırmanın doğasını belirleyen en önemli unsurlar, izlediği bilimsel dünya görüşünü (paradigma) araştırmada kullanılan yöntemleri ve araştırma sorularına cevap arama biçimidir (Punch, 2005). Bu çalışma da, problem çözme süreçlerinde bilgibilimsel inançların etkisinin incelenmesi hedeflendiği için pozitivist olmayan yorumlayıcı bir paradigmanın izleri görülmektedir. Araştırmada problem seti ve görüşmeler kullanıldığı için çoklu yöntem kullanılmıştır. Elde edilen veriler bağlamında ise nitel bir çalışmadır.

Çalışma Grubu

Yıldırım ve Şimşek'e (2005) göre, nitel araştırmalarda örneklem büyüklüğünün belirlenmesinde araştırmakta hedeflenen kitle, bunlarda toplanacak verinin miktarı ve derinliği ve yapılan araştırmanın daha önce az veya hiç araştırılmamış konu, olay veya durumla ilgili olup olmaması etkendir. Bu çalışma nitel bir çalışma olduğundan amaç genelleme yapmak değil belli bir durumum inceleyip ortaya çıkarmaktır. Bütün bunlar göz önüne alındığında çalışma grubu olarak, araştırma için gerekli olan, belirli ihtiyaçları karşılayan, olasılıklı olmayan, amaca yönelik, uygun örneklem tekniği (Cohen, Manion ve Morrison 2000, p. 104) ile özel statülü bir devlet lisesinin 10. sınıf öğrencilerinden oluşan toplam 47 kişi seçilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Bu bölümde veri toplama araçları olan problem seti ve görüşmeler tanıtılacaktır.

Problem Seti

Bu araştırmada Yılmaz'in (2007) çalışmasında kullanmış olduğu ikinci dereceden denklem, geometri, ikinci dereceden fonksiyon ve trigonometri konularından toplam 8 sorudan oluşan soru setinin sadece 6 sorusu kullanılmıştır, bu makalenin odağında uzak olan 4 ve 8 numaralı sorular dahil edilmemiştir.

Problemler çeşitli kriterlere göre sınıflandırılabilir. Bu sınıflandırmaların birbiriyle örtüşen ve ayrışan özellikleri olabilir. Problemler zorluk-kolaylık düzeyine göre derecelendirilebilirler (Arık, 1987,s.23). Zor sorular, daha çok bilişsel aktivite ve bilgi gerektiren karmaşık sorular olarak tanımlanabilir. Kullanılan bilişsel süreç sayısı ve karmaşıklığı arttıkça sorunun zorluk düzeyi artar. Karmaşıklık, problem yapısını ifade eden bir durumdur. Bu nedenle bu tasnifler kesin çizgilerle birbirinden ayrılmış sayılmazlar. Jonassen (2000) ise yapılandırılmamış (ill-structured) ve yapılandırılmış (well-structured) problemler tasnifini yapmıştır. Yapılandırılmamış problemler günlük hayata yönelik, gerçekte olduğu şekilde ve basitleştirilmemiş tarzda hazırlanan problemlerdir. Selden ve diğerleri (1999)'ne göre öğrencilerin daha önce karşılaşmadıkları türden bir soru, "rutin olmayan", daha önce karşılaşılan ve çözülen sorular ise "rutin" olarak adlandırılmıştır.

Ayrıca Jonassen (2000), problem çözmeye bilgibilimsel inançların etkisinin, özellikle yapılandırılmamış sorular için incelenmesinden bahsetmiştir. Zaten yapılandırılmış veya rutin sorularda çözüm süreci bir çeşit işlem sırasını uygulama şeklinde olmaktadır. Bu sebeple seçimde soruların zorluk-kolaylığı, yapısı ve rutin olup olmaması göz önünde bulundurulmuştur. Soru setinde sorulan sorular ve bunların özellikleri Tablo 1'de verilmiştir.

Görüşmeler

Bu çalışmada öğrencilerin kağıt üzerinde ki performanslarının bilgibilimsel inançları ile ilişkisin anlayabilmek için yarı yapılandırılmış görüşmeler kullanılmıştır. Öğrencilere önce soruyu nasıl çözdükleri anlattırılmıştır. Benzer bir soru sorularak çözülmesi istenmiş ve bilgibilimsel inançların etkileri açığa çıkarılmaya çalışılmıştır. Yarı yapılandırmış görüşmeler ilk %60 içerisinde amaca uygun olarak seçilen öğrencilerle yapılmıştır.

Tablo 1: Soru setindeki sorular ve özellikleri:

S. No	Soru	Sorunun özelliği
1	$x^2 + \pi x - 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.	– Kolay – Yapılandırılmış – Temel cebirsel denklem çözüm bilgisi gerektiriyor – Rutin bir soru olup öğrencilerin π' yi algılayışlarına göre rutinlikten çıkmaktadır. Öğrenciler π'li katsayı içeren denklemi ilk defa gördüğü için rutin olmayan soru olarak değerlendirilebilir. – π'yi sayı olarak gören öğrenciler kolayca yapmakta iken reel sayı olarak görmeyen öğrenciler için anlaşılması zor bir soru.
2	$a \in R$ olmak üzere $x^2 + ax - 6 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz	– Normal – Yapılandırılmış – Temel cebirsel denklem çözüm bilgisi gerektiriyor – Çözümün sabite bağlı olarak çıkması öğrenciler açısından daha önce karşılaşmadıkları bir durum.
3	Bir üçgenin çevresi 24 br.'dir. Bir kenarı 10 br ve bu kenarın karşışındaki açı α olduğuna göre alanın maksimum olması için diğer kenarları kaç olmalıdır?	– Zor – Yapılandırılmış – Temel geometrik bilgi gerektiriyor – Cebirsel bilgi gerektiriyor – Temel trigonometrik bilgi gerektiriyor. – Çoğu öğrenci için rutin olmayan (daha önce karşılaşılmayan) bir soru
4	$\cos\frac{\pi}{9} \cdot \cos\frac{2\pi}{9} \cdot \cos\frac{4\pi}{9}$ eşitini bulunuz.	– Zor – Yapılandırılmış – Trigonometrik bilgi gerektiriyor. – Rutin bir soru (Çoğu matematik kitabında bulunan standart bir soru
5	$3\sin x - \sqrt{3}\cos x = -1$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.	– Zor – Yapılandırılmış – Trigonometrik bilgi gerektiriyor. – Trigonometrik denklem çözümü gerektiriyor. – Rutin bir soru. Fakat sonuçta bulunan açı değeri trigonometrik oranı bilinen bir açı değil. Bu sebeple sonucu rutin değil.
6	$x^2 + 5x = 3$ denklemini çözünüz.	– Kolay – Yapılandırılmış – Temel cebirsel denklem çözüm bilgisi gerektiriyor – Rutin

Verilerin Çözümü ve Yorumlanması

Araştırmanın verileri 2006–2007 eğitim ve öğretim yılında özel statüde bulunan bir devlet okulu 10. sınıf öğrencileri üzerinde yapılmıştır.

Aslında veri çözümleme, veri toplama işlemi ile elde edilen ham verilere anlam kazandırma işi olarak adlandırılabilir (Altunışık ve diğerleri, 2004, s.135). Veri çözümlemede iki önemli nokta vardır. Bunlardan birincisi, araştırmada verilerin çözümlenme yönteminin araştırma soruları tarafından yönlendirilmesidir. İkincisi ise değişkenleri ölçme düzeyidir (Punch, 2005, s.108).

Soru setinin değerlendirilmesinde öğrencilerin sorulara verdiği veya vermeye çalıştığı cevaplar esas alınarak bir kategorik puanlama yapılmıştır. Burada amaçlanan, öğrencilerin hangi soruyla ne kadar uğraştıklarını tespit etmektir. Bunun için biçimsel bir şekilde cevaplar, boştan doğru cevaba doğru 0 ile 3 arasında puanlanmıştır. Bu amaçla, tecrübeli öğretmenlerin fikirlerini de alarak şu kategoriler belirlenmiştir:

0:Boş 1:Yanlış 2:Kısmen doğru 3:Doğru

Bu durumda her bir öğrenci 0 ile 24 arasında bir puan almıştır. Bu şekilde puan alan öğrencilerin puanının yüksekliği daha çok doğru cevap ya da soru ile uğraşma anlamına gelmektedir. Burada problem çözümü ile bilgibilimsel inançlar incelendiğinde, öğrencilerin soru ile uğraşmaları veya doğru cevap yönünde çalışmaları önemlidir.

Mülakatlarda elde edilen veriler ise test verilerini daha derinden incelemek ve anlamlandırmak için destekleyici veri olarak toplandığından bulguların yorumlanmasında kullanılmıştır,

BULGULAR

Öğrencilerin verdikleri cevaplar değerlendirildiğinde Tablo 2'deki değerler elde edilmiştir. Buradan da görüldüğü gibi sorulara verilen cevaplara (Tablo 2) bakıldığında en fazla yapılan veya uğraşılan soru 6. soru olmuştur. Bu soru diğer sorulara göre daha az boş bırakılmıştır. Sonuç olarak öğrenciler bu soruda ortalama olarak 3 üzerinden 2,22 ortalama puan almışlardır. Bu da bu soruyu doğru yapanların, nispeten çok olduğunu veya boş bırakanların az olduğunu gösterir. 1. ve 2. soruları doğru yapanlar da çoktur. Fakat bu soruları boş bırakan ve yanlış yapanların sayıları da fazla olduğundan, her ikisinin de ortalaması 1,71 çıkmıştır. Nitekim 1,2,7. soruları doğru yapanların sayısı, boş bırakan, yanlış ve kısmen doğru yapanlara göre daha fazladır. Öğrencilerin en fazla yanlış yaptıkları sorular ise, 3,5, 5. sorular olmuştur. Genel olarak, en fazla doğru yapılan soru %62 ile 6, en fazla kısmen doğru yapılan soru %49 ile 5, en fazla yanlış yapılan soru %68 ile 3, en fazla boş bırakılan soru %23 ile 1. soru olmuştur. Aynı zamanda öğrencilerin verdikleri cevaplardan aldıkları ortalama puan ise 13,38 olmuştur.

