

Ardışık Doğrusal Programlama ile En Hafif Kafes Yapı Tasarımı

Least Weight Design of Truss Structures By Sequential Linear Programming

Mahmud Sami DÖVEN^{a,*}, Burak KAYMAK^a, Mehmet Tevfik BAYER^a

^aDumlupınar Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 43100, Kütahya

Geliş Tarihi/Received : 20.08.2010, Kabul Tarihi/Accepted : 12.01.2011

ÖZET

Bu çalışmada birden fazla yükleme durumuna sahip kafes yapıların yer değiştirme, gerilme ve kesit alanı kısıtlamaları altında, en hafif tasarımını gerçekleştirmek üzere Ardışık Doğrusal Programlama tekniği kullanılarak yeni bir optimizasyon modeli oluşturulmuştur. Bu modelin çözümü için bir bilgisayar programı geliştirilerek literatürden alınan örnekler çözülmüş ve sonuçların benzer olduğu görülmüştür.

Anahtar Kelimeler : Kafes yapılar, Optimizasyon, En hafif yapı tasarımı, Ardışık doğrusal programlama.

ABSTRACT

In this study, truss structures which are under several loading conditions and subject to displacement, stress and member cross-sectional area constraints, are examined and a new optimization model is put forward in order to minimize the weight by using Sequential Linear Programming technique. A computer code is developed in order to solve this model. Using this computer code some example problems taken from literature are solved and it is observed that solutions are similar to each other.

Keywords : Truss structures, Optimization, Least weight design, Sequential linear programming.

1. GİRİŞ

Tüm yapılarda denge, kuvvet-şekil değiştirme ve yer değiştirme uygunluk şartları sağlanmak zorundadır. Bu şartların matematik olarak tarif edilmesi ve tarif edilen bu denklemlerin çözülmesi ile yapı analiz edilmiş olur. Yapı tasarımının (topoloji, kesit ve malzeme özelliklerinin) belli olduğu analiz işlemi sonunda gerilme ve yer değiştirmeler bulunur. Bulunan bu değerler tayin ve tespit edilmiş limitlerle karşılaştırılır. Limitler sağlanıyor ise tasarım kabul edilebilir bir tekliftir. Daha iyi veya en iyi tasarımın bulunması ise bir deneme yanılma sürecidir.

Analiz işlemleri bilgisayarlarla çok hızlı bir şekilde yapılabilir hale gelmiştir. Günlerce süren elde hesaplama süreçleri dakikalar mertebesine düşmüştür. Bu durumda tasarımcı vakit ve tecrübesi elverdiğince farklı kombinasyonları daha kısa sürelerde deneyebilmektedir.

Başlangıcı ikinci dünya savaşı yıllarına rastlayan optimizasyon tekniklerinin kullanılması ilk olarak askeri çalışmalarda olmuştur (Arora, 2004). Literatürde yapı optimizasyonu ile ilgili ilk örnekler birkaç çubuklu kafes sistemlerin optimizasyonu (Venkayya, 1971; Schmit ve Farshi, 1974; Schmit ve Miura, 1976) olarak karşımıza çıkarken bugün bilişim teknolojisinin gelişmesi ile onlarca çubuktan oluşan sistemlerin çözümleri bile mümkün olmaktadır (Khan v.d., 1979; Imai ve Schmit, 1981; Lee ve Geem, 2004; Kaveh v.d., 2008).

Geleneksel metotla analiz yapıldığında problemin bilinenlerinden olan kesit alanı, optimizasyon teknikleri ile analiz yapıldığında problemin bilinmeyenleri arasındadır. Geleneksel metoda göre daha fazla işlem gerektiren bu teknik, bilgisayarların gelişmesi ile kullanılabilir hale gelmiştir. Bilişim teknolojilerinin bu derece geliştiği ve kullanım alanlarının evlere kadar girdiği bu dönemde analiz ve tasarım içeren eğitim ve uygulamaların bilgisayar

* Yazışılan yazar/Corresponding author. E-posta adresi/E-mail address : msamidoven@yahoo.com (M. S. Döven)

destekli olarak düzenlenmesi gerekmektedir (Arora, 2004).

Bu çalışmada kafes yapıların deplasman metodu ile analizinden bahsedildikten sonra en hafif kafes tasarım problemi, doğrusal olmayan bir optimizasyon problemi olarak tarif edilecektir. Bu problem lineerleştirilerek yeni bir optimizasyon modeli ortaya konulacaktır. Bu model geliştirilen Ardışık Doğrusal Programlama tekniği kullanılarak iteratif olarak çözülecektir. Literatürden alınan örnek problemler bu şekilde çözülerek sonuçları karşılaştırılacaktır.

