



BİR UÇ-DEĞER TABANLI MODELLEME İLE BELİRSİZ YAPILARIN TİTREŞİM CEVAP SINIRLARININ TAHMİN EDİLMESİ

VIBRATION RESPONSE BOUND PREDICTION OF UNCERTAIN STRUCTURES VIA AN EXTREME-VALUE BASED MODELLING

Abdullah SEÇGİN^{1*}

¹Makine Mühendisliği Bölümü, Mühendislik Fakültesi, Dokuz Eylül Üniversitesi/35397, Buca, İzmir.
abdullah.secgin@deu.tr

Geliş Tarihi/Received: 03.07.2012, Kabul Tarihi/Accepted: 09.11.2012
*Yazışılan yazar/Corresponding author: Abdullah SEÇGİN

doi: 10.5505/pajes.2013.33043

Özet

Mühendislikte üretim sonu yapılan analizlerde çok sayıda aynı ürün örneği farklı vibro-akustik davranış sergileyebilmektedir. Bu serbest veya zorlanmış titreşim cevapları üzerindeki kontrol edilemeyen değişkenlikler "belirsizlik" olarak adlandırılır. Belirsizlikler, sistem çalışma frekanslarına bağlı olarak ihmal edilebilir veya edilemez düzeyde olabilirler. Genellikle frekans yükseldikçe belirsizliğin etkisi daha fazla gözlemlenir. Belirsizlik, genel olarak kullanılan malzemenin iç yapı değişkenlikleri, küçük geometrik farklılıklar, yapının zorlama, başlangıç veya sınır koşullarındaki oynaklıklardan kaynaklanır. Daha gerçekçi bir vibro-akustik analiz için bu belirsizliklerin ilk tasarım aşamasından itibaren hesaba katılması ve bu değerlendirmelere göre iyileştirmelerinin yapılması gerekir. Bu çalışmada belirsizliklerin vibro-akustik cevaplar üzerindeki etkisinin sınırlarını tahmin edebilen bir "uç-değer tabanlı modelleme" tanıtılmıştır. Bu işlem, doğal frekans, modal katsayı ve modal sönüm faktörü gibi parametreleri deneysel modal analizle yaklaşık olarak elde edilmiş olan bir ankastre çubuk ve bir buzdolabı kompresörü için gerçekleştirilmiştir. Belirsizlik simülasyonu için modal parametreler, % 5 lik bir standart sapma ile bir normal rastgele dağılım olarak türetilmiş ve Monte-Carlo simülasyonu ile 100 adet belirsiz titreşim frekans cevap spektrumları (FRF) oluşturulmuştur. Son olarak, uç-değer tabanlı bir model ile bu belirsiz titreşim cevaplarının sınırları güvenilirlik aralıkları içinde başarıyla elde edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Belirsiz yapılar, Uç-değer tabanlı modelleme, Monte-Carlo simülasyonu, Titreşim frekans cevabı.

Abstract

In engineering, in the final analysis stage of the production, many samples of the same product may exhibit different vibro-acoustics behaviour. This uncontrollable variability on free and forced vibration responses is called as "uncertainty". Uncertainties may be or may not be on negligible levels depending on frequency of operation. Generally, the effects of the uncertainty becomes more observable as the frequency increases. Uncertainty, in general, is caused by variability in inner structure of the material, small differences in geometry, and fluctuations of excitation driving the structure, initial and boundary conditions of the structure. For a more realistic vibro-acoustics analysis, it is necessary to perform analyses taking this uncertainty into account from the initial design stage of the production. In this study, an extreme-value based modelling, which is able to predict the limits of the effects of uncertainty on vibro-acoustics responses, is introduced. This is performed for a cantilever beam and a refrigerator compressor whose reference modal parameters (Natural frequency, modal coefficient and modal damping factor) have already been obtained experimentally (reference model) and have been sampled as a normal random distribution with 5% standard deviation of the mean value. 100 uncertain vibration responses are obtained from 100 different samples of modal parameters generated based upon the reference values using Monte-Carlo simulation. Finally, bounds of these uncertain vibration responses are successfully obtained via an extreme-value based model.

Keywords: Uncertain structures, Extreme-value based modelling, Monte Carlo simulation, Vibration frequency response.

1 Giriş

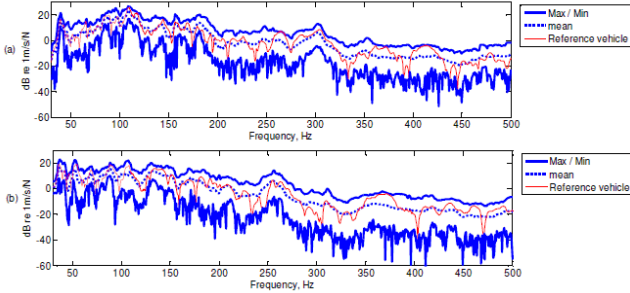
Otomobil, uçak, gemi gibi ağır endüstriyel ürünlerin yanında, çamaşır makinası, bulaşık makinası, buzdolabı gibi özellikle kapalı alanlarda sıklıkla kullanılan ürünlerin düşük enerji tüketimi, ergonomik kullanım, malzeme kalitesi gibi özelliklerinin yanında, gürültü performansı da tercih edilen bir başka özelliktir. Gürültü ürünü oluşturan mekanik ve elektronik parçaların titreşimleri sonucu oluşur. Gürültüyü doğuran kaynak üzerinde iyileştirme tedbirleri alınması yani kaynağın titreşim özelliklerini etkileyen yapısal parametrelerinin iyileştirilmesi (aktif azaltım) kaliteli bir tasarım için oldukça önemlidir. Bu amaçla tüm sistemin ayrı ayrı ve sonrada bir bütün olarak modal davranışlarının analitik ve/veya sayısal ve/veya deneysel olarak tespit edilmesi gereklidir. Karmaşık yapılarda modal parametrelerin belirlenmesi için genellikle "deneysel modal analiz yöntemi" tercih edilir [1].

Mühendislikte aynı amaç için aynı parametrelere göre tasarlanan çok sayıda aynı ürün üretim sonu yapılan analizlerde farklı vibro-akustik davranış sergileyebilmektedir.

Bu kontrol edilemeyen değişkenlikler "belirsizlik" (uncertainty) olarak adlandırılır [2]. Bu belirsizlikler, kullanılan malzemenin iç yapı değişkenlikleri, geometrik tolerans farklılıkları gibi yapının sönüm ve doğal frekans davranışını etkileyen parametrelere bağlı olabilmekle beraber yapının zorlama, başlangıç ve sınır koşullarındaki değişkenliklerden dolayı da ortaya çıkabilir. Örneğin, bir otomobil fabrikasında, aynı hatta üretilen, aynı model ve marka çok sayıda araç farklı vibro-akustik spektrumlarına sahip olabilmektedir. Şekil 1'de İszu marka iki farklı araç modelinin 57 ve 98 adet örneğinde yapılan titreşim test sonuçlarındaki değişkenlikler açıkça gözlenmektedir.

Geleneksel analizlerde sözü edilen belirsizlikler gözardı edilerek, analizler ya bir referans model üzerinden ya da seçilen bir grup ürün ölçümler üzerinden yapılarak basit istatistiki değerlendirmelere gidilir. Günümüz şartlarında rekabet edebilir bir ürün üretimi için bu belirsizliklerin ilk tasarım aşamasında ve takip eden iyileştirme sürecinde hesaba katılabilmesi çok önemlidir. Bu analizler, deneysel yöntemlerle yapılabildiği gibi Sonlu Elemanlar (FEM) ve Sınır Elemanları (BEM) gibi deterministik tekniklerle istatistiki

yöntemlerin bir arada kullanılması ile de gerçekleştirilebilmektedir. Monte Carlo simülasyonu [3]-[4], Birinci ve ikinci derece güvenilirlik metodları (FORM ve SORM) [2], Önem Örneklemesi [5] gibi istatistiksel yaklaşımlar hem deneysel hem de sayısal yöntemlerle beraber sıklıkla kullanılmaktadır.