Tablo 2: Sorulara verilen cevaplara ilişkin betimsel istatistikler

	N	Doğru	Kısmi cevap	Yanlış	Boş	Ortalama
1	47	**%43**	%11	%23	%23	1,71
2	47	**%38**	%13	%32	**%17**	1,71
3	47	%15	%13	**%68**	%4	1,36
4	47	%11	%21	**%47**	%21	1,18
5	47	%4	%40	**%49**	%6	1,40
6	47	**%62**	%13	%11	%15	2,22

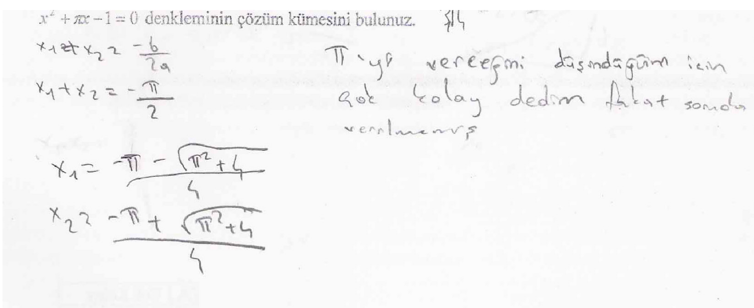
Şimdi, öğrencilerin cevaplarına ilişkin bulgulara bakabiliriz. Burada öğrencilerin bu sorulara verdikleri cevapları ve buna bağlı olarak yapılan mülakatları incelenecektir.

Birinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Öğrencilere sorulan soru setindeki ilk soru “ $x^2 + \pi x - 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz” sorusudur. Daha önce de belirtildiği gibi bu soru: Kolay, Yapılandırılmış, Temel cebirsel denklem çözüm bilgisi gerektiren, Rutin bir soru olup öğrencilerin π’ yi algılayışlarına göre rutinlikten çıkmaktadır. Öğrenciler π’li katsayı içeren ikinci dereceden denklemi ilk defa gördüğü için, rutin olmayan soru olarak değerlendirilebilir. π yi sayı olarak gören öğrenciler kolayca yapmakta iken reel sayı olarak görmeyen öğrenciler için, yapmakta zorlanılan ve sonuç açısından şüpheye düşülen bir soru olmuştur.

Öğrenciler soru içerisinde π katsayısını görünce şaşırmışlardır. Bu soruyu doğru yapan öğrenciler %43 iken, %23’ü boş bırakmış ve yine %23’ü **yanlış yapmıştır. Bunun sebebi olarak, sorudaki π katsayısı ve sonucun sade olmayışı ön plana çıkmıştır. Bu konuda herhangi bir şüphesi olmayan öğrenciler soruyu kolayca yapmışlardır.**

Şekil 1 Bilal’in 1.soruya cevabı


$x^2 + \pi x - 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{2a}$

$x_1 + x_2 = -\frac{\pi}{2}$

$x_1 = \frac{-\pi - \sqrt{\pi^2+4}}{4}$

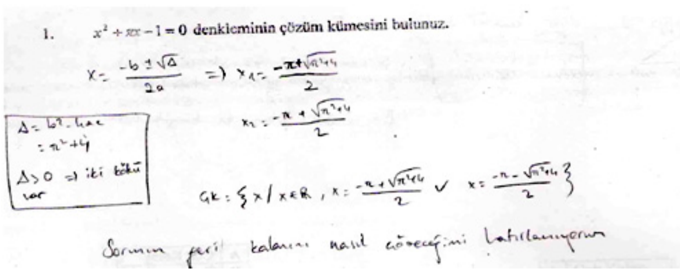
$x_2 = \frac{-\pi + \sqrt{\pi^2+4}}{4}$

π'yi vereceğimi düşündüğüm için çok kolay dedim fakat sonuda veremiyorum

Öğrencilerden Bilal, birinci soruya Şekil 1'deki cevabı vermiştir. Şekilde de görüldüğü gibi Bilal çözüm kümesini bulmuştur, fakat beklediği gibi sonuç elde edememiştir. Kendisi ile yapılan mülakatta Bilal, bu sorunun sonucunun bir sembole bağlı çıkmasının kafasını karıştırdığını, bu sebeple sonucu bulamadığını ifade etmiştir. Daha önceki yıllarda alışık olduğu gibi, π'nin değerinin bir reel sayı ile gösterilmesini düşündüğünü; fakat bu olmayınca sorunun cevabından emin olamadığını söylemiştir. Diğer taraftan sonucun böyle karışık çıkmasını beklemediğini de eklemiştir.

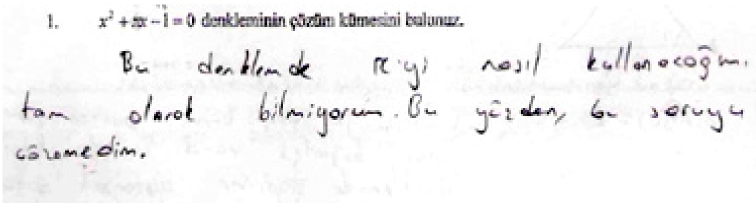
Öğrencilerden Buğrahan, 1. soruya Şekil 2'deki cevabı vermiştir. Kendisi ile yapılan mülakatta Buğrahan, kendisi için sonuçların her zaman net bir reel sayı olduğunu, eğer farklı veya kendisine değişik gelen bir sonuçla karşılaşırsa, soruyu baştan çözme ihtiyacı hissetmekte olduğunu dile getirmiştir. Bu sebeple sorunun cevabı karışık çıkınca şüpheye düştüğünü belirtmiştir. Hatta verdiği bir örnekte; fizik dersinde bir probleminin sonucunu $\sqrt{2}$ bulduğunu; fakat bunun mümkün olamayacağını düşündüğünü, sorunun cevabının $\sqrt{2}$ olduğunu gördükten sonra bile inanamadığını belirtmiştir. Buğrahan bu soruyu aslında doğru olarak çözmüştür. Hatta çözümü çoğu öğrencinin yapmadığı kadar net ve açıktır; fakat sonuç kendi istediği sadelikte çıkmayınca şüpheye düşmüş ve "Sorunun geri kalanının nasıl çözüleceğini hatırlamıyorum" ifadesini kullanmak zorunda kalmıştır. Bu da sonucun sade olacağına dair inancın öğrenciyi nasıl etkileyebileceğinin bir göstergesidir.