2. KAFES YAPILARIN DEPLASMAN METODU İLE ANALİZİ

Kafes yapılar, düğüm noktaları mafsallı olan ve sadece aksenal yük taşıyan, prizmatik çubuklardan oluşurlar. Yükler düğüm noktalarına uygulanır, böylece çubukta moment ve kesme kuvvetleri oluşmaz.

Her düğüm noktasının x, y ve z eksenlerinde olmak üzere üç serbestliği vardır. Mesnetlenme durumuna göre bunların bazıları engellenmiştir. Engellenmemiş serbestliklerin sayısı serbestlik derecesi (sd) olarak adlandırılır. Düğüm noktalarına etkiyen yükler, düğüm noktalarını harekete zorlarlar. Bu yükler serbestlik derecesi kadar elemanı olan, serbestlikler yönünde pozitif kabul edilen bir yük vektörü (\tilde{P}) ile ifade edilirler. Her düğüm noktası için en fazla üç adet olmak üzere toplamda sistemin serbestlik derecesi kadar denge denklemi vardır. Denge denklemlerindeki katsayılar matrisi (B), yön kosinüs matrisi olarak da adlandırılır. Düğüm noktası denge denklemleri matris formunda aşağıdaki gibi yazılır:

$$(B)\tilde{F} = \tilde{P} \quad (1)$$

Yukarıdaki (1) ilişkisinden izostatik kafeslerde \tilde{F} çubuk kuvvetleri hesaplanabilir. Ancak hiperstatik kafeslerin çubuk kuvvetleri sadece denge denklemleri kullanılarak hesaplanamaz. Bu çubuk kuvvetlerinin nasıl hesaplanabileceği aşağıda gösterilecektir.

Çubuk kuvvetleri (\tilde{F}) ile çubuk boy değişiklikleri ($\tilde{\Delta}$) arasındaki ilişki matris formunda aşağıdaki gibi yazılır:

$$\tilde{F} = (K)\tilde{\Delta} \quad (2)$$

(2) ilişkisinde (K) köşegen bir matris olup köşegen elemanları K_j yay sabitlerinden oluşmaktadır. Çubuk sayısı (cs) kadar yay sabiti mevcuttur ve her K_j yay sabiti aşağıdaki gibi tarif edilir:

$$K_j = E_j A_j / L_j \quad j = 1, 2, \dots, cs \quad (3)$$

(3) ifadesinde E_j , A_j , L_j değerleri, sırasıyla, çubuk malzemesine ait elastisite modülü, kesit alanı ve çubuk boyudur.

Ayrıca çubuk boy değişiklikleri ($\tilde{\Delta}$) ile düğüm yer değiştirmeleri (\tilde{x}) arasındaki ilişki matris formunda aşağıdaki gibi yazılır:

$$\tilde{\Delta} = (B)^T \tilde{x} \quad (4)$$

(4) ifadesindeki (B^T) matrisi (1) ifadesindeki matrisinin transpozudur. (4) ifadesi (2) ifadesinde yerine yazılırsa aşağıdaki tarif elde edilir.

$$\tilde{F} = (K)(B)^T \tilde{x} \quad (5)$$

Elde edilen (5) ifadesi (1) ifadesinde yerine yazılırsa aşağıdaki ifade elde edilir.

$$(B)(K)(B)^T \tilde{x} = \tilde{P} \quad (6)$$

(6) ifadesinde bilinen matrislerin çarpımı olan ($B)(K)(B)^T$ ifadesi (S) matrisi olarak adlandırılırsa (6) ifadesi aşağıdaki gibi yazılır:

$$(S)\tilde{x} = \tilde{P} \quad (7)$$

(7) ifadesinde (S) matrisine kafes yapının stifnes (rijitlik) matrisi denilir.

(7) ifadesinde düğüm yükleri ile yer değiştirmeler arasında doğrusal ilişki kurulmuştur ve bu doğrusal denklem takımının çözümü ile düğüm deplasmanları hesaplanır (Morris v.d., 1991).

Hesaplanan (\tilde{x}) (5) ifadesine yerleştirilerek \tilde{F} çubuk kuvvetleri hesaplanır. Stifnes metodu da denilen bu deplasman metodu, hiperstatik kafes yapıların çubuk kuvvetlerini sistematik olarak hesaplanmakta kullanılan, bilgisayarda kodlanmaya çok uygun olan bir metottur.

3. EN HAFİF KAFES YAPI TASARIM PROBLEMİ

Bölüm 2'de bahsedilen çubuk kuvvetlerini bulma işleminde çubuk kesit alanları biliniyor kabul edilmiştir. Analiz sonunda bulunan çubuk gerilmeleri ve düğüm yer değiştirmeleri limitleri sağlıyor ise, yapı sorunsuzdur ancak en hafif tasarım olduğunu söylemek mümkün değildir. Bu durumda tasarımcı tarafından ya mevcut tasarım detaylandırılır veya daha hafif yeni bir tasarım önerilir ve analiz edilerek tahkik edilir. Bu işlem tasarımcının tecrübe ve sezgisine bağlı olarak bir tasarım kararı verilmesine kadar devam eder.

Yapının belirlenmiş kısıtlamalar altında en hafif tasarımının tespit edilebilmesi optimizasyon teknikleri ile mümkündür. Bölüm 2'deki (1-7) ifadeleri ile deplasman metoduna uygun olarak analizi yapılan kafes yapının en hafif tasarımını ortaya koymak için aşağıdaki doğrusal olmayan optimizasyon problemi tarif edilir. Önce bu tarifte kullanılan temel ifadeler oluşturulacaktır:

(2) ifadesinde j çubuğuna ait F_j çubuk kuvveti aşağıdaki gibi tarif edilmektedir:

$$F_j = K_j \Delta_j \quad j = 1, \dots, cs \quad (8)$$

(3) ifadesinde tarif edilen K_j çubuk yay sabiti (8) ifadesinde yerine yerleştirilirse aşağıdaki ilişki elde edilir:

$$F_j = \frac{E_j A_j}{L_j} \Delta_j \quad j = 1, \dots, cs \quad (9)$$

j çubuğundaki σ_j çubuk gerilmesi Hooke kanununa göre aşağıdaki gibi tarif edilmektedir:

$$\sigma_j = E_j \frac{\Delta_j}{L_j} \quad j = 1, \dots, cs \quad (10)$$

(10) ifadesindeki çubuk gerilmeleri tarihi matris formunda aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$\vec{\sigma} = \left(\frac{E_j}{L_j} \right) \vec{\Delta} \quad (11)$$

(11) ifadesindeki $\left(\frac{E_j}{L_j} \right)$ matrisi köşegen elemanları

E_j/L_j olan köşegen bir matristir.

(4) ifadesindeki $\vec{\Delta}$ tarihi (11) ifadesinde yerine yazılarak aşağıdaki ilişki elde edilir:

$$\vec{\sigma} = \left(\frac{E_j}{L_j} \right) (B)^T \vec{x} \quad (12)$$

(12) ilişkisindeki matris çarpımı ile elde edilen matrise (C) matrisi denir ise:

$$(C) = \left(\frac{E_j}{L_j} \right) (B)^T \quad j = 1, \dots, cs \quad (13)$$

(12) ve (13) ifadeleri aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$\vec{\sigma} = (C) \vec{x} \quad (14)$$

Diğer taraftan (10) tarihi (9) ifadesinde yerine yazılır ise F_j çubuk kuvveti çubuk kesit alanı A_j ve çubuk gerilmesi σ_j cinsinden aşağıdaki gibi tarif edilir.

$$F_j = A_j \sigma_j \quad j = 1, \dots, cs \quad (15)$$

Sonuç olarak cs adet çubuğa ve sd adet serbestlik derecesine sahip bir kafes yapının en hafif tasarımı aşağıdaki optimizasyon problemi olarak tarif edilebilir:

$$\left. \begin{aligned} (B)\vec{F} &= \vec{P} & (1) \\ \vec{\sigma} &= (C)\vec{x} & (14) \\ F_j &= A_j \sigma_j \quad j = 1, \dots, cs & (15) \\ \sigma_j^l &\leq \sigma_j \leq \sigma_j^u \quad j = 1, \dots, cs & (16) \\ x_i^l &\leq x_i \leq x_i^u \quad i = 1, \dots, sd & (17) \\ A_j^l &\leq A_j \leq A_j^u \quad j = 1, \dots, cs & (18) \\ \text{Min } W &= \sum_{j=1}^{cs} \rho_j L_j A_j & (19) \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(20) optimizasyon probleminde yer alan F_j çubuk kuvveti (15) tarifinde görüldüğü gibi A_j ve σ_j cinsinden nonlinear olarak tarif edildiğinden, (20) ifadesinde tarif edilen kafes optimizasyon problemi de doğrusal olmayan bir optimizasyon problemi olmaktadır.

(20) optimizasyon problemindeki, (16) ifadesi çubuk gerilme kısıtlarıdır. σ_j^l , j numaralı çubuğun basınç gerilme limitini, σ_j^u ise j numaralı çubuğun çekme gerilme limitini tarif etmektedir. (17) ifadesi ise yer değiştirme kısıtlarıdır. x_i^l , i numaralı yer değiştirme alt limitini, x_i^u ise i numaralı yer değiştirmenin üst limitini tarif etmektedir. (18) ifadesi kesit alan kısıtlarıdır. A_j^l , j numaralı çubuğun kesit alanı alt limitini, A_j^u ise j numaralı çubuğun kesit alanı üst limitini tarif etmektedir.

(20) optimizasyon probleminde burkulmanın dikkate alınması durumunda basınç altındaki çubuklarda

(16) ilişkilerindeki σ_j^l basınç gerilme limiti çubuk burkulma gerilmesine eşitlenir. Bu çalışmada burkulma altındaki çubuğun basınç gerilme limiti ilgili referanslarda olduğu gibi (Khan v.d., 1979; Lee ve Geem, 2004) aşağıdaki şekilde tarif edilir:

$$\sigma_j^l = \frac{-\bar{K}_j E_j A_j}{L_j^2} \quad j = 1, \dots, cs \quad (21)$$

Burada, \bar{K}_j kesit geometrisine bağlı ve literatürdeki örneklerde verilmiş olan bir katsayıdır.

(20) ifadesinde tarif edilen optimizasyon probleminde yer alan (19) ifadesi optimizasyon probleminin ağırlığını ifade etmektedir ve minimumu aranan amaç fonksiyonudur. Bu amaç fonksiyonunda yer alan ρ_j , j numaralı çubuğun birim hacim ağırlığıdır.

Kafes yapı birden fazla yükleme durumuna sahip ise (20)'de tarif edilmiş olan optimizasyon problemi (21) ifadesi de dahil edilerek aşağıdaki gibi tarif edilir:

(22) ifadesi (l) adet yükleme durumunda sahip nonlinear kafes optimizasyon problemini ortaya koymaktadır. Burada, (k) yükleme numarasını belirtmektedir.

$$\left. \begin{aligned} (B)\tilde{F}_k &= \tilde{P}_k \\ \tilde{\sigma}_k &= (C)\tilde{x}_k \\ F_{jk} &= A_j\sigma_{jk} \\ \sigma_{jk}^l &\leq \sigma_{jk} \leq \sigma_{jk}^u \\ \sigma_{jk}^l &= \frac{-\bar{K}_j E_j A_j}{L_j^2} \quad (\text{burkulmada}) \\ x_{ik}^l &\leq x_{ik} \leq x_{ik}^u \\ A_j^l &\leq A_j \leq A_j^u \\ \text{Min}W &= \sum_{j=1}^{cs} \rho_j L_j A_j \\ j &= 1, \dots, cs \quad i = 1, \dots, sd \quad k = 1, \dots, l \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

(22) ifadesindeki doğrusal olmayan optimizasyon problemi ($\tilde{F}^t, \tilde{A}^t, \tilde{\sigma}_k^t, \tilde{x}_k^t$) noktasında doğrusallaştırılarak, ardışık doğrusal programlama tekniği ile çözülebilir. Ardışık doğrusal programlama probleminin ($t+1$) adımıdaki doğrusal programlama problemi (24) ifadesindeki gibidir. (24) ifadesindeki doğrusal programlama probleminde, (22) ifadesindeki doğrusal olmayan problemde yer almayan aşağıdaki hareket limitleri de kısıtlamalara dahil edilmiştir.

$$0.99A_j^t \leq A_j \leq 1.01A_j^t \quad j = 1, 2, \dots, cs \quad (23)$$

Çözüm hassasiyetinin artırılması istenildiğinde (23) hareket limitlerindeki katsayılar 0.99, 0.999, 0.9999, ... ve 1.01, 1.001, 1.0001, ... şeklinde değiştirilebilir.

Sonuç olarak (22) ifadesinde tarif edilen nonlinear kafes optimizasyon problemini, Ardışık Doğrusal Programlama ile çözmek üzere aşağıdaki doğrusal programlama problemi oluşturulmuştur. Bu doğrusal programlama problemi Ardışık Doğrusal Programlanın her adımında, geliştirilen bir bilgisayar programı kullanılarak, çözülecektir.