Şekil 1: Yapı kaynaklı titreşim cevap spektrumları.

a) 57 İsuзу pik-up aracı, b) 98 İsuзу Rodeo aracı [6].

Deneysel yöntemlerde ölçüm hatalarının en aza indirilebilmesi için tekrar edilebilirlik çalışmasının yapılması son derece önemlidir. Ancak deneysel yöntemlerde ortaya çıkabilen ölçüm hataları ile yapısal veya zorlanma değişkenliklerden kaynaklanan belirsizlikler birbirine karıştırılmamalıdır. Tekrar edilebilirlik bir ürün grubundaki aynı örnek üzerinden gerçekleştirilirken, belirsizlik analizleri için yapılacak ölçümler ürün grubunun farklı örnekleri (genellikle 50-1000 adet) üzerinden gerçekleştirilmektedir. Deneysel belirsizlik analizi oldukça zaman alıcı ve pahalı bir yöntemdir.

Buna alternatif olarak referans ölçüm sonuçları temel alınarak Monte Carlo analizleri ile tasarım parametrelerindeki değişkenliklerin (belirsizlik) vibro-akustik davranış üzerindeki etkileri simüle edilebilmektedir. Bu işlemde parametreler, uygun bir rastgele dağılım (random distribution) olarak örneklenir ve her bir rastgele parametre için sayısal analizler tekrar edilir. Monte Carlo analizinde kullanılan parametre ve örnek sayısı analiz süresini ve verimliliğini etkilemektedir. Analiz süresinin azaltımı ve rastgele dağılım modelinin titreşim cevapları üzerindeki sınırlarının tahmin edilmesinde bir başka istatistiksel yaklaşım olan uç-değer teorisine (Extreme Value Theory (EVT)) dayalı bir modelleme çeşitli titreşim problemlerinde başarıyla uygulanmıştır [7]-[9]. Bu yöntemle Monte-Carlo analizlerinden elde edilen az sayıda bir titreşim cevap grubu uygun bir istatistiksel modelleme ile işlenerek cevabın gerçekleştirilecek en yüksek değerleri (limitleri) belirli yanılığlarıyla tahmin edilebilmektedir.

Bu çalışmada bir uç-değer tabanlı modelleme ile belirsiz yapıların titreşim cevaplarının tahmin edilmesi bir ankastre çubuk ve bir buzdolabının en etkili gürültü kaynaklarından birisi olan kompresörü için gerçekleştirilmiştir. Ankastre çubuğun ve kompresörün referans frekans cevap fonksiyonları (FRF) yazarın önceki bir çalışmasında darbe testi ile deneysel olarak edilmiş ve çok serbestlik dereceli modal modeli matematiksel olarak oluşturulmuştur [10].

Bunun yanında aynı çalışmada deneysel modal analizinin doğruluğu doğal frekansları analitik olarak bilinen ankastre bir çubuk için gösterilmiş, yapılan deneylerin güvenilirliği simetri testleri ve anti-rezonans izlemesi gibi yöntemlerle ortaya konulmuştur. Ayrıca kompresörün katı modeli oluşturularak sonlu elemanlar yöntemi ile doğal frekansları elde edilmiş ve çok serbestlik dereceli (MDOF) eğri geçirme yaklaşımı ile bulunan sonuçlarla karşılaştırılmıştır.

Bu çalışmada referans matematiksel modelden elde edilen modal parametreler (Doğal frekans, modal katsayı, modal sönüm faktörü) % 5'lik bir standart sapma ile bir normal rastgele dağılım olarak örneklenmiştir. Bu parametrelerin 100 ayrı örneği kullanılarak 100 adet titreşim cevapları hesaplanmış ve uç-değer tabanlı modelleme ile titreşim cevaplarının sınırları başarıyla elde edilmiştir.

2 Deneysel Moda Analiz

Deneysel modal analizde sistemler tek ve çok serbestlik dereceli sistemler olarak modellenilebilirler. Çok serbestlik dereceli (MDOF) yaklaşımda en çok kullanılan yöntem eğri geçirme yöntemidir. Bu yöntemde deneysel olarak elde edilen reseptansın (yerdeğiştirmenin uygulanan kuvvete oranı) FRF spektrumu çeşitli tiplerdeki matematiksel fonksiyonlarla yaklaşık olarak tanımlanır.

Yöntemde genellikle rasyonel kesir polinomları veya karmaşık üstel fonksiyonlar gibi eğri formları kullanılarak en küçük kareler hata algoritması ile eğri geçirme işlemi gerçekleştirilir. Bu çalışmada deneysel FRF için eğri geçirme işleminde aşağıda formu verilen rasyonel kesir polinomları kullanılmıştır.

$$\alpha(\omega) = \frac{\sum_{k=0}^m a_k s^k}{\sum_{k=0}^n b_k s^k} \Bigg|_{s=j\omega} \quad (1)$$

Burada, m, n sırasıyla pay ve paydanın derecesini temsil eder ve n>m olarak seçilir. Bu yaklaşımda karmaşık dik polinomlar oluşturularak rasyonel kesir katsayıları ve bunlara bağlı sistem modal parametreleri elde edilir. Reseptans, dik polinomlar cinsinden aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$\alpha(\omega_i) = \frac{\sum_{k=0}^m c_k \phi_{i,k}^+}{\sum_{k=0}^n d_k \theta_{i,k}^+}, \quad (i=1,2,\dots,L) \quad (2)$$

Burada, $\phi_{i,k}^+$ ve $\theta_{i,k}^+$ fonksiyonları pay ve payda dik fonksiyonlarının sağ yarı fonksiyonları olarak adlandırılır;

$$\phi_{i,k} = \phi_{i,k}^- + \phi_{i,k}^+, \quad i=-L,\dots,-1,1,\dots,L \quad (3)$$

$$\theta_{i,k} = \theta_{i,k}^- + \theta_{i,k}^+, \quad i=-L,\dots,-1,1,\dots,L \quad (4)$$

Dik fonksiyonlar, rasyonel kesir katsayıları cinsinden aşağıdaki gibi oluşturulur:

$$\begin{aligned} \phi_{i,0} &= a_0 \\ \phi_{i,1} &= a_1(j\omega_i) \\ \phi_{i,2} &= a_2 + a_3(j\omega_i)^2 \\ \phi_{i,3} &= a_4(j\omega_i) + a_5(j\omega_i)^3 \end{aligned} \quad (5)$$

En küçük kareler hata algoritması için i. frekanstaki hata değeri,

$$e_i = \sum_{k=0}^m a_k (j\omega_i)^k - h_i \left[\sum_{k=0}^n b_k (j\omega_i)^k + (j\omega_i)^n \right] \quad (6)$$

ve hatanın karesi kriteri,

$$J = \sum_{i=1}^L e_i^* e_i = \{E^*\}^t \{E\} \quad (7)$$

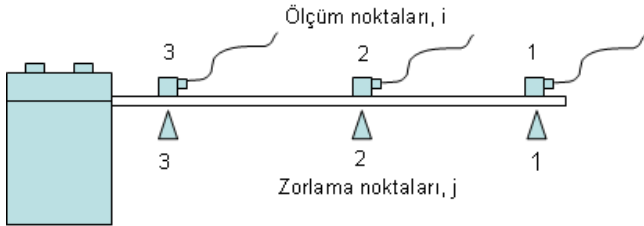
şeklinde yazılabilir. Burada, h_i , ω_i 'nci frekansta ölçülen FRF değeri, *, karmaşık eşlenik, t ise vektör evriğini ifade eder. Hatanın minimizasyonu için Denklem (5) ve (6), Denklem (7)'de yerine yazılarak algoritma işletilirse karmaşık dik fonksiyon katsayıları c_k ve d_k ile rasyonel kesir katsayıları a_k ve b_k elde edilir. Katsayıların eldesinden sonra Denklem (1) deki reseptans ifadesi modal parametreler cinsinden aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\alpha(\omega) = \frac{X(\omega)}{F(\omega)} = \sum_{n=1}^N \frac{A_n}{\omega_n^2 - \omega^2 + j\omega\omega_n\eta_n} \quad (8)$$

2.1 Ankastre Bir Çubuğun Deneysel Analizi

Şekil 2'de gösterilen ankastre bir çubuk belirtilen zorlama noktalarından darbe testine tabi tutularak reseptansının FRF'leri elde edilmiştir. Çubuğun mekanik özellikleri deneysel olarak belirlenerek Tablo 1'de sunulmuştur.

Yapılan FRF deneylerinin doğruluğu simetri testi ile belirlenir. Bu teste göre reseptanslar arasında $\alpha_{ij} = \alpha_{ji}$ karşılıklılık ilişkisi bulunur. Bunun yanında zorlama noktası ölçümü adı verilen α_{ji} reseptanslarında görülen anti-rezonanslar ölçümün güvenilirliği açısından ikinci bir ölçüttür.



Şekil 2: Ankastre çubuk ölçüm noktaları ve zorlama noktaları [10].

Tablo1: Çubuğun fiziksel ve mekanik özellikleri [10].

Elastisite Modülü (N/m ²)	Çubuk yoğunluğu (kg/m ³)	Çubuk uzunluğu (m)	Kesit genişliği (m)	Kesit kalınlığı (m)
1,75.10 ¹¹	8010	0,46	0,0285	0,005

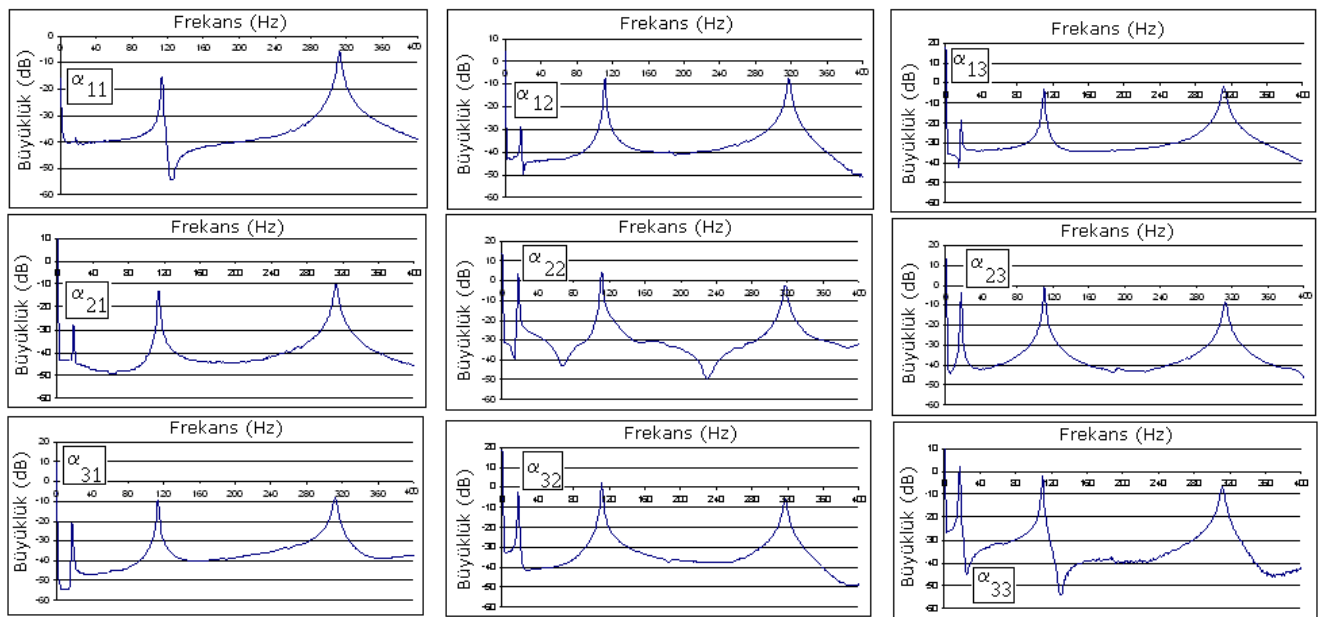
Şekil 3'de çubuğun FRF matrisindeki simetri ve zorlama noktası ölçümlerindeki anti-rezonanslar açık bir şekilde görülmektedir. Bu sonuçlar yapılan ölçümlerin güvenilirliğini ortaya koymaktadır. Üç serbestlik dereceli eğri geçirme işlemi 2 nu.lu zorlama noktasına karşılık 3 nu.lu ölçüm noktasının reseptans FRF i için gerçekleştirilmiş (Şekil 4), elde edilen modal parametreler Tablo 2'de verilmiştir. Burada büyüklük dB referans değeri "1m/N" olarak seçilmiştir. Bu bağlamda reseptansın matematiksel modeli şu şekilde elde edilmiştir:

$$\alpha(\omega) = \frac{89445,732}{4\pi^2(17,595)^2 - \omega^2 + 2j\omega(17,595)(0,1289)} + \frac{747909,322}{4\pi^2(109,323)^2 - \omega^2 + 2j\omega(109,323)(0,0391)} + \frac{2986764,0\mathbb{Z}}{4\pi^2(308,234)^2 - \omega^2 + 2j\omega(308,234)(0,0334)} \quad (9)$$

2.2 Bir Buzdolabı Kompresörünün Deneysel Modal Analizi

Ayaklarından sabitlenmiş bir buzdolabı kompresörün zorlama ve ölçüm noktaları katı model üzerinde Şekil 5'de gösterilmiştir. Bu bölümdeki analizlerde α_{64} reseptansı için alınan zaman tabanlı sinyaller gürültü azaltımı yapılarak kullanılmıştır.

Eğri geçirme yaklaşımı ile elde edilen modal parametreler, sonlu eleman modeli ile hesaplanan doğal frekanslarla birlikte Tablo 3'de verilmiş, deneysel ve eğri geçirme FRF sonuçları Şekil 6'da gösterilmiştir.



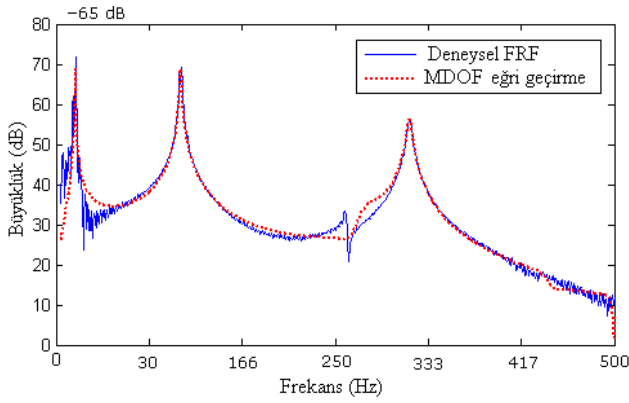
Şekil 3: Çubuğun reseptans FRF matrisi [10].

Tablo 2: Çubuğun hesaplanan modal parametreleri [10].

