

KANT'TA MATEMATİĞİN FELSEFİ TEMELLERİ*

Yard. Doç. Dr. Şahabettin Yalçın**

Giriş

Bundan yaklaşık dörtyüz yıl kadar önce Galileo "...bu yüce kitap yani evren... matematik diliyle yazılmıştır; onun harfleri de üçgenler, daireler ve diğer geometrik şekillerdir. İnsanoğlu bunları kavramadan ondan bir sözcük bile anlayamaz ve karanlık labirentlerinde dolaşmaya mahkum kalır" demişti¹. Galileo'dan sonra özellikle Newton'la bu görüş, doğal bilimlere hakim olmuş ve hakimiyetini hâlâ sürdürmektedir. Rönesansla başlayan doğal bilimin nicelikselleştirilmesi çalışması bu alanda büyük başarıların ortaya çıkmasına vesile olmuştur. Doğal bilimlerin nicelikselleştirilmesi, tabiiyle, doğanın niteliksel yönünün gözden kaçırılması gibi olumsuz bir sonucu da beraberinde getirmiştir. Matematiğin doğal bilimlerde kullanılması demek olan bu süreçte doğal bilimler, özellikle de fizik, Newton'la büyük bir gelişme göstermiş ve fizikteki bu gelişmeyi görenler, matematiği diğer doğal bilim alanlarına da yaymaya girişmişlerdir. Bu alanlarda da başarı sağlanınca matematiğin doğanın dili olduğu konusunda büyük bir mutabakat ortaya çıkmış ve matematiğe olan güven artmıştır. Ancak matematiğin doğanın ve dolayısıyla doğal bilimlerin dili olduğu düşünülünce akla hemen şu soru gelmektedir: a priori yani vrensel ve zorunlu doğrulara sahip matematik nasıl oluyor da ampirik ve dolayısıyla mümkün (contingent) bir alana yani doğaya uygulanabilmektedir?

Bilindiği gibi Batı felsefe tarihinde özellikle empiristler, matematiksel doğruların analitik yani bilgimize bilgi eklemeyen a priori önermeler olduğunu öne sürmüşlerdir. Örneğin Hume, matematiksel önermelerin 'fikirler arası ilişkileri' ifade ettiğini ve bu nedenle de informatif olmadığını iddia etmiştir. Ancak bu görüşte bir sorun vardı. Nasıl oluyor da bilgi vermeyen bir niteliğe sahip olan matematik, ampirik ve sentetik olan yani bilgimizi genişleten doğal bilimin dili oluyordu? Bu soru Batı felsefe tarihinde birçok filozof tarafından sorulmuş ama ekseriyeti tatmin eden bir yanıt henüz bulunabilmiş değildir. Bazıları bu sorunun zorluğunu görüp mistik cevaplar verme yoluna bile gitmişler-

* Bu makaleyi, benim felsefeci olarak yetişmemde çok büyük emeği olan ve bu makalede serdedilen ana görüşün ilham kaynağı olan saygıdeğer hocam Prof. Dr. Yalçın Koç'a ithaf ediyorum.

** Muğla Üniversitesi, Felsefe Bölümü Öğretim Üyesi

¹ Jones, s. 22. Elimizdeki makalede zikredilen dergi makaleleri yahut kitaplarla ilgili bibliyografik bilgi, makalenin sonundaki 'Kaynakça'da belirtilmiştir.

dir. Örneğin Nobel ödüllü fizikçi Wigner, matematiğin doğaya uygulanışını bir mucize olarak değerlendirmiştir: “Matematik dilinin fizik yasalarının ifade edilmesine elverişli olması mucizesi, anlayamadığımız, harikulade bir lütuftur”².

Matematiğin doğal bilimlere uygulanması sorunsalına bir yanıt da büyük Alman filozofu Kant’tan gelmiştir. Kant bu soruya matematiksel yargıların³ analitik olmadığını söyleyerek kendi bilgi kuramı çerçevesinde yanıt aramıştır. Kant’a göre matematiksel önermeler, hem evrensel ve zorunludur, yani a priori’dir hem de bilgimizi genişletirler yani sentetiklerdir. Kant’ın terimleriyle söylersek matematiksel önermeler ‘sentetik a priori’dir. Aşağıda ayrıntılarıyla göreceğimiz gibi, Kant, matematiğin doğayla hissetmenin saf formları olan zaman ve mekan vasıtasıyla ilişki kurduğunu söyler. Matematik, nesnel gerçekliğini ancak doğayla yani duyu nesnelereyle kurduğu ilişki sayesinde kazanır. Eğer, böyle olmasaydı matematik içi boş analitik önermelerden öteye gidemezdi. Bilindiği gibi Kant’a göre zaman ve mekan ‘kendinde şeylerin’ değil, hissetme kapasitemizin saf yani a priori formları olup tüm tecrübi bilginin önşartıdır. Ama zaman ve mekan aynı zamanda geometri ve aritmetiğin nesnelere ilişkin ‘görüşel’ hammaddesini de sağlarlar; yani bir anlamda matematiksel yargıların da önşartıdır. Dolayısıyla, zaman ve mekan hem ampirik bilgimizin önşartı hem de aritmetik ve geometrinin ‘görüşel’ dayanağını teşkil ettiğinden matematik ile doğanın ilişkisi böylece kurulmuş olmaktadır. Bu makalede Kant’ın matematik felsefesi ele alınacak ve onun yukarıda bahsi geçen probleme nasıl bir çözüm getirdiği gösterilmeye çalışılacaktır.

Tarihsel Arkaplan

Platon’a kadar geri götürülebilen geleneksel bakış açısına göre matematiksel bilgi, tecrübeden bağımsız elde edilebilen salt rasyonel bir bilgidir. Platon, matematiksel nesnelere, ampirik alemde bağımsız ve değişmez bir gerçeklikleri olduğunu ve dolayısıyla matematiksel bilginin de evrensel ve değişmez olması nedeniyle ampirik bilgiden üstün olduğunu iddia etmiştir. Gerçi Platon’dan sonraki dönemde matematiksel nesnelere ayrı bir alemde gerçeklikleri oldukları görüşü terk edilmişse de bu bilginin a priori yani tecrübeden bağımsız elde edildiği fikri, felsefe tarihinde özellikle rasyonalistler arasında geniş kabul görmüştür. Matematiksel bilginin, kaynağı itibarıyla, nihayetinde tecrübeye dayandığını iddia eden bazı empiristler bile bu bilginin kendisinin analitik olmasıyla evrensel ve zorunlu olduğunu kabul etmişlerdir. Descartes’la başlayan modern

² Özkes, s. 1.

³ Yargı ile önerme terimlerini bu makalede zaman zaman birbirinin yerine kullanmamıza karşın şunu belirtmekte fayda vardır: Kant’ın bilgi kuramında ‘yargı’ (*judgement*) ile ‘önerme’ (*proposition*) terimleri arasında son derece önemli epistemolojik farklar bulunmaktadır. Kant’ta en temel epistemolojik unsur olan ve içinde kavram ile nesneyi bir bütün olarak barındıran ‘yargı’nın ontolojik mekanı insan zihni iken yargının dilsel temsili olan ‘önermenin’ ontolojik mekanı dildir. Kant’a göre yargı, dilsel bir antite değildir. Kant, düşünce ile dil ve dolayısıyla yargı ile önerme arasındaki ilişkinin mahiyeti konusunda çok fazla şey söylemediği için bu iki terimi birbirinin yerine kullanırken dikkatli olmak gerekir.

dönemde rasyonalistler ve empiristler arasındaki ciddi tartışma konularından birini teşkil eden matematiksel bilginin mahiyeti, bu iki kamp tarafından farklı biçimlerde algılanmıştır. Rasyonalistler, matematiksel bilginin a priori mahiyetini öne sürerek onu akli bilginin bir örneği olarak takdim ederken yani salt akla dayanan bilginin mümkün olduğu iddiasını doğrulama arayışındayken empiristler, matematiksel bilginin analitik olduğunu ve idealar arası ilişkileri ilgilendirdiği için bilgiyi genişletici bir mahiyet taşımadığını söyleyerek karşılık vermişlerdir.

Bir rasyonalist olarak Descartes matematiksel bilginin evrensel ve akli karakterine vurgu yaparak onun nesnelinin de akli ve dolayısıyla değişmez olduğunu söylerken bir başka rasyonalist olan Leibniz matematiksel bilginin deneyden bağımsız akıl bilgisi ('truth of reason') ama analitik olduğunu iddia etmiştir. Matematiksel doğruların çelişmezlik yasası temelinde ispatlanabileceğini öne süren Leibniz, bunlar arasında bir özdeşlik olduğunu belirtir: "Zorunlu hakikatlar, içerdikleri terimlerin tahliliyle ispatlanabilen özdeş doğrulardır; tıpkı cebirde nasıl değerler yerine konulduğunda özdeşliğe yahut eşitliğe ulaşılması gibi. Yani, evrensel hakikatler, çelizmezlik ilkesine dayanır"⁴. Hatta Leibniz, bazan evrensel ve zorunlu hakikatlerin sadece matematikle elde edilebileceğini söyler: "Leibniz'e bakılırsa, zorunlu ile evrensel hakikatlere yalnızca salt matematikte, bhusus aritmetik ile geometride ulaşılabilir"⁵. Bu kimliği dolayısıyla matematiksel yargıların ampirik dünyayla bir ilişkisinin olması imkansızdır, zira ampirik dünyanın nesnelere zorunlu ve ezeli olmayıp mümkün ve değişkendir.

Öte yandan, empiristleri en iyi temsil ettiği kabul edilen filozof olan Hume ise matematiksel bilginin sahip olduğu kesinlik dolayısıyla deneysel bilgiden farklı (bilindiği gibi bir empirist olarak Hume'a göre deneysel bilgide zorunluluk ve mutlak kesinlik söz konusu değildir) ve ideler arası ilişkileri ('relations of ideas')⁶ ifade ettiği için de analitik olduğunu iddia etmiştir. Hume'a göre matematiksel önermeler, "...doğadaki hiçbirşeye dayanmadan salt zihin faaliyeti ile keşfedilebilirler. Doğada bir daire yahut üçgen bulunmamasına karşın Öklid'in ispat ettiği doğrular kesinliğini ve kanıtını ebediyyen koruyacaktır"⁷. Ancak aşağıda göreceğimiz gibi, Hume gibi düşünmeyen bazı empiristler, matematiksel bilginin kaynağının tecrübe olmasına ve dolayısıyla bu bilginin analitik değil sentetik olmasına yani dünya üzerine bilgi veren önermeler içermesine karşın onun kesin olduğunu öne sürmüşlerdir.

Kant ise matematiksel bilginin analitik olmadığını söyleyerek empiristlerden ve onun deneyimden tamamen bağımsız olmadığını iddia ederek de rasyonalistlerden ayrılır. Kant'a göre matematiğin (geometri ve aritmetiğin) yargıları, analitik değil, sentetik a prioridir ve bu nedenle de evrensel ve zorunludur. Kant'ta yargıların sentetik olmaları

⁴ Leibniz, s. 28.

⁵ Türker, s. 278.

⁶ Hume, s. 15.

⁷ Hume, s. 15.

demek onların bilgimizi genişleten yargılar olması ve a priori olmaları da onların doğrulanması ya da yanlışlanması için ampirik mesnetlere dayanmaması demektir ki, bu da onların zorunlu ve evrensel olması demektir. Yani matematiksel yargılar, hem ampirik önermeler gibi bilgimizi genişletirler, hem de analitik önermeler gibi zorunlu ve evrenseldirler. Kant, matematiksel yargıların sahip olduğu zorunluluk ve evrensellikten dolayı ampirik yargılardan ve içeriksiz olmamaları sebebiyle de mantık yasalarından farklı olduğunu iddia eder. Peki bir yargı nasıl hem a priori yani hem evrensel ve zorunlu ve hem de bilgimizi artırıcı yani sentetik olabilir? Bu soru Kant'ın *The Critique of Pure Reason* (Saf Aklın Eleştirisi)⁸ adlı kitabının temel konusunu teşkil eder. Adı geçen kitap, bir bakıma sözkonusu yargıların nasıl mümkün olduğunu göstermek için yazılmıştır. Bu iddia, Kant'ın bilgi kuramının temel bir tezi olduğundan ve Kant'ın matematik felsefesi de onun bilgi kuramının ayrılmaz bir parçasını teşkil ettiğinden önce Kant'ın bilgi felsefesine kısaca değinmemiz gerekiyor.

Kant'ın Bilgi Kuramı

Kant'ın bilgi kuramı şu temel varsayıma dayanır: Bilgimiz, zihnimiz ile nesnelerin etkileşiminin bir sonucudur ve tüm bilgi nesnelere zihnimizin a priori kavram ve ilkelere uymak zorundadır. Bilgiyi, nesnelerin formlarının zihnimizdeki yansıması olarak tanımlayan Aristotelesçi bilgi kuramını reddeden Kant'a göre eğer bilgi bu şekilde meydana gelmiş olsaydı o zaman genelde a priori bilginin özeldi ise bu bilginin bir parçası olan matematiksel yargıların izahı imkansız olurdu, zira doğanın kendisinde a priori bilginin temel nitelikleri olan zorunluluk ve evrensellik bulunmamaktadır. Başka bir şekilde ifade edersek, Kant'a göre eğer nesnelere kendi başlarına dışımızda var olsalardı o zaman ontolojik olarak onlardan tamamen farklı olan insan zihninin kavramlar vasıtasıyla onlarla ilişki kurması olanaksız olurdu. Y. Koç'un gayet vazih bir şekilde ifade ettiği gibi "...kavram ile nesne farklı mekanlarda olacakları için birbirlerinin altına düşmeleri mümkün olamazdı"⁹. Epistemolojideki bu değişimi 'Kopernik Devrimi' olarak adlandıran Kant, *The Critique of Pure Reason*'da (bundan böyle kısaca CPR) bunu şu ifadelerle dile getirir: "Şimdiye kadar hep bilgimizin nesnelere uyması gerektiği iddia edilmiştir. Ne var ki, bu varsayıma dayanarak kavramlar vasıtasıyla nesnelere a priori bilgisini edinmek hep başarısızlıkla sonuçlanmıştır. Bu nedenle, nesnelere bizim bilgimize uyması gerektiğini düşünürsek belki daha başarılı sonuçlar alabiliriz. Bu da istediğimiz sonuçta yani nesnelere verilmeden önce onlar hakkında a priori bilgiye ulaşmamızı sağlar"¹⁰.

Kant'a göre bilgi, bilen özne ile 'kendinde şeylerin' (noumena) etkileşiminin bir sonucudur. Zihnimiz, bilginin içinde şekillendiği saf (a priori) formları (zaman ve me-

⁸ I. Kant, *The Critique of Pure Reason*, İng. çev. N. K. Smith (New York: St. Martin's Press, 1965).

⁹ Koç 1996, s. 53.

¹⁰ Kant, *CPR*, Bxvi. Kant'ın eserlerine yapılan atıflarda orijinal metnin sayfaları temel alınmıştır. Ayrıca bu makalede geçen tüm alıntuların Tükçe çevirileri aksi belirtilmedikçe bana aittir.

kan)¹¹ ve kavramları (kategoriler) ile saf ilkeleri sağlarken kendinde şeyler de hissetme kapasitemizi etkilemek suretiyle bilginin içeriğini yani hammaddesini sağlarlar. Görülüyor ki, Kant'a göre bilgi, iki farklı unsurdan yani hissetme kapasitesinden gelen duyuşal içerik ile zihnimizin iki melekesinden (hissetme ve idrak: Sinnlichkeit ve Verstand) gelen formların etkileşiminden oluşmaktadır. Bilginin formunun bilen öznedenden gelmesi yani nesnelere bizim a priori formlarımıza uymaları nedeniyle Kant felsefesinde biz, eşyayı bizatihi kendinde şeyler olarak değil, bize göründükleri haliyle biliriz. Bu yüzden Kant, bilgi nesnesi olan aleme 'görüngüler alemi' (phenomena) adını verir. Zira Kant'ın transandantal felsefesinde nesnelere kendinde şeyler olarak bilmek olanaksızdır.

İki bilgi meleğimizden hissetme kapasitemiz, pasif bir meleke olup 'kendinde şeyler'den aldığı 'görüler' (Anschauungen) saf zaman ve mekan formu içerisinde düzenleyip onlara birlik kazandırırken, idrak kapasitemiz ise sahip olduğu saf kavramlar yani kategoriler yardımıyla bu görülerini bilince taşır yani onları bilmemizi sağlar. Başka bir ifadeyle söylersek, hissetme kapasitemiz vasıtasıyla nesnelere bize verilirken, idrak kapasitemizle de bunları bir kavram altına getiririz, yani onları düşünürüz. Bu iki kapasite birbirinin işini yapmadığı gibi biri olmadan öteki işe yaramaz; bilgi ancak bu ikisinin işbirliği sonucu meydana gelir. Yani Kant'a göre görü ve kavram olmadan bilgi mümkün değildir. Kant bunu mecazi olarak şu şekilde dile getirir: "İçeriksiz düşünceler boş, kavramsız görü ise kördür"¹².

Kant, bilgi edinme sürecinin üç katmanlı bir sentez süreci olduğunu söyler. Sentez ise duyulardan alınan görülerin birbiriyle irtibatlandırılması, düzenlenmesi ve nihayet bir kavram altına getirilmesi işlemidir. Bu sentezleme işlemini 'muhyayile' kapasitemiz yapar. Kant'ın 'transandantal muhyayile' adını verdiği bu kapasite, hissetme kapasitemiz ile idrak kapasitemiz arasında bir köprü vazifesi görür. Duyulardan gelen görü ile idrakımızın sağladığı saf kavramlar mütecanis olmadığı için bu ikisini ikisiyle de ortak yani bulunan transandantal şema (transandantal şema ise zamanın transandantal belirlenimidir) yardımıyla birbirine bağlar. Muhyayilenin nasıl işlediği ve mahiyetinin ne olduğu konusunda Kant bize pek fazla birşey söylemez. Zaten kendisi muhyayileyi "ruhumuzun derinliklerinde yer alan hemen hemen hiç farkında olmadığımız, ruhumuzun kör ama vazgeçilmez bir fonksiyonu"¹³olarak tanımlar. Biraz önce ifade ettiğimiz gibi, duyulardan gelen görüler bir birliğe ve bütünlüğe sahip değildir; onlara birlik ve bütünlük veren ve sonra da kavram altına getiren bu sentezleme işini yapan transandantal muhyayiledir. Başka bir deyimle, Kant'a göre doğanın kendisinde birlik ve düzen mevcut değildir; doğaya kavramlar vasıtasıyla düzen ve birlik veren bizim zihnimizdir: "...Doğa

¹¹ Bilindiği gibi, Kant'a göre, zaman ve mekan bazı filozofların iddia ettiği gibi ne 'kendinde şeylerin' nitelikleri ne de içi boş genel kavramlardır. Ona göre zaman ve mekânın kaynağı insan zihnidir ve bu nedenle *a priori*dir.

¹² Kant, *CPR*, A51/B75.

¹³ Kant, *CPR*, A78/B103.

adını verdiğimiz görüngüler dünyasındaki düzen ve birlik, bizim ona verdiğimiz birlik-tir. Eğer onu oraya biz yani zihnimiz yerleştirmeseydi, onu asla orada bulamazdık¹⁴.

Sentezleme işleminin ilk basamağında, hissetme kapasitemiz vasıtasıyla alınan izlenimler (impressions) bir kurala ya da ilkeye göre irtibatlandırılır ve onlara birlik verilir. İkinci basamakta ise bu alınan izlenimler, transandantal muhayyile tarafından yeniden üretilir ve onlara yeniden birlik verilir. Son olarak, kendilerine birlik verilen bu görümler bir kavram altına getirilir ki, bu aslında onların bilince taşınmasıdır. Bir şeyin bilince taşınması ise o şey hakkında bilgi sahibi olmamız demektir. Transandantal felsefede bilgi¹⁵sadece yargılardan meydana gelir. Bir yargı ise bir kavram ve bir nesneyi içinde barındıran bir bütündür/birliktir. Kant'ta en temeldeki ontolojik unsur yargı olduğundan yargıdan bağımsız nesne ve kavram mümkün değildir; nesne ve kavram ancak yargı içerisinde ortaya çıkar. Yargı da insan düşüncesine bağımlı olduğu için düşünen hiçbir varlık olmadığı zaman nesne de mümkün olmaz kavram da. Ayrıca nesne ve kavramın bir bütün olarak varolması gerekir, zira bunlardan biri olmadığı zaman diğeri bir işe yaramaz. Kavram olmadan nesnenin olması mümkün olmadığı gibi altına düşecek nesne olmadığı zaman da kavram içi boş bir mantıksal düşünceden öteye geçmez. Ancak hemen belirtelim ki, Kant'ta yargılar, insanın düşünme faaliyetinin sonucu ortaya çıkmalarına karşın bilgi, tamamen öznel (sübjektif) birşey değildir. Kant CPR'da bilginin nesnel (objektif) unsurlarının olduğunu ve amacının da bu nesnel unsurları bulmak olduğunu açıkça ifade eder. Bilginin nesnel unsurları da kategorilerdir.

Öte yandan, görümleri sentezleme işlemi ampirik olduğu gibi saf da olabilir. Örneğin doğa bilimlerindeki ampirik yargılar, ampirik sentezin ürünü iken, matematiğin a priori yargıları saf sentez sonucu meydana gelirler. Hemen söyleyelim ki, saf sentez aynı zamanda ampirik sentezin de ön şartıdır, yani saf sentez olmadan ampirik sentezin gerçekleşmesi mümkün değildir. Bu son söylediğimiz Kant'ın matematik felsefesi açısından son derece önemlidir. Çünkü Kant'a göre sentetik a priori olan matematiksel yargılar saf mekana dayandığı için ve mekan da deneyimin (experience) a priori koşulu olduğundan matematiğin doğaya uygulanmasında entellektüel açıdan bir sorunla karşılaşmaz.

Matematiksel Yargılar Sentetik A Prioridir

Kant'a göre matematik ile felsefe a priori akıl bilgisi ile ilgilenmeleri sebebiyle benzeşmeler de bu ikisi arasında çok derin bir fark bulunmaktadır. Felsefe kavramsal analiz ile ilgilenirken matematik, sentetik a priori yargılardan meydana gelir. Kant, felsefi bilgi ile matematiksel bilgi arasındaki farka değinirken matematiksel bilginin kavramların inşasından elde edilen bilgi olduğunu özellikle vurgular: "Felsefi bilgi, kavramlardan akılla elde edilen bilgi iken matematiksel bilgi, kavramların inşasından akılla elde edi-

¹⁴ Kant, CPR, A125.

¹⁵ Burada kastedilen bilgi, önergelerle ifade edilen bilgi olup diğer bilgi türlerinden örneğin bir kişiyi bilmek yahut yüzme bilmek gibi bilgilerden ayrt edilmelidir.

len bilgidir. Bir kavramı inşa etmek demek ise kavrama karşılık gelen görünün (*Anschauung*) a priori olarak gösterilmesi demektir¹⁶. Kant'a göre matematik, a priori bir kavram inşa etme sanatı olup evrensel ve zorunlu bir geçerliliğe sahiptir. Kant, matematiksel yargıların yani aritmetik ve geometrinin varlığını sorgulamaz; onun yaptığı, varlığını zaten kabul ettiği bu yargıların sentetik a priori olarak nasıl mümkün olduğudur. Burada hemen şunu belirtmekte yarar vardır: Matematiksel yargılardan kastımız matematiksel formüller ya da teoremler değildir. Matematik felsefesi formüllerle yahut teoremlerle değil, matematiğin ontolojisiyle, bu ontolojinin temel unsurları olan nesnelere (örneğin sayılar, noktalar, çizgiler gibi) ve bu nesnelere nasıl mümkün olduğuyla uğraşır. Nesnelere nasıl mümkün olduğunu bilmek de matematik yapmakla yani formül çözmekle alakalı birşey değildir. Daha açık bir ifadeyle, Kant'a göre bilgi, ancak nesnesi belirlendiği zaman mümkün olduğundan ve nesnelere belirlenmesi için de görüşe ihtiyaç olduğundan görüşe dayanmayan her çeşit düşünme faaliyeti sadece içi boş düşünme faaliyeti olarak kalır, bilgiye dönüşmez. Yaptığı bilimin nesnelere habersiz olarak bilim ya da matematik yapmaya çalışan yani matematiğin nesnelere örneğin sayıların ve noktaların ne olduğunu bilmeden matematik yapan kişilerin gerçek anlamda bilim yaptıklarını yani bilgimizi genişlettiklerini söylemek mümkün değildir. Başka bir deyişle, bir disiplinin ontolojisinden habersiz olanlar o disiplinin epistemolojisini de yapamazlar, zira bilgi esas itibarıyla nesnelere bilgisidir, salt yahut saf düşünce değildir. Nesnelere de ancak dayandıkları felsefi zemin yani içinde var oldukları 'ontolojik mekan' bilinmeden anlaşılabilir. Başka bir deyişle, her nesne"...ait olduğu mekanın şartlarına ve imkanlarına tabi olarak 'meydana geldiği' için...bir nesnenin mahiyetinin ne olduğu sorusu, bu nesnenin mekanının mahiyetinin ne olduğu sorusu ile iç içedir"¹⁷. Matematiksel nesnelere de ontolojik mekanlarından bağımsız bilinemezler; bu ontolojik mekan gösteren olan da felsefedir. Kant da matematiksel nesnelere ve bu nesnelere ontolojik temeli olan yargıların nasıl sentetik a priori olduğunu göstermekle matematiğin metafiziğini yahut ontolojisini yapmaktadır. İmdi, sentetik a priori yargıların ne olduğunu daha kolay anlamak için onları Kant'ın diğer yargı çeşitleriyle karşılaştırmamız gerekir.

Kant, yargıları, önce a priori ve a posteriori yargılar olarak ikiye ayırır, sonra da onları analitik ve sentetik olarak ayırma tabi tutar. Kant'a göre analitik bir yargı, yüklemi öznesinde gizli olarak varolan yargıdır. Örneğin 'Altın sarıdır' yargısı analitik bir yargıdır, çünkü 'sarı olma' niteliği zaten 'altın' kavramının içinde gizli bir biçimde mevcuttur; dolayısıyla sözkonusu yargıyı doğrulamak için 'altın' kavramının tanımını bilmek yeterlidir. Dilsel düzlem itibarıyla söylersek, analitik önermelerde özneyi tahlil ettiğimizde yüklemi bulabiliriz. Bu tahlili yaparken başka birşeye örneğin 'görüşe' (*Ansch-*

¹⁶ Kant, *CPR*, A713/B741.

¹⁷ Koç 1994, s. 13.

hauung)¹⁸ başvurmadığımız için bütün analitik yargılar doğal olarak a priori'dir. Analitik yargıların doğruluğu veya yanlışlığı çelişmezlik ilkesi temelinde tespit olunur. Bu nedenle de analitik yargılar bilгимizi genişletmezler sadece berraklaştırırlar yani daha açık hale getirirler.

Öte yandan, sentetik yargılar ise, analitik yargıların aksine, informatiftirler yani bilгимizi genişletirler. Sentetik yargılar a priori olabildikleri gibi a posteriori de olabilirler. Tüm ampirik yargılar sentetik a posterioridir. Örneğin 'Tüm cisimler ağırdır' yahut 'Bu masa beyazdır' gibi ampirik önermeler, sentetik a posterioridir, çünkü bu yargıların yüklemeleri öznelerinde mündemiç değildir. Ancak Kant'a göre tüm sentetik yargılar, a posteriori değildir; sentetik a priori yargılar da vardır. Kant'ın CPR'da tüm yaptığı da bir anlamda matematik yargıların da aralarında bulunduğu bu sentetik a priori yargıların nasıl mümkün olduğunu göstermektir. Şimdi önce genel olarak sentetik a priori yargıların nasıl mümkün olduğunu görelim, sonra da bunların bir alt kümesi olan matematiksel yargıları ele alalım.

Sentetik a priori yargı kavramı, Kant'ın orijinal görüşüdür. Kant'tan önce de benzer görüşler ifade edilmişse de ondan önce hiçbir filozof ampirik olmayan (a priori) ama ampirik bilğimizin de önkoşulu olan ve buna karşılık bilğimizi genişleten evrensel ve zorunlu yargıların mümkün olduğunu dile getirmemiştir. Yukarıda belirttiğimiz gibi, Kant'ın bu görüşü, Batı felsefe tarihinde bir devrim olarak nitelenmeyi hakeden bir görüştür. Kant'tan sonra da bu konu felsefe literatüründe özellikle doğal bilimlerdeki bazı genel yasalar çerçevesinde çokça tartışılmıştır. Kant, sentetik a priori yargıların tıpkı analitik yargılar gibi zorunlu ve evrensel olduğunu, ama analitik yargıların aksine, bizim bilğimizi genişlettiğini iddia eder. Sentetik a priori yargıların doğruluğu veya yanlışlığı analizle tespit edilemediğinden bu iş için başka birşeye, Kant'ın deyiimiyle, 'üçüncü birşeye', ihtiyacımız vardır. Bu ise hissetme kapasitemizin saf formları olan zaman ve mekandan elde ettiğimiz saf 'görü'dür (Anschauung). Örneğin 'Her olayın bir sebebi vardır', '5+7 = 12' ya da 'İki nokta arasındaki düz çizgi en kısa çizgidir' yargılarının doğruluğunu salt analizle belirleyemeyiz, çünkü ne 'olay' kavramını inceleyerek 'sebeup' kavramına ulaşabiliriz, ne '5', '7' ve '+' kavramlarından '12' sayısını çıkarabiliriz ve ne de 'düz çizgi' kavramından 'en kısa çizgi' kavramını mantıksal analizle çıkarabiliriz. Bu

¹⁸ Almanca'daki *Anschauung* terimi, daha iyi bir karşılık bulunamadığından olsa gerek Türkçe'de 'sezgi' yahut 'görü', İngilizce'de ise '*intuition*' sözcükleriyle karşılanmıştır. Bu nedenle de Kant'ın matematik felsefesinin 'sezgici' olduğu söylenelemiştir. Sanki Kant'a göre matematiğin nesnelere diskürsif melekemizle yani idrakla değil de doğrudan doğruya sezgiyle bilmek mümkünmüş gibi. Halbuki, Kant'ın ne bilgi kuramının ne de matematik felsefesinin bilinen anlamıyla sezgiyle bir ilgisi yoktur. Zira *Anschauung*, sezgi demek değildir; *Anschauung*, transandantal felsefede hissetme kapasitemizin 'kendinde şeyler'den etkilenmesi sonucu bizde oluşan yahut bize verilen temsil (*Vorstellung*) demektir. Ayrıca, bilindiği gibi, Kant'ta *Anschauung* tek başına nesne oluşumu için yeterli olmadığından (Kant'a göre nesne, yargı içinde kavramla beraber bir bütün halinde bulunur; yargı da idrakta ortaya çıkar) Kant'ın matematik felsefesine bu anlamda da sezgici demek yanlıştır.

son geometrik yargıyla ilgili Kant şöyle der: “İki çizgi arasındaki düz çizginin en kısa çizgi olduğu sentetik a priori bir yargıdır. Çünkü benim düz kavramım nitelik bildirmektir, onda niceliğe ait birşey bulunmamaktadır. ‘En kısa’ kavramı tamamiyle bir ilave olduğundan ‘düz çizgi’ kavramından herhangi bir tahlille çıkarılamaz”¹⁹.

Hemen belirtelim ki, sentetik a priori yargılar matematikle sınırlı değildir. Kant’a göre doğal bilimlerin bazı genel yasaları örneğin biraz önce sözünü ettiğimiz nedensellik yasası da sentetik a priori hüviyete sahiptir. Daha önce de işaret ettiğimiz gibi, sentetik a posteriori (ampirik) yargıları doğrulamak ya da yanlışlamak için ampirik görümlere başvuruluyordu. Gördük ki, sentetik a priori yargıların temellendirilmesi için de saf görüye başvurmamız gerekir. ampirik görü, matematiksel önermelerin temeli olamaz, zira eğer öyle olsaydı o zaman matematiksel yargılardaki zorunluluk ve evrensellik niteliklerini izah edemezdik; çünkü ampirik görüde zorunluluk ve evrensellik mevcut değildir. Ayrıca Kant’a göre matematiksel yargıların analitik olmadığını zira kavramlardan üretilen analitik bilginin matematikteki sentetik yargıları vermesi imkansızdır. Peki matematiksel yargıların temelini oluşturan saf görü nasıl mümkündür?

Kant, hissetme kapasitemizin iki saf formu olan zaman ve mekanın tüm tecrübi bilginin önşartları olma fonksiyonunun yanında bir de matematiksel yargıların temeli olan saf görümlere kaynaklık ettiklerini söyler. Zaman ve mekanın saf görümlere kaynak olabilmesi için onların tüm ampirik unsurlardan soyutlanarak düşünülmesi gerekir. ampirik unsurlardan arınmış saf zaman ve mekan transandantal olarak belirlendiğinde saf görümler ortaya çıkar. Kant, saf mekanın, geometrinin yargılarının, saf zamanın da aritmetiğin yargılarının temeli olduğunu öne sürer: “Geometri, mekanın saf görüşüne (Anschauung) dayanır. Aritmetik de sayı kavramını, zamandaki anların ardışık toplamından çıkarır...”²⁰. Peki saf mekan ve zaman sırasıyla geometri ve aritmetiğin nesnelere nasıl temeli olabiliyor? Ancak bu soruya cevap vermeden önce Kant’ta nesne ve nesnenin mekanı konusunda bir noktaya dikkat çekmek istiyorum. Kant’ta nesnelere mekanı, Aristoteles’te olduğu gibi, bizden bağımsız bir yer yani doğa değildir. Yine Kant, matematiksel nesnelere mekanı bizden ve doğadan bağımsız bir dünya yani ‘İdeler Alemi’ olduğunu düşünen Platon’dan da farklı düşünür²¹. Kant’ta nesnelere mekanı insan zihnidir²². Ancak bu demek değildir ki, Kant’a göre matematiksel yargılar ve nesnelere do-

¹⁹ Kant, *CPR*, B16.

²⁰ Kant, *Prolegomena*, s. 36.

²¹ Bazı felsefeciler, Kant’ın matematik felsefesini Platoncu bir anlayışla yorumlamışlarsa da yukarıda belirttiğimiz gibi bu yorum doğru değildir. Bu yoruma göre Kant’ın saf görü kavramı Platon’un *İdealar*’ını çağrıştırmaktadır. Ancak Kant’ta saf görünün ontolojik mekanının insan zihni ve Platon’un *İdealar*’ının mekanının insan zihni olmadığı düşünülürken bu yorumun isabetli bir yorum olmadığı hemen açığa çıkar. Bu şekildeki bir yorum için bkz. W. Whewell, *History of Scientific Ideas*, vol. I, s. 140 ve A. Riehl, *Phil. Krit.*, vol. 2, s. 104.

²² Kant’ta nesnelere mekanına ilişkin nitelikli bir çalışma için bkz. Ayhan Çitil, *Kant’ın Transandantal Düşüncesinde Nesne Kuramı Ve Bu Kuramın Derinleştirilmesinin Yol Açtığı Bazı Sonuçlar*, yayınlanmamış doktora tezi, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, 2000.

ğuştan gelir. Bilakis onların saf olması, doğuştan geldikleri anlamına gelmez, zira Kant'ta matematiksel nesnelere doğuştan değil, insanlar tarafından diskürsif ve saf (a priori) olarak sonradan meydana getirilirler. Nesnelere, Kant'a göre, bizim dışımızdaki bir ontolojik mekanda değil, zihnimizde bir yargı içinde kavramla beraber ortaya çıkarlar. Bu anlamda yargıların nesnelere göre ontolojik önceliği bulunmaktadır. Başka bir deyimle, Kant'ta yargıdan bağımsız nesne ve kavram mümkün değildir; çünkü transandantal felsefede en temel ontolojik unsur yargıdır. Buna matematiğin nesnelere de dahildir, zira tüm nesnelere ampirik değildir, saf nesnelere de vardır. Örneğin matematiğin nesnelere yani sayılar, noktalar, çizgiler vs. saf nesnelere.

Şimdi önce geometrik nesnelere sonra da aritmetik nesnelere nasıl oluştuğuna bakalım. Daha önce ifade ettiğimiz gibi, Kant'a göre geometrinin yargıların analitik olması mümkün değildir, çünkü salt kavramlardan bu yargıları çıkarmak mümkün değildir: "Örneğin, 'iki düz çizgi bir uzamı kapatamaz ve onlarla bir şekil meydana getirilemez' yargısını 'düz çizgi' ve 'iki' kavramlarından ve 'Üç düz çizgi bir şekil meydana getirebilir' yargısını da bu yargıda geçen kavramlardan çıkarmaya çalışalım. Ne yaparsak yapalım çabamız boşa gidecektir, çünkü bu yargılar saf görüye başvurulmadan çıkarılamaz"²³. Saf görü ise ampirik unsurlardan arındırılmış mekânın transandantal belirlenimidir. ampirik içerikten yoksun mekânın saf hali transandantal olarak belirlenip idrakta oluşturulan geometrik kavrama karşılık gelen saf mekânda bir Gegenstand²⁴ tesis edildiğinde geometrik nesnelere oluşturmada ilk adım atılmış olur. Geometrinin Gegenstandları, ampirik Gegenstandlar gibi dışarıdan verilmezler, onları saf mekânda 'şemalar' vasıtasıyla irademize bağlı olarak (diskürsif) yani özgürce üreten transandantal muhayyiledir²⁵. Ancak bu iradi üretim keyfi olmayıp aklın a priori ilkelerine uymak zorundadır. Örneğin üçgen kavramını inşa etmek için "...genel olarak bir üçgenin şemasına ve dolayısıyla onun kavramına ait olan içeriği saf bir görüde birleştirmem gerekir (tıpkı ampirik görüde yaptığım gibi)"²⁶.

'Transandantal şema' kavramı, Kant'ın bilgi kuramında ve özellikle de matematik felsefesinde son derece önemli bir fonksiyona sahiptir: "Bir transandantal şema, zaman

²³ Kant, *CPR*, A47/B65.

²⁴ Kant *CPR*'da Türkçe'de 'nesne' ile karşıladığımız iki terim kullanır: *Objekt* ve *Gegenstand*. *Objekt*, idrakta bir yargı içinde kavramla beraber bir birlik halinde ortaya çıkan nesne iken, *Gegenstand*, görüde *Objekt*'e karşılık bulunan (matematik nesnelere sökonusu olduğunda ise üretilen) yani zaman ve mekân içinde tezahür eden belirlenmemiş bir görünüştür (*appearance*). *Objektler*, *Gegenstand*ların formu olup kavramlar ile *Gegenstand*lar arasındaki bağı sağlarlar. Bu nedenle Türkçe'de kullandığımız 'nesne' terimi aslında *Objekt*'in karşılığıdır, *Gegenstand*'ın değil. Bu nedenle matematik felsefesi literatüründe Kant'ın 'görücü' yahut 'sezgici' olarak adlandırılması yanlıştır. Kant'ta matematiksel nesnelere görüde değil, idrakta ortaya çıkarlar; görüdeki *Gegenstand*lar sadece matematiksel nesnelere temsili hükmündedir. Bu son derece önemli ayırım, N. K. Smith'in *CPR* çevirisinde gözardı edilmiştir, zira Smith, Kant'ın *Objekt* ile *Gegenstand*ı birbirinin yerine kullandığını iddia etmektedir. Bkz. Smith'in *CPR* çevirisi, s. 126, 2. dipnot.

²⁵ Kant, *Logic*, s. 69.

²⁶ Kant, *CPR*, A718/B746.

formundaki transandantal belirlenimdir".²⁷ Kategoriler, saf yani a priori olduklarından görümlerle yahut görünümlerle herhangi bir ortak yanı olmadığı için transandantal şemalar, görümler ile kategoriler arasında köprü vazifesi görürler. Transandantal şema vasıtasıyla görümlerde oluşturulan Gegenstandlar, idrakta bir kavram altına getirildiğinde yani bilince taşınıp yargı oluştuğunda geometri nesnelere ortaya çıkar. Burada Kant'ın geometri nesnelere oluşumunda başvurduğu örneklere dayanılarak yapılan yanlış bir yoruma işaret etmek istiyorum. Transandantal felsefede saf mekanda oluşturulan geometrik Gegenstandlar, bunların ampirik temsili olan fiziksel şekillerden farklıdır; ayrıca birincilerin ikincilere karşı ontolojik önceliği bulunmaktadır. Yani Kant'a göre geometrik nesnelere, fiziksel dünyada gördüğümüz yahut tahtaya çizdiğimiz nesnelere değildir. İkinciler, birinciler olmadan olamazlar, çünkü ikinciler, birincilerin ampirik temsildir. Başka bir ifadeyle, zihnimizde eğer saf geometrik kavramlar ve nesnelere, örneğin üçgen kavramı, olmasaydı, fiziksel dünyada üçgen kavramına ve dolayısıyla nesnesine sahip olamazdık. Kant, matematiksel yargıların ve nesnelere nasıl oluştuğunu anlatırken anlatımı kolaylaştırmak için zaman zaman metaforik olarak bu nesnelere fiziksel temsillerine göndermeler yapar. Örneğin sayının oluşumunda parmaklara veya noktalara ve üçgenin oluşumunda da kağıt üzerindeki üçgenlere atıfta bulunur. Ancak bazılarının iddia ettiği gibi²⁸ bu atıflar, matematiksel nesnelere oluşumunda ampirik şekillerin rolü olduğunun kamtı değildir. Bu atıflar, meseleyi daha iyi anlatmak amacıyla yapılmış olup matematiksel nesnelere oluşumunda hiçbir rolü bulunmamaktadır.

Kant'ın aritmetik felsefesine gelince görürüz ki, aritmetiğin nesnelere oluşma biçimi de geometrininkine benzer. Aritmetik nesnelere oluşması için öncelikle hissetme kapasitemizin saf formu olan zamanın transandantal olarak belirlenmesi ve zamanda akan anlara bir birlik verilmesi gerekir. Tıpkı geometride olduğu gibi aritmetikte de idraktaki matematiksel kavramların görümler karşılıkları olan Gegenstandlar transandantal şemalar vasıtasıyla muhayyile tarafından üretilir; üretilen bu Gegenstandlar idrakta bir kavram altına getirilerek yargı ve dolayısıyla nesne oluşturulur. Aritmetiğin nesnelere de sayılardır. Sayıların oluşması için zamandaki anlara bir birliğin verilmesi gerekir yani onların sentezlenmesi gerekir. Zamandaki anların transandantal belirlenimini "...muhayyilede yeniden ürettiğimde ve buna bir birlik verdiğimde sayıyı elde etmiş olurum"²⁹. Örneğin 5 sayısının oluşması için zamanda arka arkaya giden beş ayrı zamansal anın transandantal olarak belirlenip onlara bir birlik verilmesi gerekir. Zamandaki bu ayrı ayrı anlara verilen birliğin kaynağı ise nicelik kategorisindeki birlik kavramıdır. Bu işlemi her sayının oluşması için tekrarlayabiliriz. Böylece kategorilerin ampirik bilginin temeli olduğu gibi matematiksel yargıların da temeli olduğu görülmüş olmaktadır. Dolay-

²⁷ Koç 1996, s. 51.

²⁸ Örneğin bkz. Coffa, s. 43.

²⁹ Koç 1996, s. 51.

siyla aritmetiksel yargıların örneğın daha önce verdiğimiz '5+7=12' yargısının analitik olmadığını da böylece görmüş olunuz; '12' kavramını transandantal belirlenim vasıtasıyla yani sentezle saf olarak idrakta elde ettiğimiz için eğer daha önceden bizde '12' kavramı yoksa '5+7'nin '12'yi vermesi mümkün değildir. Aritmetik de tıpkı saf mekana dayanan geometri gibi ampirik tezahürlerin saf formu olan zaman vasıtasıyla ampirik bilgiyle böylece ilişki kurmuş olmaktadır. Kısacası, aritmetiksel yargılar, zaman formunun saf içeriğinin idrakta belirlenmesi sonucu oluştukları için bu yolla yani zaman vasıtasıyla ampirik bilgiyle ilişki kurmuş olunuz, zira zaman formu iç duyunun formu olduğu gibi aynı zamanda dış duyunun da dolaylı formudur.

Gördüğümüz gibi matematiksel nesnelerin oluşması için zaman ve mekânın saf görü olarak zorunlu olması nedeniyle matematiksel yargılar bu yolla ampirik yargılarımızla zorunlu bir ilişki kurmuş olunuz. Bu da Kant'tan sonra çok yaygın olarak işlenen bir sorunsala yani matematiğin doğaya uyarlanma sorunsalına Kant'ın verdiği cevaptır. Kant'tan sonra matematiğin ve bununla ilişkili olarak mekânın doğayla ilişkisi üzerinde çok geniş tartışmalar yapılmıştır. Özellikle Einstein'ın izafiyet kuramından sonra yaygınlaşan bir görüşe göre matematik iki şekilde düşünölmelidir: saf ve uygulamalı matematik. Saf geometri ve saf aritmetik salt formel olup doğayla doğrudan ilişkisi olmayan kurgusal bir yapıdır. Bu yoruma göre, saf geometri ve aritmetik, tanımlardan ibaret olan birtakım aksiyom ve koyutlardan (postulates) türetilen teoremlerden ibaret olup ancak belli bir yorumla doğaya uygulanabilir. Buna göre örneğın Öklidyen ve Öklidyen olmayan geometriler, belli bir mekân yorumuna dayandığı için birbirinden farklı ve hatta zıt olması mümkündür ve bu imkan, mekânın evrensel ve zorunlu mahiyetine zarar vermez.

Öte yandan Kant'tan sonraki bazı empiristler ise matematiksel bilginin analitik değil sentetik olduğu yani doğa hakkındaki bilgimizi genişlettiği noktasında Kant ile hemfikir olmalarına karşın yaptıkları temellendirme, tecrübeye dayandığından Kant'ınkinden oldukça farklıdır. Bunlar, matematiksel bilgideki evrensellik ve kesinliği inkar etmemekle birlikte onun Kant'ın iddia ettiği gibi sentetik a priori olmadığını savununuz. Örneğın böyle bir görüşü seslendiren V. Hacıkadıroğlu'na göre matematiksel bilgi, empirist analitikçilerin iddia ettiği gibi dünya hakkında birşey söylemeyen analitik bir bilgi değil, tam tersine dünya hakkında bilgi veren sentetik bir bilgidir, ama sentetik olmasına karşın aynı zamanda da kesin (certain) yahut onun deyimiyile pekin bir bilgidir. Hacıkadıroğlu, en tutarlı empirist olarak kabul edilen Hume'un aksine, ampirik bilginin de kesin olabildiğini iddia eder: "...Hume'un deneysel bilginin pekin olamayacağı görüşü temelden yanlıştır"³⁰. Gerçi Hacıkadıroğlu kesin bilgiden ne anladığını açık bir şekilde ifade etmese de kullandığı bağlamda bu terimin zorunluluk ve evrensellik niteliklerini haiz bir terim olduğu anlaşılmaktadır. Öna göre Kant'ın diğer sentetik a priori bilgileri örneğın nedensellik yasası Kant'tın matematiksel yargıların sentetik a prioriliğine da-

³⁰ Hacıkadıroğlu, s. 17.

yandığı için matematiksel yargıların sentetik a priori olmadığı gösterilirse onların da sentetik a prioriliği tehlikeye girmiş olur. Ancak konumuz fizikteki sentetik a priori yasalar olmadığı için bu konuya girmeyeceğiz. Ancak bu ikisinin birbiriyle irtibatlı olduğu aşikardır.

Analitik bilginin bilim olamayacağını zira bunun 'birtakım söz oyunlarından' müteşekkil olduğunu söyleyen Hacıkadiroğlu, matematiğin bilimlerdeki kullanımı gözönüne alındığında matematiksel bilginin sentetik olduğunun kolayca görülebileceğini iddia eder. Hacıkadiroğlu, ampirik bilginin ve dolayısıyla deneyimden elde edilen matematiksel bilginin nasıl kesin olabildiğini bir örnekle açıklamaya çalışır. Ona göre örneğin 100 santigrad derecede kaynayan suyun şartlar değiştiğinde farklı derecelerde kaynaması ampirik bilginin kesinliğine zarar vermez, zira şartlar değişmediği sürece suyun 100 derecede kaynamaması için bir neden yoktur. Hacıkadiroğlu'na göre matematiksel önermelerin Kant'ın iddia ettiği gibi sentetik a priori olmak zorunda olmadıklarını çünkü "...toplulukların sayılarla ilgili aritmetik önermeleriyle yeryüzünün ve nesnelere boyut, yüzey ve oylumlarıyla ilgili geometri önermeleri dünya üzerine pekin [kesin: certain] bilgi veren sentetik ve deneysel önermelerdir. Bu sonuç, Kant'ın öne sürdüğü gibi, dünya üzerine pekin bilgi veren önermelerin a priori olmak zorunda olduklarını değil, tersine, deney yoluyla elde edilen bilgilerin de pekin bilgi olabileceğini gösterir"³¹.

Ancak ampirik bilgideki kesinliğin matematiksel bilgideki gibi mantıksal bir kesinlik olmadığı açıktır, zira matematiksel doğruların tersi mantıksal olarak saçma sonuçlara götürürken ampirik doğruların tersi bizi mantıksal saçmalara yani çelişiklere sürüklenmez. Kısacası ampirik bilginin öyle değil de başka türlü olabilmesi mantıksal olarak da ampirik olarak da mümkün olduğu için matematiksel bilgideki evrensellik ve zorunluluğa sahip olması mümkün değildir. Bu nedenle matematiksel bilginin tecrübeden çıkarıldığını söylemek mümkün değildir. Bu da Hacıkadiroğlu'nun matematiksel doğrularla ilgili görüşün en zayıf noktasını teşkil etmektedir, zira temellerinde pürüz bulunan bir binanın çatısının sağlam olması mümkün değildir.

Kant'tan Sonra Matematik Felsefesindeki Gelişmeler

Özellikle Öklidyen olmayan geometrilerin (Rieman ve Bolyai-Lobachevski geometrileri) ortaya çıkmasından ve Frege, Hilbert, Bolzano, Poincaré, Russell, Peano, Dedekind ve Gödel gibi felsefeci ve matematikçilerin geometri ve aritmetiğe ilişkin çalışmalarından sonra Kant'ın matematik felsefesi, felsefe ve matematik çevrelerinde daha çok dikkat çekmeye başlamıştır. Sözkonusu gelişmelerle beraber Kant'ın genelde bilgi kuramı ve özde ise matematik felsefesi yoğun bir eleştiriye muhatap olmuştur. Eleştirilerin odak noktası da Kant'ın matematiksel yargılarının temelini oluşturan saf görüş kavramı olmuştur. Yukarıda adı geçen matematikçilerin çoğu geometri ve aritmetikte saf görüye yer olmadığını çünkü matematiksel doğruların görüye değil de mantığa dayandı-

³¹ Hacıkadiroğlu, s. 19.

ğını öne sürmüşlerdir. Bazı matematikçiler, Öklidyen olmayan geometrilerin ortaya çıkışından da cesaret alarak, genelde Kant'ın bilgi kuramının özelde ise onun matematik felsefesinin matematiği açıklamada yetersiz kaldığını çünkü, bunlara göre, Kant'ın matematik felsefesi, Öklidyen geometrinin doğruluğu ve zorunluluğuna dayandığı için saf görüye değil de birtakım koyutlara dayanan Öklidyen olmayan geometrilerin varlığını izahıtan acizdir. Bu görüşü savunanlardan bazıları, Kant'ın yaşadığı dönemde henüz Öklidyen olmayan geometriler ortaya çıkmadığı için Kant'ın bu anlamda mazur görülebileceğini öne sürmüş ancak bu varsayımın yanlış bir yorum dayandığını, zira Kant'ın matematik felsefesine göre, matematiksel yargıların doğruluğunun ve evrenselliğinin zamana bağımlı olmadığını yukarıda belirttik. Kant'ın genelde bilgi kuramı ve özelde matematik felsefesi yeni geometrilerin varoluş imkanını ortadan kaldırmadığı gibi aslında onlara yol da açmış bulunmaktadır bir anlamda.

Kant'tan yaklaşık yüz yıl sonra yani geçtiğimiz yüzyılın başlarında matematiğin mahiyeti konusunda hararetili tartışmalar yapılmıştır. Örneğin geometrik aksiyomlar ve temel matematiksel terimlerin anlamı konusunda Frege'nin temsil ettiği geleneksel görüş - ki Kant da bu görüşü benimser - ile Hilbert ve Poincare gibi matematikçilerin temsil ettiği o dönemde yeni yeni uç vermeye başlayan alternatif geometri görüşü arasında çok sert tartışmalar meydana gelmiştir. Frege ile Hilbert arasındaki yazışmalarda nezaket kurallarını bile aşan ifadeler görmekteyiz³². Frege, geometrik aksiyomu, doğruluğu, sezgi ile kesin olan bir düşünce olarak tanımlarken³³, Hilbert aksiyomların tanımlardan (Erklärungen) ibaret olduğunu ve dolayısıyla doğru ya da yanlış olamayacağını iddia eder. Hilbert ile bu konuda paralel düşünen Poincaré de geometrik aksiyomların "... ne tecrübi bir olguyu, ne mantıksal bir zorunluluğu ve ne de sentetik a priori bir yargıyı ifade ettiğini"³⁴ zira bunların 'gizli tanımlar' olduğunu düşünüyordu. Öte yandan, Hilbert, 'nokta', 'çizgi' gibi matematiksel terimlerin anlamlarını aksiyomlara (tanımlara) borçlu olduğunu düşünürken Frege, bu terimlerin anlamlarının aksiyomlara değil, sezgiye dayandığını öne sürer. Frege'ye göre geometrik aksiyomları anlayan herkes bu terimlerin ne anlama geldiğini zaten bildiği için onları ayrıca tanımlamaya gerek yoktur. Hilbert ise bu terimlerin aksiyomlar dışında bir anlamı olmadığını iddia eder. Başka bir ifadeyle söylersek, Frege'ye göre aksiyomların doğruluğu sezgiye dayandığı için ispat gerektirmezken Hilbert, aksiyomların doğruluğunun aralarındaki tutarlılığa dayandığını söyleyerek yeni bir doğruluk anlayışı ortaya atar³⁵.

Aritmetikte ise Frege, Kant'ın aksine, aritmetiğin doğrularının analitik olduğunu yani mantığa indirgenebildiğini ispatlamaya çalışmışsa da öngörmediği bazı paradokslardan (örneğin Russell'in kümeler paradoksu³⁶) dolayı ömrünün sonlarına doğru bu id-

³² Irzik, s. 53.

³³ Irzik, s. 57.

³⁴ Coffa, s. 129.

³⁵ Hilbert, s. 12 ³⁶ Bkz. B. Russell, "Letter to Frege" (1902), J. van Heijenoort, *From Frege to Gödel* içinde (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1967), ss. 124-125.

diasında şüpheye düşmüştür. Daha önce ifade ettiğimiz gibi, geometri konusunda, Frege, Kant'la paralel bir düşünceye sahiptir; Frege'ye göre de geometrik önermeler sentetik a priori'dir. Ancak Frege, *The Foundations of Arithmetic* (Aritmetiğin Temelleri)³⁷ adlı kitabında genelde aritmetikte ve özelde ise doğal sayılar kuramında Kant'ın saf görüş kavramının gereksiz olduğunu iddia ederek sayılar kuramını kümeler kuramının da yardımıyla mantığa indirgeyerek onun analitik olduğunu göstermeye çalışmıştır. Frege'nin burada kastettiği mantık da tabiiyle genel mantıktır, Kant'ın anladığı anlamda transandantal mantık değildir, zira Frege transandantal mantığın varlığını reddeder. Ancak Koç'un ifade ettiği gibi, Frege transandantal mantığı kabul etmediği için aritmetiğinin ontolojik mekanı yani felsefi zemini kaymıştır ve bu da Russell ve benzerlerinin paradokslarına yol vermiştir³⁸. Zira Kant'ta sayıların ve sayıların içinde olduğu yargıların ontolojik mekanı insan zihni iken Frege'de sayıların mekanı belli değildir. Frege, Kant'ı insan zihnini aritmetiğin nesnelere ontolojik mekanı yaptığı ve dolayısıyla aritmetiği öznellettiği için suçlamasına karşın Kant'ta ampirik nesnelere olduğu gibi sayıların ve sayıların içinde yer aldığı aritmetik yargılar öznel değil nesnel, zira bunların temelinde saf kavramlar yani kategoriler vardır ki, Kant'a göre kategoriler a priori (evrensel ve zorunlu) olduğu için nesnel, doğal sayıları, mantıksal kavram ve ilkelerle kümeler cinsinden ifade eden Frege'nin aritmetikteki bu çabasına benzer bir çalışmayı da Dedekind yapmıştır. Dedekind, Hilbert'in geometride yaptığını aritmetikte yapmaya çalışmıştır³⁹. Ancak ikisi de aritmetiğin felsefi zeminini yani ontolojik mekânını göstermekte zorlanmış ve dolayısıyla Kant'ın aritmetik felsefesini aşamamışlardır.

Sonsöz

Görüldüğü gibi Kant'tan sonra matematikte meydana gelen gelişmeler, genel olarak Kant'ın matematik felsefesine bir yanıt niteliğinde olup matematiği özellikle Kant'ın saf görüş kavramından kurtararak onu mantığa indirgeyip analitik yapmayı amaç edinmiştir. Ne var ki, matematiği mantığa indirgeme çalışmaları son yüzyılda büyük bir ivme kazanmış olmasına karşın Russell, Gödel ve diğerlerinin aritmetikte ve özellikle doğal sayılar sisteminde gösterdiği paradoks ve çelişkiler sözkonusu çalışmaları sekteye uğratmış ve bu işle uğraşanları ümitsizliğe sevk etmiştir. Dolayısıyla saf görüden kurtulan (daha doğrusu kurtulamayan!) ve analitik hale gelen aritmetik ve geometrinin doğayla nasıl ilişki kurduğu konusu sonraki gelişmelerde belirsizliğini korumuştur. Yani saf görüşü ortadan kaldırmak isteyenler onun yerine felsefi açıdan daha doyurucu bir şey koyamamışlardır bu geçen süre içerisinde. Metaforik olarak söylersek, matematikte saf görüşe karşı çıkanlar, yağmurdan kaçmak isterken aslında bir anlamda doluya tutulmuşlardır.

³⁷ G. Frege, *The Foundations of Arithmetic*, İng. çev. J. L. Austin, 2. baskı (Evanston, IL: Northwestern Univ. Press, 1968).

³⁸ Frege'nin matematik felsefesini ve karşılaştığı sorunları şu makalemizde daha ayrıntılı bulabilirsiniz: "Frege: Semantikten Matematiğe Paradokslar". Bu makale, *Felsefe Tartışmaları* (Boğaziçi Üniversitesi Yayını, İstanbul) adlı derginin 30. sayısında (Bahar 2003) yayımlanmak üzere incelenmektedir.

³⁹ İrızık, s. 56.

KAYNAKÇA:

- Coffa, J. A., *The Semantic Tradition From Kant to Carnap* (Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1991).
- Çitil, A., *Kant'ın Transandantal Düşüncesinde Nesne Kuramı ve Bu Kuramın Derinleştirilmesinin Yol Açtığı Bazı Sorunlar*, yayınlanmamış doktora tezi, Boğaziçi Üniversitesi, İstanbul, 2000.
- Frege, G., *The Foundations of Arithmetic*, İng. çev. J. L. Austin, 2. baskı (Evanston, IL: Northwestern Univ. Press, 1968).
- Hacıkadıroğlu, V., "Matematik Önergeleri Üzerine", *Felsefe Tartışmaları* 20 (Aralık 1996), İstanbul.
- Hilbert, D., *Foundations of Geometry* (La Salle: Open Court, 1988).
- Hume, D., *An Enquiry Concerning Human Understanding*, 2. baskı, editör E. Steinberg (Indianapolis: Hackett Publishing Company, 1993)
- Irzik, G., "Geometrik Aksiyomların Doğası ve Frege-Hilbert Tartışması", *Bilim Felsefesi Seminerleri içinde*, Benan Dinçtürk (ed.) (TÜBİTAK Marmara Araştırma Merkezi, 1997), ss. 53-65.
- Jones, E., *Reading the Book of Nature* (Atina: Ohio Univ. Press, 1989).
- Kant, I., *Critique of Pure Reason*, İng. çev. N. K. Smith (New York: St Martin's Press, 1965).
——— *Prolegomena To Any Future Metaphysics That Can Qualify as a Science*, İng. çev. P. Carus, 13 Baskı (Chicago: Open Court, 1996).
——— *Logic*, İng. çev. R. S. Hartman ve W. Schwarz (New York: Dover Pub., 1988).
- Koç, Y., 1996, "Matematiğin Ontoloji Bakımından Kant ile Frege Karşılaştırması", *Felsefe Arkivi* 35 (1996), İstanbul.
——— 1994, "Mekan ve Nesne", *Felsefe Arkivi* 29 (1994), İstanbul.
- Leibniz, G. W., *Philosophical Essays*, İng. çev. R. Ariew ve D. Garber (Indianapolis: Hackett Publishing Company, 1989)..
- Özekes, H., "Matematik ve Düşünmek", *Bilim ve Felsefe Toplantıları*, Muğla Üniversitesi, 28 Mart 2002, Muğla (Yayınlanmamış Bildiri).
- Riehl, A., *Phil. Crit, Der philosophische Criticismus und seine Bedeutung für die positive Wissenschaft*, vols. I ve II, (Leipzig: Engelmann, 1879).
- Russell, B., "Letter to Frege" (1902), J. van Heijenoort, *From Frege to Gödel içinde* (Cambridge, Mass.: Harvard University Press, 1967), ss. 124-125.
- Türker, S., *Aristoteles, Gazzali ile Leibniz'de Yargı Mantığı* (İstanbul: Dergah Yayınları, 2002).
- Whewell, W., *History of Scientific Ideas* (Londra: Parker, 1858).