

CEBİRSEL MODELLEME PROGRAMLARI VE UZAKTAN ERİŞİM KAYNAKLARI

Yrd.Doç.Dr.N.Kemal ERDOĞAN*

ÖZET

Matematiksel programlama modelleri uygulamada büyük ölçeklidir. Bir çok model binlerce (bazı problemlerde milyonlarca) kısıt ve değişken içermektedir. Bu nedenle de büyük ölçekli problemleri çözmek için ticari ve ticari olmayan bilgisayar yazılımları geliştirilmiştir. Başlangıçta geliştirilen programlarda model ve modelin çözüm algoritması birleşiktir. Bu durum bazı zorluklar çıkarmaktadır. Zorluğun meydana gelmesindeki temel neden, matematiksel programlamadaki model kurma ile bilgisayar programı yazmak için geliştirilen algoritma arasındaki farklılıktan kaynaklanmaktadır. Cebirsel modelleme programları ise matematiksel model olarak verilen problemi formülasyonu ile modelin nasıl çözüleceği arasında bir ayrım yapar. Problemin çözümü ise "çözücü" denilen başka bir program ile gerçekleştirilir. Günümüzde internet ve elektronik ticaretin hızlı bir şekilde yayılması optimizasyon problemlerinin çözümünde yeni fırsatlar yaratmıştır. Bir çok problem için geliştirilmiş oldukça fazla sayıda yazılım vardır. Bu yazılımlar hız, güvenilirlik, maliyet ve uygunluk açısından farklılaşmaktadır. İnternet ortamı bunları karşılaştırma imkanı vermektedir.

ABSTRACT

In practice, mathematical programming models are great scaled. Most of the models includes thousands of restrictions and variables. Therefore, commercial and non-commercial computer software is developed for solving great scaled problems. In the programs developed, the model and the solution algorithm of the model are integrated. The basic reason facing the problem stems from the difference between constructing a model in mathematical

* Anaodolu Üniversitesi, İ.İ.B.F., İşletme Bölümü

programming and implementing algorithm to write a computer program. Algebraic modeling language separates the formulation of the mathematical model problems and the solution method. The solution of the problem is achieved by another program called "solver". Since internet and e-trade (e-commerce) is becoming more common , solving optimization problems creates new opportunities. There are lots of softwares to develop for solving the problems. These softwares are differentiated by speed, confidence, cost and suitability. Internet environment gives the possibility to compare these features.

GİRİŞ

Matematiksel programlama, kaynaklar, kapasiteler, arzlar, talepler ve benzeri nicelikler üzerindeki kısıtlara bağlı belirli türdeki optimizasyon problemlerinin örneğin; kârın en büyüklenmesi, maliyetin en küçüklenmesi gibi problemlerin çözümünde kullanılan bir tekniktir. Burada sözü edilen programlama terimi bir organizasyon içindeki faaliyetlerin planlanması ve programlanması anlamındadır. Matematiksel programlama modelleri kabaca doğrusal programlama modelleri , doğrusal olmayan programlama modelleri ve tamsayı programlama modelleri olarak sınıflandırılır Bu modellerden doğrusal programlama modelleri ; bilgisayar teknolojilerinin ve doğrusal programlama algoritmalarının geliştirilmesi ile oldukça yaygın kullanım alanı bulmuştur.

Matematiksel programlama modelleri uygulamada büyük ölçeklidir. Bir çok model binlerce (bazı problemlerde milyonlarca) kısıt ve değişken içermektedir. Bu nedenle de büyük ölçekli problemleri çözmek için (ticari ve ticari olmayan versiyonları bilgisayar yazılımları geliştirilmiştir. Matematiksel programlamanın başarılı algoritmaları ilk olarak 1950 lerde kullanılmaya başlamış ve bu programlar *matris üreteçleri* (MGs) olarak adlandırılmıştır. Daha sonra cebirsel model kurma programlarının gelişimi ve dağıtımı ile o zamandan günümüze , hesaplama ve bilgisayar bilimindeki gelişmeler

cebirsel modelleme programlarının daha etkili ve bilinen diller haline gelmesini sağlamışlardır..Cebirsel Model kurma programları

kavramsal olarak oldukça basit olmasına rağmen modelin kurulması ve geçerli çözümün bulunmasına kadar olan süreyi önemli ölçüde azalmaktadır. Özellikle doğrusal olmayan modeller cebirsel modelleme programları kullanılarak ifade edildiğinde çözücü değişse bile modeli değiştirmeye gerek kalmadığından oldukça büyük avantajlar sağlamaktadır.