Şekil 2 Buğrahan'ın 1. soruya cevabı



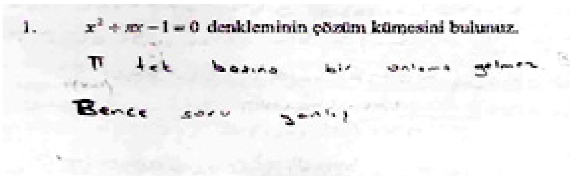
Oflaz ve Aytaç, Şekil 3 ve Şekil 4'teki çözümlerinde de görüldüğü gibi π gibi alışık olmadıkları bir katsayının olmasından dolayı, soruyu çözmekten kaçınmışlar ve soru onlara zor gelmiştir. Yapılan görüşmelerde öğrenciler π'yi reel sayı olarak değil de bir açı değeri (180 derece) olarak gördüklerini ve işleme sokamadıklarını, böyle bir sorunun doğru alamayacağını ifade etmişlerdir.

Şekil 3 Oflaz'nın 1. soruya cevabı


1. $x^2 + \pi x - 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Bu denklemde π'yi nasıl kullanacağımı tam olarak bilmiyorum. Bu yüzden, bu soruyu çözemedim.

Şekil 4 Aytaç'ın 1. soruya cevabı


1. $x^2 + \pi x - 1 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

π tek başına bir anlama gelmez.

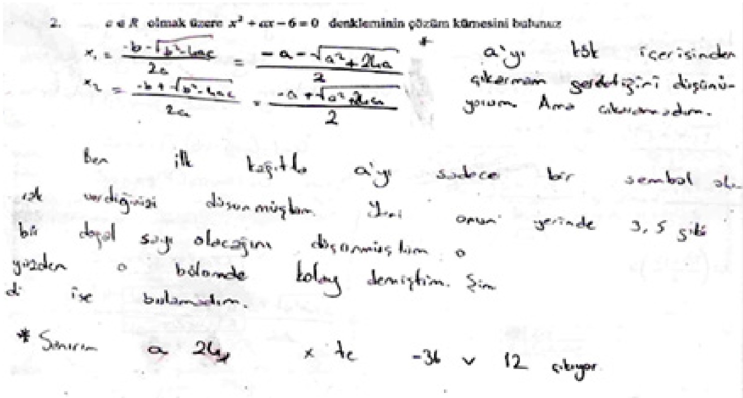
Bence soru yanlış

İkinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Sorulan ikinci soru, "$a \in R$ olmak üzere $x^2 + ax - 6 = 0$ denkleminin çözüm kümesini bulunuz" dur. Bu normal, yapılandırılmış, temel cebirsel denklem çözüm bilgisi gerektiren bir sorudur. Çözümün sabite bağlı olarak çıkması öğrenciler açısından daha önce karşılaşmadıkları bir durum olarak görülmüştür. Bu da verilen cevaplarda etkili olmuş bir nedendir.

Öğrencilerin çoğu çözümü "a"ya bağlı olarak bulmak yerine, bu sayıya çarpanlara ayrılacak şekilde tamsayı değerleri vererek çözmeye çalışmışlardır. Öğrencilerde yoğun olarak, ikinci derece denklemin çarpanlara ayrılarak çözüleceğine ilişkin beklenti görülmüştür. Öyle ki ikinci dereceden bir denklemin genel çözüm yöntemini kullanan ve çözümü yapan öğrencilerin ancak %36 olmuştur. Bu öğrencilerden hepsi de sonucu doğru bulamamıştır. Yine bu soruya verilen cevaplardan %32'si yanlış, %37'si doğru olmuştur.

Şekil 5 Cemal'in ikinci soruya cevabı



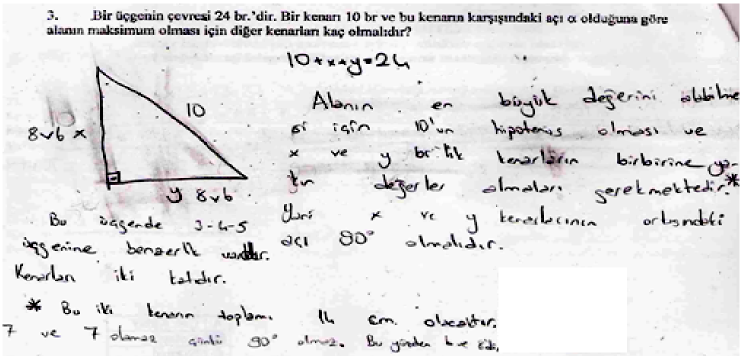
Bu soru ile ilgili öğrencilerden Cemal'in, Şekil 5'teki cevabı ilgi çekicidir. Cemal aslında soruyu çözmüş ve cevabı da doğru olarak bulmuş durumdayken sonucun sade çıkmamasından ve "a" gibi bir sabit içermesinden şüpheye düşmüştür. Kendisi ile yapılan görüşmede sonuç içerisinde ki "a"nın rakam ile gösterilen bir reel sayı olmaması, soruyu çözemediği inanmasına neden olduğunu ve "a" sayısının da bulunması gereken bir bilinmeyen olduğunu düşündüğünü söylemiştir. Ayrıca Cemal, kendisi için sonuçların her zaman sade olduğunu, eğer farklı veya kendisine değişik gelen bir sonuçla karşılaşırsa, şüpheye düştüğünü dile getirmiştir.