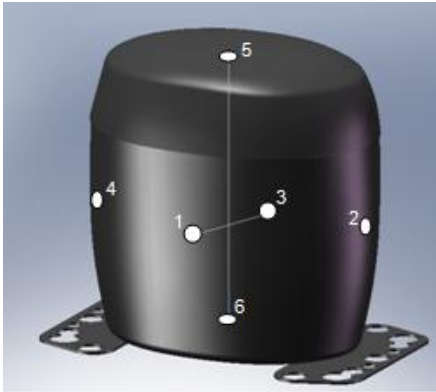
Anolitik Doğal Frekanslar (Hz)	Hesaplanan Doğal Frekanslar (Hz)	Hesaplanan Yapısal Sönüm Faktörleri	Hesaplanan Modal Katsayılar
17,842	17,595	0,1289	89445,732
111,812	109,323	0,0391	747908,322
313,078	308,234	0,0334	2986764,012

Tablo 3. Kompresörün hesaplanan modal parametreleri.

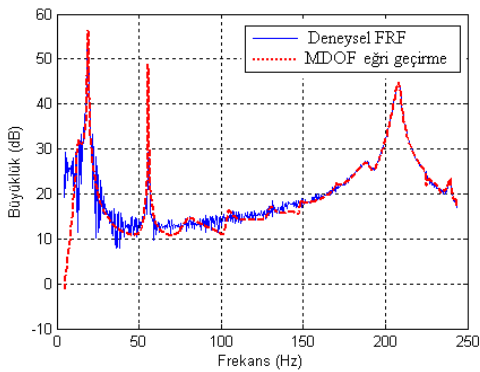
Sonlu Elemanlar Doğal Frekanslar (Hz)	Hesaplanan Doğal Frekanslar (Hz)	Hesaplanan Yapısal Sönüm Faktörleri	Hesaplanan Modal Katsayılar
14,764	18,928	0,0092	113590
56,274	55,711	0,0086	63730
222,853	206,907	0,0354	661950



Şekil 4: α_{23} reseptansının deneysel FRF'i ve eğri geçirme spektrumu [10].



Şekil 5: Kompresör katı modelinde zorlama ve ölçüm noktalarının gösterimi [10].



Şekil 6: α_{64} reseptansının deneysel FRF'i ve eğri geçirme spektrumu [10].

Burada, büyüklük dB referans değeri yine "1m/N" olarak seçilmiştir. Tablo 3'deki doğal frekans sonuçları karşılaştırıldığında sonlu elemanlar modeli ile matematiksel model sonuçları arasında bir miktar fark görülmektedir.

Bu fark katı model oluşturulmasında ve gerçekleştirilen ölçümlerdeki hassasiyet kayıplarından kaynaklanmaktadır. Kompresörün reseptansının matematiksel modeli aşağıdaki gibi elde edilmiştir:

$$\alpha(\omega) = \frac{113590}{4\pi^2(18,928)^2 - \omega^2 + 2\pi j\omega(18,928)(0,00092)} \frac{63730}{4\pi^2(55,711)^2 - \omega^2 + 2\pi j\omega(55,711)(0,00086)} \frac{661950}{4\pi^2(206,907)^2 - \omega^2 + 2\pi j\omega(206,907)(0,0354)} \quad (10)$$

3 Uç-Değer Tabanlı Modelleme

Bu yöntem istatistikte daha fazla bilinen klasik uç değer teorisine (Extreme Value Theory (EVT)) dayanmaktadır [8]. Klasik EVT [12], bağımsız, benzer olarak dağılımlanmış rastgele değişkenler dizisinin X_i , $M_n = \max\{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ özelliğine sahip M_n değişkeninin istatistiksel özelliklerini tanımlayan bir yöntemdir. Uç-değer analizinin önemli bir özelliği, bir rastgele değişkenin M_n belirli bir sınır değerini $z(p)$ (quantile) aşma olasılığının p (exceedance probability) tahmin edilmesidir, yani $\Pr\{M_n > z(p)\} = p$ şeklinde formüle edilebilir (Burada \Pr öngörülme fonksiyonudur). Stabil bir M_n dağılımı üç asimptotik dağılım tiplerinden birine aittir. Bunlar Tip I: Gumbel dağılımı, Tip II: Fréchet dağılımı veya Tip III: Weibull dağılımı. Veri dağılımının işlenmesi hangi tipe ait olduğu ile yakından ilgilidir. Genellikle bu verilerin ön işleme için üç farklı yöntem mevcuttur:

- i. Bütün verinin alt veri bloklarına ayrılması,
- ii. Belirli bir yüksek seviyeli veri eşliğinin kullanımı ile sınıflandırma,

veya

- iii. En üst-derece (top-order) istatistiklerin seçilmesi.

Pratik bir sınır belirleme işlemi eşik aşma uç değer modeli kullanılarak oluşturulabilir. Sınır, m -gözlemsel geri dönüş düzeyi x_m (m -Observational Return Level x_m) cinsinden verinin her bir m gözleminin ortalama olarak belirlenen düzeyi geçtiği değer olarak belirlenir. Fiziksel bir sınırın varolduğu durumlarda elde edilecek olan sınır gerçek fiziksel

sınırın bir yaklaşımıdır. Ancak fiziksel bir sınır yoksa rastgele belirsiz yapılar için deterministik bir sınır aramak anlamlı değildir.

Bu durumlarda istatistiksel ölçüler belirlemek daha uygundur. Bir Tip 1 eşik modeli için m -gözlemsel geri dönüş düzeyi X_m şu şekilde yazılabilir:

$$x_m \approx \sigma \log\left(\frac{mk}{n}\right) + u \quad (11)$$

Burada, m sınır tahminlemenin yapıldığı yığın boyutu, n modeli kalibre eden veri örnek boyutu, k en üst-derece istatistiği, σ ve u ise model parametreleridir. Tip 1'e ait bir uç-değer modeli şu adımlarla belirlenebilir:

- i. Yeterli bir veri örnek sayısı seçimi (n):

$$n = N_s \ll m. \quad (12)$$

- ii. Uygun bir en üst-derece istatistik değeri seçimi (k), k veri örnek sayısına (n) bağlı olarak yarı-ampirik şekilde şu şekilde seçilebilir [12]:

$$k = 1.5\sqrt{n} \quad (13)$$

- iii. Eşik değerinin seçilmesi (u), eşik değeri k ncı azalan en üst-derece istatistik olarak seçilebilir:

$$u = x_{kn}. \quad (14)$$

- iv. Model parametre σ için maksimum olasılık belirleyicisinin hesaplanması:

$$\hat{\sigma} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k x_i - u. \quad (15)$$

Böylelikle Denklem (11) de verilen sınır değeri (quantile) tahminleyicisi şu şekilde yeniden yazılabilir:

$$\hat{q}(m) = \hat{\sigma} \log\left(\frac{mk}{n}\right) + x_{kn}. \quad (16)$$

Denklem (16) "Weissman tahminleyicisi" olarak adlandırılır. Tahmin edilen sınırların yaklaşık güvenilirlik aralıkları şu şekilde hesaplanabilir [11]:

$$\sigma_{x_m}(\hat{q}) = c_n \left[\xi_n^2 \frac{(k-1)}{k^2} + \frac{\pi^2}{6} - R_k \right]^{1/2} \quad (17)$$

Burada $\xi_n = \log(km/n)$, $c_n = \hat{q}(ne) - \hat{q}(n)$, $R_k = \sum_{n=1}^{k-1} n^{-2}$ ve $e = 2.718...$

Yukarıda özetlenen prosedür ancak veri örneklerinin Tip 1' ait olması durumunda geçerlidir. Verinin Tip 1'e ait olup olmadığı belirlemek için uygun bir test yapılması gerekmektedir. Hasofer-Wang Hipotez [13] böyle bir test için kullanılabilir:

$$W = \frac{k(\bar{X} - X_{kn})^2}{(k-1) \left[\sum_{i=1}^k (\bar{X} - X_{in})^2 \right]}, \quad (18.a)$$

$$\bar{X} = \left(\sum_{j=1}^k X_{jn} \right) / k. \quad (18.b)$$

Burada, X_{jn} , n sayıdaki veri örneğinin j inci terimidir. Hipotez W değişkeninin alt ve üst yüzdelik noktaları içinde yer almadığını kontrol eder: $W_L < W < W_U$. Alt ve üst değerler bir tablo halinde ilgili kaynakta sunulmuştur [13].

4 Frekans Cevap Sınırlarının Belirlenmesi

4.1 Çubuk ve Kompresör İçin Belirsizlik Simülasyonu

Denklem (8)'de verilen reseptansın üç serbestlik dereceli genel ifadesi belirsiz rastgele modal değişkenler cinsinden aşağıdaki gibi yeniden yazılabilir:

$$\alpha(f, S) = \sum_{n=1}^3 \frac{A_n(S)}{4\pi^2 f_n^2(S) - 4\pi^2 f^2 + jf4\pi^2 f_n(S)\eta_n(S)} \quad (19)$$

Burada, $S (= 1, 2, \dots, N_s)$ belirsiz değişkenleri temsil etmektedir. Belirsiz modal parametreler, $f_n(S)$, $\eta_n(S)$ ve $A_n(S)$, kendi referans değerlerinin % 5' i standart sapma ile normal dağılım olarak modellenerek $N_s = 100$ adet örneklenmiştir. Şekil 7 ankastre çubuğun, Şekil 8 ise kompresörün üretilen belirsiz modal parametrelerini göstermektedir.

4.2 Uç-Değer Tabanlı Modelleme ile Cevap Sınırlarının Belirlenmesi

Monte Carlo simülasyonu ile ankastre çubuğun ve kompresörün 100 adet belirsiz reseptans fonksiyonları her bir belirsiz modal parametre örneği için elde edilmiştir. Uç değer modelleme de m gözlem sayısı, yığın sayısının ($n = N_s = 100$) 20 katı, yani $m=2000$ olarak belirlenmiştir. En üst-derece istatistiği, Denklem (13) kullanılarak $k=15$ olarak hesaplanmıştır. Weissman tahminleyicisinin cevap sınırlarının belirlenmesi işleminde kullanılmasından önce, Hasofer-Wang hipotez testi ile örnek verilerin Tip 1'e ait olup olmadığı araştırılmalıdır. Şekil 9'da çubuk için Şekil 10'da da kompresör için rezonans ve anti rezonans yakınları ve rezonans uzağındaki çeşitli frekanslardaki reseptans verileri örnek olarak seçilmiş ve bu örneklerin Tip 1'e aitliği Denklem (17) de verilen W değişkeni temel alınarak denetlenmiştir. Özellikle $k=15$ değeri için tüm verilerin Tip 1'e ait olduğu gösterilerek, Weissman tahminleyicisinin sınır belirleme işleminde güvenilir bir şekilde kullanılabileceği gösterilmiştir. Bu bağlamda, belirsiz modal parametrelerin yarattığı belirsiz reseptans FRF'lerinin sınırları çubuk ve kompresör için sırasıyla Şekil 11 ve 12'de görüldüğü gibi başarılı bir şekilde elde edilmiştir.

Elde edilen sınırların güvenilirlik aralıkları da çubuk ve kompresör için üç farklı rezonans frekansı çevresinde sırası ile Şekil 13 ve 14'de gösterilmiştir. Burada büyüklük dB referans değeri "1mm/N" olarak seçilmiştir. Cevap sınırları ve bu sınırların güvenilirlik aralıkları göz önüne alındığında hem çubuk hemde kompresör için özellikle üçüncü serbestlik derecesindeki (üçüncü rezonans frekansı etrafında) belirsizlik etkisi göze çarpmaktadır. Tasarım aşamasında referans modelin rezonans frekans bilgisinden çok belirsizliklerin spektrum üzerinde açıkça gözleendiği bu geniş frekans bandının hesaba katılması daha gerçekçi ve güvenilir olacaktır.

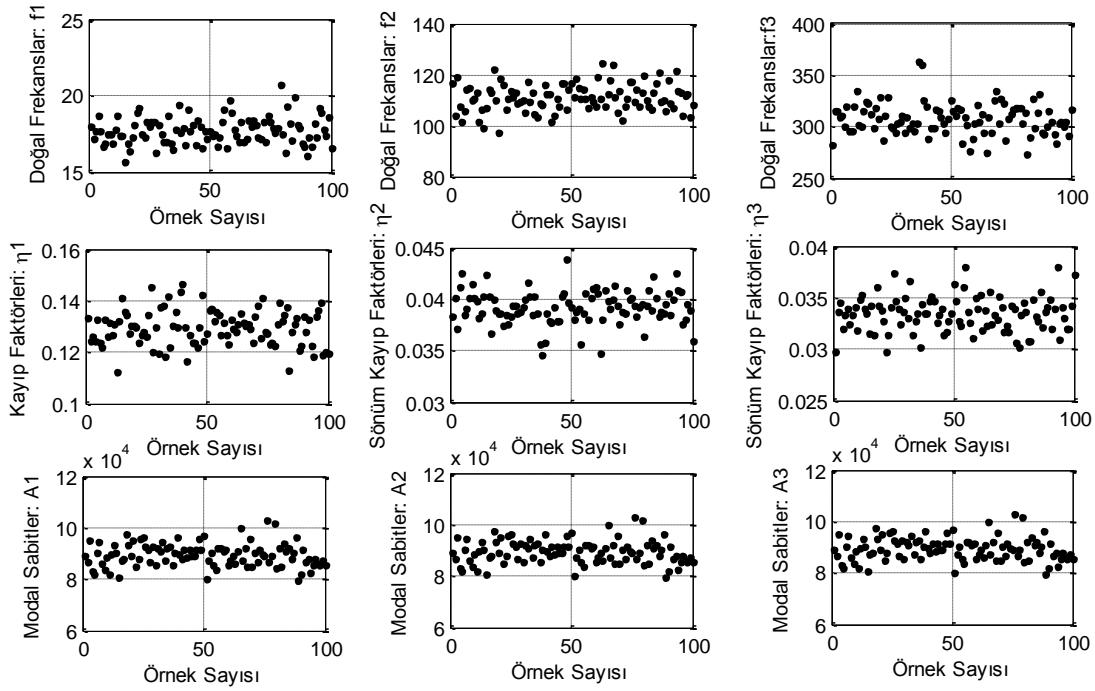
5 Kaynaklar

Mühendislikte aynı ürün gamına ait, aynı parametrelere göre tasarlanmış çok sayıda aynı ürün üretim sonu yapılan analizlerde farklı vibro-akustik davranış sergileyebilmektedir. Bu kontrol edilemeyen değişkenlikler (belirsizlikler) benzer ürünlerin farklı dinamik özellikler sergilemesine neden

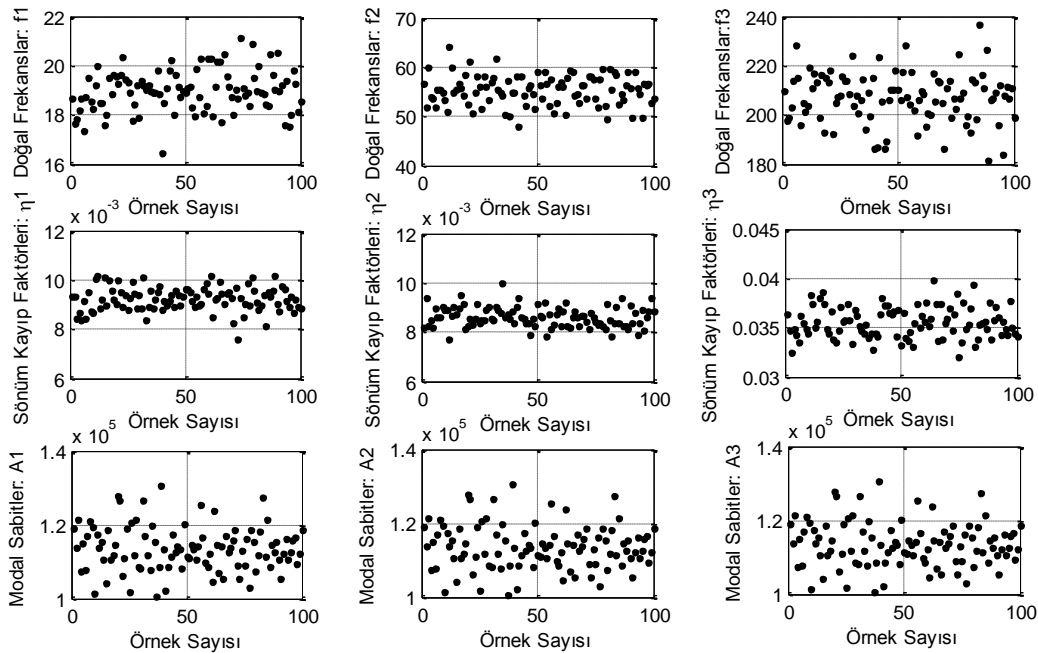
olmakta ve referans ürün için yapılan analizlerin diğer ürünler içinde geçerli olması durumunu ortadan kaldırmaktadır.

Bu çalışmada, belirsizliğin yarattığı dinamik farklılıkları hesaba katabilen ve bu belirsizliğin üst limitlerini tahmin edebilen istatistiksel tabanlı bir metodoloji sunulmuştur. Bu bağlamda önerilen metodolojinin basit ve karmaşık uygulamaları olarak belirsiz parametrelere sahip bir ankastre çubuk ve bir buzdolabı kompresörünün uç-değer tabanlı modelleme ile titreşim cevaplarının üst sınır değerleri elde edilmiştir. Çubuğun ve kompresörün referans FRF değerleri yazarın bir önceki çalışmasında deneysel olarak elde edilmiş ve çok serbestlik dereceli bir eğri geçirme yöntemi ile matematiksel modeli oluşturulmuştur. Matematiksel model

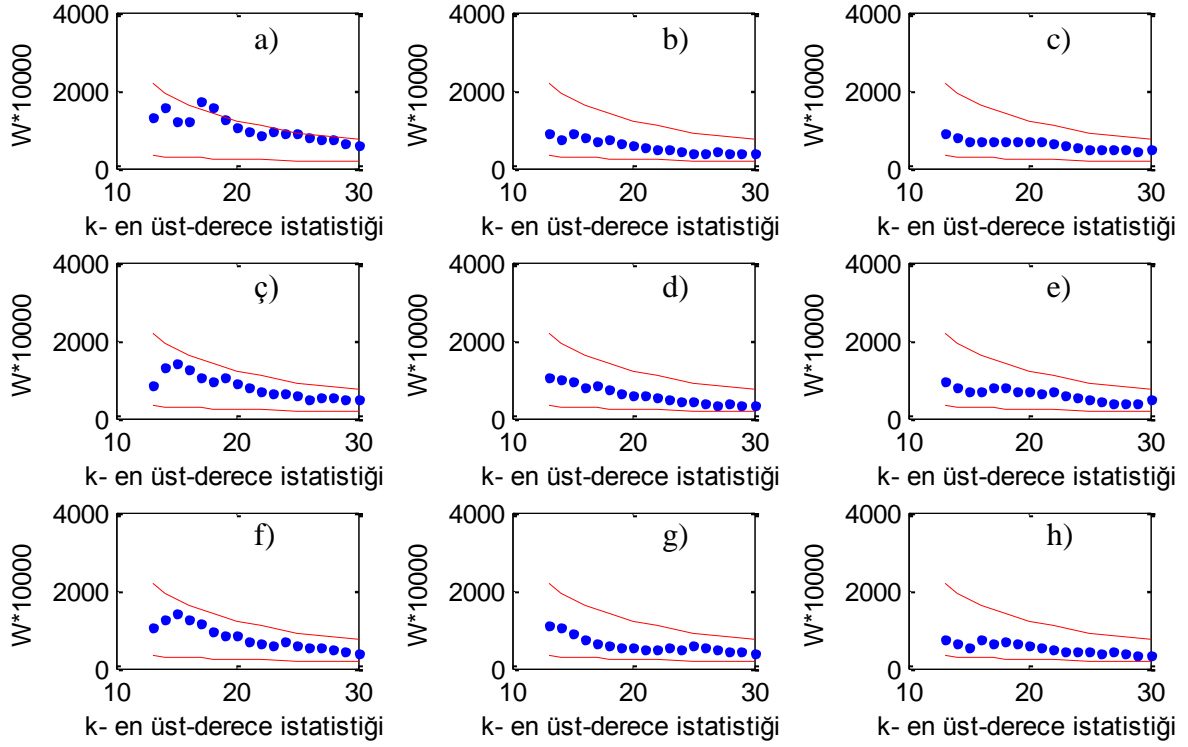
üzerinden yaklaşık olarak hesaplanan modal parametreler (Doğal frekans, modal katsayı ve modal sönüm faktörü) % 5'lik bir standart sapma ile bir normal rastgele dağılım olarak örneklenmiş ve parametrelerin tüm örnekleri için titreşim cevapları oluşturularak uç-değer tabanlı model yardımı ile sınırlar başarılı bir şekilde elde edilmiştir. Güvenilir bir analiz için belirsizliklerin de hesaba katılması gerekliliği, yapılan Monte-Carlo simülasyonu ile ortaya konmuştur. Tahmin edilen cevap sınır değerlerinin özellikle artan frekanslarda band davranışı göstermesi, tasarımcıların sadece referans ölçümler üzerinden yapılan analizleri dikkate almalarının eksikliğini açık bir şekilde ortaya koymaktadır.



Şekil 7: Ankastre çubuğun rastgele normal dağılım ile üretilen modal parametreleri.

