PORTFÖY SEÇİMİNE ÇOK AMAÇLI YAKLAŞIM: DOĞRUSAL OLMAYAN HEDEF PROGRAMLAMA MODELİ

Dr. Eyüp ÇETİN

ÖZET

Klasik ortalama-varyans (MV) portföy seçim modeli özü itibariyle çok amaçlı bir modeldir. Söz konusu model çok amaçlı programlama yöntemlerinden kısıtlandırma yöntemiyle çözülmektedir. Bu çalışmada, portföy yatırımının iki ana unsuru olan portföy varyansı ve portföyün beklenen getirisiyle birlikte sistematik risk ölçüsü olan portföyün betası ele alınmıştır. Dolayısıyla, CAPM modelinin önemli bir parametresi olan beta ile ortalama-varyans yaklaşımı bir modelde entegre edilmiştir. Elde edilen çok amaçlı yapı, eşdeğerli ve öncelikli hedef programlama modelleriyle çözülmüştür. Uygulamada Temmuz 1998-Haziran 2003 dönemine ilişkin İMKB'den alınan düzeltilmiş veriler kullanılmıştır. Eşdeğerli hedef programlama modelinin klasik MV modeline göre daha tutucu davranırken, risk öncelikli hedef programlama modellerinin çok daha tutucu ve koruyucu davrandıkları gözlemlenmiştir. Diğer taraftan, getiri öncelikli modellerin ise daha risk alıcı nitelikte hareket ettikleri tespit edilmiştir. Etkin sınırların ve korelasyon katsayılarının karşılaştırıldığı bu çalışmada, yatırımcılara çok amaçlı yatırım yapabilme alternatifleri sunulmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Portföy varyansı, portföyün beklenen getirisi, portföy betası, çok amaçlı programlama.

ABSTRACT

MULTI-OBJECTIVE APPROACH TO PORTFOLIO SELECTION:A NONLINEAR GOAL PROGRAMMING MODEL

The classical mean-variance (MV) portfolio selection model is essentially a multi-objective model. The model mentioned is solved by constrained technique, one of multi-objective programming methods. In this paper, portfolio beta, which is a measure of systematic risk, is determined together with portfolio variance and portfolio expected return, which are two main elements of portfolio investment. Thus, beta, an important parameter of CAPM model, is integrated with mean-variance approach in a single model. The obtained multi-objective structure is solved by both nonpreemptive and preemptive goal programming models. The adjusted data related to the period July 1998-June 2003, which are used in application, are taken from ISE (Istanbul Stock Exchange). It is observed that nonpreemptive goal programming model behaves more defensive than classical MV model when risk preemptive models behave much more defensive than the others. On the other side, it is determined that return preemptive models behave to take more risk than the others. This study in which efficient frontiers and correlation coefficients are compared, it is submitted the alternatives of investing to investors in a multi-objective frame.

Keywords: Portfolio variance, portfolio expected return, portfolio beta, multi-objective programming.

* İstanbul Üniversitesi, İşletme Fakültesi, Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı, eycetin@istanbul.edu.tr

1. GİRİŞ

Klasik ortlama-varyans portföy seçimi problemi aslında çok amaçlı programlama modelidir. Bu çok amaçlı problem, belirli getiri seviyelerinde riski minimize etmek ya da belirli risk seviyelerinde getiriyi maksimize etmek suretiyle tek amaçlı hale dönüştürülmektedir. Doğal olarak diğer yatırım problemleri gibi bir portföy probleminin de iki temel unsuru risk ve getiridir.

Literatürde, portföy problemi için bu iki temel ögeye ek olarak bazı amaçların da entegresiyle elde edilen çok amaçlı programlama modelleri yer almaktadır. Söz konusu modellerin çözümü için özel algoritmalar da geliştirilmiştir. Konno ve diğerleri (1993) portföy seçimine çok amaçlı yaklaşarak çarpıklığı üçüncü amaç olarak almışlardır. Chunhachinda ve diğerleri (1993) ile Prakash ve diğerleri (2003) yine çarpıklığı kullanarak hedef programlama yaklaşımıyla portföy seçimi modelleri geliştirmişlerdir. Xu ve Li (2002), risk ve getiriye likidite amacı ekleyerek üç amaçlı geliştirilmiş portföy modeli önermişlerdir.

Bu çalışmada, ortalama-varyans portföy seçimi probleminin iki amacı olan risk ve getiriye ilave olarak sistematik risk ölçüsü olan beta amacı da eklenmiştir. Böylece üç amaçlı bir model elde edilmiştir. Dolayısıyla, ortalama-varyans modelinin parametreleri ile Sermaye Varlıklarını Fiyatlandırma Modelinin (CAPM) önemli bir parametresi olan beta tek bir modelde ele alınmıştır. Elde edilen çok amaçlı model, hedef programlama yöntemiyle tek amaçlı hale getirilerek çözüme ulaşılmıştır. Kurulan hedef programlama modeli bir doğrusal olmayan programlama modelidir.

Çalışılan modelin optimizasyonu için esnek bir yapı sunan elektronik tablo yöntemi kullanılmıştır. Elektronik tablo aracı olarak ise Microsoft Excel'in İngilizce 2000 versiyonu kullanılmıştır. Teorik olarak oluşturulan model İMKB'nin resmi internet sitesinden alınan verilerle uygulanmıştır. Hedef programlama modeli, eşdeğerli ve farklı önceliklere göre çözülerek etkin sınırlar oluşturulmuş ve klasik ortalama-varyans modeliyle karşılaştırılmıştır.

2. ÇOK AMAÇLI PROGRAMLAMA

Bazı durumlarda karar vericiler çok amaçlı problemlerle karşılaşabilmektedirler. Çok amaçlı modellerde her bir amaç için optimal çözümler bulma yerine hepsi için etkin bir çözüm bulunmaya çalışılır. Etkin çözüm, tüm amaçların hepsinde aynı anda iyileştirilemeyen çözümdür[1]. Etkin çözümde yapılan bir değişiklik bir amacı iyileştirirken diğerlerini kötüleştirebilmektedir[2]. Etkin çözümler üretmek amacıyla başlangıç problemi genellikle tek amaçlı probleme dönüştürülerek çözümler yürütülür.

Her bir amac Z_j'nin maksimize edilmesi gerektiği varsayımıyla çok amaçlı problem,

$$\max \; Z_1(X), Z_2(X), \ldots, Z_n(X)$$

$$g_i(X) = b_i, \; i = 1,2,\ldots,m$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada, $Z_j(X)$, $j=1,\ldots,n$ amaç fonksiyonları, X karar değişkenleri vektörü ve $g_i(X)$ problem kısıtlarıdır[3]. Aşağıda çok amaçlı programlama modellerinden bazıları üzerinde kısaca durulmuştur.

1 Foued, Ben Adbelaziz, Mejri Sameh, “Application of Goal Programming in a Multi-objective Reservoir Operation Model in Tunisia”, European Journal of Operational Research, No: 133, 2001, s. 353.

2 Winston, Wayne L., S. Christian Albright, Practical Management Science, (2nd Ed.), USA, Duxbury -Thomson Learning, 2001, s. 450.

3 Foued, a.g.e., s. 353.

2.1.Ağırlıklandırma Yöntemi

Ağırlıklandırma yöntemi, amaç vektörünü skaler bir değere dönüştürmek için göreceli ağırlıkların ayrı amaç fonksiyonlarıyla çarpılıp toplanması işleminden ibarettir. Dolayısıyla, söz konusu skaler değer amaç fonksiyonlarının ağırlıklı toplamıdır Bu durumda çok amaçlı model,

$$\max \; P_1Z_1(X)+P_2Z_2(X)+...+P_nZ_n(X)$$

$$g_i(X)=b_i, \forall i$$

biçiminde ifade edilebilir. Burada, $P_1, P_2, ..., P_n$ karar verici tarafından belirlenen pozitif sabitlerdir. Her farklı $P_1, P_2, ..., P_n$ kümesi için yukarıdaki amaç fonksiyonun maksimizasyonuyla farklı etkin çözümler oluşmaktadır.