Üçüncü Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Sorulan üçüncü soru "Bir üçgenin çevresi 24 br.'dir. Bir kenarı 10 br ve bu kenarın karşışındaki açı α olduğuna göre alanın maksimum olması için diğer kenarları kaç olmalıdır?" sorusudur. Daha önce de belirtildiği gibi bu soru zor, yapılandırılmış, temel geometrik, cebirsel, temel trigonometrik bilgi gerektiren bir sorudur. Diğer taraftan, çoğu öğrenci için rutin olmayan (daha önce karşılaşılmayan) bir sorudur. Çözümün sabite bağlı olarak çıkması öğrenciler açısından daha önce karşılaşmadıkları bir durum olarak görülmüştür. Bu da verilen cevaplara etkili olmuş bir nedendir.

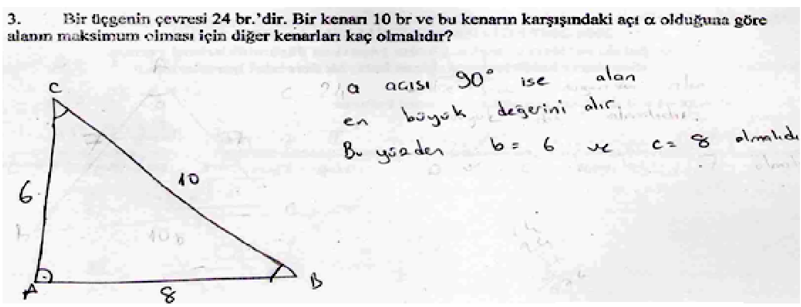
Öğrencilerin %68'i soruyu yanlış yapmıştır. Bunun en büyük nedeni, öğrencilerin çoğunluğunun, alanı en büyük üçgenin dik üçgen olduğuna dair inançları olarak görülmektedir.

Şekil 6 Cemal'in 3. soruya cevabı



Öğrencilerden Cemal, 3. soruya Şekil 6'daki cevabı vermiştir. Kendisi ile yapılan mülakatta alanı en büyük olan üçgenin dik üçgen olması gerektiğine inandığını söylemiştir. Diğer taraftan çarpımın büyük olması için sağlanan birbirine en yakın olması gerektiğini, bu sebeple şüpheye düştüğünü söylemiştir. Bu konuda cevabından doğruluğunu kontrol etme ihtiyacı hissetmediğini de eklemiştir.. En azından, dik üçgen olduğundaki alan ile ikizkenar üçgen olduğundaki alanı hesaplayıp karşılaştırabilirdi.

Şekil 7 Ahmet'in 3. soruya cevabı



Ahmet şekil 8'deki cevabı vermiştir. Kendisi ile yapılan görüşmede bir üçgenin alanının en büyük olması için dik üçgen olmasını, bu sebeple 6,8,10 üçgeni olması gerektiğini düşündüğünü, dik üçgen haricindeki ihtimalleri değerlendirmeye gerek görmediğini söylemiştir.

,

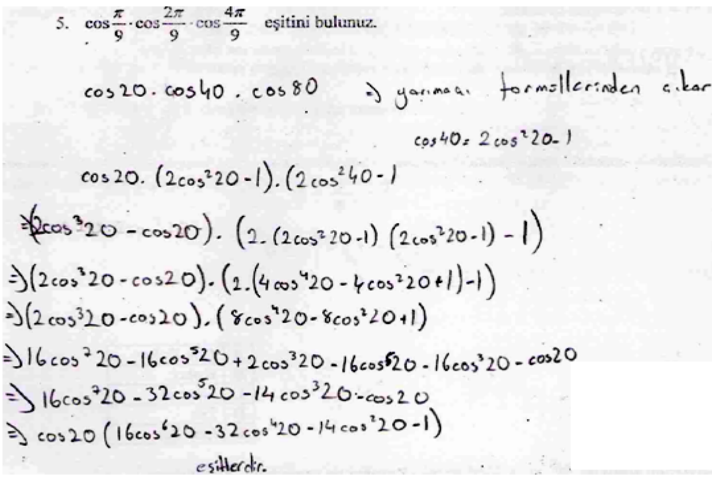
Dördüncü Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Öğrencilere sorulan soru setindeki bir soru da “ $\cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{2\pi}{9}\cdot\cos\frac{4\pi}{9}$ eşitini bulunuz” dur. Bu zor, yapılandırılmış, trigonometrik bilgi gerektiriyor. Diğer taraftan rutin (Çoğu matematik kitabında bulunan) bir sorudur; ancak bu sorunun çözülebilmesi için hangi yolun veya trigonometrik ifadelerin kullanılacağının seçiminde bilişsel aktivite gerektiriyor.

Soruya verilen cevaplara bakıldığında, ancak öğrencilerden % 11’i doğru olarak cevap verirken %22’si boş bırakmış ve %47’si ise yanlış yapmıştır. Öğrenciler yapabilecekleri bir soru olarak görmüşlerdir. Bu durumda öğrenci eğer soruyu yapamazsa eksikliğin kendisinden kaynaklandığına inanmakta, ben çözemedim demektedir.