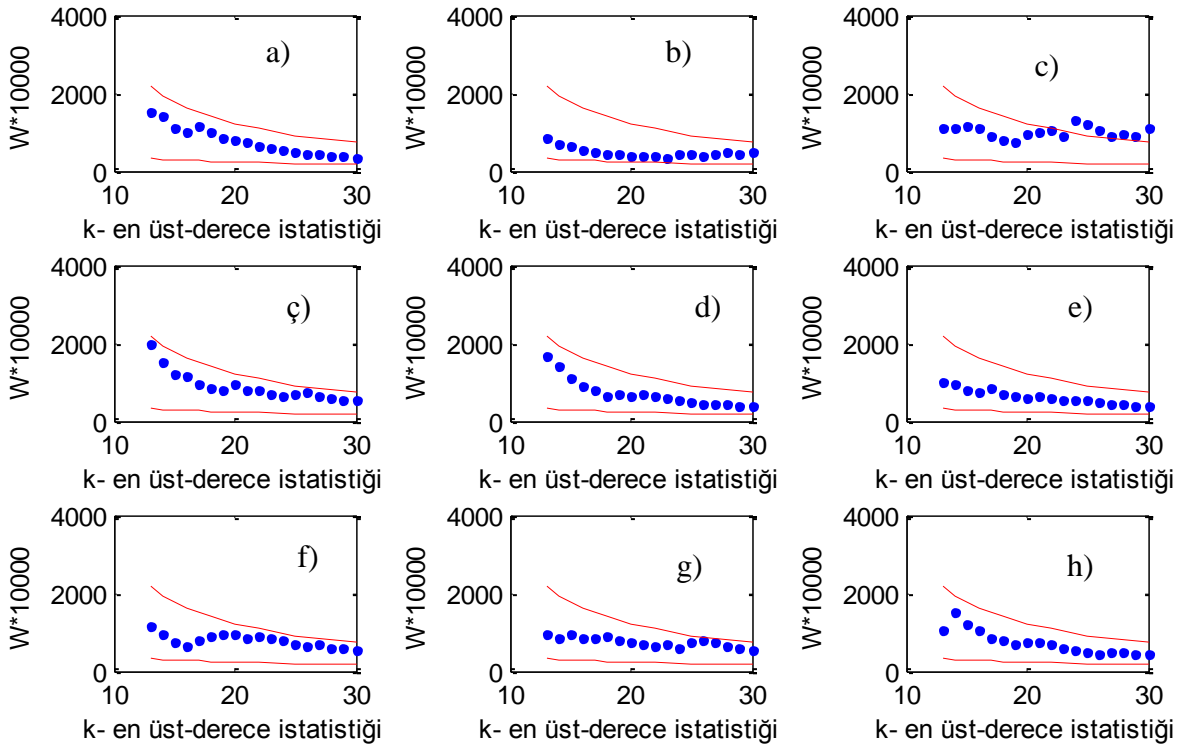


Şekil 8: Kompresörün rastgele normal dağılım ile üretilen modal parametreleri.



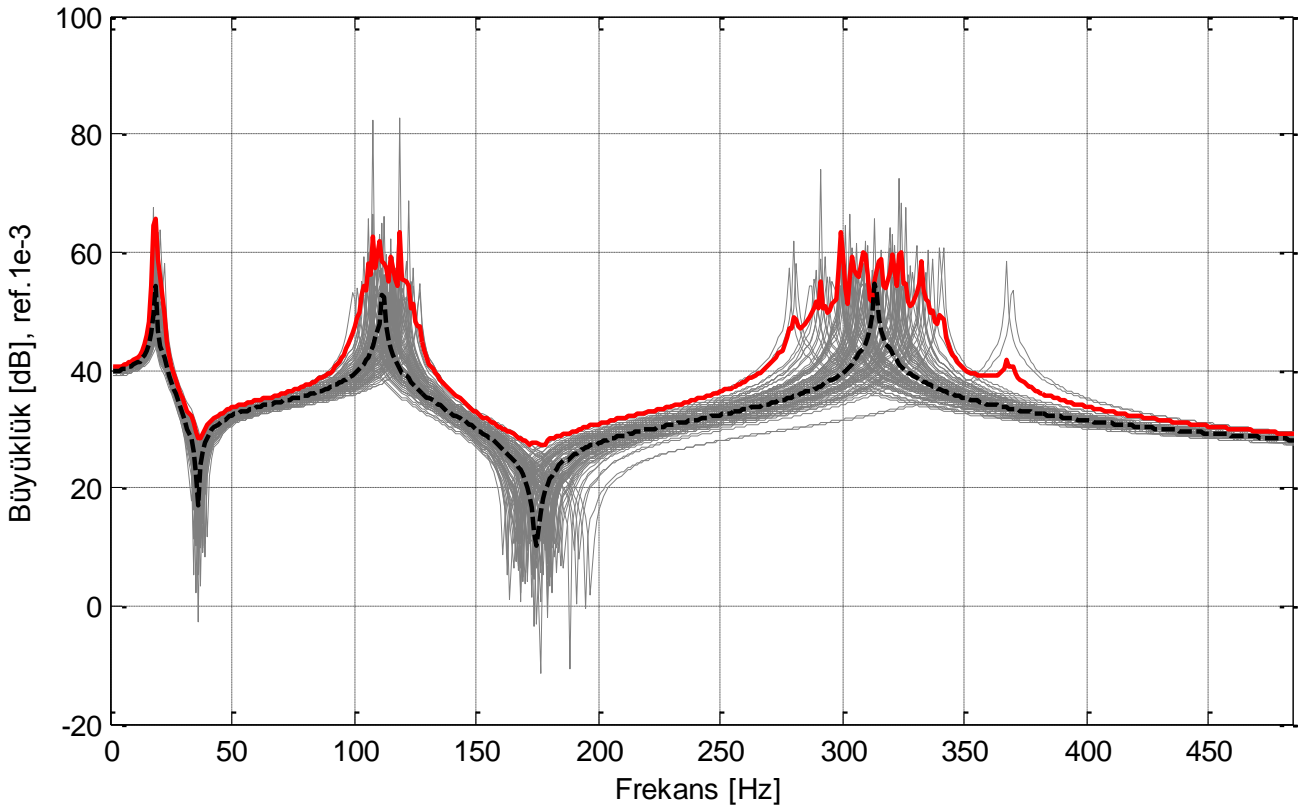
Şekil 9: Çubuğun Hasofer-Wang hipotez testi:

a)12 Hz, b)18 Hz, c)36 Hz, ç)80 Hz, d)110 Hz, e)150 Hz, f) 180 Hz, g) 250 Hz, h) 310 Hz.

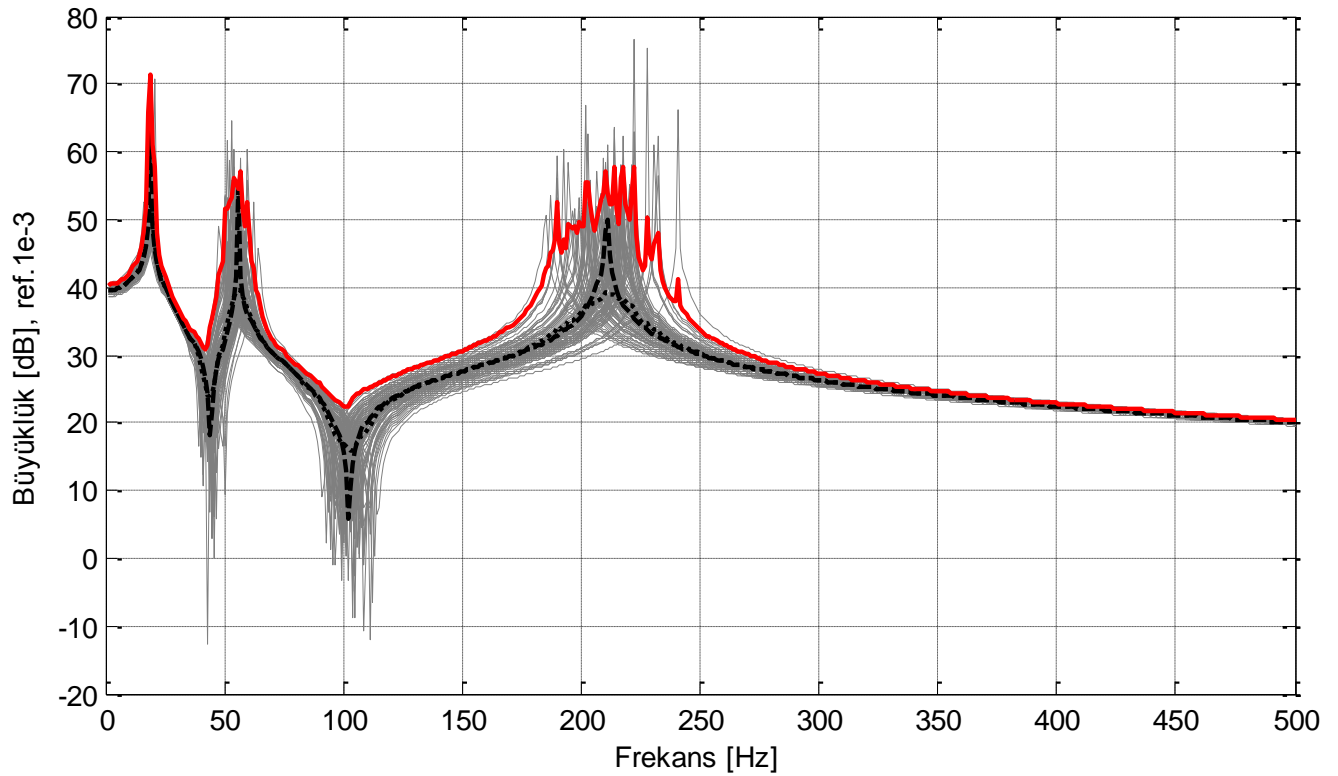


Şekil 10: Kompresörün Hasofer-Wang hipotez testi:

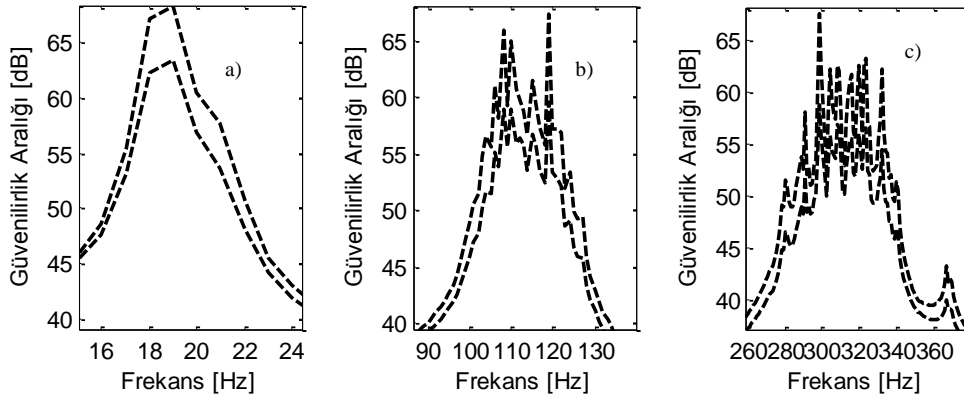
a)12 Hz, b)19 Hz, c)29 Hz, ç)45 Hz, d)55 Hz, e)80 Hz, f) 102 Hz, g) 160 Hz, h) 210 Hz.



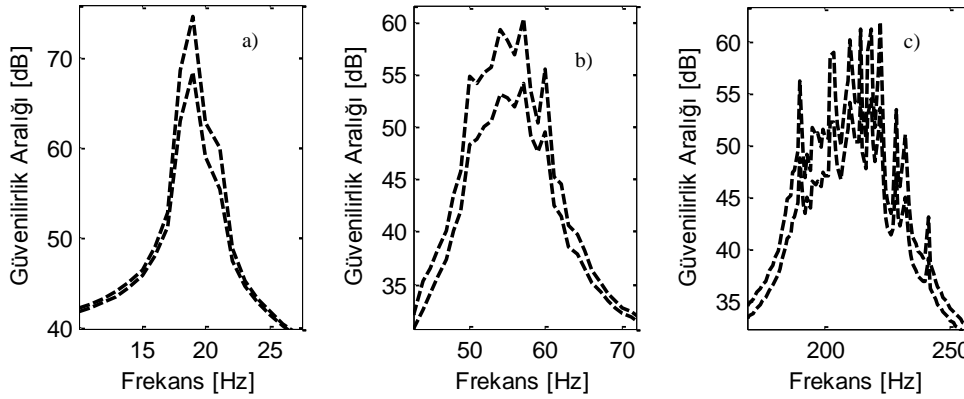
Şekil 11: Çubuğun belirsiz reseptans FRF'leri ve tahmin edilen cevap sınırları:
— : Uç değer-modelleme ile belirlenen sınırlar, ___ : Belirsiz FRF'ler, ___ : Referans FRF.



Şekil 12: Kompresörün belirsiz reseptans FRF'leri ve tahmin edilen cevap sınırları:
— : Uç değer-modelleme ile belirlenen sınırlar, ___ : Belirsiz FRF'ler, ___ : Referans FRF.



Şekil 13: Çubuğun tahmin edilen titreşim cevap alt ve üst sınırlarının güvenilirlik aralıkları: Rezonans frekansı çevresi. a) 1. Frekans, b) 2. Frekans, c) 3. Frekans.



Şekil 14: Kompresörün tahmin edilen titreşim cevap alt ve üst sınırlarının güvenilirlik aralıkları: Rezonans frekansı çevresi. a) 1. Frekans, b) 2. Frekans, c) 3. Frekans.

6 Kaynaklar

- [1] He, J. and Fu, Z.F., Modal Analysis, Butterworth Heinemann, Oxford, 2001.
- [2] Keane, A. and Price, W. Statistical Energy Analysis, Cambridge University Press, 1997.
- [3] Evans, M. and Swartz T. Approximating integrals via Monte-Carlo and deterministic methods, Oxford University Press, 2000.
- [4] Hohenbichler, M. and Rackwitz, R., Improvement of second-order reliability estimates by importance sampling, Journal of Engineering Mechanics, 114, 2195-2199, 1988.
- [5] Lin, Y.K. and Cai, G. Q., Probabilistic Structural Mechanics, McGraw-Hill, 1995.
- [6] Hills, E. Uncertainty propagation in structural dynamics with special reference to component modal models, University of Southampton, Doktora Tezi, 2006.
- [7] Dunne, L.W. and Dunne, J.F. An FRF bounding methodology for randomly uncertain structures with or without coupling to an acoustic cavity, Journal of Sound and Vibration, 322, 98-134, 2009.
- [8] Seçgin, A., Dunne, J.F. and Zoghaib, L., Transfrequency FRF bounding of uncertain plate structures using extreme value theory and discrete singular convolution, ECCM 2010-IV. European Conference on Structural Mechanics - Solids, Structures and Coupled Problems in Engineering, Paris, 16-21, Mayıs 2010.
- [9] Seçgin, A., Dunne, J.F. and Zoghaib, L., High frequency FRF bound prediction for uncertain symmetrically-laminated composite plates, International Conference On Uncertainty in Structural Dynamics, Leuven, 22-23 Eylül 2010.
- [10] Seçgin, A., Ertunç, S., Özütürk, B., Yıldırım, K. ve Sarıgül A.S., Bir buzdolabı kompresörünün deneysel modal analizi, 14. Ulusal Makina Teorisi Sempozyumu, UMTS2009, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Kuzey Kıbrıs Kampusu, 2-4 Temmuz 2009.
- [11] Coles, S., An Introduction to Statistical Modelling of Extreme-Values, Springer-Verlag London 2001.
- [12] Hasofer, A.M., Non-parametric estimation of failure probabilities, In Mathematical Models for Structural Reliability Analysis, Mathematical Modelling Series, Eds. Casciati, F. and Roberts, J.B., CRC Press, Boca Raton, Chapter 4, 195-226, 1996.
- [13] Hasofer, A.M. and Wang, J.Z., A Test for extreme value domain of attraction, Journal of the American Statistical Association, 87, 171-177, 1992.