2.2. Kısıtlandırma Yöntemi

Kısıt modeli,

$$\max \; Z_j(X)$$

$$g_i(X)=b_i, \forall i$$

$$Z_k \geq L_k, \forall_k \neq j$$

şeklinde ifade edilmektedir. Bu modelde, bir amaç $Z_j(X)$, diğer amaçlardaki L_k alt limitleri kısıtı altında maksimize edilmektedir. Her L_k için, $Z_j(X)$,'nin maksimizasyonu bir etkin çözüm oluşturmaktadır.

2.3.Hedef Programlama Yöntemi

Amaç fonksiyonu $Z_j(X)$, ve j amacıyla eşleştirilen istek (aspirasyon) düzeyi b_j olarak verilsin. Bu durumda, $Z_j(X) \leq b_j$, $Z_j(X) \geq b_j$ ve $Z_j(X) = b_j$ şeklinde üç durum söz konusudur. Bu durumlardan herhangi birisini, bir negatif sapma ($d^- \geq 0$) ekleyip ve bir pozitif sapma ($d^+ \geq 0$) çıkartıp istek düzeyine eşitleyerek hedef programlama formatına dönüştürmek mümkündür. Hedef programlamanın mantığı hedeflerden sapmaları minimize etmektir. Bu durumda,

- $Z_j(X) \leq b_j$ hedefini sağlamak için, pozitif sapma (d^+) minimize edilir,
- $Z_j(X) \geq b_j$ hedefini sağlamak için, negatif sapma (d^-) minimize edilir,
- $Z_j(X) = b_j$ hedefini sağlamak için, hem pozitif (d^+) hem de negatif (d^+) sapmalar birlikte minimize edilir.

Örnek olarak, $Z_1(X) \leq b_1$ ve $Z_2(X) = b_2$ biçiminde iki amacın verildiğini varsayalım. Bu amaçlar hedef programlama yaklaşımına göre,

$$\min \; d_1^+ + (d_2^+ + d_2^-)$$

$$Z_1(X) + d_1^- - d_1^+ = b_1$$

$$Z_2(X) + d_2^- - d_2^+ = b_2$$

olarak yazılabilirler[4].

Yukarıdaki örnek modelde dikkat edilirse iki farklı amaca ilişkin sapmalar bir amaç fonksiyonunda temsil edilerek minimize edilmektedir. Bu modelde $Z_1(X)$ ve $Z_2(X)$ amaçları karar verici açısından eşit öncelikte ele alınmaktadır. Çünkü, hedef programlama modelinin amaç fonksiyonunda ilgili hedeflerin sapmalarının katsayıları eşittir. Bu tür modeller *eşdeğerli hedef programlama* modelleri olarak adlandırılmaktadır.

4 Foued, a.g.e., s. 354.

Karar verici, hedeflerinin gerçekleşme önceliklerini sıralayıp buna göre hedef programlama modelini kurabilmektedir. Bu tür modeller *öncelikli hedef programlama* modelleri olarak bilinmektedir. Bunun için karar verici öncelikle hedeflerini en önemliden (hedef 1) en önemsize (hedef n) doğru sıralamalıdır. Bu durumda *j* hedefini amaç fonksiyonunda temsil eden değişkenin (sapmanın) katsayısı P_j olacaktır. Sıralamanın,

$$P_1 \rangle\rangle\rangle P_2 \rangle\rangle\rangle P_3 \rangle\rangle\rangle \ldots \rangle\rangle\rangle P_n$$

şeklinde olduğunu varsayalım. Buna göre, karar verici öncelikle en önemli hedefin (hedef 1) gerçekleşmesini, daha sonra hedef 2'nin gerçekleşmesini ve en son olarak da hedef n'nin gerçekleşmesini istemektedir[5]. Hedef programlama modelleri genellikle doğrusal olarak kurulmaktadır. Ancak, genel algoritma aynı kalmak kaydıyla doğrusal olmayan hedef programlama modelleri de kurmak mümkündür. Ayrıca, tam sayılı, karma tamsayılı veya 0-1 değişkenleriyle de hedef programlama modelleri oluşturmak mümkündür[6].

3. PORTFÖY SEÇİMİ

Optimal portföy seçimine ilişkin çalışmalar ilk olarak 1952'de Harry M. Markowitz'in yayınladığı makale ile bilim dünyasına sunulmuştur. 1990'da nobel ödülü alan Markowitz'in çalışmaları bu konuda temel oluşturmuş ve bir çok portföy optimizasyonu modeli geliştirilmiştir.

Riskin verilen bir seviyesi için beklenen getiriyi *maksimize* eden ve verilen bir beklenen getiri seviyesi için riski *minimize* eden portföyler *etkin portföyler* olarak adlandırılmaktadır *Tüm* etkin portföylerin kümesi ise *etkin sınır (efficient frontier)* olarak adlandırılmaktadır[7]. Aslında söz konusu etkin sınır, çok kriterli optimizasyonun temellerini 1896'da atan Pareto'nun önerdiği ve literatüre *Pareto optimal çözümleri* olarak geçen çözümlerin iki boyutlu uzayda değişim eğrisi (trade-off curve) olarak gösterilmesinden başka bir şey değildir[8].

Portföy kuramında, portföy riski genellikle toplam getirinin varyansı cinsinden ölçülmektedir[9]. Varyans, ya da karekökü olan standart sapmaya dayalı risk ölçüleri P_2 risk olarak adlandırılırken, ortalama mutlak sapmaya dayalı risk ise, P_1 *risk* olarak nitelendirilmektedir[10]. Bazı üstünlüklerinden dolayı da yarı-varyans risk ölçüsü olarak da kullanılmaktadır[11].

ξ_j rassal değişkeni getiri oranı ve x_j, *j.* hisse senedine yatırılması gereken fonun oranı ve $j=1,...,n$ olmak üzere, *toplam beklenen getiri,* vektör notasyonuyla, $E(\xi^T x) = \mu^T x$ olarak ifade edilmektedir. Burada, $\xi = (\xi_1,\ldots,\xi_n)^T$, $\mu=(\mu_1,...,\mu_n)^T$, $x=(x_1,...,x_n)^T$, $\mu_i= E(\xi_i)$, $i=1,...,n$

5 Winston, a.g.e., s. 194.
6 Winston, a.g.e., s. 198 / Foued, a.g.e., s. 354.
7 Prekopa, Andras, Stochastic Programming, Hungary, Kluwer Academic Publishers, Prekopa, 1995, s. 493.
8 Xu, Jiuping, Jun Li, "A Class of Stochastic Optimization Problems with One Quadratic & Several Linear Objective Functions and Extended Portfolio Selection Model", Journal of Computational and Applied Mathematics, No:146, 2002, s. 100./ Winston ve Allbright, a.g.e., s. 464.
9 Prekopa, a.g.e., s. 493.
10 Konno, Hiroshi, Hiroaki Yamazaki, "Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Application to Tokyo Stock Market", Management Science, Vol:37, No:5, March 1991, s. 551-552.
11 Markowitz, Harry M., Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments, (2nd Ed.), Massachusetts, Basil Blackwell Inc., 1991, s. 189.

biçimindedir. ξ rassal vektörünün kovaryans matrisi C olmak üzere, portföyün varyansı,

$$Var(\xi^T x) = x^T C x$$

olarak elde edilmektedir[12].