Öğrencilerden Hüseyin bu soruya Şekil 8’daki cevabı vermiştir. Kendisi ile yapılan görüşmede ilk başta çözümü yapacağını, çözüm biraz karışınca kendisinin bir hata yaptığı için sonuca ulaşamadığını düşündüğünü söylemiştir.

Şekil 8 Hüseyin’in 5. soruya cevabı


5. $\cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{2\pi}{9}\cdot\cos\frac{4\pi}{9}$ eşitini bulunuz.

$\cos 20 \cdot \cos 40 \cdot \cos 80$ ⇒ yarımaçı formüllerinden çıkar

$\cos 40 = 2\cos^2 20 - 1$

$\cos 20 \cdot (2\cos^2 20 - 1) \cdot (2\cos^2 40 - 1$

$\Rightarrow 2\cos^3 20 - \cos 20) \cdot (2 \cdot (2\cos^2 20 - 1)(2\cos^2 20 - 1) - 1)$

$\Rightarrow (2\cos^3 20 - \cos 20) \cdot (2 \cdot (4\cos^4 20 - 4\cos^2 20 + 1) - 1)$

$\Rightarrow (2\cos^3 20 - \cos 20) \cdot (8\cos^4 20 - 8\cos^2 20 + 1)$

$\Rightarrow 16\cos^7 20 - 16\cos^5 20 + 2\cos^3 20 - 16\cos^5 20 - 16\cos^3 20 - \cos 20$

$\Rightarrow 16\cos^7 20 - 32\cos^5 20 - 14\cos^3 20 - \cos 20$

$\Rightarrow \cos 20\,(16\cos^6 20 - 32\cos^4 20 - 14\cos^2 20 - 1)$

eşitlerdir.

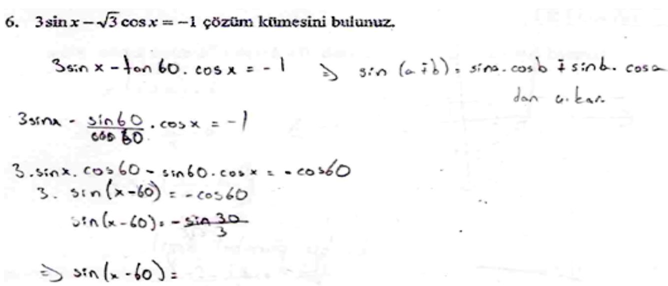
Beşinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Değerlendirilen beşinci soru “ $3\sin x - \sqrt{3}\cos x = -1$ çözüm kümesini bulunuz.” dur. Bu soru zor, yapılandırılmış, trigonometrik bilgi ve denklem çözümü gerektiren rutin bir sorudur. Sonuca yaklaşıldığında çözüm için bulunan açı değeri trigonometrik oranı bilinen bir açı değildir. Bu sebeple sonucu rutin olmayan bir sorudur.

Soruya verilen cevaplara bakıldığında ise ancak öğrencilerden %4'ü doğru olarak cevap verirken %6'sı boş bırakmış ve %49'u ise yanlış yapmıştır. Bu da gösteriyor ki soru gerçekten öğrenciler için zordur. Bu konuda yapılan görüşmelerde çıkan sonuca göre, öğrenciler çözülebilecek bir soruyu kendi eksiklerinden çözemediklerine inanmaktadır. Bu sorunun özelliği ise çözümün belli aşamasından sonra bilinen bir açının trigonometrik değeri çıkmadığı için öğrencilerin beklediklerinden farklı olmaktadır. Öğrenci sonradan fark etmekte, buraya kadar bulduğu sonuçtan şüpheye düşmekte ve eksikliğin kendisinden kaynaklandığına inanmaktadır. Şekil 10, 11 de öğrencilere ait çözüm örnekleri görülmektedir.

Yapılan görüşmede Hüseyin, çözüm yolunu bildiğini, sonucu beklediğinden farklı çıktığını bu sebeple şüpheye düştüğünü ifade etmiştir. Oflaz ise, bu sorunun çözümünü bildiğini ve yaptığını, $\sin(x-30)=-\frac{1}{2\sqrt{3}}$ çıkınca şaşırdığını söylemiştir. Ayrıca bu sonucun çözülebileceğini düşünmekle beraber şüphelendiğini, 0, 30, 45, 60, 90 derecelerin trigonometrik oranları olarak beklediğini eklemiştir.

Şekil 9 Hüseyin'in 5. soruya cevabı



6. $3\sin x-\sqrt{3}\cos x=-1$ çözüm kümesini bulunuz.

$3\sin x - \tan 60 . \cos x = -1$ ⇒ $\sin(a \mp b) = \sin a . \cos b \mp \sin b . \cos a$ dan çıkar.

