

Atf İçin: Altun K, 2021. Kesir Dereceli Hiperkaotik Osilatörlerde Trigonometrik Fonksiyon ile Çoklu Çeker Üretimi. Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 11(4): 2673-2681.

To Cite: Altun K, 2021. Generation of Multi Scroll Attractor with Trigonometric Function in Fractional-Order Hyperchaotic Oscillators. Journal of the Institute of Science and Technology, 11(4): 2673-2681.

Kesir Dereceli Hiperkaotik Osilatörlerde Trigonometrik Fonksiyon ile Çoklu Çeker Üretimi

Kenan ALTUN^{1*}

ÖZET: Bu çalışmada, Sprot G sistemine doğrusal olmayan trigonometrik fonksiyonlar dahil edilerek kesir dereceli hiperkaotik çoklu çeker üretimi sunulmaktadır. İlk olarak, Sprot G sisteminin orijinal dinamik yapısının bilgisayar benzetimi ve Lyapunov üstelleri hesaplanmıştır. Daha sonra dinamik sistem, hiperkaotik çekerler üretmek için kesir dereceli analiz yöntemleri ile yeniden yapılandırılmıştır. Hiperkaotik yapısına ait benzetim çalışması ve nümerik analizi yapılmıştır. Son olarak, çoklu çeker yapıları oluşturmak için kesir dereceli hiperkaotik sisteme doğrusal olmayan trigonometrik fonksiyon serileri eklenmiştir. Önerilen sistemin dinamik davranışlarına ait bilgisayar benzetimi, faz uzay gösterimi, Lyapunov üstelleri analizi sunularak güvenilir haberleşme sistemleri için önemi açıklanmıştır.

Anahtar Kelimeler: Çoklu kaotik çeker, hiperkaos, kesir derecesi, Sprot G, trigonometrik fonksiyon

Generation of Multi Scroll Attractor with Trigonometric Function in Fractional-Order Hyperchaotic Oscillators

ABSTRACT: In this study, multi-scroll attractor generation by incorporating nonlinear trigonometric functions into the Sprot G system, which represents hyperchaotic behavior with fractional-order structure, is presented. First, the computer simulation of the original dynamic structure of the Sprot G system and the Lyapunov exponents are calculated. Then the dynamic system is reconstructed with fractional analysis methods to produce hyperchaotic attractors. A simulation study and numerical analysis of the hyperchaotic structure were made. Finally, nonlinear trigonometric function series are added to the fractional hyperchaotic system to create multi-scroll attractor structures. The computer simulation phase space representation of the dynamic behavior of the proposed system and the analysis of Lyapunov exponents are presented and its importance for reliable communication systems is explained.

Keywords: Multi-scroll chaotic attractor, hyperchaos, fractional-order, Sprot G, trigonometric function.

¹ Kenan ALTUN ([Orcid ID: 0000-0001-7419-1901](https://orcid.org/0000-0001-7419-1901)) Sivas Cumhuriyet Üniversitesi, Sivas Teknik Bilimler MYO, Elektronik ve Otomasyon Bölümü, Sivas, Türkiye

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Kenan ALTUN, e-mail: kaltun@cumhuriyet.edu.tr

GİRİŞ

Kaos temel olarak başlangıç koşullarına aşırı duyarlı doğrusal olmayan dinamik denklemlerle açıklanabilen sistemleri ifade etmektedir. Kaotik sistemler, hava durumu ve ekonomi gibi tahmin ve kestirim gerektiren alanlarda kullanılan matematiksel modellerin başlangıç değerlerine olan yüksek hassasiyetlerinin analizinde kullanılır (Lorenz, 1963). Meteoroloji ve ekonomi gibi konuların yanında, kaos teorisi daha birçok konuda karmaşık sistemlerin incelenmesi ve kontrol edilebilmesi için düzenli kurallar oluşturur. Son çeyrek yüzyılda, kaos teorisi, kriptografiden (Boccaletti ve ark., 2002; Alvarez ve ark., 2006; Caponetto ve ark., 2014), parmak izi sistemlerine (Han ve ark., 2007), güvenli haberleşme sistemlerine (Pecora ve Carroll, 1990) kadar geniş bir uygulama alanına sahiptir. Özellikle zengin dinamik özelliklere sahip kaotik sistemler, bilginin doğrulanmasında, saklanmasında ve iletilmesinde güvenilirliği artırdığından büyük dikkat çekmektedir. Bu nedenle kaotik sistemlerin karmaşıklığının artırılması ve dinamik yapının zenginleştirilmesine yönelik birçok çalışma gerçekleştirilmiştir (Lai ve ark., 2020; Yang ve ark., 2020; Yu ve ark., 2021).