Sharpe'ın CAPM yaklaşımı finansın diğer önemli bir köşe taşıdır. Bu yaklaşıma göre, her hisse senedinin *beta* olarak adlandırılan bir risk ölçüsü vardır. Buna göre, bir hisse senedinden beklenen getiri hisse senedinin betasının doğrusal bir fonksiyonudur[13]. Diğer bir deyimle, beta katsayısı, finansal varlığın (hisse senedi) pazar portföyüyle olan ilişkisinin bir göstergesidir[14]. Beta katsayısı aslında portföy çeşitlendirmesiyle azaltılamayan sistematik riskin bir ölçüsüdür. *j* hisse senedinin beta katsayısı, *j*'nin getirileri ile ***m*** pazar portföyünün getirileri arasındaki kovaryansın, pazar portföyünün getirilerinin varyansına oranı olarak tanımlanmaktadır. Matematiksel olarak,

$$\beta_j = \frac{Cov(j, m)}{Var(m)}$$

şeklinde ifade edilebilir. Pratik olarak bir hisse senedinin betası, pazar portföyünün periyodik getiri oranları ile hisse senedinin periyodik getiri oranları arasındaki regresyon doğrusunun eğimi olarak da hesaplanabilir. Pazar portföyünün getiri oranları olarak pazar endeksindeki değişimler alınabilir[15].

Beta katsayısı 1'den büyük olan varlıklar atak (agresif) varlıklar olarak kabul edilir. Pazar portföyündeki küçük bir değişiklik bu varlıkları daha fazla etkileyecektir. Dolayısıyla, *agresif* varlıkların *riski yüksektir*. Beta katsayısı 1'den küçük olan varlıklar ise, müdafacı (defansif) varlıklar olarak adlandırılır. Pazar portföyündeki değişimler bu varlıklara daha az yansımaktadır. Bu nedenle, *defansif* varlıkların *riski daha düşüktür*. Burada kritik değer 1'dir. Çünkü pazar portföyünün -kendi getirileri arasındaki korelasyonu 1 olduğundan- beta katsayısı 1'dir.

Hisse senetlerinin bireysel beta katsayıları olduğu gibi, portföylerin de beta katsayıları hesaplanabilmektedir. *n* hisse senedi, ya da varlığın oluşturduğu portföyün betası, bireysel betaların varlıkların portföydeki ağırlıklıklarıyla çarpılıp toplanmasından oluşmaktadır Sembolik olarak portföyün betası,

$$\beta_p = \sum_{j=1}^{n} \beta_j x_j$$

biçiminde ifade edilebilir[16]. aDolayısıyla, portföyler de yukarıda hisse senetleri için değinilen risk-beta kriterlerine göre hareket etmek durumundadırlar. Bu nedenle mümkün olduğunca portföy betasını 1'den küçük tutmaya çalışmak defansif bir davranış olacaktır.

3.1.Klasik Ortalama-Varyans (MV) Modeli

Yatırımcılar genellikle yatırımın iki boyutuyla ilgilenmektedirler:Beklenen getiri oranı ve risk. Bu olgu da, bir yatırımda en az iki amacın

12 Prekopa, a.g.e., s. 493.
13 Winston ve Albright, a.g.e., s. 880.
14 Bolak, Mehmet, Sermaye Piyasası, Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi, (2.baskı), İstanbul, Beta Yayınları.Bolak, 1994, s. 214.
15 Moyer, R. Charles, James R. McGuigan, William J. Kretlow, Contemporary Financial Management, (4th Ed.), USA, West Publishing Company, 1994, s.269.
16 Bolak, a.g.e., s.219.

gizli olduğunu ortaya koymaktadır. Birisi riski minimize etmek, diğeri de ortalama beklenen getiriyi maksimize etmektir. Klasik ortalama-varyans (MV) modeli, ξ_j rassal değişkeni getiri oranı ve x_j, j. hisse senedine yatırılması gereken fonun oranı, $j=1,...,n$, ve C, ξ rassal vektörünün kovaryans matrisi olmak üzere,

$$\max E(\xi^T x) = \mu^T x$$

$$\min Var(\xi^T x) = x^T C x$$

$$F^T x = 1$$

$$x \geq 0$$

biçimindedir. Burada, $\xi = (\xi_1,...,\xi_n)^T$, $\mu=(\mu_1,...,\mu_n)^T$, $x = (x_1,...,x_n)^T$, $\mu_i = E(\xi_i)$, $i=1,...,n$ ve $F= (1,1,...,1)_n^T$ olarak ifade edilmektedir[17]. İstek (aspirasyon) seviyeleriyle MV modeli tek amaçlı (kısıtlandırma yöntemi) hale getirilebilmektedir. Bu durumda bir parametrik kuadratik programlama modeli elde edilmektedir. Model, ρ yatırımcı tarafından önceden belirlenen gereken en az getiri oranı (aspirasyon seviyesi) olmak üzere,

$$\min x^T C x$$

$$\sum_{j=1}^{n} \mu_j x_j \geq \rho$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1,...,n$$

biçiminde ifade edilebilmektedir.

Bu modelde, görüldüğü gibi önceden belirlenen bir getiri düzeyinde portföy varyansı minimize edilmektedir. Diğer taraftan, portföy varyansının önceden belirlenen v risk düzeyini (aspirasyon seviyesi) aşmayacak şekilde toplam beklenen getirinin maksimize edilmesi de sağlanabilir. Bu durumda söz konusu model,

$$\max \sum_{j=1}^{n} \mu_j x_j$$

$$x^T C x \leq v$$

$$\sum_{j=1}^{n} x_j = 1$$

$$x_j \geq 0 \quad j = 1,...,n$$

olarak ifade edilir[18].

3.2.Hedef Programlama Modeli Önerisi

Portföy seçiminde iki ana unsur olan risk ve getiriye ek olarak, *portöyün beta katsayısı* diğer bir unsur olarak ele alınabilir. Çünkü, beta katsayısı sistematik riskin bir ölçütüdür. Defansif bir yatırımcı açısından 1'den küçük olması gerekmektedir.

Risk, getiri ve beta unsurlarının entegrasyonu ile üç amaçlı bir model elde edilebilir. Söz konusu model, aspirasyon (istek) seviyelerinin belirlenmesiyle hedef programlama modeliyle ifade edilebilir. Varyans hedefi için aspirasyon seviyesi 0 olarak belirlenebilir. Yani, portföy varyansı 0'a eşitlenebilir. Hedef programlamada hedeflerden sapmalara olanak sağlandığından varyans sıfır yapılamadığı taktirde varyans kısıtının üst (pozitif) sapması portföyün varyansı olarak karşımıza çıkacaktır Ortalama getiri hedefi için aspirasyon seviyesi yatırımcı tarafından önceden belirlenen ρ olarak seçilebilir. Portföyün ortalama beklenen getirisi en az ρ kadar olmalı-

17 Xu ve Li, a.g.e., s. 111.
18 Prekopa, a.g.e., s. 493-494.

dır. Beta amacı için aspirasyon seviyesi olarak 1 alınabilir. Söz konusu seviye varyanstaki gibi 0 olarak alınabilirdi. Ancak, yatırımcının beta için kritik değer olan 1'e göre tavır alabileceği düşünülerek bu değer 1 olarak seçilmiştir. Diğer bir ifadeyle, yatırımcı bu seviyeye kadar olan sistematik riske katlanabilmektedir. Bu durumda defansif bir yatırımcı varsayımıyla hareket edilmiş olacaktır.

Hedef programlama yaklaşımı çerçevesinde aspirasyon seviyelerine göre hedefler, $\beta = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_n)^T$ olmak üzere,

Hedef 1. $E(\xi^T x) = \mu^T x \geq \rho$ (Ortalama getiri)

Hedef 2. $Var(\xi^T x) = x^T Cx = 0$ (Varyans)

Hedef 3. $\beta_p = \beta^T x \langle 1$ (Beta)

şeklinde belirlenmiştir.

Yukarıdaki hedefleri, hedef programlama formatında ifade etmek için her bir hedefe negatif sapma eklenmeli ve pozitif sapma çıkarılmalıdır. Bu sapmalardan hedeflere uygun olanlar ise minimize edilmelidir. Buna göre önerilen hedef programlama modeli,

$$\min P_1 d_1^- + P_2 (d_2^- + d_2^+) + P_3 d_3^+$$

$$\sum_{j=1}^{n} \beta_j x_j + d_3^- - d_3^+ = 1$$

$$x_j \geq 0, j = 1,...,n$$

$$d_1^+, d_1^-, d_2^+, d_2^-, d_3^+, d_3^- \geq 0$$

biçiminde ifade edilebilir. Bu modelde, varyans kısıtında eşitlik sağlanması için her iki sapmanın da minimize edilmesi gerekmektedir. Beklenen getiri kısıtında alt (negatif) sapmanın minimize edilmesi gerekmektedir ve üst (pozitif) sapma serbest bırakılmıştır. Diğer taraftan beta kısıtında, üst (pozitif) sapma minimize edilirken alt sapma serbest bırakılmıştır Çünkü, bu kısıtta zaten 1'in altında değerler istenmektedir.

Önerilen bu model, hedef kısıtında doğrusal olmayan ifade (kuadratik form) içerdiğinden bir *doğrusal olmayan hedef programlama* modelidir. Amaç fonksiyonunda $P_1 = P_2 = P_3$ alındığında *eşdeğerli hedef programlama* modeli elde edilmektedir. Bu durumda, her üç amaç da eşdeğer öneme sahiptir. Amaç fonksiyonu yatırımcının farklı önceliklerine göre, farklı katsayılarla ağırlıklandırılırsa *öncelikli hedef programlama* modeli elde edilmektedir. Söz konusu modelden elde edilen çözümlerin amaçlara göre optimal çözüm değil ancak her üç amacı da en iyi sağlayan *etkin çözümler* oldukları unutulmamalıdır.

4. HEDEF PROGRAMLAMA MODELİNİN UYGULANMASI

Önerilen doğrusal olmayan hedef programlama modeli İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB)'nın resmi internet sitesinden alınan istatistik veriler kullanılarak uygulanmıştır[19].

4.1.Uygulamanın Kapsamı

Bu çalışmada problem boyutlarının büyümemesi için İMKB-Ulusal 30 Endeksinde yer alan hisse senetleri üzerinde çalışılmıştır. Ele alınan dönem ise Temmuz 1998- Haziran 2003 arasındaki 60 aylık (5 yıllık) dönemi kapsamak-

19 (Çevrimiçi), www.imkb.gov.tr/sirket/staveriler.htm, 13.05.2004.

tadır. İMKB-Ulusal 30 Endeksinde, ilgili 60 aylık döneme ilişkin *düzeltilmiş* aylık getiri oranı istatistiği bulunan hisse senedi sayısı 24'tür. Pazar portföyü aylık getiri oranları olarak ise kapsanan döneme ilişkin Bileşik Endeksteki aylık değişimler alınmıştır. Tablo 1'de uygulama kapsamına alınan hisse senetleri ve İMKB kodları yer almaktadır[20].

4.2.Modelin Kurulması

Bu çalışmada sunulan model doğrusal olmayan programlama modeli olduğundan LINGO gibi yazılımlarla çözülebilmektedir. Ancak, bu çalışmada, parametre değişimlerinin çok daha rahat yapılabildiği ve oldukça kolay bir kullanımı olan elektronik tablo yöntemi kullanılmıştır. Elektronik tablo aracı olarak dünya çapında yaygın bir kullanıma sahip olan Microsoft Excel'in İngilizce 2000 versiyonu kullanılmıştır.

Elektronik tablo kurulum aşamaları burada ayrıntılı olarak verilmemiştir. Ancak elektronik tabloda yer alan hücre adresleri, alan isimleri ve formüller Tablo 2'de verilmiştir.

Modelde kuadratik form olarak yer alan portföy varyansının pozitif definitliği de gösterilmiştir. Sylvester Teoremine göre, $\boldsymbol{C}$ matrisinin tüm ardışık asal minörleri pozitif ise $\boldsymbol{x}^{T} = \boldsymbol{C}\ \boldsymbol{x}$ kuadratik formu pozitif definittir. Bu teoremin tersi de doğrudur[21]. Bu nedenle, kovaryans matrisinin ardışık asal minörleri hesaplanmıştır. Bunun için, 24 tane alt determinant elektronik tabloda hesaplanmış ve hepsinin de pozitif oldukları görülmüştür. Dolayısıyla, söz konusu kuadratik form pozitif definittir.

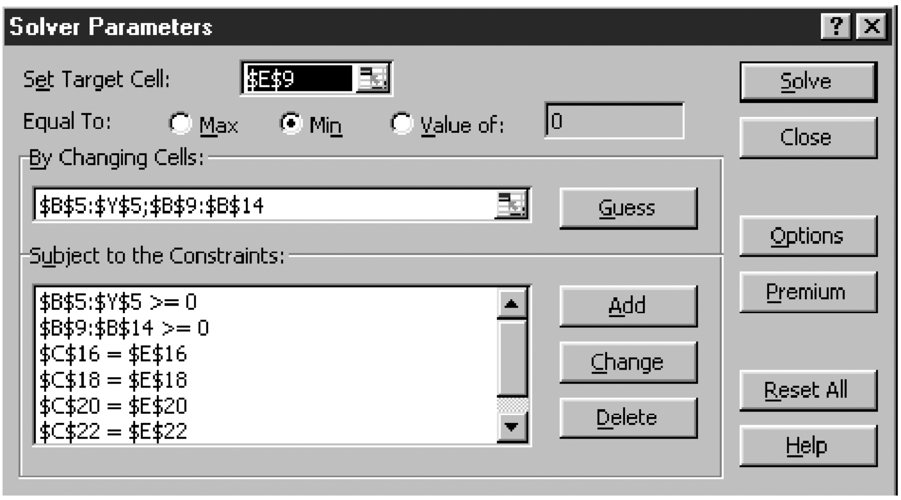
Modelin optimizasyonu Microsoft Excel içerisinde yer alan Solver (Çözücü) aracı ile yapılmıştır. Bu amaçla, modelde belirtilen kısıtlar elektronik tablonun Solver (Çözücü) diyalog kutusuna girilmiştir. Ayrıca, ilgili değişkenlerin pozitiflik kısıtları da eklenmiştir. Bir hedef kısıtına ilişkin alt ve üst sapmaların birisinin sıfır olmasını sağlamak amacıyla kısıtlara ilgili sapmaların çarpımının sıfır olması gerektiği kısıtı da Solver'a eklenmiştir. Sözü edilen Solver diyalog kutusu Şekil 1'de görülmektedir.

20 (Çevrimiçi), www.analiz.com, 13.05.2004.

21 Wismer, David A., R. Chattergy, Introduction to Nonlinear Optimization: A Problem Solving Approach, New York, Elsevier North-Holland Inc., 1978, s. 12.

Tablo 1. Uygulama Kapsamına Alınan Hisse Senetleri

İMKB Kodu	Hisse Senedi Adı	İMKB Kodu	Hisse Senedi Adı
AKBNK	AKBANK	IHLAS	İHLAS HOLDİNG
AKGRT	AKSİGORTA	KCHOL	KOÇ HOLDİNG
AKSA	AKSA AKRİLİK	MIGRS	MİGROS
ALARK	ALARKO HOLDİNG	NETAS	NETAŞ TELEKOM
ARCLK	ARÇELİK	PTOFS	PETROL OFİSİ
BEKO	BEKO	SAHOL	SABANCI HOL.
DOHOL	DOĞAN HOLDİNG	SISE	ŞİŞECAM
EREGL	EREĞLİ DEMİR ÇELİK	TNSAS	TANSAŞ
FINBN	FİNANSBANK	TOASO	TOFAŞ OTO. FB.
FROTO	FORD OTOMOTİV	TUPRS	TÜPRAŞ PET. RAF.
GARAN	GARANTİ BANKASI	VESTL	VESTEL
HURGZ	HÜRRİYET GAZ.	YKBNK	YAPI KREDİ BNK.



Şekil 1. Solver Diyalog Kutusu

Tablo 2. Elektronik Tablo Alan Tanımları ve Formülleri

HÜCRE	ALAN ADI	FORMÜL
B5:Y5	Portföydeki ağırlıklar	Solver, By Changing Cell
B9:B14	Kısıtlardan sapmalar	Solver, By Changing Cell
E9	Amaç hücre	=B10+B11+B12+B13
C16	Getiri kısıtı	=SUMPRODUCT(B5:Y5;B93:Y93)-B9+B10
C18	Varyans Kısıtı	=H9-B11+B12
C20	Beta kısıtı	=H21+B14-B13
C22	Ağırlık kısıtı	=SUM(B5:Y5)
H9	Portföy varyansı	=MMULT(B123:Y123;B126:B149)
H13	Portföy Standart Sapması	=SQRT(H9)
H17	Portföy getirisi	=SUMPRODUCT(B5:Y5;B93:Y93)
H21	Portföy betası	=SUMPRODUCT(B5:Y5;B94:Y94)
A30:Y91	Hisse senetleri getiri oranları	
Z30:Z91	Bileşik Endeks getiri oranları	
B93:Y93	Hisse senedi getiri ortalamaları	=AVERAGE(B31:B91) (kopyalanmış)
B98:Y121	Kovaryans matrisi	Data analysis-Covariance
AB55:AZ55	Bileşik Endeks ve H.S.kovaryansı	Data analysis-Covariance
AZ55	Bileşik Endeks varyansı	Data analysis-Covariance
B94:Y94	Hisse senedi betaları	=AB55/$AZ$55 (kopyalanmış)
F126:F149	Pozitif definitlik	=MDETERM($B$98:OFFSET($A$97;E126;E126))

4.3.Modelin Çözülmesi

Önerilen model öncelikle eşdeğerli hedef programlama modeli olarak çözülmüştür. Hedef kısıtlardan sapmaların katsayıları eşit ve 1 olarak alınmıştır. Bu çözümde getiri aspirasyon seviyesi 0,01 olarak alınmıştır. Solver aracının çalıştırılmasından sonra model optimal çözüme ulaşmıştır. PIII 450 ve 64 MB RAM'e sahip bir bilgisayarda çözüme ulaşma süresi 8 saniyedir. Bu çözüme göre portföye 5 hisse senedi alınmaktadır. Bu çözüme göre yatırımcı fonunun %13,95'ni EREGL hisse senedine, %2,51'ni IHLAS hisse senedine, %75,34'nü MIGRS hisse senedine, %2,08'ni PTOFS hisse senedine ve %6,12'sini de TUPRAŞ hisse senedine yatırmalıdır. Portföy varyansı %2,73, standart sapması %16,52, getirisi %3,41 ve betası 0,7453 elde edilmiştir. Eşdeğerli hedef programlama modeline ilişkin optimal elektronik tablonun bir bölümü bazı sütunları gizlenmiş olarak Tablo 3'te görülmektedir.

Tablo 3. Eşdeğerli Hedef Programlama Modelinin Optimal Çözümü

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	V	W	X	Y
1	Portföy Seçimine Hedef Programlama Yaklaşımı														
2															
3	Hisse Senetlerinin Portföydeki Ağırlıkları														
4		X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7	X8	X9	X10	X21	X22	X23	X24
5		0	0	0	0	0	0	0	0,1395	0	0	0	0,0612	0	0
6															
7	Kısıtlardan Sapmalar				Amaç			Portföy Varyansı (XtCX)							
8															
9	d1artı	0,0241			0,0273			0,0273							
10	d1eksi	0													
11	d2artı	0,0273						Portföy Standart Sapması							
12	d2eksi	0													
13	d3 artı	0						0,1652							
14	d3 eksi	0,2547													
15								Portföy Getirisi							
16	Getiri Kısıtı		0,01	=	0,01										
17								0,0341							
18	Varyans Kısıtı		0	=	0										
19								Portföy Betası							
20	Beta Kısıtı		1	=	1										
21								0,7453							
22	Ağırlık Kısıtı		1	=	1										
23															

5. BULGULARIN KARŞILAŞTIRILMASI VE YORUMLANMASI

Yukarıda eşdeğerli hedef programlama modeli 0,01 istenen en az getiri oranı seviyesinde çözülmüştü. Bu aspirasyon değerinin 0,005'lik artışlarla 0,07'ye kadar olan seviyelerinde model çözülmüştür. Winston ve Albrigt (2001)'ın geliştirdikleri SolverTable aracı sayesinde her farklı seviyede Solver'ı çalıştırmaya gerek kalmadan sonuçlar tek bir işlemle elde edilebilmektedir. Bu araç kullanılarak elde edilen sonuçlar Tablo 4'te görülmektedir.

Tablo 4 incelendiğinde kurulan eşdeğerli hedef programlama modeli ele alınan aspirasyon seviyelerinin hepsinde uygun çözümler üretmektedir. Ancak portföy seçiminde getirinin en az istenen seviyede olması beklenmektedir. Modelde d_1^- değişkeni minimize edilirken, d_1^+ değişkeni istenen seviyeden (ρ) ne kadar fazla getiri üretebileceğini göstermektedir. Tablo 4'e göre, 0,055 seviyesinden sonra d_1^- değişkeni sıfırdan farklı olmaktadır Diğer bir deyimle, istenen aspirasyon seviyesinin altına düşülmektedir.

Tablo 4. Eşdeğerli Modelin   Değerlerine Göre Değişimleri

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	**Eşdeğerli**									
2		**d1 artı**	**d1 eksi**	**d2 artı**	**d2 eksi**	**d3 artı**	**d3 eksi**	**St.Sapma**	**Beta**	**Getiri**
3	0,01	**0,024125**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255163**	**0,165184839**	**0,744837**	**0,03413**
4	0,015	**0,019126**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255166**	**0,165184778**	**0,744834**	**0,034128**
5	0,02	**0,014123**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255089**	**0,165184721**	**0,744911**	**0,03413**
6	0,025	**0,00913**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255187**	**0,165185038**	**0,744813**	**0,034127**
7	0,03	**0,004126**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255108**	**0,165185031**	**0,744892**	**0,034124**
8	0,035	**0**	**0**	**0,027353**	**0**	**0**	**0,251501**	**0,165387247**	**0,748499**	**0,035**
9	0,04	**0**	**0**	**0,028588**	**0**	**0**	**0,209579**	**0,169078661**	**0,790421**	**0,04**
10	0,045	**0**	**0**	**0,030934**	**0**	**0**	**0,159398**	**0,175879496**	**0,840602**	**0,045**
11	0,05	**0**	**0**	**0,034773**	**0**	**0**	**0,097797**	**0,186475018**	**0,902203**	**0,05**
12	0,055	0	0,003854	0,035877	0	0	0,083689	0,189412405	0,916311	0,051141
13	0,06	0	0,008863	0,035869	0	0	0,083945	0,189391272	0,916055	0,051143
14	0,065	0	0,013871	0,03586	0	0	0,084139	0,189368258	0,915861	0,051144
15	0,07	0	0,018846	0,035885	0	0	0,083623	0,189433798	0,916377	0,051135
16										

Bu durum, yatırımcı açısından rasyonel bir tercih olmayacaktır. Dolayısıyla, bu çalışmada, d_1^- değişkeninin sıfırdan farklılaştığı seviyeden itibaren *portföy uygunluğunun* (tabloda kalın karakterle yazılmış değerler) bozulduğu kabul edilmektedir. Dolayısıyla, eşdeğerli hedef programlama modelinde, ρ 'nun 0,5 ile 0,055 arasındaki bir değerinden itibaren portföy seçimi problemi portföy uygunluğunu yitirmektedir. Bu değer, *getiri çözüm eşik değeri* olarak da adlandırılabilir.

Modelde üç farklı hedef bulunduğuna göre hedefler arasında altı farklı sıralama söz konusudur. Ancak burada ilk olarak, yatırımcının öncelik sıralamasının ***Getiri >>> Varyans >>> Beta*** şeklinde olduğunu varsayalım. Bu durumda amaç fonksiyonundaki ağırlıkların sıralamaları $P_1 \rangle\rangle\rangle P_2 \rangle\rangle\rangle P_3$ biçiminde olmalıdır. Burada, $P_1 = 9$, $P_2 = 1$ ve $P_3 = 0,1$ alınmıştır. SolverTable aracının çalıştırılmasıyla elde edilen değerler Tablo 4'te görülmektedir.

Tablo5'e göre model 0,06'dan sonraki bir değerden itibaren portföy uygunluğunu yitirmektedir. Daha net bir ifadeyle, aspirasyon seviyesinin 0,06 ile 0,065 arasındaki bir değerinde getiri çözüm eşik değeri yer almaktadır. ***Getiri >>> Varyans >>> Beta*** modeli, eşdeğerli modelde karşılaştırıldığında getiri öncelikli olduğundan daha büyük getiri istek seviyelerinde rasyonel olarak uygun portföyler (portföy uygunluğu) üretebilmektedir. Bu durum, getiriyi birinci öncelikli olarak belirlemenin doğal bir sonucudur. Diğer taraftan, 0,06 seviyesinde d_3^+ değişkeninin sıfırdan farklılaştığı görülmektedir. Bu, betanın 1'in üzerine çıktığının ifadesidir. Nitekim bu seviyedeki portföyün betasının 1,023 olduğu görülmektedir.

Tablo 5. Getiri Öncelikli Modelin Değerlerine Göre Değişimleri

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
18	Getiri >>> Varyans >>> Beta									
19		d1 artı	d1 eksi	d2 artı	d2 eksi	d3 artı	d3 eksi	St.Sapma	Beta	Getiri
20	0,01	**0,024119**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,254916**	**0,165184685**	**0,745084**	**0,034119**
21	0,015	**0,019119**	**0**	**0,027287**	**0**	**0**	**0,255135**	**0,165187552**	**0,744865**	**0,034119**
22	0,02	**0,014108**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,254742**	**0,165185003**	**0,745258**	**0,034109**
23	0,025	**0,009123**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255162**	**0,165185132**	**0,744838**	**0,034123**
24	0,03	**0,004123**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255125**	**0,165184703**	**0,744875**	**0,034123**
25	0,035	**0**	**0**	**0,027352**	**0**	**0**	**0,251388**	**0,165384488**	**0,748612**	**0,035**
26	0,04	**0**	**0**	**0,028587**	**0**	**0**	**0,20959**	**0,169076119**	**0,79041**	**0,04**
27	0,045	**0**	**0**	**0,030933**	**0**	**0**	**0,158925**	**0,175879101**	**0,841075**	**0,045**
28	0,05	**0**	**0**	**0,034773**	**0**	**0**	**0,097823**	**0,186474654**	**0,902177**	**0,05**
29	0,055	**0**	**0**	**0,040204**	**0**	**0**	**0,036537**	**0,200509326**	**0,963463**	**0,055**
30	0,06	**0**	**0**	**0,047373**	**0**	**0,023425**	**0**	**0,217653035**	**1,023425**	**0,06**
31	0,065	0	0,00137	0,059453	0	0,08227	0	0,243829234	1,08227	0,06363
32	0,07	0	0,00637	0,059452	0	0,082378	0	0,243826886	1,082378	0,06363
33										

Yatırımcının öncelik sıralamasının ***Varyans >>> Getiri >>> Beta*** şeklinde olduğunu varsayalım. Yani yatırımcı riskten oldukça kaçan bir yapıdadır. Bu durumda, hedef programlama modelindeki ağırlıkların dizilişi $P_2 \rangle\rangle\rangle P_1 \rangle\rangle\rangle P_3$ biçiminde olmalıdır. Bu model için $P_2 = 9,\ P_1 = 1$ ve $P_3 = 0{,}1$ alınmıştır. SolverTable'ın çalıştırılmasıyla elde edilen değerler Tablo 6'da görülmektedir.

Tablo 6. Varyans Öncelikli Modelin Değerlerine Göre Değişimleri

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
34	Varyans >>> Getiri >>> Beta									
35		d1 artı	d1 eksi	d2 artı	d2 eksi	d3 artı	d3 eksi	St.Sapma	Beta	Getiri
36	0,01	**0,024104**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255288**	**0,165185321**	**0,744712**	**0,034104**
37	0,015	**0,019109**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,25502**	**0,16518497**	**0,74498**	**0,03411**
38	0,02	**0,014122**	**0**	**0,027287**	**0**	**0**	**0,255084**	**0,165187568**	**0,744916**	**0,034122**
39	0,025	**0,009117**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,254993**	**0,165184641**	**0,745007**	**0,034117**
40	0,03	**0,004117**	**0**	**0,027286**	**0**	**0**	**0,255097**	**0,165184759**	**0,744903**	**0,034117**
41	0,035	0	0,00023	0,027324	0	0	0,252247	0,165298368	0,747753	0,03477
42	0,04	0	0,005233	0,027324	0	0	0,252298	0,165300249	0,747702	0,034767
43	0,045	0	0,010233	0,027324	0	0	0,252321	0,165300041	0,747679	0,034767
44	0,05	0	0,015233	0,027324	0	0	0,252329	0,165300076	0,747671	0,034767
45	0,055	0	0,020233	0,027324	0	0	0,25233	0,16530019	0,74767	0,034767
46	0,06	0	0,025233	0,027324	0	0	0,252327	0,165300317	0,747673	0,034767
47	0,065	0	0,030232	0,027324	0	0	0,252324	0,165300435	0,747676	0,034768
48	0,07	0	0,035232	0,027324	0	0	0,252319	0,165300539	0,747681	0,034768
49										

Tablo 6'dan görüleceği gibi, varyans birinci öncelikli modelde, 0,03 ile 0,035 arasındaki bir değerden sonra portföy uygunluğu kaybolmaktadır. Diğer bir deyişle, bu model çok koruyucu davranarak sınırlı sayıda portföy üretmektedir. Değerlere bakıldığında üretilen portföylerin aslında hemen hemen aynı portföyler oldukları görülmektedir. Bu durum varyansa ilk önceliği vermenin doğal bir sonucudur. ***Beta >>> Varyans >>> Getiri ve Varyans >>> Beta >>> Getiri*** önceliklerinde de model aynı şekilde koruyucu davranarak çakışık portföyler üretmektedir.

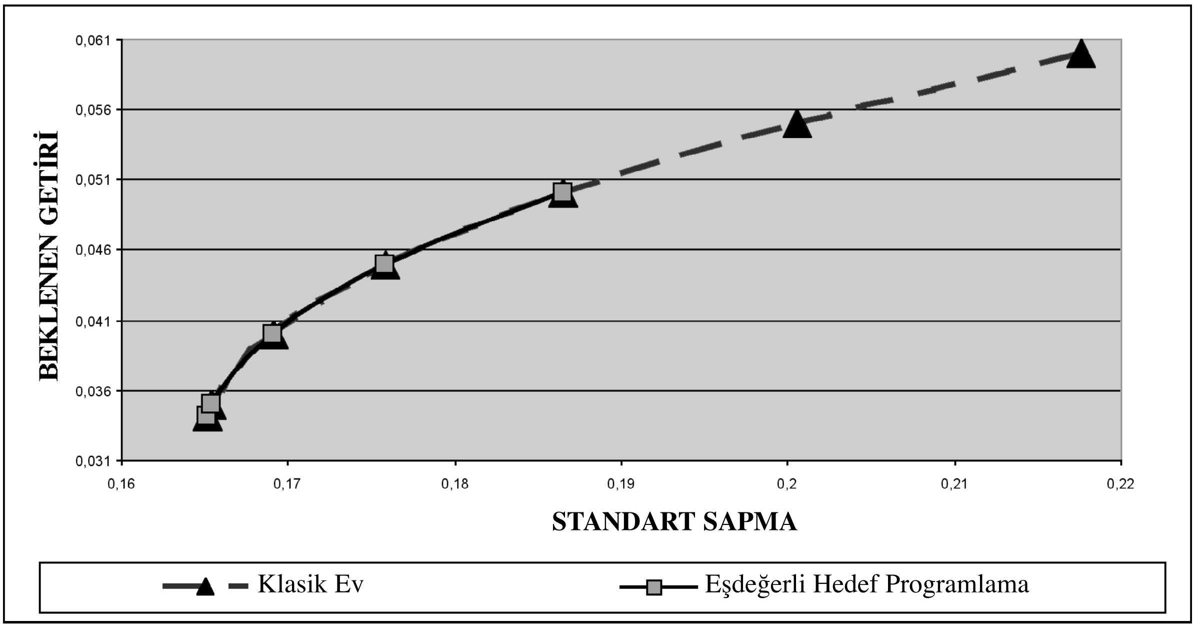
5.1.Etkin Sınırların Karşılaştırılması

İki amaçlı modellerdeki etkin sınırlar, yerlerini çok amaçlı modellerde etkin yüzeylere bırakmaktadırlar. Bu, çok amaçlı modellerin temel zorluklarından birisidir[22]. Bu çalışmada, standart sapma, beta ve beklenen getiri eksenlerinden oluşan etkin yüzeyler yerine daha kolay karşılaştırma yapılabilen etkin sınırlar kullanılmıştır.

Klasik ortalama-varyans (MV) modeli, eşdeğerli hedef programlama modeli ve çeşitli önceliklere sahip hedef programlama modellerine ilişkin etkin sınırlar oluşturulmuştur. MV modelince üretilen ***optimal*** portföylerle ve eşdeğerli hedef programlama modeliyle üretilen etkin portföylerle oluşturulan standart sapma-getiri uzayındaki etkin sınırlar Şekil 2'de görülmektedir.

Şekil 2'deki etkin sınırlara bakıldığında göze çarpan en önemli nokta, belli yerlerde EV optimal portföyleri ile eşdeğerli hedef programlamanın ürettiği etkin portföylerin çakışık yanı tamamiyle aynı olmalarıdır. Değerler incelendiğinde de aynı portföylerin üretildiği görülmektedir. Dolayısıyla, belli değerler arasında eşdeğerli hedef programlama ***optimal*** portföyler üretmektedir. Doğal olarak, varyans ve beta gibi iki önemli risk ölçüsünün aynı anda modelde yer alması modelin etkin sınırını standart sapma bandında 0,1864 civarında sınırlandırmaktadır Diğer bir deyimle, klasik MV modeli daha büyük istenen seviyelerde portföy üretirken eşdeğerli hedef programlama modeli daha tutucu ve koruyucu bir yapı sergilemektedir.

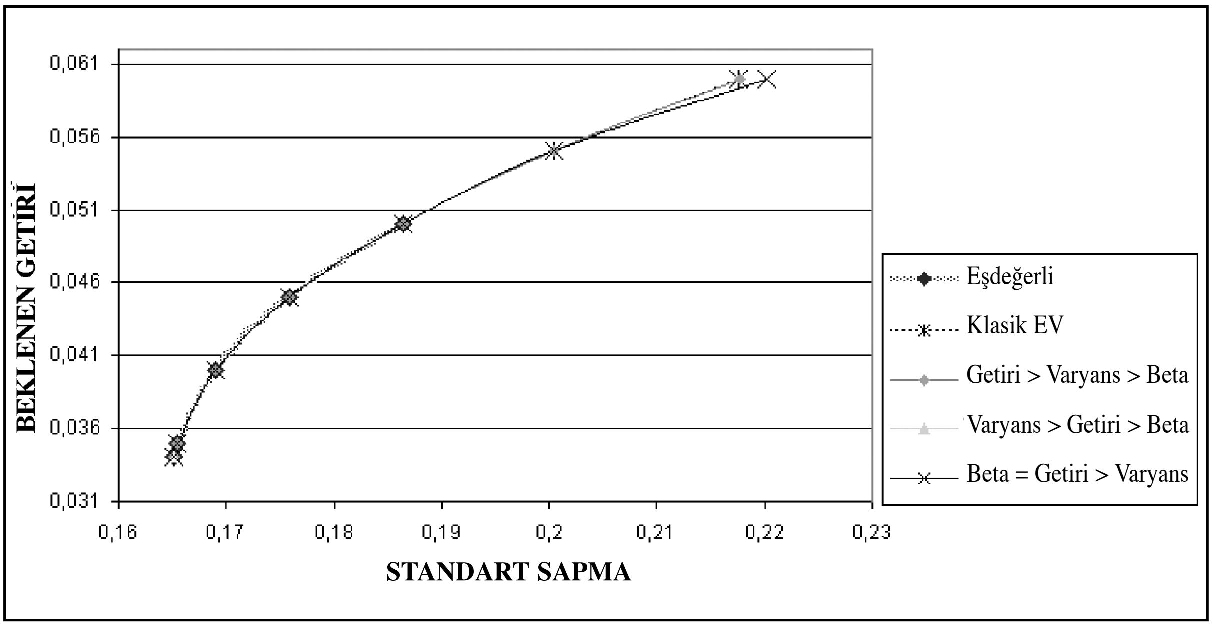
22 Steuer, Ralph E., Paul Na, "Multiple Critaria Decision Making Combined with Finance:A Categorized Bibliographic Study", European Journal of Operational Research, No:150, 2003, s. 497.



Şekil 2. Klasik MV ve Eşdeğerli Modelin Etkin Sınırları

Getiri >>> Varyans >>> Beta, Varyans >>> Getiri >>> Beta ve *Beta = Getiri >>> Varyans* öncelikleri ile eşdeğerli ve klasik MV modellerince üretilen etkin sınırlar Şekil 4'te görülmektedir. *Beta >>> Getiri >>> Varyans ve Getiri >>> Beta >>> Varyans* önceliklerine ilişkin standart sapma-beklenen getiri uzayındaki etkin sınırların konkav olmadıkları görülmüştür. Bilindiği belirtilen uzaydaki etkin sınırların konkav olma zorunluluğu vardır. Bu nedenle, *Beta = Getiri >>> Varyans* modeli bir ikâme model olarak ele alınmıştır. Bu modelde beta ve getiri eşit öncelikli ve varyans da ikinci öncelik olarak ele alınmaktadır.