$3\sin x - \frac{\sin 60}{\cos 60} . \cos x = -1$

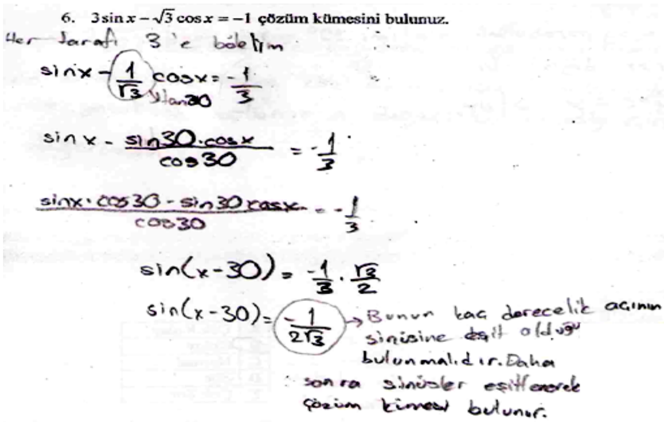
$3 . \sin x . \cos 60 - \sin 60 . \cos x = -\cos 60$

$3 . \sin(x-60) = -\cos 60$

$\sin(x-60) = -\frac{\sin 30}{3}$

⇒ $\sin(x-60) =$

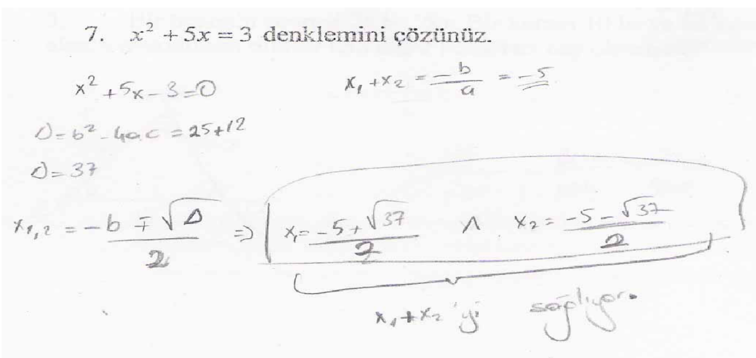
Şekil 10 Oflaz'ın 6. soruya cevabı



Altıncı Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Soru setindeki bir diğer soru da $x^2 + 5x = 3$ denklemini çözünüz." dür. Kolay, yapılandırılmış, temel cebirsel denklem çözüm bilgisi gerektiren rutin bir sorudur. Çözüm sürecine bakıldığında fazla bilişsel aktivite istemeyen, standart denklem çözüm bilgisi gerektiren bir sorudur.

Şekil 11 Numan'ın 5. soruya cevabı



Bazı öğrenciler kendilerine önceki sorulardan denklemle ilgili sorulardan etkilenmişler, cevaplarında şüpheye düşmüşlerdir. Doğru olarak çözen öğrenci %62 iken yapmayan öğrenciler%26 olmuştur.

Şekil 11’de görüldüğü gibi Numan bu sorunun cevabından şüpheye düşmüştür. Yapılan görüşmede Numan sonucun sade olmayışının kendisini şüpheye düşürdüğünü söylemiştir. İfadesine göre cevabın bu kadar kolay olması da kendisini şaşırttığını, sağlama yapmak ihtiyacı hissetmiştir.

Şekil 12 Burak’ın 7. soruya cevabı

Şekil 12’de görüldüğü gibi Burak ikinci dereceden bir denklemin çözümünün çarpanlara ayırma ile yapılacağını düşünmektedir. Bu durum matematiksel konu bilgisinin azlığından da kaynaklanmaktadır. Asıl ilgi çekici olan ise Burak’ın 1. ve 2. sorulardan etkilendiğini söylemesidir.

TARTIŞMA

Öğrencilerin matematik ile ilgili (bilgibilimsel) inançlarının problem çözüm süreçlerine yansıması farklı boyutlarda bulgularda gözlenmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu soruların sade ve kısa sonuçlu olduğuna inanmaktadırlar. Örneğin; birinci soru kolay bir soru iken, öğrenciler sonucun π’ye bağlı çıkması ve daha önce böyle bir katsayı ile uğraşmadıklarından dolayı sonucu ifade etmekte zorlandıkları ve şüpheye düştükleri görülmüştür. Bu durumda sade ve kısa bir sonucun bulunulması için işlemler yeniden kontrol edilmektedir. Hatta doğru sonuca ulaşmış olsalar da yanlış yapıldığı inancına sahip olup, tam olarak çözemediklerini belirtmek zorunluluğunu hissetmişlerdir. Oluşan bu sade ve kısa sonuca ulaşma inancının performansı etkilemiştir (Schommer ve diğ., 2005, Jonassen, 2000 ve Muis, 2004). İnançların oluşmasında çözülen soruların çeşitliliği ve sayısı önemli yer oynayabilir. Öğrenciler ilköğretimden itibaren matematik problemlerinde genellikle sade ve kısa sonuçlarla karşılaşmaktadırlar. Bu durum lise matematik derslerinde de devam etmektedir. Özellikle fizik derslerinde görülen problem tipleri ve sonuçların sade çıkması için yapılan yuvarlamaların da bu duruma katkı yaptığı gözlemlenmektedir. Konuların öğrenilmesi sırasında sonuçların karışık ve bir sabite bağlı olarak bulunulması gibi öğrencilerin pek alışık olmadıkları türden örneklerin seçilmesi yararlı olabilir.

Araştırma kapsamında elde edilen bulgulardan biri de öğrencilerin ikinci dereceden denklem çözümlerinde çarpanlara ayırma işlemi yaparak sonuca ulaşma çabalarıdır. Bu da ikinci dereceden bir denklemin öğretilmesinde, matematik öğretim programında vurgulanan ve öğretmenlerin derslerde uygulaması beklenen genel çözümünün yerine, çoktan seçmeli sınavlarda sade sonuçlu veya çarpanlara ayırma ile yapılan soruların tercih edilmesinden kaynaklanabilir. Bunun sonucu olarak öğrenciler alışık olmadıkları türden sonuçlarda yine şüpheye düşmektedirler. Bu sebeple derslerde ikinci dereceden denklem çözümlerinde çarpanlara ayrılmadan yapılan, sonuçların köklü çıktığı ve katsayıların rasyonel veya ondalık sayı olduğu örnekler çözülüp bunların sonuçları üzerinde konuşulabilir.