I. CEBİRSEL MODELLEME PROGRAMLARI

Programlama dilleri verilen problemin nasıl çözüleceği üzerinde odaklanır. Diğer bir deyişle bir problemi çözmek için işlem süreci ifade etme şekli olarak adlandırılabilir. Bir problemi nasıl çözüleceğinin gösterilmesine algoritmik gösterimi denilebilir. Matematiksel programlamanın modellerini bilgisayara ortamına aktarırken uygulanan algoritmik yöntem şu şekildedir :¹

- i) Bir modelin formüle edilmesi-çözülecek problemin genel formunu gösteren kısıtların, amaçların ve değişkenlerin ifade edilmesi
- ii) Bir ya da daha fazla sayıdaki özel problemleri belirleyen verilerin toplanması.
- iii) Model ve verilerden özel bir amaç fonksiyonu ve kısıt denklemleri oluşturma.
- iv) Problemin çözülmesi-değişkenlerin optimal değerlerini bulan algoritmaya uygulanan bir programın yürütülmesi.
- v) Sonuçların analiz edilmesi.
- vi) Gerektiği kadar model ve verilerin geliştirilmesi ve işlem sırasının devam ettirilmesi

Genel olarak bir problemin kurulduğu modeller ile bu problemleri çözmek için oluşturulan algoritmalar arasında farklar vardır. Modeli oluşturan kişinin bir problemi anlama şekli ve algoritmanın bu problemi çözme şekli arasında bir çok fark vardır. Modeli kuran kişinin çalışma biçiminden algoritmanın çalışma biçimine olan değişim sonuç olarak zaman alan, masraflı ve genellikle

¹ R. FOURER , D.M. GAY AND B.W. KERNIGHAN ,, *AMPL : A Modeling Language for Mathematical Programing*, Scientific Press , s. 20-23

hata yapma olasılığı yüksek olan bir işlemdir. Ayrıca problemin model şekli algoritmik şekle dönüştürülürken güvenilir bir dönüşüm yapıp yapılmadığı kontrol edilmelidir.

Örneğin; doğrusal programlamanın özel bir durumda, algoritmanın çalışma biçiminin en büyük kısmı tüm kısıtlardaki değişkenlerle çarpım halinde olan sayıların oluşturduğu tablodaki kısıt katsayısı matrisidir. Doğal olarak, bu sıfırdan farklı elemanların yüzlerce veya binlerce satır ve sütunlardan oluşan oldukça yoğun (büyük çoğunluğu sıfır olmayan) bir matris karşımıza çıkmaktadır. Özel olarak matris üreticilerinin yazılımı için bir çok programlama dilleri oluşturulmuştur ve ayrıca standart bilgisayar programlama dilleri de sıklıkla kullanılmaktadır. Katsayıların kapalı bir gösterimini dayanan bir bilgisayar programı *matris üreticileri* (MGs) olarak adlandırılır.²

Matris üreticilerinin model kurucuların çalışma biçiminden algoritmanın çalışma biçimine dönüştürme işleminin bir kısmını başarıyla otomatik olarak yapmalarına rağmen, işlemi sürdürme ve sonuçları değerlendirmede zorluk çekmektedirler. Bu zorluğun meydana gelmesindeki neden matematiksel programlamadaki model kurma ile bilgisayar programı yazmak için geliştirilen algoritma arasındaki farklılıktan kaynaklanmaktadır. Bir cebirsel modelleme programı ise model kuran kişinin oluşturduğu modeli bir bilgisayar sistemine doğrudan girdi olarak kullanılabilir şekilde getirmektedir. O zaman bilgisayar programının ara bir adımı olmaksızın, problemin algoritma şekle dönüştürülmesi bilgisayar tarafından tam olarak yapılabilir. Cebirsel modelleme programları matematiksel programlamanın daha ekonomik ve

² H.P. WILLIAMS , *Model Building in Mathematical Programming Second Edition* , A Wiley-Interscience Publication ,1985 ,s.10-15

gerçekçi olmasına yardımcı olmaktadır³. Bu programlama dilleri özellikle yeni modellerin gelişimi ve değişime bağlı modellerin korunması açısından avantajlıdır. Cebirsel modelleme programları matematiksel model olarak verilen problemi formülasyonu ile modelin nasıl çözüleceği arasında bir ayırım yapar. Problemin çözümü çözücü denilen başka bir program ile gerçekleştirilir fakat çeşitli çözücüler arasında kolaylıkla bağlantı kurar. Bu bir çok farklı problem için oldukça yarar sağlar. Cebirsel modelleme programlarının diğer bir özelliği modelin yapısı ve veri yapısı arasında bir ayırım yapar. Cebirsel modelleme programları aşağıdaki üç temel özelliğe sahiptir⁴.

- i) Problemin cebirsel modelleme dilindeki ifadesi matematiksel ifadesine eşittir.
- ii) Modelin formüle edilmesi ve çözülmesi arasında açıkça bir ayırım vardır.
- iii) Modelin yapısı ve veri yapısı arasında açıkça bir ayırım vardır

Matematiksel programları ifade etmek için birden fazla yol bulunduğundan, birden fazla cebirsel model programlama dili bulunmaktadır. Bir cebirsel model programlama, amaç ve kısıt fonksiyonlarının bilinen matematiksel gösterimine dayanan bir çeşit programlama dilidir. Bir cebirsel dil, cebir ve ya hesap çalışmış olan bir kişinin aşına olduğu $x_j + y_j$, $\sum_{j=1}^n a_{ij}x_j$, $x_j \geq 0$ ve $j \in S$ gibi gösterimlerin bilgisayar tarafından okunabilen denk ifadelerini verir. Bu benzerlik cebirsel model kurma programlarının en büyük

³ R. FOURER, D.M. GAY AND B.W. KERNIGHAN. *A Modeling Language for Mathematical Programming, Management Science*, 1990 .s.519-554

⁴ T. HÜRLIMANN, . *Reference Manual for The LPL Modeling Language*, Working Paper, Department of Informatics, University of Fribourg, 2001

avantajlarından biridir. Bir diğer avantajı ise, özellikle lineer, lineer-olmayan ve tamsayılı programlama modellerinin büyük bir kısmına uygulanabilirliğidir. Matematiksel programları problemlerini ifade etmek için birden fazla cebirsel model programlama dili geliştirilmiştir. Son on yılda AIMMS(Advanced Interactive Multi-dimensional Modelling Software), AMPL(A Modeling Language for Mathematical Programming), GAMS(The General Algebraic Modeling System) ,LINGO, LPL (Linear Programming Language) ve bunun gibi bir çok cebirsel modelleme programları geliştirilmiştir. Bu diller giderek yaygın hale gelmektedir⁵

Cebirsel modelleme programları problemlerin algoritmik modellenmesi ve matematiksel modellemesi arasında bir ilişki kurmasına rağmen bilgisayar programlarındaki bazı kriterlere uymak zorundadır. Bu kriterler güvenilirlik ve açıklık ilkesidir. Güvenirlik ; model kodlamalarının tek bir notasyona ve modelleme programının belli kontrol mekanizmaları olmalıdır. Açıklık ; yazılım mühendisliğinde bilinen düzenleme ve kontrol işlemleri tarafından elde edilmelidir. Aşağıda bazı cebirsel modelleme programlama ile ifade edilen program örneği , Tablo 1 de mevcut cebirsel modelleme yazılımları ve kullandıkları model tipleri ve çözücü olarak kullanılan yazılımlar verilmiştir.

Aşağıdaki örnek MPL(Mathematical Programming Language) cebirsel modelleme programı ile verilen örnekten aktarılmıştır.

Üretim planlama modeli

```
{ üretim_planlama.mpl }  
{ 12 aylık toplam üretim planlanması }
```

⁵ R. FOURER , D.M. GAY AND B.W. KERNİGHAN. *A Modeling Language for Mathematical Programming , Management Science* , 1990 ,s.519-554

TITLE

üretim_planlaması;

INDEX

Ürün = 1..3;

Ay

=

*Ocak, Şubat, Mart, Nisan, Mayıs, Haziran, Temmuz, Ağustos, Eylül, Ekim
Kasım, Aralık};*

DATA

Fiyat[Ürün] := (105.09, 234.00, 800.00);

Talep[Aylar, Ürün] := 1000 DATAFILE(talep.dat);

Üretimkapasitesi[Ürün] := 1000 (10, 42, 14);

Üretimmaliyeti[Ürün] := (64.30, 188.10, 653.20);

Stokmaliyeti := 8.8;

DECISIONVARIABLES

Stok[ürün, ay] → stk

Üretim [ürün, ay] → urt

Satis[ürün, ay] → sts

MACRO

*Gelirler := SUM(ürün, ay: fiyat * satis);*

Toplammaliyet := SUM(ürün, ay : stokmaliyeti stok +
üretimmaliyeti*ürün);*

MODEL

MAX → Kar = Gelirler - Toplammaliyet ;

SUBJECT TO

Stokdengesi [ürün, ay] → stkd :

Stok = Stok[ay-1] + Üretim - Satis ;

BOUNDS

Satis

(<http://www.maximal-usa.com/mpl/mplsampl.html>)⁶

Tablo 1 : Cebirsel modelleme programları , kullanıldığı model tipleri ve çözücü olarak kullanılan yazılımlar

Cebirsel modelleme programları	Kullanıldığı model tipleri	Çözücü olarak kullanılan yazılımlar
AIMMS	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama Şebeke programlama	CPLEX , XA, CONOPT NETSOL
AMPL	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Kuadratik programlama Lineer olmayan programlama Şebeke programlama	BPMPD, CONOPT, FSQP CPLEX, DONLP2, GRG2 LSGRG, LAMPS, LOQO LANCELOT, LP-SOLVE MINOS , NPSOL, OSL, PATH, PCx, SOPT, XA, XLSOL, LS-XLSOL XPRESS-LP
GAMS	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Kuadratik programlama Karma tamamlayıcı problemleri Lineer olmayan programlama Şebeke programlama	CONPOT, CPLEX, OSL BPMLP, DECIS, XA SBB, SNOPT, PATH MINOS, MPSGE, DICOPT
LINDO	Lineer ve karma-tamsayılı	

⁶ MPL ON-LİNE TUTORIAL SAMPLES , (erişim tarihi 8 Ağustos 2002)
<http://www.maximal-usa.com/mpl/mplsampl.html>

	programlama Kuadratik programlama	-
LINGO	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama	-
OMNI	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama	CPLEX,HS/LP,OLS
DecisionPRO	Lineer programlama Lineer olmayan programlama	-
MathPro 2000	Lineer ve karma-tamsayılı programlama	XPRESS-MP
MINOPT	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama Dinamik programlama Karma-tamsayılı lineer olmayan programlama	
MPL	Lineer ve karma-tamsayılı programlama	CPLEX,OSL, XA,LINDO FORTMP,OML,PCx, LP-SOLVE,XPRESS-MP CONOPT
MPSIII	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama	C-WHIZ

TOMLAB	Lineer programlama Tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama Global Optimizasyon Kısıtlı lineer olmayan parametre hesaplanması	MINOS,NPSOL,NPOT NLSSOL,QPOPT,TB ADMAT,ADMIT
Visual XPRESS	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama	
What's Best	Lineer ve karma-tamsayılı programlama Lineer olmayan programlama	
LPL	Lineer programlama	

<http://www.ici.ro/camo/hmos.html>⁷

<http://www.lionhrtpub.com/orms/surveys/LP/lp6.html>⁸

Görüldüğü gibi cebirsel modelleme programları matematiksel programlama problemlerinin kurulması ve çözülmesi için ortak bir etkileşimli ortam sunmaktadır. Esnek bir arayüz yardımıyla aynı anda birden çok yazılıma ulaşılmasına olanak sağlar ve kullanıcının yazılımlar arasında değiştirme yapmasına ve yazılımın performansını geliştiren seçimlerin yapılmasına müsaade etmektedir. En iyi sonuçlar bulunduğu anda model kurucunun bu sonuçları görüp analiz edebilmesi için sonuçlar otomatik olarak model kurucunun şekline dönüştürülürler. Cebirsel bir model oluşturma programının geçerliliği, büyük-ölçekli matematiksel programlama problemlerinin

⁷ N. ANDREI, *Modeling and Optimizaiton Systems*, (erişim tarihi : 10 Ocak 2002) <http://www.ici.ro/camo/hmos.htm>

⁸ LINEAR PROGRAMMING SOFTWARE SURVEY . (erişim tarihi 12 Ekim 2002) <http://www.lionhrtpub.com/orms/surveys/LP/lp6.html>

tanımlanmasında kullanılan genel modellerin belirtilmesini mümkün kılmaktadır. Seçeneklerin çeşitliliği ekran, basılı raporlar üzerinde gözden geçirmek için verilerin oluşturulmasına ve ya diğer programlar için girdilerin hazırlanmasına olanak sağlar.⁹

II. CEBİRSEL MODELLEME PROGRAMLARINA UZAKTAN ERİŞİM KAYNAKLARI

Günümüzde internet ve elektronik ticaretin hızlı bir şekilde yayılması optimizasyon problemlerinin çözümünde yeni fırsatlar yaratmıştır. İnternet olanakları ile optimizasyon problemlerinin çözmenin iki ana nedeni vardır. Birincisi , optimizasyon problemlerini çözmek için tek bir yol yoktur. Bazı problem tiplerinin özelliklerine göre geliştirilmiş oldukça fazla sayıda yazılım vardır. Bu yazılımlar hız , güvenilirlik ,maliyet ve uygunluk açısından farklılaşmaktadır. İnternet ortamı bunları karşılaştırma imkanı vermekte ve bu yazılımları karşılaştırmasını yapan bir çok web sayfası vardır. İkincisi , yeni geliştirilen modeller sunulmakta ve bu modeller sınıflandırılarak yayınlanmaktadır. Böylece model kurucular karşılaştıkları problemler için oluşturacakları modelleri karşılaştırma ve oluşturulan arşivlerden faydalanabilecektir¹⁰.

Cebirsel modelleme programları için internet ortamında bir çok sunucu hizmet vermektedir. Bu sunucular;

⁹ A .BROOKE A., D. KENDRICK , A. MEERAUS A., R .RAMAN., R.E. ROSENTRAL., *Gams a User's Guide, GAMS Development Corporation* , 1998

¹⁰ R .FOURER , J. -P .GOUX J.-P *Optimization as an Internet Resource* , *INFORMS* , *journal Interfaces* , *volume 31* , *number 2* , 2001,s.130-150

LPL (Linear Programming Language) : Tony Hürlimann tarafından geliştirilmiştir. Tamsayılı programlama ve doğrusal programlama modelleri için geliştirilen bir cebirsel modelleme programıdır. Kısıtlarda AND , NOT gibi mantıksal operatörler kullanılabilir. Model kurucular modellerine bir dosya adı vererek özel bir Web formuna yazıp LPL sunucusuna gönderebilmektedir ve sunucuda problem çözüldükten sonra sonuçlar bir Web sayfasıyla sunulmaktadır. Problemdaki değişken sayısı ve kısıtların sayısı yüzden fazla olmamalıdır.

AMPL (A Modeling Language for Mathematical Programming) : Robert Fourer , David Gay ve Brian Kernighan tarafından geliştirilmiştir. Doğrusal ve doğrusal olmayan programlama modellerine , şebeke ve tamsayılı modeller de kullanılabilir. Model kurucular modellerine bir dosya adı vererek özel bir Web formuna yazıp sunucuya gönderebilmektedir. Sekiz çözücünden herhangi birini seçebilmektedirler. Problemdaki değişken sayısı ve kısıtların sayısı üçyüzden fazla olmamalıdır.

The NEOS Server(Network-Enabled Optimization System) : Joseph Czyzyk , Jonathan Owen ve Jorge More optimizasyon sunucu fikrini ortaya atmışlardır. Optimizasyon Teknoloji Merkezi oluşturulmuştur. Model kurucular modellerini bir dosya adı vererek özel bir Web formuna yazarak veya özel bir formatla yazılmış bir e-mail aracılığıyla ulaşılabilmektedir. Bu sunucu da oldukça çok sayıda çözücü bulunmaktadır.

Kestrel : NEOS sunucusuna GAMS ve AMPL cebirsel modelleme programları ile yazılan doğrusal , doğrusal olmayan ve tamsayılı modelleri ulaştırabilmek için arayüz olarak kullanılmaktadır.

GİDEN : Şebeke programlarını ve algoritmaları grafiksel olarak sunmaktadır. Java tabanlı web tarayıcısı ile ulaşılabilmektedir.

MILP : Dimitry V. Golovashkin tarafından geliştirilmiştir. Cebirsel formatta verilen küçük ölçekli karma tamsayılı modelleri çözmektedir.

SONUÇ

Gerçek hayatta karşılaşılan problemlerdeki değişken, parametre ve kısıtlayıcı sayısının oldukça çok sayıda olması problemlerin çözümünde bilgisayar programlarını kullanmayı zorunlu hale getirmektedir. Genel olarak doğrusal programlama veya doğrusal olmayan optimizasyon problemlerini çözmek için bir çok paket program geliştirilmiştir. Bu programlarda model kurucuların çalışma biçiminden algoritmanın çalışma biçimine dönüştürme işleminin bir kısmını başarıyla otomatik olarak yapmalarına rağmen, işlemi sürdürme ve sonuçları değerlendirmede zorlulukla karşılaşmaktadır. Bu zorluğun meydana gelmesindeki neden matematiksel programlamadaki model kurma ile bilgisayar programı yazmak için geliştirilen algoritma arasındaki farklılıktan kaynaklanmaktadır. Cebirsel modelleme programları ise modeli kuran kişinin oluşturduğu modeli bir bilgisayar sistemine doğrudan girdi olarak kullanılabilir şekilde getirmektedir. Böylece ara bir adımı olmaksızın, problemin algoritmik şekle dönüştürülmesi bilgisayar tarafından tam olarak yapılabilmektedir. Cebirsel modelleme programlarında model ve veri dosyaları farklı olduğundan veri dosyasındaki parametre değerlerindeki değişiklikler modelin yapısını etkilemeyecektir. Benzer şekilde modelin yapısında yapılan değişiklikler veri dosyasını etkilemeyecektir. Ayrıca cebirsel modelleme programları modelin çözümü için kullanılacak yazılımlardan bağımsız olduğundan uzaktan erişim olanakları kullanılarak farklı yazılımlarda model çözdürülerek sonuçları karşılaştırma olanağı vardır.

KAYNAKÇA

Aksen , D. (1998). Teach Yourself GAMS , Boğaziçi University Press

Andrei ,N., Modeling and Optimizaitaion Systems, (erişim tarihi : 10 Ocak 2002) <http://www.ici.ro/camo/hmos.htm>

Bertekas D. and Tsitsiklis , J.N. (1997) . Introduction to Linear Optimization ,Athena Scientific

Bisschop ,J. (1998). AIMMS , The Modeling System , Paragon Decision Techonogy B.V.

Brooke A.,Kendrick D.,Meeraus A.,Raman R. ve Rosental.R.E.,(1998). Gams a User's Guide, GAMS Development Corporation

Czyzyk J. , Owen J.H., Wright S.J.,(1997). Optimization on The Internet, OR/MS Today , October 1997(erişim tarihi 20 Mayıs 2002) (<http://www.lionhrtpub.com/orms/orms-10-9/NEOS.html>)

Dolan, E.D. ve Munson T.S. The Kestrel Interface to The NEOS Server , Draft Report , Mathematics and Computer Division. Argonne National Labortory , (erişim tarihi 8 Ağustos 2002) <http://www.ampl.com/REFS/>

Dolan, E.D. ,Fourer R.,More J.J. , Munson T.S. (2002). The to The , NEOS Server for Optimization Version 4 and Beyond . Mathematics and Computer Division, Argonne National Labortory , Preprint

Fourer R. , Goux J.-P (2001) . Optimization as an Internet Resource , INFORMS , journal Interfaces ,volume 31 , number 2 . 130-150

Fourer R. , Gay D.M. ve Kernighan B.W. (1990) . A Modeling Language for Mathematical Programming , Management Science , 519-554

Fourer R. , Gay D.M. ve Kernighan B.W. (1993) . AMPL : A Modeling Language for Mathematical Programming, Scientific Press

Hürlimann ,T.(Preprint 1998) . Modeling Languages : A New Paradigm of Programming ,(erişim tarihi 10 Haziran 2002)
<http://www-iiuf.unifr.ch/tcs/lpl>

Hürlimann ,T.(2001) . Reference Manual for The LPL Modeling Language , Working Paper, Department of Informatics,University of Fribourg

Linear Programming Software Survey (2001). (erişim tarihi 12 Ekim 2002) <http://www.lionhrtpub.com/orms/surveys/LP/lp6.html>

MPL On-Line Tutorial Samples , (erişim tarihi 8 Ağustos 2002)
<http://www.maximal-usa.com/mpl/mplsampl.html>

Nash ,S. (1998). Nonlinear Programming , (erişim tarihi 12 Ekim 2002) <http://www.lionhrtpub.com/orms/nlpss.html>

Williams ,H.P. (1985). Model Building in Mathematical Programming Second Edition , A Wiley-Interscience Publication