Kaotik sistemler hiperkaotik olarak modellenerek dinamik yapı zenginleştirilebilir. Hiperkaotik sistemler, kaotik sistemin dinamik davranışını daha iyi temsil etmektedir. Bu nedenle hiperkaotik sistemler kaotik sistemin başlangıç değer hassasiyet analizinin yapılmasını kolaylaştırır. Başka bir deyişle, başlangıç parametrelerindeki küçük bir değişikliğin, sistemin son değerine etkisi belirlenebilir. Bu durum özellikle kontrol sistemleri için büyük önem arz etmektedir. Hiperkaotik sistemler yapay sinir ağları, doğrusal olmayan devreler, lazer, biyolojik sistemler ve güvenli iletişim gibi geniş uygulamalara sahiptir. Hiperkaotik sistemler ilk olarak 1979'da Rösslere tarafından araştırılmıştır (Rössler, 1976). Doğrusal olmayan bir dinamik sistemin hiperkaotik davranış sergilemesi için birçok yöntem vardır. Bu yöntemlerden kesir dereceli integratörler kullanılarak modellemek en kolay olanıdır. Böylelikle kesir dereceli tasarım ile dinamik sistemler, kompleks dinamik özelliklere sahip alternatif bir yaklaşım sunar. Kesir dereceli sistemler, yakınsatılmış tam dereceli sistemlere göre sistem davranışları gerçeğe en yakın şekilde modellenebildiğinden, kaotik dinamik sistemlerde kompleks yapıyı artırmıştır (Petraš ve ark., 2009). Kesir dereceli sistem davranışları, kaotik tabanlı osilatörlerin hiperkaos davranış göstermesine neden olur (Cafagna ve ark., 2009). Kaotik dinamik sistemlerde hiperkaotik davranış, kaos tabanlı birçok uygulamada, kriptoloji, güvenli haberleşme, gibi önemli bir tercih sebebi olmaktadır (Caponetto ve ark., 2014). Geleneksel haberleşme sistemlerinde bilgi sinyalinin taşındığı yörünge periyodik, kanal sayısının ise az olması güvenilirliği azaltırken, kaotik sistemlerde yörünge rasgele olup birçok parametre hassasiyeti vardır. Buna ek olarak hiperkaotik davranış gösteren haberleşme sistemlerinde yörünge sayısı ile birlikte kanal sayısı da artırıldığından bilgi güvenliği de artırılmış olur.

Diğer taraftan çoklu çeker yapısına sahip kaotik dinamik sistemler de zengin dinamik yapıya sahiptir. Doğrusal olmayan sistemlerde kaotik çeker sayıları ile sistemin denge noktaları arasında bir ilişki olduğu Shilnikov tarafından incelenmiştir (Shilnikov, 1965). Buna göre, sistemin kaotik davranış sergileyebilmesi için en az bir kararsız denge noktası olması gerekmektedir. Bu kararsız denge noktasından da bir çeker üretilebilir. Dolayısıyla kararsız denge noktaları artırılarak çeker sayısı artırılabilir. Kaotik dinamik sistemlerde karmaşıklığın artırılması için çoklu çeker yapıları da bir diğer yoldur. Bu konuda yapılan birçok çalışmada da çoklu çekerler üretmek için bir dizi kararsız denge noktası oluşturulmaktadır. Bu denge noktalarının oluşturulmasında çoğu zaman anahtarlamalı fonksiyonlar kullanılmaktadır. Literatürde, polinom fonksiyonu, testere dişi fonksiyonu, hiperbolik fonksiyon ve basamak fonksiyonu eklenerek çoklu kaotik çeker üretebilir (Lü ve ark., 2004; Si-Min, 2005; Lü ve ark., 2006). Denge noktaları olmadan çoklu kaotik çeker yapılarını elde etmek ve pratik olarak uygulamak oldukça zordur. Ancak sinüs fonksiyonu kullanılarak çoklu çekerler üretmek mümkün

olmaktadır (Tang ve ark., 2001; Yalçın, 2007; Ma ve ark., 2014). Trigonometrik fonksiyon herhangi bir sistemin karmaşıklığını arttırdığından, kaotik sistemlerde trigonometrik fonksiyon kullanılmasının kaotik sistemlerde karmaşıklığı artırarak haberleşme güvenliğini artırabileceği gözlemlenmiştir (Kocarev, 2001). Çoklu çeker yapısına sahip kaotik sistemlerin, güvenli iletişim, kaotik kriptanaliz ve görüntü şifreleme için kaos tabanlı uygulamalarda, az sayıda kaotik çekere sahip sistemlere göre çok daha fazla karmaşıklık taşıdığı doğrulanmıştır (Gámez-Guzmán ve ark., 2008; Gámez-Guzmán ve ark., 2009; Orue ve ark., 2010). Çok çekerli olarak kaotik sistemlerin üretilmesi, kontrol edilmesi ve senkronize edilmesi birçok araştırmada ilgi odağı olmuştur (Dadras ve ark., 2010; Ai ve ark., 2015).

Bu çalışmada; Sprot G kaotik sisteminin karmaşıklığının artırılması amaçlanmıştır. İlk olarak kaotik sistem kesir dereceli olarak modellenerek hiperkaotik özellik sergilemesi ve böylelikle gerçek dinamik davranışı göstermesi sağlanmıştır. Elde edilen hiperkaotik Sprot G kaotik sistemde tek çeker yapısı olduğundan, karmaşıklığı artırmak için çoklu çeker yapısına dönüştürülmüştür. Kaotik sistemin çoklu çeker yapısına dönüştürülmesi için trigonometrik 'cos' fonksiyonu eklenerek çoklu kaotik çeker elde edilmiştir. Çalışmanın materyal metot bölümünde Sprot G kaotik sisteminin orijinal yapısı için faz uzay gösterimleri ve Lyapunov üstelleri simülasyon sonuçları verilmiştir. Bulgular ve tartışma bölümünde ise hiperkaotik Sprot G sisteminin simülasyon analizi ve çoklu çeker yapısı için önerilen denklemler, Lyapunov hesaplamaları ve simülasyon sonuçları verilmektedir.