Trigonometri konusu için öğretim programında, ders klitaplarında ve öğretmenlerin ders işleme ve sorularında genellikle 0, 30, 45, 60, 90 derece gibi belirli açıların kullanılması vurgulanmaktadır (Delice, 2003). Bu da öğrencilerin inançlarını etkileyen bir faktör olarak gözlenmiştir, çünkü öğrencilerin çözüm sırasında buldukları trigonometrik oranın bildikleri bir açının oranı olmadığında sonuçtan şüphelendikleri görülmüştür. Konu olarak öğrenciler ters trigonometrik oranları bilseler dahi bu değerleri ters trigonometrik oranlar cinsinden veya hesap makinesi kullanarak ifade edememekterdirler. Bu sebeple konu öğrenilirken seçilen örneklere dikkat edilmeli ve sonucun bildik bir açı çıkmadığı örnekler de çözülerek önemli olanın problemin çözümü sırasında uygun basamakların takip edilmesi, çıkan sonucun sade olamayabileceği vurgulanmalıdır.

İnanç, bilgi, beceri ve bilginin uygulanması arasındaki ilişkinin iyileştirilmesi durumunda performanstaki değişimin gözlemlenmesi Türk Eğitim sistemine de katkıda bulunabilir. Okullarda yapılan klasik sınavlarda, sınav öncesi öğrencilerin soruların çözümüne olan inançları ile çözüm sonrası inançlarını ölçmek, öğrencinin sahip olduğu bilginin ne kadarının farkında olduğu ve ne derecede kullanabildiği hakkında fikir verebilir. Bu noktalar üzerinde öğretmenler derslerini şekillendirebilirler.

KAYNAKLAR

Altunışık, R., Coşkun R., Bayraktaroğlu S., Yıldırım E. (2004). *Sosyal Bilimlerde Araştırma Yöntemleri*, (3. Baskı). İstanbul. Sakarya Kitabevi.

Arık, İ.A. (1987). *Yaratıcılık (Üç Derleme)*. Kültür Ve Turizm Bakanlığı Yayınları:790. Ankara.

Cano F. (2005). Epistemological Beliefs And Approaches To Learning: Their Changethrough Secondary School And Their İnfluence On Academic Performans, *British Journal Of Educational Psychology:*Jun 2005;75.

Chinnappan, M. (1998). Decomposing Trigonometry Problems For Schema Acquisition. *Journal Of Applied Research İn Education*, 2(1): 85-98.

Cockcroft, W. H. (Ed.) (1982). *Mathematics Counts.* Report Of The Committee Of Inquiry İnto The Teaching Of Mathematics İn Schools, London: Her Majesty's Stationery Office.

Cohen, L., Manion, L. And Morrison, K. (2000). *Research Methods İn Education*, (5th Edition). London: Routledge.

Delice, A. (2003). A Comparative Study of Students' Understanding of Trigonometry in the United Kingdom and the Turkish Republic. (Yayınlanmamış Doktora Tezi), University of Leeds, İngiltere.Jonassen,

D. H.(2000). Toward A Design Theory Of Problem Solving. *Educational Technology: Research And Development*. 48(4), 63-85.

Muis K. M. (2004). Personal Epistemology And Mathematics:A Critical Review And Synthesis Of Research, *Review Ofeducational Research, 74,317*–377.

National Council Of Teachers Of Mathematics. (1989). *Curriculum And Evaluation Standards For School Mathematics*. Reston, Va: The Author.

Punch, K.F.(2005). *Sosyal Araştırmalara Giriş Nicel Ve Nitel Yaklaşımlar* (Bayrak, D.,Arslan, H.B.,Akyüz, Z,Çev.). Ankara. Siyasal Kitabevi

Schoenfeld, A. H. (1982). Some Thoughts On Problem-Solving Research And Mathematics Education. In F. K. Lester And J. Garofalo (Eds.) *Mathematical Problem Solving: Issues İn Research* (Pp. 27-37). Philadelphia: Franklin Institute Press.

Schoenfeld, A.H. (1983). Beyond The Purely Cognitive: Belief Systems, Social Cognitions, And Metacognitions As Driving Forces In Intellectual Performance, *Cognitive Sciences*, 7, Pp: 329-63.

Schommer, M. (1990). Effects Of Beliefs About The Nature Of Knowledge On Comprehension. *Journal Of Educational Psychology, 82*(3), 498-504.

Schommer,M., Duel,O., ve Huter,R. (2005). Epistemological Beliefs, Mathematical Problem-Solving And Academic Performance Of Middle School Students, *Elementery School Journal ,Volume 105, Number 3 , 290-304*

Selden, A., Selden, J., Hauk, S. ve Mason, A.(1999). Do Calculus Students Eventually Learn To Solve Non-Routine Problems. *Technical Report.* Tennese Technological Univercity. Cookevielle

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2005). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri,* (5.Baskı). Seçkin Yayıncılık, Ankara

Yılmaz, K. (2007). Öğrencilerin Epistemolojik ve Matematik Problemi Çözümlerine Yönelik İnançlarının Problem Çözme Sürecine Etkisinin Araştırılması, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi.