



Öğrencilerin Bölme İşlemi Gerektiren Aritmetik Sözel Problemlerde Yaşadığı Zorlukların İncelenmesi

Filiz Varolⁱ, Yasemin Kubançⁱⁱ

Bu çalışmada, ilkokul ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde yaşamış olduğu kavram yanlışları ve yapmış olduğu hatalar nedenleriyle birlikte tespit edilmeye çalışılmıştır. Hataların tespit edilmesinde nitel araştırma yöntemlerinden doküman incelemesi tekniği kullanılırken, hataların nedenlerinin tespit edebilmek için öğrencilerle klinik görüşmeler yapılmıştır. Bu amaçla Elazığ il merkezinde yer alan bir ilkokulun ikinci ve üçüncü sınıflarının tamamına (265) bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemler sorulmuştur. Elde edilen veriler, ilk önce çocukların problemlere vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre sınıflandırılmış, daha sonra da sorulara verilen yanlış cevaplar, araştırmacı tarafından belirlenen dört hata türüne göre sınıflandırılarak betimsel analiz yapılmıştır. Hataların nedenleri, her bir hata ayrı başlıklar altında ele alınarak araştırılmıştır. Araştırma sonunda öğrencilerin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde genellikle problemde geçen anahtar sözcüklere göre işlem tercihlerini belirledikleri görülmüştür. İşlem sırasında toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde geçerli olan işleme sağdan başlama kuralını bölme işlemine de genelleyerek bölme işlemine sağdan başladıkları; yine toplama ve çıkarma işleminde olduğu gibi birlerle birler, onlarla onlar basamağı arasında işlem yapma kuralını bölme işlemine genellemeleri sık karşılaşılan sorunlar arasındadır.

Anahtar Sözcükler: Bölme, Kavram Yanılgısı, Hata, Zorluk, Sözel problem

Giriş

Öğrencilerin problem çözerken yapmış olduğu hataların incelenmesi matematik eğitiminde önemli kabul edilmiş ve birçok eğitimci tarafından araştırılmıştır (Bayazit & Aksoy, 2009; Casey, 1978; Clements, 1980; Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2009; Fong, 1995; Graeber & Baker, 1992; Kartalioğlu, 2005; Jane Lo, 1997; Mulligan, 1992; Newman, 1977; Sidekli, Gökbulut & Sayar, 2013; Timmerman, 2014). Çünkü öğrencilerin yapmış olduğu hataların nedenleriyle birlikte belirlenmesinin, bu hataların tekrar edilme olasılığını ortadan kaldırmak adına önemli olacağı düşünülmüştür. Yine eğitimcilere göre öğrencilerin hatalı cevap vermesinin altında bazen dikkatsizlikten, bazen bilgi eksikliğinden kaynaklanan çeşitli sorunlar yatabilir ki bu hataların telafi edilmesi kolaydır ve bu hataları araştırmaya gerek yoktur (Burns, 2000; Jiang, 2013; Kelley & Carifio, 1997). Ancak öğrenci yanlış

ⁱ Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Okulöncesi Öğretmenliği ABD, fvarol@gmail.com

ⁱⁱ Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği ABD, y_kubanc@hotmail.com

inanç, tutum ve varsayımlar nedeniyle sistematik bir şekilde aynı hatayı tekrar ediliyorsa bu duruma kavram yanılması denmektedir (Schoenfeld, 1994; Tall, 1985) ve bu durum mutlak surette nedenleriyle birlikte incelenmelidir (Bingölbali & Özmantar, 2009; Booth, 1983; Burns, 2000; Oliver, 1989; Radatz, 1980). Bu çalışma ile de ilkökul ikinci ve üçüncü sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren sözel problemlerde yaşamış oldukları zorluklar nedenleriyle birlikte incelenmektedir.

Ülkemiz eğitim programında, bölme kavramının yazılı olarak öğretimine ilkökul ikinci sınıftan itibaren başlanmaktadır (Altun, 2010: 231). Hatfield, Tanner ve Bitter'e göre (1997) bölme, bir grubu eşit parçalara ayırmamızı sağlayan işlemin adıdır. Baykul ise (2009: 245) bölme kavramını, biri çarpma işlemine diğeri çıkarma işlemine dayalı olarak iki yoldan açıklamaktadır: Çarpma işlemine, çarpanlardan biri ile çarpım verildiği zaman öteki çarpanın bulunması işlemine bölme denirken, bir sayıdan başka bir sayının ardışık olarak çıkarılması halinde bu çıkarma işleminin kaç defa yapıldığına yani, bir sayının başka bir sayı içerisinde kaç tane bulunduğunun hesaplanmasını da bölme işlemi olarak tanımlamaktadır.

Burns'e (2000: 204) göre iki tip bölme vardır. Birinci tip bir bütünü birbirine denk ve eşit parçalara ayırmayı yani paylaşmayı içermektedir. 15 şekerin 3 öğrenci arasında paylaşılması bu tipe örnektir. İkinci tip ise bir bütünün eşit orandaki parçalarının sayısını içerir ve 15 liraya 3 liradan kaç kalem alınabilir sorusu buna örnek olarak gösterilebilir. Çocuklar eğer bu iki tip arasındaki ilişkiyi görebilirse bölmeyi de rahatlıkla anlayabilir. Nitekim Correa ve Bryant (1994), çocukların paylaşım gerektiren problemlerde bulunan toplam nesne sayısı ile kişi başına düşen nesne miktarı arasında doğru orantı, toplam kişi sayısı ile kişi başına düşen nesne miktarı arasındaki ters orantıyı gördüğü zaman bölme işlemi gerektiren problemleri de zorlanmadan çözebileceğini ifade etmiştir.

Mulligan ve Watson (1998) ile Burns'e göre (2000), son yıllardaki çalışmalar açıkça göstermektedir ki çocuklar okulun ilk yıllarında çarpma ve bölme işlemlerini rahatlıkla anlayabilir. Frydman ve Bryant (1988), 4 ve 5 yaşındaki iki çocuktan önlerindeki şekerleri, iki oyuncak bebeğe eşit miktarda dağıtmalarını istediğinde, çocukların bu görevleri başarılı bir şekilde yerine getirdiklerini ifade etmişlerdir. Carpenter vd. (1993: 434) 70 anaokulu öğrencisine *Mrs. Gomez 20 tane top keke sahiptir ve top kekleri 4 kutuya eşit olarak yerleştirmiştir. Her kutuda kaç top kek vardır?* şeklinde bölme türünde bir soru yönelmiştir. Öğrencilerin % 70'nin dört grup yapıp her bir gruba bir nesne koymak suretiyle bu soruyu doğru cevapladıklarını bildirmiştir. Jane Lo (1997), 5.sınıf öğrencileri ile yapmış olduğu bir çalışmada öğrencilerin 28 şekerini 4 grup arasında paylaşma işlemine başarılı olduklarını ancak 28 şekerin 3 grup arasında paylaşılması işlemine başarısız olduklarını ifade etmiştir. Dee Uyeda's Kaliforniya'da ilkökul 3. sınıf öğrencilerinden 17 küpü 4 çocuk arasında paylaşmasını istemiştir. Çocukların birçoğunun toplama işlemini kullanarak doğru sonuca ulaştıklarını görmüştür (akt. Burns, 2000: 154). Carpenter vd. (1999) birçok anaokulu ve birinci sınıf öğrencisinin bölme işlemi gerektiren soruları birer birer eşleştirme yöntemiyle çözebildiğini söylemiştir. Yine Nures ve Bryant (2008: 245), 5 yaşındaki çocukların, 4 yaşındaki çocukların ise bir kısmının basit düzeydeki bölme işlemlerini çözebildiklerini ifade etmiştir. Mulligan (1992), Lamon (1996), Arsal (2002), Kartallıoğlu (2005), Piel ve Green (2010) ve Timmerman (2014) somut nesne ve modelleri kullanan öğrencilerin bölme işlemi gerektiren soruları daha kolay çözebildiğini ifade etmişlerdir.

Bu araştırmacıların aksine Kamii (2000), Lamon (2012) ve Wilson vd. (2011) çocukların bölme işlemi gerektiren sözel problemleri genellikle zor ve yorucu olarak gördüklerini ifade etmişlerdir. Nures ve Bryant (2008: 221), okullarda toplama ve çıkarma işleminin çarpma ve bölme işleminden önce verilmesini yine insanların çarpma ve bölme işlemini daha zor ve karmaşık görmelerine bağlamaktadır. Nitekim Karplus, Pulos ve Stage (1983) ile Hart (1984) 12 ve 14 yaşındaki çocuklar üzerinde yapmış oldukları çalışmalarda çocukların bölme işlemi gerektiren görevlerde çok düşük bir başarı oranına sahip olduklarını ifade etmişlerdir. Frydman 1990 yılında yaptığı bir çalışmada çocuklara çeşitli büyüklüklerde çikolata parçaları vermiş ve bu parçaların birleştirilmesinden oluşturulmuş iki eş çikolatayı kendisine vermelerini istemiştir. Çocuklardan beklenen 2 birim büyüklüğündeki üç çikolata ile 3 birim büyüklüğündeki iki çikolatayı bir araya getirmektir. Ancak

Frydman, çocukların bu problem türünde oldukça zorlandıklarını görmüştür. Ayvaz'a göre (2010: 17), bölme işlemi gerek anlamsal gerek işlemsel yönden çocukların anlamakta en çok zorlandığı dört işleminden biridir.

Pesen'e göre (2003: 248), bölme işlemi tekrar tekrar çıkarma, ileriye-geriye doğru sayma stratejileri ve çarpma işlemi kullanılarak öğrenciler için daha anlamlı hale getirilebilir. Nitekim Mulligan ve Watson (1998), ikişerli, üçerli vb. ileri ve geriye doğru ritmik sayabilen öğrencilerin bölme işlemi gerektiren hesaplamalarda daha başarılı olduklarını ifade etmiştir. Steffe (1994) dört işlem arasındaki ilişkinin çocuklara mutlaka gösterilmesi gerektiğini ifade ederken ($6/3=2$, $6/2=3$, $2 \times 3=6$, $3 \times 2=6$, $2+2+2=6$, $3+3=6$, $6-3=3$, $3-3=0$, $6-2=4$, $4-2=2$, $2-2=0$), Burns (2000: 208) özellikle çarpma ve bölme arasındaki ilişkinin anlaşılmasının, çocukların bölme ile ilgili aktivitelerde daha başarılı olmasını sağlayacağını ifade etmiştir. Yine Sidekli, Gökbulut ve Sayar (2013) bölme işleminde yaşanan sorunların nedeninin diğer işlemlerde yaşanan sorunlarla ilişkili olduğunu ifade etmişlerdir. 4. sınıf öğrencileri üzerinde yapmış oldukları çalışmada toplama ve çıkarma işlemlerinde yaşanan sıkıntılar düzeltildiğinde öğrencilerin bölme işleminde ki başarısının da % 60 ile % 80 düzeyinde arttığını ifade etmişlerdir.

Kartallıoğlu (2005), çarpma ve bölme gerektiren problemlerde öğrencilerin anahtar sözcüklere göre hareket ettiğini ifade ederken, Stefanich ve Rokusek (1992) de bu düşüncüyü destekler nitelikte, ilkökul 4. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren problemlerde yapmış olduğu hataların % 39'unun sistematik olduğunu tespit etmiştir. Graeber ve Baker (1992) yapmış oldukları çalışmada çocuklara 5 kilo domates 15 arkadaş arasında paylaşılacaktır. Her arkadaşına kaç kilo domates düşmektedir? sorusunu yöneltmiş, 30 kişilik gruptan 24 kişi $15 \div 5 = 3$ cevabını vermiştir. Graeber ve Baker (1992) bu yanlış cevabın kaynağında çocuklara göre bu tür karşılaşmalarda sayının daima bir diğer sayıya bölünmek zorunda olmasının yattığını ifade etmiştir. Gelbal (1991) ve Tanner (2000) bu kavram yanlışlarını çocukların daha çok büyüklerinden duyduğunu ifade ederken, Mack (1995) ve Özmantar (2008) ise öğrencilerin kendi sezgilerine dayanarak bu kavrayışlara sahip olduğunu belirtmektedir.

Bölme işlemiyle ilgili yapılan çalışmaların kısıtlı olmasından dolayı bu çalışma ile ilkökul 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin bölme işleminde yaşadığı zorluklar nedenleriyle birlikte tespit edilmeye çalışılarak alandaki bu boşluk doldurulmaya çalışılmıştır. İlkokul 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni öğrencilerin yaşamış oldukları zorlukları temelden tespit edip, sistematik hataların ileriki dönemlere aktarılmasına engel olmaktır. Bunun yanında; Çocuklar bölme işlemi gerektiren sözel problemleri çözerken işlem tercihini neye göre belirlemektedir? ve Farklı sınıf seviyesindeki çocukların aynı kavramlara verdiği tepkiler benzer midir? gibi alt problemlere de cevap aranmıştır.

Araştırmanın Modeli

Araştırmada katılımcıların belirlenmesi, verilerin toplanması ve analiz edilmesi sürecinde nitel araştırma tekniği kullanılmıştır.

Katılımcılar

Araştırma, kolay ulaşılabilir durum örnekleme yöntemine göre seçilen bir ilkökulun 2. ve 3. sınıfların tamamına uygulanmıştır. Bu şekilde 265 öğrenci içerisinde ölçüt örnekleme yöntemine göre seçilen, her sınıftan sorulara en fazla yanlış cevap veren 36, toplamda 72 öğrenci ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Çalışmanın uygulanması için hem Elazığ Valiliği İl Milli Eğitim Müdürlüğünden uygulama izni hem de İnönü Üniversitesi Tıp Fakültesi Etik Kurul Başkanlığından Etik Kurul izni alınmıştır. Öğrencilerin sorulara vermiş olduğu cevaplar ilk önce doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre sınıflandırılmış ve sınıflar arasında eşit bir sayı yakalanmaya çalışılmıştır. İlkokul 2. ve 3. sınıfların hatalı ve boş cevap sayılarının toplamı en az 5 olan öğrencilerin sayısının eşit olduğu (36) görülmüş ve bu öğrenciler klinik görüşmelere çağırılmıştır. Örnekleme dahil edilen katılımcılar araştırmaya katılmadan önce, araştırmanın amacı, nasıl yürütüleceği, sonucunun yayınlanabileceği konularında bilgilendirmişlerdir. Arzu ettikleri takdirde bu çalışmadan ayrılacakları ve kendileri ile ilgili tüm bilgilerin gizli tutulacağı dile getirilmiştir.

Bulgulara belirtilen kodlarda konunun kişiye özel olması ve gizlilik ilkesi nedeniyle görüşme yapılan kişiler için sembolik temsil kullanılmıştır: İkinci sınıflar B1, B2, B3, ...B36, üçüncü sınıflar C1, C2, C3...C36 şeklinde kodlanmıştır. Klinik görüşmeler öğrenci sayısının fazla olması nedeniyle 3 araştırmacı tarafından aynı zamanda yürütülmüştür ve çalışma içerisinde sunulan alıntılarda araştırmacılar Y harfiyle temsil edilmiştir.

Veri Toplama Araçları

Aritmetik sözel problemlerle ilgili ders kitaplarında, yardımcı kitaplarda ve müfredatta var olan bilgilere bağlı olarak toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemleri konusunda geçen kavramlar belirlenmeye çalışılmıştır. Bütün kavramları ve onların birbirleriyle olan ilişkilerini gösteren bir diyagram hazırlanmış (EK 1'e bakın) ve bu kavramlar öğrencilerin kavram yanılgılarının belirlenmesinde temel veri kaynağı olmuştur. Kavram haritası ve literatür taraması sonucunda ulaşılan daha önce yapılmış araştırma verilerinin birbiriyle örtüşmesi, hazırlanacak olan soruların iç tutarlılığı için bir nevi kontrol mekanizması görevi görmektedir. Bu aşamada hazırlanan sorular matematik eğitimcileri, alan uzmanları ve sınıf öğretmenlerinden oluşan bir komisyona gösterilerek düzensizlikler ve çelişkiler belirlenmiştir ve soruların çocukların seviyesine uygun olup olmadığı tespit edilmiştir.

Öğrencilerin problem çözme süreçlerini ve bu süreç içerisindeki davranışlarını ayrıntılı bir şekilde incelemek, ayrıca hataların ve kavram yanılgılarının problem çözme süreci içerisinde nerelerde ortaya çıktığını bilmek, öğrencilerin nerede zorlandığını anlamak ancak klinik görüşmelerle mümkün olmaktadır. Klinik görüşmeler, katılımcıların yanlış ya da doğru yanıtları üzerine odaklanmaz. Tam tersine, görüşmelerde katılımcıların konuşurken kullandıkları kelimeler, etkileşimler, hareketler, yazılar, çizimler, materyallerdeki eylemler, vb. davranışları gözlemlenir, kayıt edilir ve yorumlanır (Goldin, 2002: 527; Kılıç, 2009: 45). Araştırma kapsamında gerçekleştirilen klinik görüşmeler video kayıt cihazı ile kayıt altına alınmıştır. Video kamera, araştırmacı-öğrenci etkileşimini ve öğrencinin klinik görüşme sırasında kullandığı çalışma yapraklarını rahatça çekebileceği bir biçimde araştırma ortamına yerleştirilmiştir.

Bu kapsamda 2. sınıflara 2 ve 3. sınıflara 4 adet bölme işlemi gerektiren soru sorulmuştur. Öğrencilerin anahtar sözcüklerle ilgili olası kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak amacıyla bölme işlemi gerektiren sorularda toplama (artmak vb.), çıkarma (eksilmek, çıkmak vb.), çarpma (katı, kere vb.) ve bölme (yarısı, bölüm vb.) işlemlerini hatırlatan anahtar sözcüklere yer verilmiştir. Soruların hepsi tek bir işlem basamağı ile çözülmektedir. Soruların çözümü için öğrencilere 50 dakikalık süre verilmiştir ve süre konusunda esnek davranılmıştır. Bütün öğrencilerin her bir problemi eksiksiz çözmeleri istenmiştir. Öğrencilere yöneltilen sorular şunlardır:

- Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter?
- Can koşarken her adımda 2 metre ilerlemektedir. Can'ın 10 metre ilerleyebilmesi için kaç adım atması gerekir?
- Ahmet'in 15 tane balonu vardır. Her gün 3 balonu patlamaktadır. Balonların hepsi kaç gün sonra biter?
- Zeki 12, Yavuz'un ise 4 kitabı vardır. Zeki Yavuz'un kaç katı kitaba sahiptir?
- Ece'nin 28 lirası vardır. Her ay 4 lirasını harcamaktadır. Ece'nin parası kaç ay sonra biter?
- Seda'nın 120, Sergen'in 4 tane cevizi vardır. Seda Sergen'in kaç katı cevizine sahiptir?

Her sınıf seviyesinden en çok hata yaptığı tespit edilen 36 kişi ile klinik görüşmeler yapılmıştır. Öğrenci anlamaları hakkında kapsamlı bir bakış açısı kazanmak ve spesifik öğrenci kavram yanılgılarını ve hatalarını belirlemek için her öğrenciye sorular tekrar çözdürülmüş ve öğrencilere aşağıdaki yarı yapılandırılmış sorular yöneltilmiş ve cevapları sesli bir şekilde ifade etmeleri istenmiştir.

1. Problemi okur musun?
2. Problemden ne anladın? Bir daha bak bakalım, bir daha oku (anlamadı ise).
3. Bu soruyu nasıl çözeceğiz?
4. Bu soruyu niçin böyle çözdün? Eğer bu soruya yeterli bir cevap alınmazsa beşinci soru yöneltilecektir.
5. Neden toplama/ çıkarma/ çarpma/ bölme işlemi yaptın?
6. Böyle yapmayı nerden veya kimden öğrendin?
7. Başka nasıl çözebilirsin?

Bu araştırmada öğrencilere sesli düşün, niçin böyle yaptın,değil de çözeceğiz olur muydu, peki yapalım, neden, her zaman....deyince toplama/çıkarma/çarpma/bölme mi yaparsın, peki burada niye toplama/çıkarma/çarpma/bölme yaptın, sesli say, işlemi bana da anlatır mısın gibi sorular da kullanılmıştır.

Veri Analizi

Öğrencilerin bölme işlemi gerektiren problemlere vermiş olduğu cevaplar ilk önce doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre sınıflandırılmıştır. Araştırmacı yaptığı literatür taraması sonucunda, öğrencilerin hata analizleri yapılırken; işlem tercihini belirlerken ve işlem sırasında yapılan hataların temel alındığını görmüştür (Burns, 2000; Carpenter, Hiebert & Moser, 1981: 27; Jerman, 1972; Smith, diSessa & Roschelle, 1993; Suppes, Loftus & Jerman, 1969). Bu nedenle araştırmacı verilerin kodlanmasında öğrencilerin işlem tercihi ve buldukları sonucu temele alarak aşağıda yer alan sembolik temsili geliştirmiştir.

M1: İşlem seçimi doğru ama sonucu yanlış olan

M2: İşlem seçimi yanlış ancak sonucu doğru olan

M3: İşlem seçimi ve sonucu yanlış olan

M4: Hiçbir işlem yapmadan hatalı cevap veren

Daha sonra sorulara en çok yanlış cevap veren öğrencilerin yanlış cevapları, araştırmacı tarafından belirlenen yukarıdaki hata türlerine göre sınıflandırılmış ve tablolarda sunulmuştur. Öğrencilerin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerde yaşamış olduğu zorluklar, hata türlerine göre ayrı başlıklar altında ele alınmış, aynı zamanda öğrencilerin yaşamış olduğu zorluklar sınıf seviyelerine göre de karşılaştırılmıştır.

Bulgular ve Yorumlar

Öğrencilerin Yapmış Olduğu Hataların Belirlenmesi

Öğrencilerin bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlere vermiş olduğu cevaplar doğru, yanlış ve boş olma durumlarına göre gruplanmış ve Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1’de görüldüğü gibi genel olarak bölme işlemi gerektiren sorulara öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (% 68) doğru cevap vermiştir. İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin % 70’i, 3. sınıf öğrencilerinin % 66’sı sorulara doğru cevaplamıştır. Bu sonuç daha önce yapılan bazı çalışma sonuçlarıyla paralellik gösterirken (akt.Burns, 2000; Carpenter vd., 1993; Carpenter vd., 1999; Frydman & Bryant, 1988; Jane Lo, 1997; Mulligan & Watson, 1998; Nures & Bryant, 2008; Piel & Green, 2010), bazı çalışmalarla da çelişmektedir (Ayvaz, 2010; Frdyman, 1990; Hart, 1984; Kamii, 2000; Karplus, Pulos & Stage,1983; Lamon, 2012; Wilson vd., 2011).

Tablo 1: İlkokul 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren sorulara vermiş olduğu cevapların doğru, yanlış ve boş ortalama değerleri

	2.sınıf		3.sınıf		Toplam	
	f	%	f	%	f	%
Doğru	105	70	75	66	180	68
Yanlış	46	30	35	31	81	31
Boş	1	0	3	3	4	1
Toplam	152	100	113	100	265	100

İlkokul ikinci sınıf öğrencilerinin % 30'nun ve üçüncü sınıf öğrencilerinin % 34'ünün (yanlış, % 31 ve boş %3) bölme işlemi gerektiren sorularda zorlandığı görülmektedir. Bu öğrencilerin bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu yanlış cevaplar hata türlerine göre gruplanmış ve Tablo 2'de gösterilmiştir. Tablo 2'de görüldüğü gibi zorluk yaşayan 2. ve 3. sınıf öğrencilerinin neredeyse tamamına yakını (% 92 - % 83) hem işlem seçiminde hem de işlem sırasında hata yaparak M3 türünde hata yapmışlardır. İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin % 8'i, 3. sınıf öğrencilerinin de % 17'si işlem tercihini doğru belirlemesine rağmen işlem sırasında çeşitli hatalar yaparak M1 türünde hata yapmışlardır. Genel olarak M2 ve M4 türünde hata yapan öğrenciye rastlanmamıştır.

Tablo 2: İlkokul 2. ve 3. sınıfların bölme işlemi gerektiren soru türlerine vermiş olduğu hatalı cevapların, hata türlerine göre sunulması

Hata Kodu	2.sınıf		3.sınıf	
	f	%	f	%
M1	3	8	6	17
M2	0	0	0	0
M3	33	92	30	83
M4	0	0	0	0
Toplam	36	100	36	100

Yapılan Hataların Nedenlerinin Belirlenmesi

Bu aşamada hataların nedenlerinin daha net belirlenebilmesi için her bir hata türü ayrı başlıklar altında incelenecektir. M2 ve M4 türündeki hatalar yüzdelerle dilime girmediği için ayrıntılı olarak incelenmemiştir.

İşlem tercihi doğru, sonucu hatalı olanlar (M1 Türünde Yapılan Hatalar)

Örnek 1: (Öğrenci kodu B11)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B11: Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B11: Burada bölme işlemi yapmamız gerek. Çünkü demiş ki Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter?

Y: Toplama yapamaz mıydık?

B11:Toplama da yapabilirdim ama ben kısa yoldan yapıyorum. 4'er, 4'er sayacağım. 4, 8, 12, 16, 20, yani 5 tane oluyor. 5 ile de 4'ü çarpıyorum. Buraya 20 yazıyorum.

Y:Sonuç kaç?

B11:20.

Y:Böyle bölme işlemi yapmasını kimden öğrendin?

B11:Abimler söyledi. Ama abim dedi ki toplama ve çıkarma da yapılır. Her gün 4 tane yediği için böleceğiz. Ben evde böyle çalışıyorum.

Örnek 2: (Öğrenci kodu B18)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

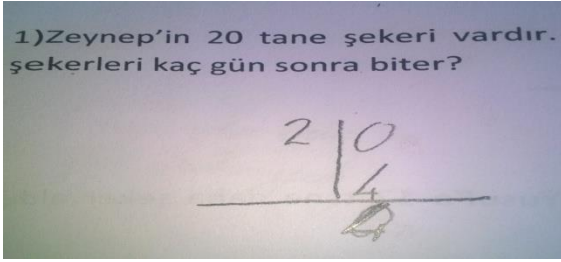
B18: Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B18:Bölme yapacağız. Her gün 4 tanesini yediği için. 20, 16, 12, 8, 4. Sonuç 4

Y:Çıkarma yapsaydık olur muydu?

B18:Olmazdı çıkartsaydık 16 olurdu. Ben bunu abamlardan öğrendim, ablam dedi ki bölme yapacağız.



Şekil-1. B18 kodlu öğrencinin çözümlmelerine ait işlemler

Örnek 3: (Öğrenci kodu B28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B28: Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

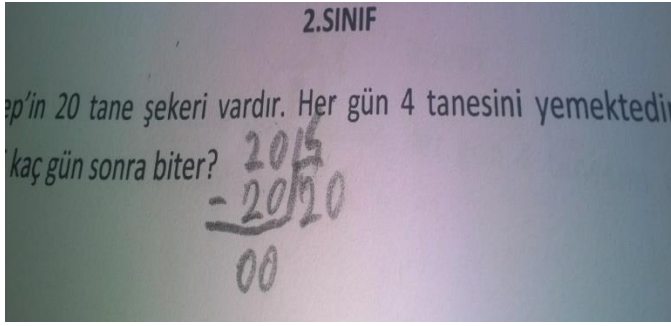
B28:20 tane şekeri varmış, her gün 4 tanesi yemiş dediği için böleceğiz.

Y:Peki yapalım.

B28:20'yi 4 bölüyorum. Buraya (bölüm) yine 20 yazıyorum, Sonra buraya da (bölünenin altına) 20 yazıyorum ve çıkartıyorum. Sonuç 20 ($20 \div 4 = 20$).

Y:Peki bölüm kısmındaki 20'yi nasıl buldun?

B28:Bölünen kısmındaki 20'nin aynısını yazdım. Öğretmenimiz bize böyle öğretti.



Şekil-2. B28 kodlu öğrencinin çözümlmelerine ait işlemler

Örnek 4: (Soru, Öğrenci kodu B6)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

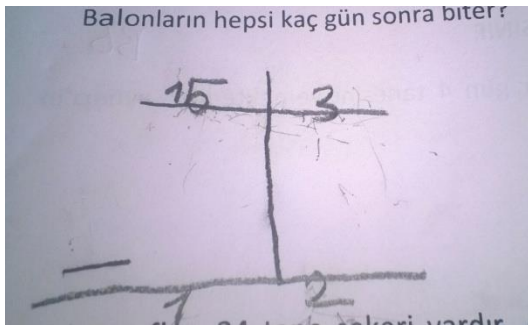
B6: Ahmet'in 15 tane balonu vardır. Her gün 3 balonunu patlatmaktadır. Balonların hepsi kaç gün sonra biter? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B6: Her gün 3 tanesi patlayacağı için böleceğim

Y: Peki yap.

B6: 3'ün birler basamağında bir şey yok. Onlar basamağında sadece 3 var. 5'den 3 çıkarsa 2 kalır (bölüme yazdı). 15'in 1'ini de aşağıya alıyoruz. Sonuç 12 (15÷3=12).



Şekil-3. B6 kodlu öğrencinin çözümlmelerine ait işlemler

İlkokul 2. sınıf öğrencileri bölme işlemi gerektiren soru türlerine hatalı cevap verenlerin % 8'i M1 türünde hata yapmışlardır. İşlem tercihini doğru belirlemelerine rağmen Tablo 3'de görülen işlem hatalarından dolayı bu öğrenciler bölme işlemi gerektiren aritmetik problemlere hatalı cevap vermişlerdir.

Tablo 3: İkinci sınıf öğrencilerinin M1 türünde yapmış olduğu hatalara ait bulgular

B3	B6	B11	B18	B28	B6	B11
$\begin{array}{r} 15 \overline{) 1} \\ -3 \\ \hline 11 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 4} \\ - \quad \\ \hline 0 \quad 5 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 4} \\ -20 \times 5 \\ \hline 00 \overline{) 20} \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 4} \\ 4 \end{array}$	$\begin{array}{r} 20 \overline{) 4} \\ -20 \\ \hline 00 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ - \quad \\ \hline 1 \quad 2 \end{array}$	$\begin{array}{r} 15 \overline{) 3} \\ -15 \times 5 \\ \hline 00 \overline{) 15} \end{array}$

İşlem tercihini doğru seçen ancak işlem sonucunu hatalı bulan bu öğrencilerin genel olarak sorudaki verilenleri ve istenenleri doğru anladığı söylenebilir. B11, B18 ve B28 kodlu öğrencilerin *her gün 4 tanesini yemiş, şekerlerin kaç günde bittiğini bulmak için böleceğiz* ifadesi soruyu anladıklarına kanıt olarak gösterilebilir. Burns (2000) ile Correa ve Bryant (1994), çocukların her gruba kaç nesne düştüğü ile grup sayısı arasındaki ilişkiyi görebildiği zaman bölmeyi anlayabileceğini ifade etmiştir. Bu görüş

çalışmadan elde edilen sonuçla benzerlik göstermektedir. İşlem tercihlerini doğru belirleyen bu öğrencilerin işlem sırasında yaptıkları çeşitli hatalar, sonucu hatalı bulmalarına neden olmuştur. Örneğin B11, B18 ve B28 kodlu öğrenciler 20'yi 4'e bölmüş ve sırasıyla 20, 4, 20 sonuçlarını elde etmişlerdir.

Öğrencilerin verdiği cevaplar incelendiği zaman öğrencilerin genel olarak bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. B11 kodlu öğrenci 4'erli ritmik sayma yöntemini kullanarak 5 doğru cevabını bulmasına rağmen bölüm kısmında yer alan 5 ile bölen kısmında yer alan 4'ü tekrar çarpıp sonucun 20 olduğunu ifade etmiştir. Öğrencinin bu şekilde hareket etmesine, öğretmenin işlemin doğruluğunu kontrol etmek için bölme işleminden sonra çarpma işlemi sık kullanması neden olmuş olabilir ya da öğrenci bölme işleminden sonra çarpma işlemi yapılır şeklinde bir kavram yanlışlığına da sahip olabilir. Ayrıca bu öğrenciye neden toplama işlemi yapmadığı sorulduğu zaman, *toplama da yapabiliyordim ama ben kısa yoldan yapıyorum* şeklinde cevap vermesi öğrencinin bölmenin toplamanın kısa yolu olduğu şeklinde bir kavram yanlışlığına sahip olduğu da söylenebilir. Bu kavram yanlışlığının da pedagojik sebeplerden kaynaklandığı ifade edilebilir. B18 kodlu öğrenci ise 20'den geriye doğru 4'erli ritmik sayma yöntemini kullanmasına rağmen 0'a kadar değil de 4'e kadar sayması sonucu hatalı bulmasına neden olmuştur. Ayrıca öğrenci bölüm ve bölüneni çarpıp, çarpımdan elde ettiği sonucu bölünenin altına yazması gerektiği konusunda da eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. B28 kodlu öğrencinin de bölme işlemi şekilsel olarak ezberlediği söylenebilir. Öğrenci hiçbir işlem yapmadan bölünen kısmında ki 20 sayısını aynen bölüm kısmına yazması gerektiğini söylemiştir. Öğrenci bu şekilde bölme işlemi yapmasını öğretmeninden öğrendiğini ifade etmiştir. B6 kodlu öğrenci 15'i 3'e nasıl böldüğünü *3'ün birler basamağında bir şey yok. Onlar basamağında sadece 3 var. 5'den 3 çıkarsa 2 kalır (bölüme yazdı). 15'in 1'ini de aşağıya alıyoruz. Sonuç 12 şeklinde açıklamıştır.* B6 kodlu öğrenci bölme işlemi yerine çıkarma işlemi yapma davranışı sergilemektedir. Öğrencinin *3'ün birler basamağında bir şey yok* ifadesinden de bu öğrencinin basamak kavramı konusunda eksik ve hatalı bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Öğrenci 5'den 3'ü çıkartıp elde ettiği 2'yi bölüm kısmına yazmıştır. 15'in birler basamağında yer alan 1'i ise aşağıya almıştır. Öğrencinin toplama, çıkarma ve çarpma işleminde olduğu gibi bölme işlemine de sağ taraftan başladığı görülmektedir. Öğrenci işlemin sonucunu ise kalan kısmına yazdığı 1 ile bölüm kısmına yazdığı 2'yi birleştirip 12 olarak bulmuştur. Pesen (2003), öğrencilerin bölme işlemi gerektiren soruları çözerken daha çok tekrar tekrar çıkarma, ritmik sayma ve çarpma işlemi kullandıklarını ifade etmiştir. Yine Kartalioğlu (2005), çocukların bölme işlemi gerektiren sorularda anahtar sözcüklere göre hareket ettiklerini ifade etmektedir. Stefanich ve Rokusek (1992), 4. sınıf öğrencileri üzerinde yapmış olduğu çalışmada bölme işlemi gerektiren sorularda öğrencilerin yapmış olduğu hataların % 39'unun sistematik olduğunu vurgulamıştır. Gelbal (1991) ve Tanner (2000), bu kavram yanlışlarını öğrencilerin daha çok büyüklerinden (anne, baba, öğretmen vb.) ifade etmektedir. Bu çalışmadan elde edilen bulgular daha önce yapılan çalışmalarla paralellik göstermektedir.

Burns (2000: 206-207) bölme kavramının anlaşılması için çocuklara aşağıdaki problemi sunmuştur.

"Bir kadın ailesi için tatile giderken hediye olarak çorap örmeyi düşündü. Bu kadın haftada 1 çorap örebildi ve çorap örmeye 1 Ocak tarihinde başladı ve 15 Aralık tarihine kadar aralıksız ördü. Bu kadının kaç akrabası vardır?"

Yukarıda ki soruya çocukların çoğu 50'yi 2'ye bölüp 25 cevabını vermiştir. Diğer öğrencilerin ise kimi çarpma, kimi toplama ve çıkarmayı kullanmıştır. Bazı öğrenciler 10 insan için, 20 çorap, sonra bir 10 insan için yine 20 çorap daha kullanmıştır. 40 çorap elde etmişlerdir, sonra bir 10 çorap daha 5 insan için kullanıp, 25 sayısına ulaşmışlardır. Bazı çocuklar probleme farklı yaklaşmıştır. Her insan için 2 çorap gereklidir ve 50'nin yarısı 25'tir. Burns'e göre önemli olan öğrencinin bu sorunun bölme işlemi gerektiren bir soru olmasından çok bu problemi anlamasıdır. Ama yine de öğrencinin bu sorunun farklı çözüm yollarını bilmesi önemlidir. Çocuklar hesaplama da farklı işlemler kullanmalarına rağmen, çözüm yolları gayet mantıklı olabilmektedir. Bir çocuk bir problem için farklı çözüm yolları kullanabiliyorsa niçin yaptığını da anlatabilir.

Bu çalışmanın sonuçları Burns'un araştırma sonuçlarıyla karşılaştırıldığı zaman B11, B18 ve B28 kodlu öğrencilerin de bölme işlemi gerektiren soruları farklı çözüm yolları kullanarak çözmeye çalıştıkları görülmektedir. Öğrencilerin seçtiği yollar gayet mantıklı olmasına rağmen işlemsel eksiklikler, sayının korunumu, ileri ve geriye doğru sayılırken hangi sayıdan başlanıp, hangi sayıya kadar sayılması konusunda ki bilgi eksikliği gibi nedenlerden dolayı öğrencilerin hatalı sonuçlar elde ettiği söylenebilir.

Örnek 4: (Öğrenci kodu, C28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C28: Ece'nin 28 lirası vardır. Her ay 4 lirasını harcamaktadır. Ece'nin parası kaç ay sonra biter? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C28: Ece'nin 28 lirası varmış. Her ay 4 lirasını harcamış, bu nedenle böleceğiz.

Y:Peki toplasak olur mu?

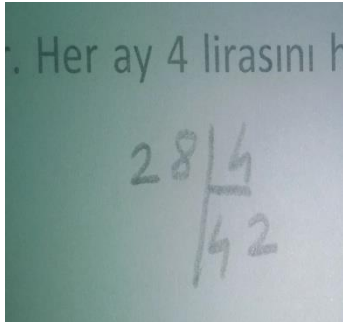
C28:Olmaz çünkü toplam dememiş.

Y:Peki yapalım.

C28:2'nin içinde 4, 4 kere vardır. 8'in içinde 4, 2 kere vardır. Sonuç 42 ($28 \div 4 = 42$).

Y:Peki böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

C28:Ben kendim öğrendim.



Şekil-4. C28 kodlu öğrencinin çözümlmelerine ait işlemler

Örnek 5: (Öğrenci kodu, C28)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C28: Seda'nın 120, Sergen'in 4 cevizi vardır. Seda Sergen'in kaç katı cevize sahiptir? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C28:Kaç katı cevize sahiptir dediği için bölme yapacağım.

Y:Kaç katı cevize sahiptir denilince her zaman bölme mi yaparsın?

C28:Hayır çarpma yapıyorum ama burada bölme yapacağım.

Y:Peki yap.

C28:0'nin içinde 4, 0 kere. 2'nin içinde 4, 4 kere. 1'in içinde 4, 4 kere. Sonuç 044 ($120 \div 4 = 044$).

Şekil-5. C28 kodlu öğrencinin çözümlmelerine ait işlemler

Örnek 6: (Öğrenci kodu, C25)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C25: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C25: Böleceğiz çünkü bize 120'nin içinde kaç tane 4 olduğunu soruyor bize.

Y: Peki yap o zaman.

C25: 0'ın içinde 4 yoktur. 2'nin içinde 4 yoktur. 12'nin içinde 4, 4 kere vardır. 4 kere 4 12. Sonuç 0 (120÷4=0)

Şekil-6. C25 kodlu öğrencinin çözümlmelerine ait işlemler

İlkokul 3.sınıf öğrencilerinden bölme işlemi gerektiren sorulara hatalı cevap verenlerin % 17'si M1 türünde hata yapmışlardır. M1 türünde hata yapan öğrenciler bölme işlemi gerektiren sorulara Tablo 4'de yer alan hatalı cevapları vermişlerdir.

Tablo 4: Üçüncü sınıf öğrencilerinin M1 türünde yapmış olduğu hatalara ait bulgular

C19	C20	C24	C25	C28
$\begin{array}{r l} 28 & 13 \\ +4 & \\ \hline & 4 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 28 & 4 \\ -28 & 5 \\ \hline 00 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 28 & 4 \\ & 8 \end{array}$	$\begin{array}{r l} 120 & 4 \\ -12 & 4 \\ \hline 000 & \end{array}$	$\begin{array}{r l} 28 & 4 \\ & 42 \end{array} \quad \begin{array}{r l} 120 & 4 \\ & 044 \end{array}$

Öğrencilere neden bölme işlemi tercih ettikleri sorulduğunda C25 kodlu öğrenci *böleceğiz çünkü bize 120'nin içinde kaç tane 4 olduğunu soruyor* şeklinde cevap verdiği görülmüştür. Bu ifadeden bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri anladığı söylenebilir. C28 kodlu öğrenci de işlem tercihini doğru belirlemesine rağmen *toplam deseydi toplardım, katı denilince çarpıyorum* ifadelerinden bu öğrencinin toplam ve katı sözcükleriyle ilgili kavram yanlışlığı yaşadığı, bölme işlemi niçin seçtiğini

de tam olarak açıklayamadığı söylenebilir. Bu kavram yanlışlarının da daha çok psikolojik nedenlerden kaynaklı olduğu söylenebilir. Bu sonuçlar ikinci sınıf öğrencilerinden elde edilen verilerle benzerlik göstermektedir. Bu durumda kavram yanlışlarının sistematik bir şekilde devam ettiğine örnek verilebilir. Ayrıca Mack (1995) ve Özmantar (2008) bu kavram yanlışlarının bazen de öğrencilerin kendi algılayış biçimlerinden kaynaklanabileceğini ifade etmişlerdir. Bu sonuç çalışma sonucuyla benzerlik göstermektedir.

İlkokul 3.sınıfların bölme işlemiyle ilgili en çok tekrar ettiği hatanın toplama, çıkarma ve çarpma işleminde olduğu gibi işleme sağ taraftan başlamak olduğu söylenebilir. C28 kodlu öğrenci 120'yi 4'e nasıl böldüğünü *0'ın içinde 4, 0 kere. 2'nin içinde 4, 4 kere. 1'in içinde 4, 4 kere. Sonuç 044* şeklinde ifade ettiği görülmektedir. C25 kodlu öğrenci ise *0'ın içinde 4 yoktur. 2'nin içinde 4 yoktur. 12'nin içinde 4, 4 kere vardır. 4 kere 4 12. Sonuç 0* diyerek yaptığı bölme işlemini anlatmıştır. Her iki öğrencinin de işleme sağ taraftan başladığı görülmektedir. Bu öğrencinin toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde ki bazı kuralları bölmeye genellediği veya bölme işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Nitekim Steffe (1994), dört işlem arasındaki ilişkinin öğrencilere mutlaka çeşitli şekillerde açıklanması gerektiğini ifade etmiştir. Sidekli, Gökbulut ve Sayar (2013), bölme işleminde yaşanan sorunların çoğunun toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde yaşanan sorunlarla ilişkili olduğunu ifade etmiştir. Toplama, çıkarma ve çarpmadaki sıkıntıları halledilen öğrencilerin bölme işlemindeki başarıları da % 60 ile % 80 arasında artmıştır. Yine Burns (2000), çarpma ve bölme arasındaki ilişkiyi anlayan öğrencilerin bölme ile ilgili aktivitelerde daha başarılı olacaklarını ifade etmiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar daha önce yapılan bu çalışma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Bölme işlemiyle ilgili yaşanan bir başka zorluk ise küçük sayıyla büyük sayının bölünmesi sırasında ortaya çıkmaktadır. C25 kodlu öğrenci 2. soruda 28'i 4'e bölerken, *2'nin içinde 4, 4 kere vardır* ifadesi ve C28 kodlu öğrenci 120'yi 4'e bölerken *2'nin içinde 4, 4 kere. 1'in içinde 4, 4 kere vardır* ifadesi örnek olarak gösterilebilir. Bu ifadelerden bu öğrencilerin *küçük sayı, büyük sayıya bölünmez o halde sonuç büyük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanlışına sahip olduğu söylenebilir. Böyle bir hata çıkarma işleminde ki küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç büyük sayının kendisidir şeklinde bir kavram yanlışının devamı olabilir. Yine bu öğrencilerin bölüm ile bölen sayıları çarpıp, bölünen sayıdan çıkartılması işlemini yapmadıkları görülmektedir. Ayrıca öğrenci bölme işleminde sonuç kısmını bölümde değil de kalan kısmında araması fark edilen bir başka hatadır. C25 kodlu öğrencinin *0'ın içinde 4 yoktur. 2'nin içinde 4 yoktur. 12'nin içinde 4, 4 kere vardır. 4 kere 4 12. 12'den 12 çıkarsa 0. Sonuç 0* ifadesi bu durumu örnekleemektedir. 3. sınıf öğrencilerinin bölme işleminde yaşadığı zorlukların çoğunlukla toplama, çıkarma ve çarpma işleminde ki kuralları bölme işlemine genellemesinden kaynaklandığı ifade edilebilir. Bu hataların çoğunlukla öğrencilerin kendi algılayış biçimlerinden kaynaklanmasından dolayı, kavram yanlışlarının psikolojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

İşlem tercihi ve sonucu hatalı olanlar (M3 Türünde Yapılan Hatalar):

Örnek 7: (Öğrenci kodu B4)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B4: Zeynep'in 20 tane şekeri vardır. Her gün 4 tanesini yemektedir. Zeynep'in şekerleri kaç gün sonra biter? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B4: Bu 4'erli bir çarpma işlemi.

Y: Peki yapalım.

B4: 4 ile 0 çarpılmaz. Çünkü 0 içi boş bir sayıdır. Önce birler basamağından başlanır. 0 kere 4, 4'tür. 2'yi aşağıya alıyoruz.

Y: 4 ile 2'yi neden çarpmadın?

B4:4 ile 2 çarpılmaz, çünkü 4 sadece birler basamağı ile çarpılır. Öğretmen tahtaya çarpma işlemiyle ilgili örnek yazıyor. Çarpınca sayı artıyor.

Örnek 8: (Öğrenci kodu B23)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B23: Can koşarken her adımda 2 metre ilerlemektedir. Toplamda 10 metre ilerleyebilmesi için kaç adım atması gerekir? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B23:Çıkartacağız. Çünkü demiş ki 10 metre ilerlemiş.

Y:Peki 10'u 2'ye bölseydik olur muydu?

B23:Olmaz, 2'de 4 deseydi, 2 bölü 4 deseydi bölerdim ama burada bölme yok.

Y:Peki yapalım

B23: 2'den 0 çıkarsa 2 kalır, 1'i aşağıya alıyoruz. Sonuç 12 ($10-2=12$). Bu sorunun aynısını öğretmenimiz tahtaya yazmıştı.

Örnek 9: (Öğrenci kodu B6)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B6: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B6:Kısa yoldan çarpabilirim. Her adımda 2 metre ilerleyebiliyormuş, 10 metre ilerleyebilmesi için kaç adım atması gerektiğini bulacağım.

Y:Peki yapalım.

B6:2 kere 0, 0 eder. 1 kere 2, 1 yapar. Sonuç 10 ($10 \times 2 = 10$)

Y:Bölme yapsaydık olur muydu?

B6:Metre bide uzunluklar olunca ben çarpma işlemi yapıyorum.

Örnek 10: (Öğrenci kodu B1)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

B1: Zeki 12, Yavuz ise 4 kitaba sahiptir. Zeki Yavuz'un kaç katı kitaba sahiptir? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

B1:Katı denildiği için çarpma işlemi yapacağız.

Y:Kim dedi?

B1:Öğretmenimiz dedi ki katı denince çarpma, fazlası denince toplama, eksilen denince çıkarma yapılır.

Y:Peki katı denilince çarpma dışında bir işlem yapılamaz mı?

B1:Hayır.

Y:Peki yapalım.

B1:2 kere 4, 8 yapar, 1'in altında hiçbir sayı olmadığı için 1'i de aşağıya alıyoruz.

Y:Peki böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?ıu

B1:Ben çarpım tablosundan öğrendim.

İlkokul 2.sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine hatalı cevap verenlerinin tamamına yakını (% 92) M3 türünde hata yapmışlardır. İkinci sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren bu sorularda çoğunlukla çıkarma ve çarpma işlemlerini tercih ettikleri söylenebilir. Bu sonuç Pesen'in (2003) görüşünü destekleyici niteliktedir.

B4 kodlu öğrenci *Bu 4'erli bir çarpma işlemi diyerek neden çarpma işlemi tercih ettiğini*, B22 kodlu öğrenci ise *4 tanesini yemektir dediği için de çıkarma işlemi tercih ettiğini ifade etmiştir*. B22 kodlu öğrencinin ise soruda ki verilenleri ve istenenleri dikkate almadığı ve yemektir sözcüğüyle ilgili bir kavram yanlışlığına sahip olduğu ifade edilebilir. Öğrenci *yemektir sözcüğü geçerse her zaman bir eksilme söz konusudur öyleyse her zaman çıkarma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanlışlığına sahip olduğu söylenebilir.

Bir başka soruda B23 kodlu öğrenci çıkarma, B4 ve B6 kodlu öğrenciler çarpma, B9 kodlu öğrenci toplama işlemi tercih etmişlerdir. B23 kodlu öğrenci *çıkartacağız, çünkü demiş ki 10 metre ilerlemiş* diyerek neden çıkarma işlemi tercih ettiğini açıklamıştır. Bu öğrencinin ilerlemek sözcüğüyle ilgili bir kavram yanlışlığı yaşadığı veya soruyu anlamadığı söylenebilir. Yine B23 kodlu öğrenciye *Peki 10'u 2'ye bölsedik olur muydu?* diye sorulduğu zaman öğrencinin *olmaz, 2'de 4 deseydi, 2 bölü 4 deseydi bölerdim ama burada bölme yok* şeklinde cevap vermesi öğrencinin sorudaki anahtar sözcüklere göre hareket ettiği görüşünü desteklemektedir. Bu öğrencinin ilerlemek, bölü, bölme sözcükleriyle ilgili kavram yanlışlığına sahip olduğu söylenebilir veya öğrenci bu sözcükleri ezberlemiş olabilir.

Yukarıdaki cevaplar incelendiği zaman B4 kodlu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate aldığı ancak sorudaki verilenleri ve istenenleri anlamadığı söylenebilir. B6 kodlu öğrenci ise sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almak yerine anahtar sözcüklere göre hareket etmeyi tercih etmiştir. Bu öğrencinin *soruda metre veya herhangi bir uzunluk birimi varsa çarpma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanlışlığına sahip olduğu söylenebilir. Öğrenci 2. sınıfta uzunluk ölçüleri konusunu işlerken birimlerin birbirine çevrilmesi sırasında bir basamak aşağıya inerken sayıyı 10 ile çarpma kuralı çocuğun böyle bir kavram yanlışlığı yaşamasında etkili olmuş olabilir (Örneğin; 1 metre=10 dm, 1 metre=100 cm gibi).

B9 kodlu öğrenci neden toplama işlemi tercih ettiğini şöyle açıklamıştır: *Toplam 10 metre dediği için toplayacağız*. Yukarıdaki ifadeden yola çıkarak öğrencinin problemin çözümünde anahtar sözcükleri dikkate aldığı söylenebilir. B9 kodlu öğrencinin *toplam sözcüğü geçerse her zaman toplama işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanlışlığına sahip olduğu söylenebilir. Bu kavram yanlışlığının da daha çok pedagojik ve psikolojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir. Bu sonuç daha önce yapılan çalışma sonuçlarını desteklemektedir (Gelbal, 1991; Mack, 1995; Özmantar, 2008; Tanner, 2000).

Yukarıdaki ifadelerden B4 kodlu öğrencinin soruyu anlamadığı, B1 ve B12 kodlu öğrencilerin ise sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almak yerine anahtar sözcüklere göre hareket ettiği söylenebilir. Bu öğrencilerin *katı denilince çarpma, fazlası denilince toplama, eksilen denilince çıkarma yapılır* şeklinde bir kavram yanlışlığına sahip olduğu söylenebilir. Bu kavram yanlışlığının da daha çok pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

İlkokul 2. sınıf öğrencileri tarafından 0 kavramının tam olarak anlaşılmadığı veya yanlış anlaşıldığı söylenebilir. *Çünkü 2. sınıf öğrencilerine 0 nedir?* diye sorulduğu zaman B4 kodlu öğrenci *0 içi boş bir sayıdır*, B22 kodlu öğrenci *0 yutan bir elemandır*, B9 *0 içi boş bir kutu demektir* şeklinde cevap vermişlerdir. Öğrencilerin 0 için kullandığı ifadelerin hepsi doğrudur. Ancak 0 çarpma işleminde yutan eleman, toplama işleminde etkisiz elemandır, öğrencilerin hangi işlem için nasıl bir anlam ifade ettiğini bilmedikleri söylenebilir.

B4 kodlu öğrenci *20 ile 4'ü çarparken, 4 ile 0 çarpılmaz, çünkü 0 içi boş bir sayıdır. 0 kere 4, 4 tür ifadelerini kullanmıştır*. Öğrencinin 0'ı çarpma işleminde toplama işleminde olduğu gibi etkisiz eleman olarak kabul ettiği söylenebilir. Yine B22 kodlu öğrenci *20'den 4'ü çıkartacağım, 0'dan 4 çıkarsa 4 kalır, çünkü 0 yutan elemandır* şeklinde cevap verdiği görülmektedir. B9 kodlu öğrenci *10 ile 2'yi toplarken, 0 ile 2 toplanmaz, toplanırsa yine 0 olur* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencilerin de 0'ın çarpma

işlemindeki yutan eleman olma özelliğini diğer işlemlere de genellediği görülmektedir. Genel olarak 2. sınıf öğrencilerinin 0'ın toplamada ki ve çarpma da ki yeri konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

İlkokul 2. sınıf öğrencilerinin çarpma ile ilgili en çok tekrar ettiği hata, toplama ve çıkarma işlemlerinde olduğu gibi sadece aynı basamaklar arasında işlem yapmaları gösterilebilir. Toplama ve çıkarma işlemlerinde rakamlar aynı hizaya getirilir, birler, onlar ve yüzlerden elde edilen fazla onluklar diğer basamağa aktarılır veya onlar, yüzler basamağından birler basamağına onluk aktarılır. Ama sütunlar toplanırken veya çıkartılırken, aynı sütundaki sayıların toplanmasını veya çıkartılmasını esas alır. B4 kodlu öğrenci 20 ile 4'ü çarparken *4 ile 2 çarpılmaz, çünkü 4 sadece birler basamağı ile çarpılır* ifadesi bu duruma örnek olarak gösterilebilir. Yine B1 kodlu öğrenci soruda 12 ile 4'ü çarparken *2 kere 4 8 yapar, 1'in altında hiçbir şey olmadığı için aşağıya alıyoruz* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencilerin toplama ve çıkarma işleminde ki bazı kuralları çarpma işlemine genelledikleri veya çarpma işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip oldukları söylenebilir. Fuson ve Burghart'a göre (1997), çok basamaklı sayılarda yapılan sistematik hatalar öğrencilerin ezberci yaklaşımlarından kaynaklanmaktadır. Bu sonuç bu araştırma sonuçlarıyla paralellik göstermektedir.

Çarpma işleminde karşılaşılan bir başka zorluk ise çarpma yerine toplama (addition for multiption) yapma davranışıdır. B28 kodlu öğrencinin 2 ile 10'u çarparken kullandığı *2, 1 daha 3 eder, 0'ı aşağıya alıyoruz, sonuç 30* ifadesi örnek olarak gösterilebilir. Ayrıca bu öğrencinin işleme soldan başlaması ve sayıları da sola doğru yaslaması fark edilen bir başka hatadır. B12 kodlu öğrencinin *3 kere 3 9 yapar, 3 3 daha da 9 yapar, çarpma toplamanın kısa yoludur sonuç değişmez* ifadesi konuyu destekleyici bir başka örnektir. Evet çarpma toplamanın kısa yoludur ancak bu öğrencilerin 3×15 ifadesinin 15 tane 3'den veya 3 tane 15'den oluştuğu için 15 tane 3'ü tekrar tekrar toplamak yerine 15 ile 3'ü kısa yoldan çarpmanın arasındaki ilişkiyi anlamadıkları söylenebilir. $15+3$ ifadesinin de 15'in üzerine 3 eklemek veya 3'ün üzerine 15 eklemek olduğu konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip oldukları söylenebilir. Çarpma ile ilgili yaşanan bu zorlukların daha çok pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

B6 kodlu öğrencinin ise 1 ile çarpma konusunda zorluk yaşadığı görülmektedir. Bu öğrenci 10 ile 2'yi çarparken, *2 kere 0, 0'dır, 2 kere 1, 1'dir* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencinin çarpmada 1'i etkisiz eleman olarak değil de yutan eleman olarak gördüğü söylenebilir. Bu öğrencinin *1 ile hangi sayı çarpılırsa çarpılsın sonuç her zaman 1'dir* şeklinde bir kavram yanılığına sahip olduğu söylenebilir.

Çıkarma işlemiyle ilgili hatalar incelendiğinde hataların çoğunun, küçük sayıdan büyük sayının çıkarılması anında yapıldığı söylenebilir. Öğrencilerin ödünç alma kavramını ortadan kaldırmak için çeşitli yollara başvurdıkları söylenebilir.

B22 kodlu öğrenci soruda 20'den 4'ü çıkartırken *0'dan 4 çıkarsa 4 kalır, 2 aşağıya ifadesini kullandığı* görülmektedir. Bu ifadeden öğrencinin onlar basamağından 1 onluk almak yerine, 0'dan 4'ü çıkarttığı görülmektedir. Öğrencinin bu şekilde davranmasının nedeni *0'dan bir sayı çıkarsa sonuç yine sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılığı olabileceği gibi *küçük sayıdan büyük sayı çıkarsa sonuç her zaman büyük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılığı da olabilir. Bununla beraber öğrenci çıkarma işlemi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olabilir. Yine bu öğrenci çıkarma işlemi değişme özelliğine sahip bir işlem olarak düşünmüş olabilir ya da öğrencinin bu şekilde düşünmesine çıkarma işleminde her zaman büyük sayıdan küçük sayı çıkarılır şeklinde bir kavram yanılığı da neden olmuş olabilir. Aynı hatanın B23 kodlu öğrenci tarafından 10'dan 2'nin çıkarılması sırasında tekrar edildiği görülmektedir.

Öğrencilerin yaşadığı bir başka zorluğun, işlem sırasında hangi sayının üste hangi sayının alta yazılacağını bilmedikleri zamanlarda ortaya çıktığı söylenebilir. B4 kodlu öğrenci 2 ile 10'u çarparken, 2'yi onun üstüne yazmıştır. 2'yi neden üste yazdığı sorulduğu zaman da öğrenci *soruda ilk önce 2 geçtiği için 2'yi üste yazıyoruz* cevabını vermiştir. Bu ifadeden yola çıkarak bu öğrencinin doğal sayılarla işlem yapılırken en büyük sayı her zaman en üste yazılır kuralını dikkate almadığı, *soruda hangi sayı*

önce gelirse o en üste yazılır şeklinde bir kavram yanılıgına sahip olduğu söylenebilir. Yukarıdaki hataların genel olarak psikolojik ve pedagojik nedenlerden kaynaklandığı söylenebilir.

Örnek 11: (Öğrenci kodu C10)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C10: Ece'nin 28 lirası vardır. Her ay 4 lirasını harcamaktadır. Ece'nin parası kaç ay sonra biter? (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C10:Kaç ay sonra biter dediği için çıkarma işlemi yapacağız. Daha sonra da bölme işlemi yapacağız.

Y:Neden sonra bölme yapıyorsun?

C10:Bilmiyorum

Y:Peki yapalım.

C10: Sonuç 24. Şimdi de 28'i 24'e böleceğiz. 1 kere 24, 24 eder. 28'den 24 çıkarsa 4 kalır. 4 ün içinde 24 yoktur, öyleyse buraya bir 0 atacağız. 0 kere 24, 0 yapar. Sonuç 10 ($28-4=24$, $28\div 24=10$)

Örnek 12: (Öğrenci kodu C16)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C16: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C16:28 lirası varmış, 4 lirasını harcamıştır dediği için çıkartacağız.

Y:Kim söyledi?

C16:Annem bana öğretti, çıkarma yapacağım.

Y:Peki yapalım.

C16:8'den çıkarsa 4 kalır, elde var 1. Sonuç 4 ($28-4=4$)

Y:2'ye ne oldu?

C16:2 orda kalıyor.

Örnek 13: (Öğrenci kodu C32)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C32: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C32:28 ile 4'ü çarpıyoruz.

Y:Neden?

C32:Çünkü parası kaç ay sonra biter dediği için.

Y:Peki yapalım.

C32:4 kere 8 29. 29'un 9'u elde var 2. Bu 2'yi 28'in onlar basamağında yer alan 2'nin üzerine ekliyoruz. Burası etti 4. 4 kere 4, 19 yapar. 19'un 9'u elde var 1. Bu biri 4'ün üzerine (2.çarpan) ekledik burası oldu 5. 5 ile de 28'i çarparsak olur 35. Daha sonra da altına 28 yazıp topluyorum. Sonuç $28\times 4=6399$

Y:Böyle işlem yapmasını kimden öğrendin?

C32:Öğretmenimiz bize çarpmayı bu şekilde anlattı.

a biter?

Şekil-7. C32 kodlu öğrencinin çözümlmelerine ait işlemler

Örnek 14: (Öğrenci kodu C1)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C1: Seda'nın 120, Sergen'in 4 cevizi vardır. Seda'nın cevizleri Sergen'in cevizlerinin kaç katıdır?(Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz

C1: Soruda ceviz dediği için böleceğiz, daha sonra da kaç katı dediği için çarpacağız.

Y: Peki yapalım.

C1: 120'yi 4'e bölersek 30 buluruz, 30 ile de 4'ü çarparsam 120 olur.

Örnek 15: (Öğrenci kodu C14)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C14: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C14: Katı dediği için çarpıyoruz.

Y: Peki yap.

C14: 4 kere 0, 0'dır. 4 kere 2, 8'dir. 4 kere 1, 1'dir. Sonuç 180 ($120 \times 4 = 180$).

Örnek 16: (Öğrenci kodu C16)

Y: Soruyu bize sesli bir şekilde okuyup, nasıl çözdüğünü anlatır mısın?

C16: (Soruyu sesli bir şekilde okur)

Y: Bu soruyu nasıl çözeceğiz?

C16: Çıkarma işlemi yapacağız. Çünkü cevizleri çok fazla, çok olunca çıkarma yapacağız.

Y: Peki yap.

C16: 1 kere 4, 4'tür. Sonuç 4 ($120 - 4 = 4$)

Y: Peki 1'den 4 çıkarsa kaç kalır?

C16: 4 kalır.

İlkokul 3. sınıf öğrencilerinin bölme işlemi gerektiren soru türlerine hatalı cevap veren öğrencilerin % 83'ü M3 türünde hata yapmışlardır. M3 türünde hata yapan ilkokul üçüncü sınıf öğrencileri ağırlı olarak çıkarma ve çarpma işlemi kullanarak sonuca ulaşmaya çalışmışlardır

C2, C6, C9, C14, C21 ve C32 kodlu öğrenciler, bölme işlemi gerektiren sorularda çarpma işlemi yapacağını söylerken, C1 kodlu öğrenci hem bölmeyi hem de çarpmayı problemin çözümünde kullanmıştır. C12, C30, C31, C32 kodlu öğrenciler ise işlem tercihlerini toplamadan yana kullanmışlardır. C11, C16, C22 kodlu öğrenciler sadece çıkarma işlemi tercih ederken, C10 kodlu öğrenci hem çıkarmayı hem de bölmeyi kullanacağını ifade etmiştir. Öğrencilerin bölme işlemi değil de toplama, çıkarma ve çarpmayı tercih etme sebeplerine bakıldığı zaman, 3. sınıf öğrencilerinin sorudaki verilenleri ve istenenleri dikkate almadığı, ilkokul 2. sınıf öğrencileri gibi daha çok anahtar sözcüklere göre hareket ettikleri söylenebilir. Örneğin çıkarma işlemi tercih eden C11 kodlu öğrencinin *4 lirasını harcamaktadır dediği için çıkarma işlemi yapacağız* ifadesi, C16 kodlu öğrencinin *28 lirası varmış, 4 lirasını harcamıştır dediği için çıkartacağız* demesi ve C10 kodlu öğrencinin *kaç ay sonra biter dediği için çıkarma işlemi yapacağız* sözü örnek olarak gösterilebilir. Bu öğrencilerin *bir problemde eğer bitmek ve harcamak sözcükleri geçiyorsa her zaman çıkarma işlemi yapılır* şeklinde bir kavram yanılığına sahip olduğu söylenebilir.

Yine C1 kodlu öğrencinin soruda cevaz dediği için böleceğiz, daha sonra da kaç katı dediği için çarpacağız, C2 kodlu öğrencinin katı dediği için 120 ile 4'ü çarpmamız lazım, C6, C9, C14 kodlu öğrencilerin katı denince çarpıyorduk o nedenle çarpacağım şeklindeki ifadeleri yine 3. sınıf öğrencilerinin anahtar sözcüklere göre işlem tercihlerini belirlediklerine örnek olarak gösterilebilir. Bu öğrenciler katı sözcüğü geçerse her zaman çarpma işlemi yapılır şeklinde bir kavram yanılığı yaşıyor olabilir. Bu kavram yanılıklarının da daha çok pedagojik sebeplerden kaynaklandığı söylenebilir.

C12 kodlu öğrenci ise bölme işlemi gerektiren sorularda toplama işlemi tercih etmiştir. Toplama işlemi neden tercih ettiğini ise *toplamamız lazım, çünkü Seda'nın 120 cevizi var, Sergen'in ise 4 cevizi var, toplarsak toplam ceviz sayısını bulabiliriz* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin sorudaki verilenleri anladığı ancak isteneni anlamadığı söylenebilir veya öğrenci kaç katı kelimesinin anlamı konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olmuş olabilir. Yine C31 kodlu öğrencinin *toplayıp Seda'nın kaç cevizi olduğunu bulacağız* ifadesinden bu öğrencinin sorudaki verilenleri ve istenenleri anlamadığı söylenebilir. C30 ve C32 kodlu öğrenciler ise işlem tercihlerini niçin seçtiklerini açıklayamamışlardır.

İlkokul 3. sınıfların işlem sırasında yaptığı hatalardan biri çıkarma işlemi sırasında yaşanmıştır. Örneğin, C16 kodlu öğrenci 28'den 4'ü çıkartıp 4 sonucunu elde etmiştir. Öğrenci işlemi nasıl yaptığını *8'den 4 çıkarsa 4 kalır, elde var 1. Sonuç 4* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin çıkarma işlemi yapmasına rağmen *elde 1 var* ifadesinden hareketle, öğrencinin elde kavramı konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca öğrenci 28'in onlar basamağında yer alan 2'yi işleme dahil etmediği görülmektedir. Öğrenci bu durumu *2 orda kalıyor* şeklinde açıklamıştır. Bu öğrencinin *eğer bir sayının altında başka bir sayı yoksa o sayı işleme dahil edilmez* şeklinde bir kavram yanılığı geliştirmiş olabilir. Öğrenci aynı durumu 120'den 4'ü çıkartırken tekrar etmektedir. Öğrenci *1kere 4, 4'tür. Sonuç 4* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencinin çıkarma yerine çarpma yaptığı görülmektedir. Bunun yanında öğrenci 120'nin onlar basamağında yer alan 2'yi ve birler basamağında ki 1'i işleme dahil etmemiştir. Bu durumun yukarıdaki ihtimali desteklediği söylenebilir. Öğrencinin yaptığı bir başka hata ise işleme soldan başlamak ve sayıları sola doğru yaslayarak yazmaktır.

C22 kodlu öğrenci ise 12'den 4'ü çıkartıp 124 bulmuştur. Öğrenci 0'dan 4 çıkmaz, 4'ü aşağıya alıyoruz ifadesini kullanmıştır. Öğrenci *çıkarma yerine toplama yapma davranışı* sergiliyor olabilir veya öğrenci *küçük sayıdan büyük sayı çıkmaz o halde sonuç büyük sayının kendisidir* şeklinde bir kavram yanılığına da sahip olmuş olabilir. Öğrenci *çıkarma işlemi değişme özelliğine sahip bir işlem olarak düşünüyor* olabilir ya da *0'ı toplama işleminde olduğu gibi etkisiz eleman olarak düşünüyor* olabilir. Öğrenciye 4'ü neden 0'ın altına yazdığı sorulduğu zaman öğrencinin *bilmem bir yerden görmüştüm* şeklinde cevap vermesi basamak ve gruplama kavramları konusunda hatalı veya eksik bilgiye sahip olduğunu ve öğrencinin bu işi bilinçli bir şekilde yapmadığını göstermektedir.

Toplama işlemi sırasında yapılan hatalar incelendiği zaman C12 kodlu öğrencinin 120 ile 4'ü toplayıp 120 sonucunu elde ettiği görülmüştür. Öğrenci *0, 4 daha 0 eder* ifadesini kullanmıştır. Aynı ifade C32 kodlu öğrencinin de kullandığı görülmektedir. Bu öğrencilerin 0'ı çarpma işleminde olduğu gibi toplama işleminde de yutan elaman olarak gördüğü söylenebilir.

Toplama işlemiyle ilgili tekrar edilen bir başka hata ise çarpma işlemi gibi birlerle birler, birlerle onlar, birlerle yüzler vb. arasında işlem yapılmasıdır. C30 kodlu öğrenci 120 ile 4'ü toplayıp 565 sonucunu elde etmesi bu konuya örnek olarak gösterilebilir. Öğrenci işlemi nasıl yaptığını *4+0=5 yapar, 4+2=6 yapar, 4+1=5 yapar* şeklinde açıklamıştır. Burada öğrencinin fark edilen bir başka hatası 0'a 1 gibi değer vermesidir. Öğrencinin 0'ın toplama işlemine olan etkisi konusunda hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

Aynı soruda C31 kodlu öğrenci 120 ile 4'ü toplayıp 520 sonucunu elde etmiştir. Öğrencinin 4 ile 120'nin yüzler basamağında yer alan 1'i toplaması yine konuya örnek olarak gösterilebilir. Bu öğrenciye 520 sayısının birler basamağı hangisidir sorusu sorulduğu zaman *birler basamağı, 5; onlar basamağı, 0; yüzler basamağı 2'dir* şeklinde cevap vermesinden yola çıkarak, öğrencinin basamak ve grüplama kavramları konusunda da hatalı ve eksik bilgiye sahip olduğu söylenebilir.

Çarpma işleminde karşılan hatalardan biri çarpma yerine çıkarma yapma davranışıdır. C21 kodlu öğrencinin 28 ile 4'ü çarpıp 24 sonucunu elde etmesi konuya örnek olarak gösterilebilir. Burada yapılan bir başka hata ise toplama ve çıkarma işleminde olduğu gibi sadece birler basamağı ile, birler, onlar basamağı ile onlar basamağı vb. arasında işlem yapılmasıdır. Bu öğrencinin toplama ve çıkarma işlemindeki bazı kuralları çarpma işlemine genellediği söylenebilir.

Çarpma işleminde öğrencilerin zorluk yaşadığı bir başka konu ise 1 ve 0 ile çarpma sırasında yaşanmaktadır. Örneğin C14 kodlu öğrenci 120 ile 4'ü çarparken *4 kere 1, 1'dir* ifadesini kullanmıştır. Öğrenci *1 ile hangi sayı çarpılırsa çarpılsın sonuç o sayının kendisidir* kuralını *1 ile hangi sayı çarpılırsa çarpılsın sonuç yine 1'in kendisidir* şeklinde algılamış olabilir. Öğrenci çarpma işleminde 1'i etkisiz eleman olarak değil de yutan eleman olarak kabul ettiği söylenebilir.

C6 kodlu öğrenci ise 120 ile 4'ü çarparken, *4 kere 0, 4'dür* ifadesini kullanmıştır. Bu öğrencinin de çarpma işleminde sıfırı yutan eleman olarak değil de toplama işleminde olduğu gibi etkisiz eleman olarak gördüğü söylenebilir.

İlkokul 3.sınıf öğrencilerinin çarpma işleminde yaşadığı zorluklardan biri de iki basamaklı sayılarla çarpma işlemi yapmaktır. Toplama ve çıkarma işleminde birler basamağı veya onlar, yüzler basamaklarından elde edilen sonuçlar, sayı kaç basamaklı olursa olsun yan yana yazılmaktadır. Ancak çarpma işlemine gelindiğinde 2. çarpanın onlar basamağındaki sayı ile 1. çarpanın çarpımından elde ettiği sonuç, 2. çarpanın birler basamağı ile 1. çarpanın çarpımından elde edilen sayının altına bir basamak kaydırılarak yazılır. 3. sınıf öğrencilerinin bu konuyu tam olarak anlamadığı söylenebilir.

Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmadan elde edilen verilere göre öğrencileri bölme işlemi gerektiren aritmetik sözel problemlerin çözümünde, soruda geçen anahtar sözcüklere göre işlem tercihlerini belirledikleri söylenebilir. Bu sonuç daha önce yapılan çalışmalarla paralellik göstermektedir (Graeber & Baker, 1992; Kartallıoğlu, 2005; Kelley & Carifio, 1997; Kubanç, 2012; Schoenfeld, 1995; Stefanich & Rokusek, 1992; Tall, 1985). Öğrencilerin genel olarak *pencere, ceviz, bölüm, -er -er, yarısı* sözcüklerini gördükleri zaman her zaman bölme işlemi yapılması gerektiğini ifade etmişlerdir. *Ay* sözcüğü ise bazı öğrencilere çarpma işlemi hatırlatırken, bazı öğrencilere bölme işlemi hatırlatmaktadır. Dikkat çeken husus ise bu kavram yanlışlarının sınıf seviyelerine göre önemli bir farklılık göstermemesidir. Bu durum kavram yanlışlarının sistematik olduğunun en önemli göstergesi olabilir. Yine bu kavram yanlışlarının daha çok pedagojik ve psikolojik nedenlerden kaynaklı olduğu bu çalışmadan elde edilen bir başka sonuçtur. Bu sonuç daha önce yapılan çalışmaları desteklemektedir (Gelbal, 1991; Mack, 1995; Özmantar, 2008; Tanner, 2000). Eğitim programında verilen anahtar sözcükler

öğrencilerin düşünmesini engelleyerek ezbere yönlendirebilmektedir. Çünkü öğretmenler tarafından öğrencilere verilen anahtar sözcükler ile ders ve test kitaplarının amacı öğrencinin düşünmesinden ve anlamasından ziyade doğru cevabı bulmasıdır. Bu kitaplar öğrenciden doğru cevap alır almaz öğrencinin ne düşündüğünü umursamazlar. Bu nedenle öğretmenler öğrencileri anahtar sözcüklerle yönlendirmekten kaçınmalı, öğrenci doğru cevap verse bile nasıl çözdüğünü sesli olarak anlatması istenmelidir. Yine öğrenciler için seçilen problemler rastgele değil de, özellikle çocukların konuyu anlayıp anlamadığını varsa kavram yanlışlarını ve hatalarını ortaya çıkartacak nitelikte organize edilmelidir.

Öğrencilerin bölme işleminde zorluk yaşamalarının en büyük nedenlerinden bir diğeri de toplama, çıkarma, çarpma işlemine ait kuralları birbirine karıştırmaları veya bu kuralları yanlış ezberlemeleri sonucunda ortaya çıktığı görülmüştür. İşleme sağdan başlama ve basamaklar arasında işlem yapma bölme işleminde öğrencilerin uygulamaya çalıştığı kurallardan bazılarıdır. Bu sonuç Sidekli, Gökbulut ve Sayar'ın 2013 yılında yapmış oldukları çalışmayı destekleyici niteliktedir. Yine öğrencilerin bölme işlemi gerektiren soruları daha çok ileri ve geriye doğru sayma stratejilerini kullanarak çözmeye çalıştıkları görülmüştür. Ancak hangi sayıdan başlayıp, hangi sayıda durmaları gerektiğini bilmediklerinden dolayı hata yapmışlardır. Bu sonuç Pesen (2003) ve Mulligan ile Watson (1998) tarafından yapılan çalışmaları destekleyici bir sonuçtur. Öğretmenler bölme işlemini öğretmeden önce çocuğa nasıl ekleme yapacağını, nasıl ayıracağını ve grupları nasıl birleştireceğini öğretmek zorundadır. Yine öğretmenler dört işlemle alakalı bir kural öğretirken, bu kuralın ileride işlenecek konular içinde geçerli olması gerektiğini unutmamalıdır. Aksi takdirde öğretmenin çocukların daha pratik hareket etmesi için sunduğu bu kurallar (büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarma gibi) çocuğu hatalı bir duruma sevk edebilir.

Öğrencilerin bölme işlemi gerektiren problemlerde zorluk yaşamasında, hep aynı kavramların aynı işlem türlerinde kullanılması sonucunda da ortaya çıktığı görülmüştür. Öğrenciler belirli kavramları tek bir işlem tipinde gördüklerinde yeni bir durum karşısında benzer stratejileri kullanmaya yönelmektedir ve buda aşırı genelleme kavram yanlışlarının ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Örneğin ceviz kelimesinin sadece bölme işlemi gerektiren problemlerde kullanılması, öğrencilerin belli bir süre sonra her ceviz geçen problemi bölme işlemi sanmasına yol açabilir. Bu nedenle her anahtar sözcük farklı işlem gerektiren problemler içinde kullanılmalıdır. Bu sorunu çözmek adına: (1). 9 elmayı 3 çocuk arasında; (2). 9 balonu 3 çocuk arasında; (3). 9 lirayı 3 kişi arasında. (4). 9 bilyeyi 3 çocuk arasında paylaşılabilir. İşlemler hikâyeleştirilerek çocuk için anlamlı hale getirilmelidir. Örneğin; *2 çocuk bir sınıfta oturmaktadır ve önlerinde, içinde 12 adet kek bulunan bir tabak bulunmaktadır. Her çocuk kaç kek yiyebilir? Çocuklar keki yemeden teneffüs zili çalar ve 2 çocuk daha içeriye girer. Her çocuk kaç kek yiyebilir? 4 çocuk yemeğe başlamadan önce tekrar zil çalar ve 2 çocuk daha içeriye girer. Her çocuk kaç kek yiyebilir?.....* Öğrenciler bu soru sayesinde $12 \div 2$, $12 \div 4$, $12 \div 6$ işlemlerini aynı anda tecrübe edebilir ve bu hikâye sayesinde çocuklar bölme işleminin sıkıcılığından kurtulabilir.

Kaynakça

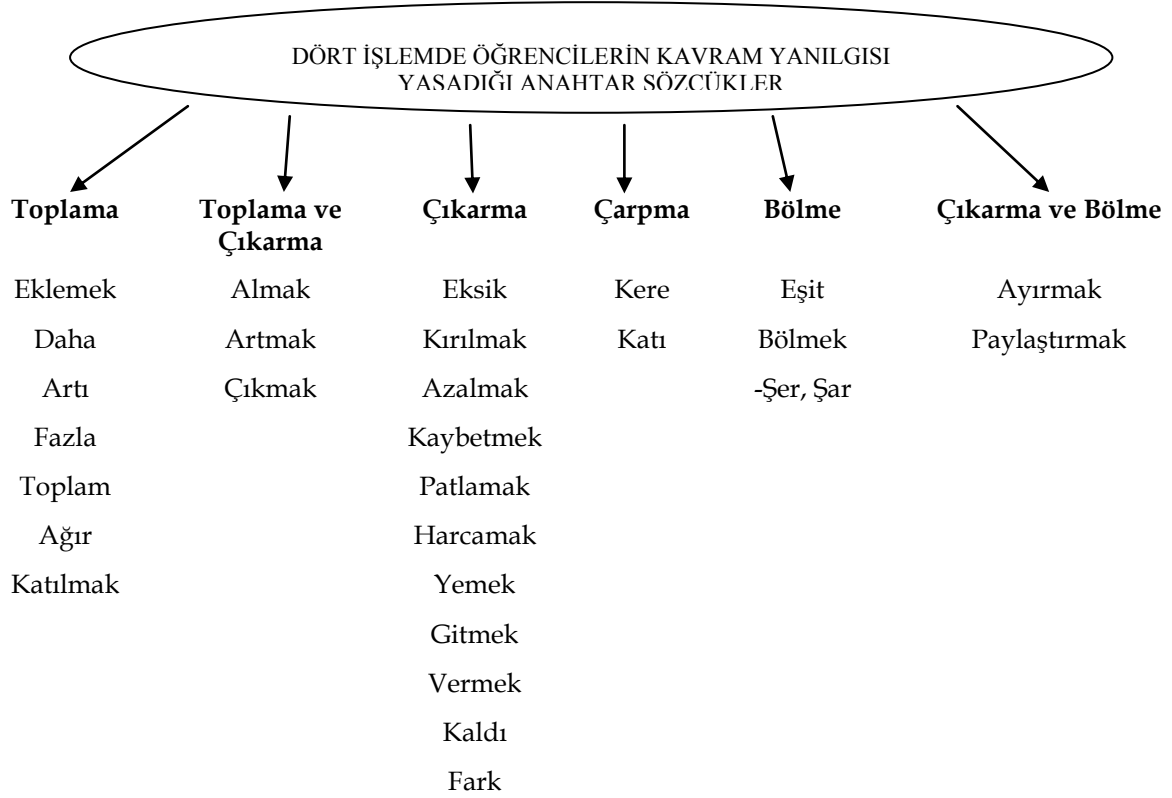
- Altun, M. (2010), Matematik öğretimi: eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için, Bursa, Alfa Yayınları, syf.231
- Arsal, Z. (2002). İlköğretim matematik dersi bölme işleminde somut yaşantılarla yapılan öğretimin etkinliği. Yayınlanmış Doktora Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu
- Ayvaz, A. (2010), 4. Sınıf Matematik Dersi Bölme İşlemi Alt Öğrenme Alanının Edebi Ürünlerle İşlenmesinin Öğrenci Başarısı ve Tutumuna Etkisi, Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sakarya
- Bayezit, İ. & Aksoy, Y. (2009), Matematiksel Problemlerin Öğrenim ve Öğretimi, E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Editörler), İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri (syf. 300), Ankara, Pegem A Yayıncılık

- Baykul, Y. (2009), İlköğretimde Matematik Öğretimi (1-5. Sınıflar), Ankara, Pegem A Yayıncılık, syf.245
- Bingölbali, E. & Özmantar, M.F. (2009), Matematiksel Kavram Yanılgıları: Sebepleri ve Çözüm Arayışları, İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri (syf. 2), Ankara, Pegem A Yayıncılık
- Burns, M. (2000), About Teaching Mathematics, New York, Math Solutions Publications, pp. 154-208
- Carpenter, T. P., Ansell, E., Franke, M. L., Fennema, E. & Weisbeck, L. (1993), Models of problem solving: A study of kindergarten children's problem solving process, Journal for Research in Mathematics Education, 24 (5), pp.434
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Franke, M. L., Levi, L., & Empson, S. (1999). Children's mathematics: Cognitively guided instruction. Portsmouth, NH: Heinemann
- Carpenter, T. P., Hiebert, J. & Moser J. M. (1981). Problem structure first-grade children's initial solution processes for simple addition and subtraction problems, Journal for Research in Mathematics Education, 12, 27-39
- Casey, D.P. (1978). Failing students: A strategy of error analysis. In P. Costella (Ed.), Aspect of Motivation (pp.295-306). Melbourne: Mathematical Association of Victoria.
- Clements, M. A. (1980). Analysing children's errors on written mathematical tasks. Educational Studies in Mathematics, 11(1), pp.1-21.
- Correa, J. & Bryant, P. E. (1994), Young Childrens Understanding of the Division Concept, Amsterdam, Poster presented at the ISSBD (International Society for the Study of Behavioural Development)
- Erdoğan, A. & Özdemir Erdoğan, E. (2009), Toplama ve Çıkarma Kavramlarının Öğretimi ve Öğrenci Güçlükleri, E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Editörler), İlköğretimde Karşılaşılan Matematiksel Zorluklar ve Çözüm Önerileri (syf. 31), Ankara, Pegem A Yayıncılık
- Fong, H.K. (1995). Schematic model for categorising children's errors in mathematics. Hiroshima Journal of Mathematics Education, 3, pp.15-30.
- Frdyman, O. (1990), The Role of Correspondence in the Development of Number Based Strategies in Young Children, Unpublished D. Thesis, Universty of Oxford, USA
- Frydman, O. & Bryant, P. E. (1988), Sharing and understanding of number equivalence by young children, Cognitive Development, 3, pp.323-339
- Fuson, K. C. & Burghardt, B. H. (1997), Group case studies of second graders inventing multidigit subtraction methods, In J. A. Dossey, J. O. Swafford, M. Parmantie & A. E. Dossey (Eds.), Proceedings of the nineteenth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, pp.291-298, Columbus, ERIC
- Gelbal, S. (1991), Problem Çözme, Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 6, syf.167-173
- Goldin, G. (2002). Representation in mathematical learning and problem solving. In Lyn D. English (Ed.). Handbook of international research in mathematics education. Lawrence Erlbaum Associates Publishers, pp.527
- Graeber, A. O. & Baker, K. M. (1992), Little in to big is the way it always is, Arithmetic Teacher, 39 (8), pp.18-21
- Hart, K. (1984), Ratio: Childerns Strategies and Errors: A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project, Windsor: NFER

- Hatfield, M. M., Tanner, N., Bitter, G. G. (1997), *Mathematics Methods for Elementary School Teachers*, London, Allyn and Bacon.
- Jane Lo, J. (1997), *Developing Ratio and Proportion Schemes: A Story of a Fifth Grader*, NCTM, 28 (2), pp.216-236
- Jerman, J. (1972), *Problem length as a structurelvariable in verbal arithmetic problems*, *Educational Studies in Mathematics* 5, pp.109-123
- Jiang, C. (2013), *Errors in Solving Word Problems about Speed: A Case in Singapore and Mainland China*, *Educational Studies in Mathematics*, pp.56-76, Retrieved May 21, 2014 <http://link.springer.com/article/10.1007/s10649-014-9559-x>
- Kamii, C. (2000), *Young Children Reinvent Arithmetic*, New York & London, pp.66-130
- Karplus, R., Pulos, S. & Stage, E. K. (1983), *Proportional Reason of Early Adolescents*, R. Lesh and M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Process*, pp.45-90, London, Academic Press
- Kartallıoğlu, S. (2005), *İlköğretim 3. ve 4. sınıf öğrencilerinin sözel matematik problemlerini modellemesi: çarpma ve bölme işlemi*, *Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi*, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu
- Kelley, M. & Carifio, J. (1997), *From Misconceptions to Constructed Understanding*, *The Fourth International Seminar on Misconceptions Research*, Retrieved July 24, 2014 <http://www.mlrg.org/proc4pdfs/Kelley-Calculus.pdf>
- Kılıç, Ç. (2009), *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller*, *Yayınlanmış Doktora Tezi*, Eskişehir
- Kubanç, Y. (2012), *İlköğretim 1, 2 ve 3. Sınıf Öğrencilerinin Matematikte Dört İşlem Konusunda Yaşadığı Zorluklar ve Çözüm Önerileri*, *Yayınlanmış Yüksek Lisans Tezi*, Fırat Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Elazığ
- Lamon, S. (1996). *The development of unitizing: Its role in children's partitioning strategies*. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, pp.170-194.
- Lamon, S. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers (3rd ed.)*. New York: Routledge.
- Mack, N. K. (1995), *Critical ideas, informal knowledge, and understanding fractions*, In J. T. Sowder (Ed.), *Providing a Foundation for Teaching Mathematics in the Middle Grades* (pp.67-84), New York Press
- Mulligan, J. (1992), *Childrens Solutions to Multiplication and Division Word Problems: A Longitudinal Study*, *Mathematics Education Research Journal*, 4 (1), pp.24-41
- Mulligan, J. & Watson, J. (1998), *A Developmental Multimodal Model for Multiplication and Division*, *Mathematics Education Research Journal*, 10 (2), pp.61-86
- Newman, M.A. (1977). *An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks*. In M.A. Clements & J. Foyster (Eds.), *Research in Mathematical Education in Australia* (vol.1) (pp.239-258). Melbourne: Swinburne Press
- Nures, T. & Bryant, P. E. (2008), *Çocuklar ve Matematik: Matematik Öğretiminde Yeni Adımlar, Çeviren: Selma Koçak*, İstanbul, Doruk Yayınları, syf.221-245
- Olivier, A. (1989). *Handling pupil's misconceptions*. Presidential address delivered at the Thirteen National Convention on Mathematics, Physical Science and Biology Education, Pretoria, 3-7 July, 1989. Retrieved May 12, 2013, <http://academic.sun.ac.za/mathed/HED/Misconceptions.pdf>

- Özmantar, M. F. (2008), Sonsuzluk Kavramı: Tarihsel Gelişimi, öğrenci zorlukları ve çözüm önerileri, M.F. Özmantar, E. Bingölbali ve H. Akkoç (Editörler), Matematiksel Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri (syf.151-180), Ankara, Pegem A Yayıncılık
- Pesen, C. (2003), Eğitim Fakülteleri ve Sınıf Öğretmenleri İçin Matematik Öğretimi, Ankara, Nobel Yayınları, syf. 248
- Piel, J. A., & Green, M. (2010). Jump right in. *Teaching Children Mathematics*, **17**(2), pp.72-76.
- Radatz, H. (1980). Students' errors in the mathematical learning process: A survey. *For the Learning of Mathematics*, **1**(1), pp.16-20.
- Schoenfeld, A. H. (1994). A Brief Biography of Calculus Reform. *UME Trends*. pp. 1-6.
- Sidekli, S., Gökbulut, Y. & Sayar, N. (2013), Dört İşlem Becerisi Nasıl Geliştirilir, *Uluslararası Türk Eğitim Bilimleri Dergisi*, **1** (1), syf.31-41
- Smith, J. P., diSessa, A. A. & Roschelle, J. (1993), Misconceptions Reconceived: A Constructivist Analysis of Knowledge in Transition, *The Journal of The Learning Sciences*, **3**(2), pp.115-163
- Stefanich, G.P. & Rokusek, T. (1992) An analysis of computational errors in the use of division algorithms by fourth-grade students. *School Science and Mathematics*, **92** (4), 201-205.
- Steffe, L. (1994), Childrens multiplying schemes, G. Harel and J. Confrey (Eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics*, pp.3-40, Albany, New York Press
- Suppes, P., Loftus, E. F. & Jerman, M. (1969), Problem Solving on a computer-base dtele type, *Educational Studies in Mathematics* **2**, pp.1-15
- Tall, D. (1985). Understanding the Calculus. *Mathematics Teaching*, **110**, pp.44-53.
- Tanner, H. (2000), *Becoming a Successful Teacher of Mathematics*, London, UK: Routledge Falmer
- Timmerman, M. A. (2014), *Making Connections: Elementary Teachers' Construction of Division Word Problems and Representations*, *Wiley Online Library*, **114** (3), Retrieved June 23, 2014
- <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1111/ssm.12059/abstract>
- Wilson, P. H., Edgington, C. P., Nguyen, K. H., Pescosolido, R. C., & Confrey, J. (2011). How to share fair. *Teaching Children Mathematics*, **17**(4), pp.231-236.

EK-1



Requiring students to beat the experienced by the verbal and Arithmetic division operation investigation of Problems

Filiz Varolⁱⁱⁱ, Yasemin Kubanç^{iv}

The errors that students make while solving mathematical problems get researchers attention and it become a major research topic (Bayazit & Aksoy, 2009; Casey, 1978; Clements, 1980; Erdoğan & Özdemir Erdoğan, 2009; Fong, 1995; Graeber & Baker, 1992; Kartallıoğlu, 2005; Jane Lo, 1997; Mulligan, 1992; Newman, 1977; Sidekli, Gökbulut & Sayar, 2013; Timmerman, 2014). The reason is that the investigation of the errors and the reasons that lead students to make those errors may result in solutions that reduce the amount of those errors. Some researchers stated that those errors were due to sometimes carelessness or lack of/limited knowledge; thus, there is no need to investigate such errors and their reasons (Burns, 2000; Jiang, 2013; Kelley & Carifio, 1997). However, wrong assumptions, negative attitudes towards mathematics may lead misconceptions (Schoenfeld, 1994; Tall, 1985) and those need to be investigated (Bingölbali & Özmantar, 2009; Booth, 1983; Burns, 2000; Oliver, 1989; Radatz, 1980). In this study, the main goal is to investigate second and third grade students' misconceptions related to division and the reasons that lead students to such misconceptions.

In this qualitative study, 265 second and third grade students were provided word problems. Based on their answers, the number of correct and wrong answers and the number of unanswered questions were calculated. The results show that 70% of second graders and 66% of third grades answered division problems correct. While this result is parallel to the other studies in the literature (Burns, 2000; Carpenter vd., 1993; Carpenter vd., 1999; Frydman & Bryant, 1988; Jane Lo, 1997; Mulligan & Watson, 1998; Nures & Bryant, 2008; Piel & Green, 2010), it is in contradiction with other studies (Ayvaz, 2010; Frdyman, 1990; Hart, 1984; Kamii, 2000; Karplus, Pulos & Stage, 1983; Lamon, 2012; Wilson vd., 2011).

The solutions were investigated in details and the results showed that students mainly made mistake when they chose operation to solve problems or they chose the correct operation but they made mistakes working with the numbers (Burns, 2000; Carpenter, Hiebert & Moser, 1981: 27; Jerman, 1972; Smith, diSessa & Roschelle, 1993; Suppes, Loftus & Jerman, 1969). More specifically, the detailed investigation of wrong answers, 92% of second graders and 83% of third grades made mistakes both when they chose the correct operation and calculations. Also, eight percent of second graders and 17 percent of third graders chose the correct operations but they made mistakes in calculations.

In order to identify the misconceptions, 36 students from each grade level were selected for interview. Those students were chosen specifically because they gave many wrong answers to the questions. Based on those interviews, it was found that students looked for keywords in the question in order to decide which operation to use. This result is parallel to the other studies in the literature (Graeber & Baker, 1992; Kartallıoğlu, 2005; Kelley & Carifio, 1997; Kubanç, 2012; Schoenfeld, 1995; Stefanich & Rokusek, 1992; Tall, 1985). Specifically, students tent to use division when they saw the following keywords in the problem: window, nut, part, half, and by. Another important problem that students memorized and then mixed up the rules that are true for addition, subtraction, multiplication or division. Similar result was found by Sidekli, Gökbulut and Sayar (2013), Pesen (2003) and Mulligan and Watson (1998).

Keywords: Division, Misconception, Error, Difficulty, Word problem

ⁱⁱⁱ Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Okulöncesi Öğretmenliği ABD, fvarol@gmail.com

^{iv} Fırat Üniversitesi Eğitim Fakültesi İlköğretim Bölümü Sınıf Öğretmenliği ABD, y_kubanc@hotmail.com