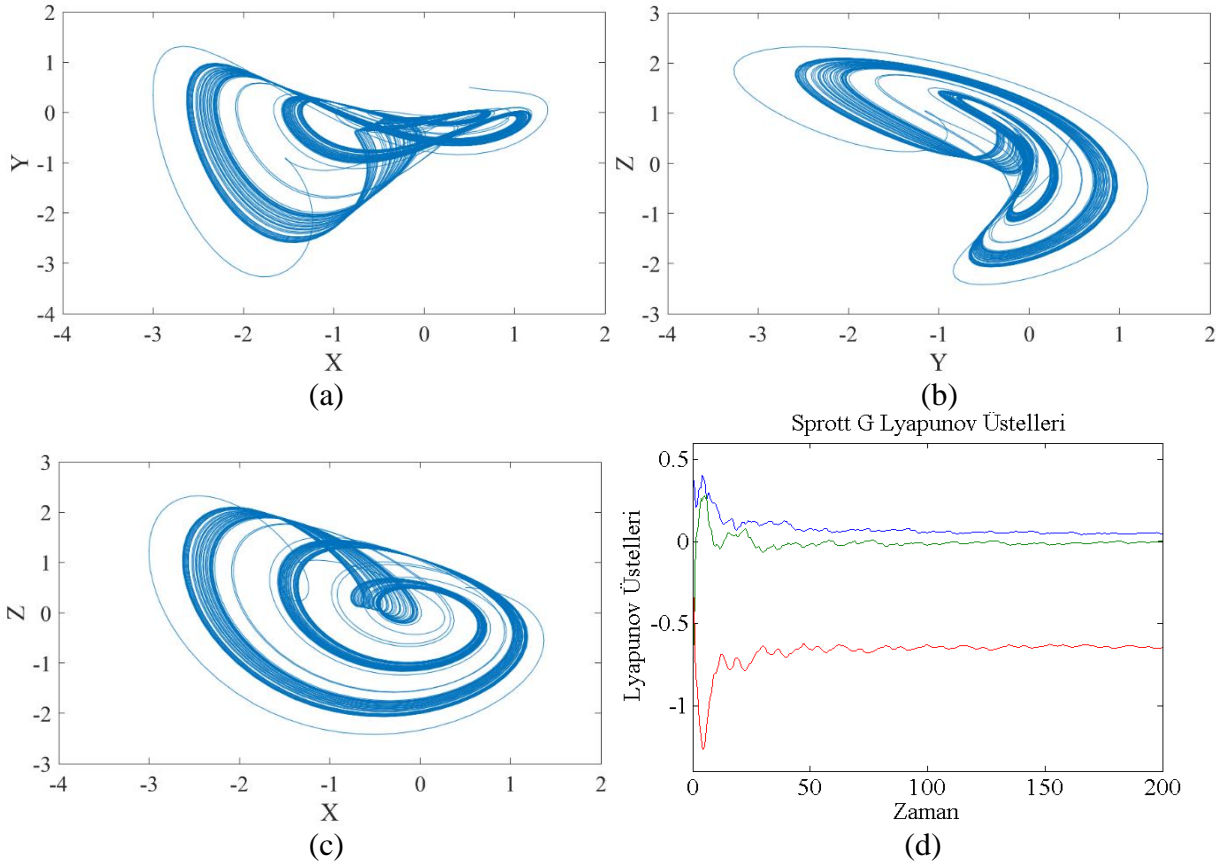
MATERYAL VE METOT

Sprot G Kaotik Dinamik Sistemi

1994 yılında Sprot, dinamik denklem takımında yediden daha az terim bulunduran üç boyutlu otonom kaotik dinamik sistem tasarımları geliştirdi. Bu kaotik dinamik denklemlerde doğrusal olmayan terim ikinci dereceden veya iki durum değişkeninin birbiriyle çarpımından elde edilmiştir. Üç boyutlu diferansiyel denklemlerle ifade edilebilen bir veya iki denge noktasına sahip 19 adet kaotik sistem tanımlanmıştır. Bu bölümde, bir adet denge noktasına sahip Sprot G kaotik sistemini dinamik denklemleri, faz uzay gösterimi ve Lyapunov üstelleri verilmektedir (Sprot, 1994).

$$\begin{aligned}\dot{x} &= 0.4x + z \\ \dot{y} &= xz - y \\ \dot{z} &= -x + y,\end{aligned}\tag{1}$$

Eşitlik 1. ile verilen Sprot G kaotik sisteminde x, y, z sistemin durum değişkenlerini, $x_0 = 0.5, y_0 = 0.5$ ve $z_0 = 0.5$ başlangıç değerleri için elde edilen Şekil 1'de gösterilen kaotik çekerler ve Lyapunov üstelleri incelendiğinde bir adet kaotik çeker ve denge noktası olduğu görülmektedir. Buna göre kaotik sistemin Lyapunov üstelleri $L_1 = 0.046904, L_2 = -0.001269$ ve $L_3 = -0.648173$ olarak hesaplanmıştır. Buna göre bir adet pozitif Lyapunov üstelinin olması sistemin kaotik davranışını doğrulamaktadır.



Şekil 1. Sprott G kaotik sisteminin: (a) x-y faz uzay gösterimi, (b) y-z faz uzay gösterimi, (c) x-z faz uzay gösterimi, (d) Lyapunov üstelleri.

Yukarıdaki sonuçlardan, sistemin tek çekerli kaotik yapıda olduğu görülmektedir. Ancak sistemin özellikle güvenilir haberleşme sistemlerinde kullanılabilmesi için karmaşıklığının artırılması gerekmektedir. Bunun için öncelikle hiperkaotik yapıya dönüştürülmesi sonrasında ise çoklu çeker yapıya dönüştürülmesi amaçlanmaktadır.

Kesir Dereceli Sprott G Kaotik Dinamik Sistemi

Kesir dereceli analiz, kontrol sistemleri başta olmak üzere birçok sistemi tanımlayan denklemlerdeki integratör derecelerinin gerçeğe en yakın olarak belirlenmesini sağlayan bilim dalıdır (Miller ve ark., 1993). Kesir dereceli analizin doğrusal olmayan sistemlerde kullanılması kaos tabanlı birçok sistemin tasarımını ve geliştirilmesini kolaylaştırmıştır (Caponetto ve ark., 2014). Kesir dereceli hesaplamalar, Leibniz ve L'Hopital, tarafından ilk olarak literatürde kullanılmış ve araştırılmıştır (Ross, 1977). Ancak kesir dereceli analiz yöntemlerinde hesaplamaların karmaşık olması kullanım alanlarını da kısıtlamaktadır. Bu nedenle birçok sistemin tasarımında hesap adımlarının kolaylaştırılması için integral operatörler tam dereceli değerlere yakınsatılmıştır. Kesir dereceli sistemlerin analizi için birçok metot kullanılmıştır (Charef ve ark., 1992). Bu metotlar kullanılarak kaos tabanlı sistemlerin yeniden modellenmesiyle dinamik yapıların karmaşıklığını artıracak yeni bir parametre eklenmiş olur. Ayrıca hassas dinamik denklemlere sahip kaotik sistemlerin gerçeğe en yakın modellenmesine katkı sağlamıştır.

Kesir dereceli analizi yapılan Sprott G kaotik dinamik sistem Eşitlik 2. ile verilmiştir (Sprott, 1994).

$$\begin{aligned}
 D_t^{q1} x(t) &= 0,4 \cdot x(t) + z(t) \\
 D_t^{q2} y(t) &= x(t) \cdot z(t) - y(t) \\
 D_t^{q3} z(t) &= -x(t) + y(t),
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

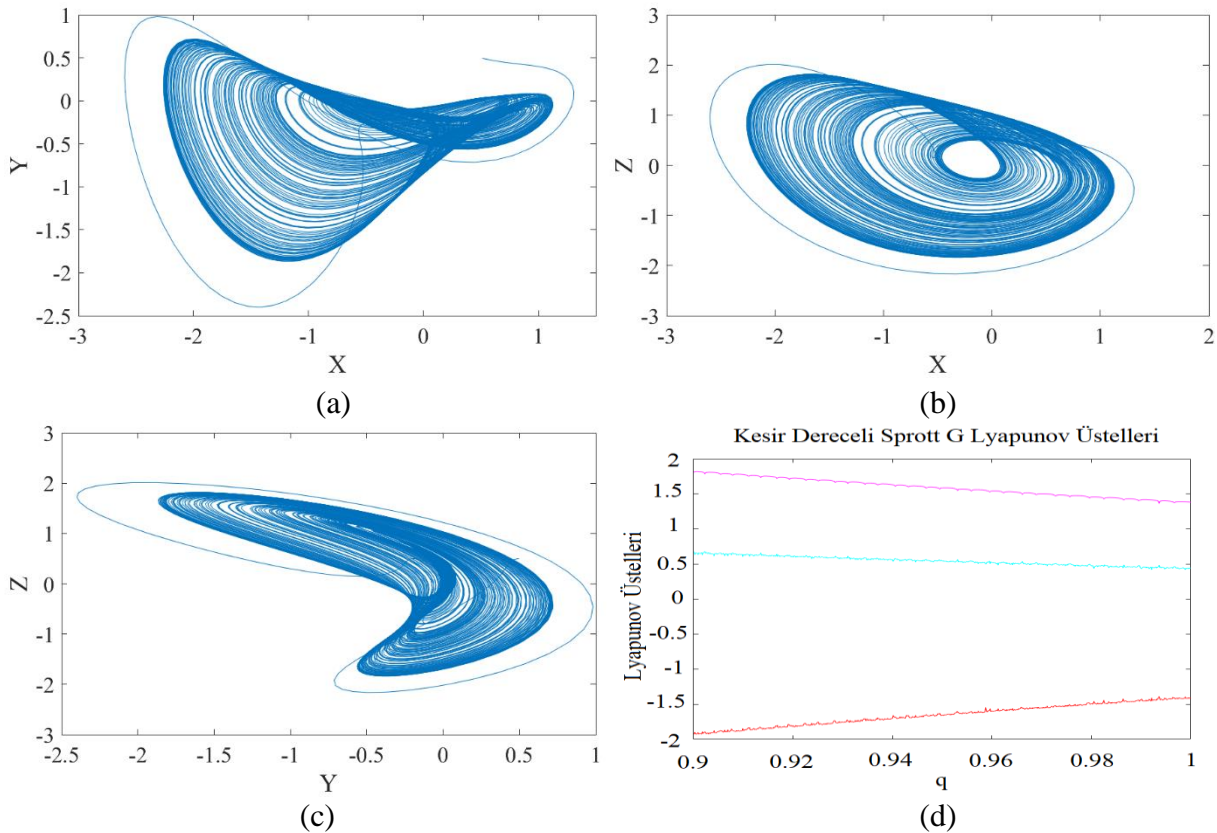
Burada q_1 , q_2 ve q_3 durum denklemlerinin kesir derecesini, $D_t^{q_1} x(t)$ x durum değişkeni için q_1 kesir dereceli integratörü, $D_t^{q_2} y(t)$; y durum değişkeni için q_2 kesir dereceli integratörü ve $D_t^{q_3} z(t)$; z durum değişkeni için q_3 kesir dereceli integratörü ifade etmektedir.

Kesir dereceli analizi yapılacak sistemin analog tabanlı, sayısal tabanlı veya simülasyon çalışmasının yapılabilmesi için transfer fonksiyonunun elde edilmesi gerekmektedir. Sistemin transfer fonksiyonu, integratör yapısının yerine hesaplamalarda kullanılacak kesir dereceli laplace dönüşümünü ifade etmektedir. Bu nedenle sistemi temsil edebilen minimum kesir derecesinin hesaplanması gerekir. Minimum kesir derecesi için sistemin öz değerleri hesaplanır. Eşitlik 3. kullanılarak sistemin hesaplanan öz değerlerinden kesir dereceleri bulunur. Bu kesir derecelerinin en büyüğü sistemin kesir derecesi olarak belirlenir (Matignon, 1996).

$$|\arg(\lambda_i)| > \alpha\pi/2$$

$$\alpha = \max(q_1, q_2, \dots, q_n) \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (3)$$

Kesir dereceli analizi yapılan Sprot G kaotik sisteminin $x_0 = 0.5$, $y_0 = 0.5$, $z_0 = 0.5$ başlangıç değerleri için öz değerleri $\lambda_1 = -1.094$, $\lambda_2 = 0.247 - i0.761$ ve $\lambda_3 = 0.247 + i0.761$ olarak hesaplanmıştır. Buradan, $\arg(\lambda_1) = \pi$, $\arg(\lambda_2) = 1.25695$ ve $\arg(\lambda_3) = -1.25695$, sistemin kesir derecesi ise $\max(q_1, q_2, q_3)$ ifadesinden $\alpha = q_1 = q_2 = q_3 = 0,7998$ olarak bulunmuştur. Kesir derecesi 0,7998 alınarak hesaplanan Lyapunov üstelleri $L_1 = 1.3796$, $L_2 = 0.4422$ ve $L_3 = -1.4128$ olarak hesaplanmıştır. Lyapunov üstelleri incelendiğinde bunlardan ikisinin pozitif olması sistemin hiperkaotik olduğunu göstermektedir. Ayrıca Şekil 2 ile benzetimi yapılan sistemdeki hiperkaotik davranış ve Lyapunov üstel grafiği verilmektedir.



Şekil 2. Kesir Dereceli Sprot G kaotik sisteminin: (a) x-y faz uzay gösterimi, (b) y-z faz uzay gösterimi, (c) x-z faz uzay gösterimi, (d) Lyapunov üstelleri

Kesir dereceli modelleme ile Sprot G kaotik sistemi hiperkaotik davranış sergilemeye başlamıştır. Hiperkaotik davranışla yörünge sayısının artması, haberleşme sistemleri için kanal sayısı artırmaktadır.

Kanal sayısının artması sistemi daha güvenilir hale getirmektedir. Sonraki bölümde kesir dereceli Sprot G sistemine \cos fonksiyonu eklenerek sistemin denge noktası artırılacak ve çoklu kaotik çeker yapısı elde edilecektir.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Trigonometrik Fonksiyon ile Kesir Dereceli Çoklu Çeker Sistemi

Çoklu kaotik çeker oluşturma, kaos çalışmaları arasında her zaman dikkate değer konulardan biri olmuştur. PWL, testere dişi fonksiyonu, adım dalga fonksiyonu, histerezis serisi, anahtarlama fonksiyonu, sinüs fonksiyonu ve hiperbolik tanjant fonksiyonu kullanılarak birçok çoklu kaotik çeker yapıları oluşturulabilir. Önerilen çalışmada \cos fonksiyonu kullanılarak denge nokta sayısının ve çeker sayısının artırılması amaçlanmıştır. Çoklu çeker kaotik sistemlerin elde edilmesiyle kaos sistemlerinde karmaşık yapının artırılması amaçlanır. Önerilen çalışmada kesir dereceli olarak modellenen Sprot G kaotik sistemi Eşitlik 4. ile yeniden düzenlenmiştir. Eşitlik 4. ile önerilen sistemde A, B ve C ifadeleri sırasıyla Eşitlik 5., Eşitlik 6. ve Eşitlik 7. ile açıklanmıştır. Eşitlik 5.'te A parametresi olarak açıklanan denklem f_{s1} frekansı ile anahtarlanarak x_1 durum değişkenini kullanarak $D_t^{q1}x(t)$ ve $D_t^{q2}x(t)$ denklemlerine trigonometrik fonksiyon olarak eklemiştir. Eşitlik 6.'da B parametresi olarak verilen ve f_{s2} frekansı ile anahtarlanarak x_3 durum değişkeni ile $D_t^{q2}x(t)$ denkleminde trigonometrik fonksiyon olarak eklenmiştir. Eşitlik 7.'de C parametresi olarak verilen ifade ise f_{s3} frekansı ile anahtarlanarak x_2 durum değişkenini $D_t^{q2}x(t)$ ve $D_t^{q3}x(t)$ denklemlerine \cos fonksiyonu kullanarak geri beslemeli olarak eklenmiştir.

$$D_t^{q1}x_1(t) = 0,4 \cdot x_1(t) + A$$

$$D_t^{q2}x_2(t) = A \cdot B - C \quad (4)$$

$$D_t^{q3}x_3(t) = -x_1(t) + C,$$

$$A = \begin{cases} 0,01\cos(x_1) - 0,9; & f_{s1} > 0 \\ 0,01\cos(x_1) + 0,9; & f_{s1} < 0 \end{cases} \quad (5)$$

$$B = \begin{cases} -0,01\cos(x_3) + 1,1; & f_{s2} > 0 \\ 0,01\cos(x_3) + 1,1; & f_{s2} < 0 \end{cases} \quad (6)$$

$$C = \begin{cases} -0,01\cos(x_2) + 1,1; & f_{s3} > 0 \\ 0,01\cos(x_2) + 1,1; & f_{s3} < 0 \end{cases} \quad (7)$$

$D_t^{q1}x_1(t)$, $D_t^{q2}x_2(t)$ ve $D_t^{q3}x_3(t)$ durum denklemleri $f_{s1} = f$, $f_{s2} = 2f$ ve $f_{s3} = 4f$, olan anahtar frekanslarında sıfır eşik geriliminde anahtarlama yaparak durum değişkenlerini ikili olarak kontrol etmiştir. Buna göre;

f_{s1} anahtarlama frekansında üretilen anahtarlama sinyali ile $D_t^{q1}x_1(t)$ durum denklemi Eşitlik 8. ile ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} D_t^{q1}x_1+ &= 0,4 \cdot x_1(t) + 0,01\cos(x_1) - 0,9, & f_{s1} > 0 \\ D_t^{q1}x_1- &= 0,4 \cdot x_1(t) + 0,01\cos(x_1) + 0,9, & f_{s1} < 0 \end{aligned} \quad (8)$$

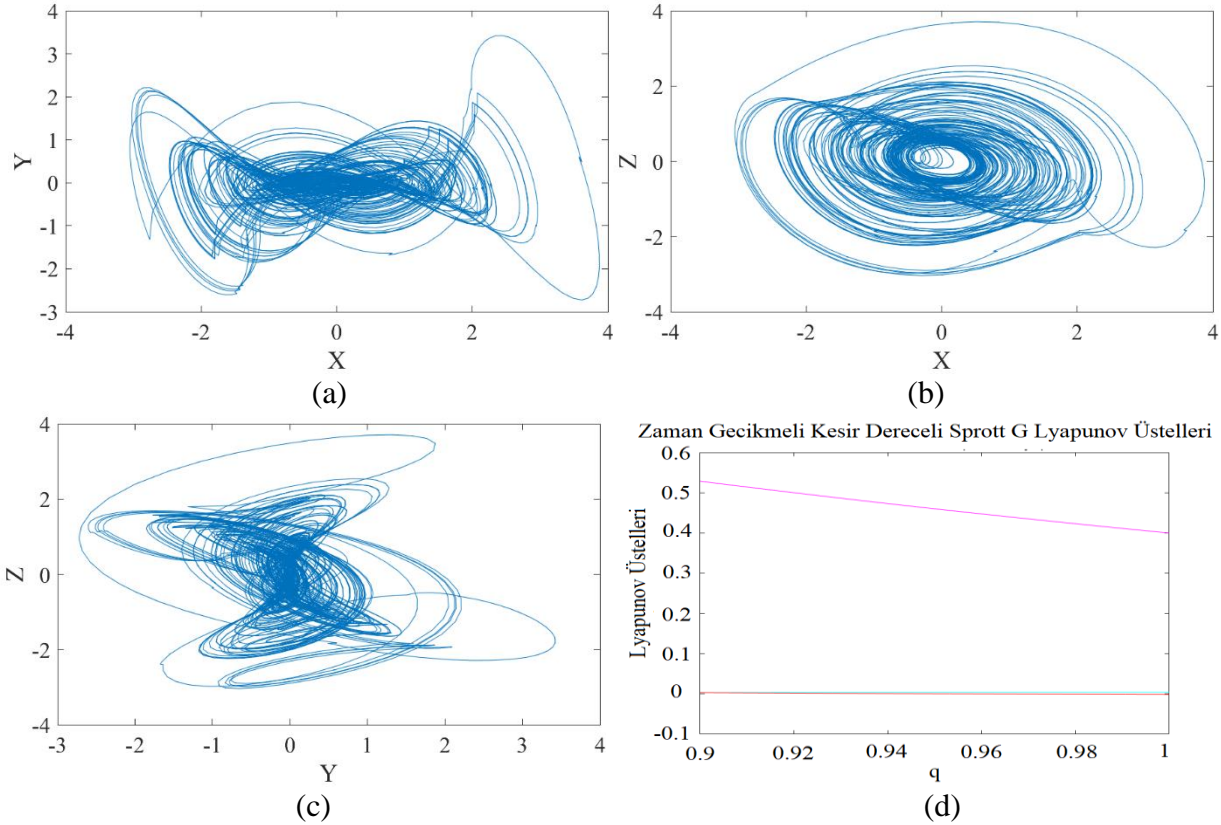
f_{s2} anahtarlama frekansında üretilen anahtarlama sinyali ile $D_t^{q2}x_2(t)$ durum denklemi Eşitlik 9. ile ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} D_t^{q2}x_2+ &= (0,01\cos(x_1) \pm 0,9)(-0,01\cos(x_3) + 1,1) - (\pm 0,01\cos(x_2) + 1,1), & f_{s2} > 0 \\ D_t^{q2}x_2- &= (0,01\cos(x_1) \pm 0,9)(+0,01\cos(x_3) + 1,1) - (\pm 0,01\cos(x_2) + 1,1), & f_{s2} < 0 \end{aligned} \quad (9)$$

f_{s3} anahtarlama frekansında üretilen anahtarlama sinyali ile $D_t^{q3}x_3(t)$ durum denklemi Eşitlik 10. ile ifade edilmektedir.

$$\begin{aligned} D_t^{q3} x_3(t) &= -x_1(t) - 0,01\cos(x_2) + 1,1, & f_{s3} > 0 \\ D_t^{q3} x_3(t) &= -x_1(t) + 0,01\cos(x_2) + 1,1, & f_{s3} < 0 \end{aligned} \quad (10)$$

Yukarıdaki Eşitlikler için $q = 0.8$ kesir derecesindeki sistemin Lyapunov üstelleri $L_1 = 0.3997$, $L_2 = 0.0045$ ve $L_3 = -0.0013$ olarak hesaplanmıştır. Sistemin bilgisayar benzetimi Eşitlik 4., Eşitlik 5., Eşitlik 6. ve Eşitlik 7. kullanılarak gerçekleştirilmiş, sonuçları ve Lyapunov üstel grafiği Şekil 3 ile verilmiştir.



Şekil 3. Trigonometrik Fonksiyon Kullanılarak Elde Edilen Kesir Dereceli Sprott G kaotik sisteminin: (a) x-y faz uzay gösterimi, (b) y-z faz uzay gösterimi, (c) x-z faz uzay gösterimi, (d) Lyapunov üstelleri.

Yapılan çalışmalar sonucunda çoklu çeker hiperkaotik yapı trigonometrik parametreler eklenerek elde edilmiştir. Çeker yapılarından da gözlemlendiği gibi haberleşme sistemlerinde bilgi sinyalini taşıyacak olan kanalların yörüngeleri ve izledikleri yolların karmaşıklığı artırılmıştır. Ayrıca Lyapunov üstellerinin ikisinin pozitif olması hiperkaotik davranışın devam ettiğinin bir göstergesidir. Kesir dereceli tasarım, sistemde yörünge sayısını artırmakla beraber haberleşme sistemleri için yeni bir parametre olmuştur. Kaotik sistem dinamik olarak ne kadar zenginse, güvenli iletişim için daha uygun olacaktır. Sistemin çoklu çeker hiperkaotik davranışı kriptoloji, güvenli haberleşme gibi birçok uygulama için önemli bir tercih sebebi olmaktadır.

SONUÇ

Çalışmada, trigonometrik fonksiyon ile kesir dereceli çoklu kaotik çekerler oluşturularak, denge noktası, Lyapunov üsteli gibi teorik analizlerin simülasyonu yapılarak sunulmuştur. Bu çalışma ile geri beslemeli trigonometrik \cos fonksiyonunun eklenmesiyle bir sistemin aynı zamanda çoklu çeker oluşturmak için de kullanılabileceği Sprott G sistemi dinamik denklemleri kullanılarak gösterilmiştir. Orijinal kaotik sistemle karşılaştırıldığında trigonometrik fonksiyon ile elde edilen kaotik yapının birden fazla pozitif Lyapunov üssü ve dolayısıyla daha karmaşık davranışı vardır. Bu bileşik çoklu kaydırma

çekicilerini kullanan şifreleme şemasının performansı, gelecekteki çalışmalarda daha fazla ele alınacaktır.

Çıkar Çatışması

Makaleye ait çalışmanın planlanması, yürütülmesi ve makalenin yazılması aşamalarında herhangi bir çıkar çatışması olmadığını beyan ederim.

Yazar Katkısı

Makalenin planlanması, yürütülmesi ve yazılması makale tek yazarı olarak tarafımda yapıldığını beyan ederim.

KAYNAKLAR

- Ai X, Sun K, He S, Wang H, 2015. Design of grid multiscroll chaotic attractors via transformations. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 25(10): 1530027.
- Alvarez G, Li S, 2006. Some basic cryptographic requirements for chaos-based cryptosystems. *International journal of bifurcation and chaos*, 16(08): 2129-2151.
- Boccaletti S, Kurths J, Osipov G, Valladares DL, Zhou CS, 2002. The synchronization of chaotic systems. *Physics reports*, 366(1-2): 1-101.
- Cafagna D, Grassi G, 2009. Hyperchaos in the fractional-order Rössler system with lowest-order. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 19(01): 339-347.
- Caponetto R, Dongola G, Maione G, Pisano A, 2014. Integrated technology fractional order proportional-integral-derivative design. *Journal of Vibration and Control*, 20(7): 1066-1075.
- Charef A, Sun HH, Tsao YY, Onaral B, 1992. Fractal system as represented by singularity function. *IEEE Transactions on automatic Control*, 37(9): 1465-1470.
- Dadras S, Momeni HR, 2010. Four-scroll hyperchaos and four-scroll chaos evolved from a novel 4D nonlinear smooth autonomous system. *Physics Letters A*, 374(11-12): 1368-1373.
- Gámez-Guzmán L, Cruz-Hernández C, López-Gutiérrez RM, García-Guerrero EE, 2008. Synchronization of multi-scroll chaos generators: application to private communication. *Revista Mexicana de Física*, 54(4): 299-305.
- Gámez-Guzmán L, Cruz-Hernández C, López-Gutiérrez RM, García-Guerrero EE, 2009. Synchronization of Chua's circuits with multi-scroll attractors: application to communication. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 14(6): 2765-2775.
- Han F, Hu J, Yu X, Wang Y, 2007. Fingerprint images encryption via multi-scroll chaotic attractors. *Applied Mathematics and Computation*, 185(2): 931-939.
- Kocarev L, 2001. Chaos-based cryptography: a brief overview. *IEEE Circuits and Systems Magazine*, 1(3): 6-21.
- Lai Q, Wan Z, Kengne LK, Kuate PDK, Chen C, 2020. Two-memristor-based chaotic system with infinite coexisting attractors. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs*, 68(6): 2197-2201.
- Lorenz EN, 1963. Deterministic nonperiodic flow. *Journal of atmospheric sciences*, 20(2), 130-141.
- Lü J, Chen G, 2006. Generating multiscroll chaotic attractors: theories, methods and applications. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 16(04): 775-858.
- Lü J, Han F, Yu X, Chen G, 2004. Generating 3-D multi-scroll chaotic attractors: A hysteresis series switching method. *Automatica*, 40(10): 1677-1687.
- Ma J, Wu X, Chu R, Zhang L, 2014. Selection of multi-scroll attractors in Jerk circuits and their verification using Pspice. *Nonlinear Dynamics*, 76(4): 1951-1962.

- Matignon D, 1996. Stability results for fractional differential equations with applications to control processing. In *Computational Engineering in Systems Applications*, 2: 963-968.
- Miller KS, Ross B, 1993. *An introduction to the fractional calculus and fractional differential equations*. Wiley.
- Orue AB, Alvarez G, Pastor G, Romera M, Montoya F, Li S, 2010. A new parameter determination method for some double-scroll chaotic systems and its applications to chaotic cryptanalysis. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 15(11): 3471-3483.
- Pecora LM, Carroll TL, 1990. Synchronization in chaotic systems. *Physical Review Letters*, 64(8): 821.
- Petráš I, Bednářová D, "Fractional - order chaotic systems", *Emerging Technologies & Factory Automation 2009. ETFA 2009. IEEE Conference on*, pp. 1-8, 2009.
- Ross B, 1977. The development of fractional calculus 1695–1900. *Historia Mathematica*, 4(1): 75-89.
- Rössler OE, 1976. An equation for continuous chaos. *Physics Letters A*, 57(5): 397-398.
- Shilnikov LP, 1965. A case of the existence of a denumerable set of periodic motions. In *Doklady Akademii Nauk, Russian Academy of Sciences*, 160: 558-561.
- Si-Min Y, 2005. Circuit implementation for generating three-dimensional multi-scroll chaotic attractors via triangular wave series [J]. *Acta Physica Sinica*, 4.
- Tang WK, Zhong GQ, Chen G, Man KF, 2001. Generation of n-scroll attractors via sine function. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 48(11):1369-72.
- Yalçın ME, 2007. Multi-scroll and hypercube attractors from a general jerk circuit using Josephson junctions. *Chaos, Solitons & Fractals*, 34(5): 1659-1666.
- Yang F, Mou J, Liu J, Ma C, Yan H, 2020. Characteristic analysis of the fractional-order hyperchaotic complex system and its image encryption application. *Signal Processing*, 169, 107373.
- Yu F, Shen H, Zhang Z, Huang Y, Cai S, Du S, 2021. A new multi-scroll Chua's circuit with composite hyperbolic tangent-cubic nonlinearity: Complex dynamics, Hardware implementation and Image encryption application. *Integration*.