Şekil 3'ten görüldüğü gibi, *Varyans >>> Getiri >>> Beta* modeli çakışık portföylerden oluşmuştur. Bu portföyler klasik MV modelinin etkin sınırı üzerinde bulunduklarından optimaldirler. *Getiri >>> Varyans >>> Beta* modelinin etkin sınırı, klasik MV etkin sınırıyla tamamiyle çakışmaktadır. Dolayısıyla söz konusu modelin ürettiği portföyler de optimal portföylerdir. *Getiri >>> Varyans >>> Beta* modeli, klasik model gibi eşdeğerli modele göre daha uzun bir etkin sınıra sahiptir. *Beta = Getiri >>> Varyans* modelinin etkin sınırının büyük bir bölümü klasik etkin sınır ve *Getiri >>> Varyans >>> Beta* etkin sınırıyla çakışıktır. Standart sapma bandında 0,20 civarından itibaren bu çakışıklık bozulmaktadır.



Şekil 2. Klasik MV ve Eşdeğerli Modelin Etkin Sınırları

Yukarıda sözü edilen modellerin beta-beklenen getiri uzayındaki etkin sınırları da standart sapma-beklenen getiri uzayındaki etkin sınırlarla paralel hareket etmektedir. Bu olgu, iki farklı risk ölçütünün benzer davranmasının olağan bir göstergesidir. Yukarıda verilen tablolardan da görülebileceği gibi, standart sapma ile beta değerlerindeki artışlar paralel hareket etmektedirler.

5.2. Modeller Arasındaki Uyum

Klasik ortalama-varyans modeli ile eşdeğerli hedef programlama modeli arasındaki korelasyon katsayıları hesaplanmıştır Korelasyon ölçütü olarak Pearson korelasyon katsayısı ve sıraların önem kazandığı parametrik olmayan Spearman korelasyon katsayısı alınmıştır Etkin sınır oluşumunda verilerin sıraları da önemli olduğundan sıra korelasyonları da hesaplanmıştır Korelasyon katsayıları SPSS 10.0 programı ile hesaplanmıştır.

Sözü edilen modellerin karşılaştırılması portföylerin standart sapması, beklenen getirisi ve betası zemininde yapılmıştır Klasik ve eşdeğerli hedef programlama modellerince üretilen portföylerin standart sapma verilerine göre, Pearson ve Spearman sıra korelasyonları 1 olarak elde edilmiştir. Benzer şekilde beklenen getiriler zemininde de Pearson ve Spearman sıra korelasyonları yine 1 olarak bulunmuştur. Portföy betaları platformunda ise, iki model arasındaki Pearson korelasyon katsayısı 1 iken Spearman sıra korelasyonu katsayısı 0,922 olarak elde edilmiştir. Bu verilere göre, eşdeğerli hedef programlama ve klasik ortalama-varyans (MV) modellerinin tamamiyle uyumlu davranışlar sergiledikleri söylenebilir.

6. SONUÇ

Özünde çok amaçlı bir model olan klasik ortalama-varyans (MV) portföy seçme modeli esas alınarak çok amaçlı başka bir model geliştirilmiştir. Portföy varyansı ve getirisi amaçlarından oluşan klasik model çok amaçlı programlama yöntemlerinden birisi olan kısıtlandırma yöntemiyle tek amaçlı hale getirilip çözülmektedir. Bu çalışmada, söz konusu iki amacın yanısıra sistematik risk ölçüsü olan portföy betası da eklenmiştir. Yeni oluşan çok amaçlı model, diğer bir yöntem olan hedef programlama yöntemiyle tek amaçlı hale getirilerek çözülmüştür. Model çözümü, İMKB'den alınan değerlerle elektronik tablo ortamında gerçekleştirilmiştir.

Hedef programlama modeli eşdeğerli ve öncelikli olarak çözülerek klasik MV modeliyle karşılaştırılmıştır. Eşdeğerli model klasik modele göre daha tutucu davranarak belirli risk kalıplarında hareket etmektedir. Bulgular incelendiğinde, genel olarak getiri öncelikli modellerin daha yüksek istek (aspirasyon) seviyelerinde getiri ürettikleri gözlemlenmiştir. Diğer taraftan, beta ve varyansa (risklere) birincil öncelikler verildiğinde modellerin çok tutucu ve dikkatli davrandıkları görülmüştür. Diğer bir ifadeyle, dar risk bantlarında yer alan genellikle çakışık portföyler üretilmektedir.

Hedef programlama modellerince üretilen portföylerin büyük bir çoğunluğu klasik ortalama-varyans modeliyle üretilen optimal portföylerle aynıdır. Diğer bir deyişle, hedef programlama modellerinin etkin sınırlarının büyük bir bölümü klasik etkin sınır üzerinde yer almakta veya çakışmaktadır. Bu olgu da, önerilen hedef programlama modelinin geçerliliğini desteklemektedir. Farklı veri setleri ve farklı amaç ağırlık değerleriyle de benzer sonuçların elde edilmesi çalışılan modele olan güveni artırmaktadır.

Bu çalışmada geliştirilen çok amaçlı modele farklı amaçlar da eklenebilir. Elde edilen modelin hedef programlama ya da başka bir yöntemle çözülmesi farklı bir çalışma konusu olabilir. Ayrıca elde edilen modellerin duyarlılık analizi de yapılabilir. Böylece bir çok amacı aynı anda göz önünde bulundurup karar vermek isteyen yatırımcılar için farklı alternatifler elde etmek mümkün olmaktadır.

KAYNAKÇA

Analiz Menkul Kıymetler, (Çevrimiçi), www.analiz.com, 13.05.2004.

Bolak, Mehmet, **Sermaye Piyasası, Menkul Kıymetler ve Portföy Analizi,** (2.baskı), Beta Yayınları, İstanbul, 1994.

Chunhachinda, P., K. Dandapani, S. Hamid ve A.J. Prakash, "Portfolio Selection and Skewness:Evidence from International Stock Markets", **Journal of Banking & Finance,** Volume 2, Number 21, February 1997, s. 143-167.

Foued, Ben Adbelaziz ve Mejri Sameh, "Application of Goal Programming in a Multi-objective Reservoir Operation Model in Tunisia", **European Journal of Operational Research,** Number 133, s. 352-361.

IMKB, (Çevrimiçi), http://www.imkb.gov.tr/sirket/staveriler.htm, 13.05.2004.

Konno, Hiroshi ve Hiroaki Yamazaki, "Mean-Absolute Deviation Portfolio Optimization Model and its Application to Tokyo Stock Market", **Management Science,** Volume 37, Number 5, March 1991, s. 519-531.

Markowitz, Harry M., **Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments,** (2nd Ed.), Basil Blackwell Inc., Massachusetts, 1991.

Moyer, R. Charles, James R. McGuigan ve William J. Kretlow, **Contemporary Financial Management,** (4th Ed.), West Publishing Company, USA, 1990.

Prekopa, Andras, **Stochastic Programming,** Kluwer Academic Publishers, Hungary, 1995.

Prakash A.J., C.H. Chang ve T.E. Pactwa, "Selecting Portfolio with Skewness: Recent Evidence from US, European and Latin American Equity Markets", **Journal of Banking & Finance,** Volume 7, Number 27, July 2003, s. 1375-1390.

Steuer, Ralph E.ve Paul Na, "Multiple Critaria Decision Making Combined with Finance:A Categorized Bibliographic Study", **European Journal of Operational Research,** Number 150, 2003, s. 496-515.

Winston, Wayne L., **Operations Research: Applications and Algorithms,** (4th Ed.), Brooks/Cole -Thomson Learning, USA, 2004.

Winston, Wayne L. ve S. Christian Albright, **Practical Management Science,** (2nd Ed.), Duxbury -Thomson Learning, USA, 2001.

Wismer, David A., R. Chattergy, **Introduction to Nonlinear Optimization: A Problem Solving Approach,** Elsevier North-Holland Inc., New York, 1978.

Xu, Jiuping ve Jun Li, "A Class of Stochastic Optimization Problems with One Quadratic & Several Linear Objective Functions and Extended Portfolio Selection Model", **Journal of Computational and Applied Mathematics,** Number 146, 2002, s. 99-113.