(24) ifadesindeki doğrusallaştırılmış kafes optimizasyonu probleminde yer alan düğüm denge denklemlerindeki (λ_k^t) matrisi köşe elemanları A_j^t olan köşegen bir matristir, (σ_k^t) matrisi de köşe elemanları σ_{jk}^t olan köşegen bir matristir.

$$\left. \begin{aligned} (B)(\lambda_k^t)\tilde{\sigma}_k + (B)(\sigma_k^t)\tilde{A} &= 2\tilde{P}_k \\ \tilde{\sigma}_k &= (C)\tilde{x}_k \\ \sigma_{jk}^l &\leq \sigma_{jk} \leq \sigma_{jk}^u \\ \sigma_{jk}^l &= \frac{-\bar{K}_j E_j A_j}{L_j^2} \quad (\text{burkulmada}) \\ x_{ik}^l &\leq x_{ik} \leq x_{ik}^u \\ A_j^l &\leq A_j \leq A_j^u \\ 0.99A_j^t &\leq A_j \leq 1.01A_j^t \\ \text{Min}W &= \sum_{j=1}^{cs} \rho_j L_j A_j \\ j &= 1, \dots, cs \quad i = 1, \dots, sd \quad k = 1, \dots, l \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

(22) ifadesindeki nonlinear kafes optimizasyon problemi ($F_{jk}, A_j, \sigma_{jk}, x_{ik}$) uzayında tarif edilirken (24) ifadesindeki lineerleştirilmiş kafes optimizasyon problemi (A_j, σ_{jk}, x_{ik}) uzayında tarif edilmektedir. Oluşturulan bu yeni optimizasyon modelinin iteratif olarak çözümü için (24) problemi, W ağırlığı bir önceki adımdaki ağırlığa yakınsayınca kadar ardışık olarak çözülür. Her bir lineer problemin çözümü ise lineer programlama tekniklerinden Simpleks algoritması kullanılarak geliştirilen bir bilgisayar programı yardımıyla yapılır.

4. GELİŞTİRİLEN ARDIŞIK LİNEER PROGRAMLAMA PROGRAMI

(22) ifadesindeki nonlinear kafes optimizasyon problemi ardışık lineer programlama tekniği kullanılarak çözülmek üzere (24) ifadesindeki ($A_j^t, \sigma_{jk}^t, x_{ik}^t$) noktasında lineerleştirilmiş kafes optimizasyon problemine dönüştürülmüştür. Tarif edilen bu optimizasyon probleminin çözümü için bir bilgisayar programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bilgisayar programının temel işlem adımları aşağıdaki gibidir:

1. Kafes sistemin düğüm koordinatları, serbestlikleri, yükleri, kesit ve malzeme özellikleri ve kısıtlamalar data olarak programa girilir.
2. Verilen datar kullanılarak sistemin matematik tarifi yapılır.
3. Verilen başlangıç tasarımı \tilde{A}^1 kullanılarak kafes yapı deplasman metodu ile analiz edilerek σ_{jk}^1, x_{ik}^1 değerleri hesaplanır.

4. $\tilde{\sigma}_k^1$ ve \tilde{x}_k^1 değerlerinin kısıtları sağlayıp sağlamadığı kontrol edilir.
5. Kısıtlar sağlanmıyor ise \tilde{A}^1 başlangıç tasarımı değiştirilir ve 2. adıma dönülür. Kısıtlar sağlanıyor ise 6. adıma geçilir.
6. σ_{jk}^t , x_{ik}^t ve A_j^t değerleri kullanılarak (24) probleminin (t+1) adımı için Simpleks tablosu oluşturulur ve lineer optimizasyon problemi çözülerek \tilde{A} hesaplanır.
7. Çözüm sonunda elde edilen A_j ile en son tabloda kullanılan A_j^t değerleri arasında bir değer yeni A_j^{t+1} teklifi olarak aşağıdaki ifadeden tespit edilir.

$$\left(A_j^{t+1} = \alpha A_j + (1 - \alpha) A_j^t \right)$$

$$\left(0 \leq \alpha \leq 1 \right)$$

8. A_j^{t+1} teklifleri kullanılarak sistemin matematik tarifi yapılır ve yapı, deplasman metodu ile, analiz edilerek σ_{jk}^{t+1} , x_{ik}^{t+1} değerleri hesaplanır.
9. $\tilde{\sigma}_k^{t+1}$, \tilde{x}_k^{t+1} değerlerinin fizibilite kontrolü yapılır. Kısıtlar sağlanmıyor ise α katsayısı azaltılarak yeni A_j^{t+1} teklifi tespiti için 7. adıma geri dönülür. Kısıtlar sağlanıyor ise 10. adıma geçilir.
10. W^{t+1} ağırlığı hesaplanır ve W^t ile karşılaştırılır. Önceki adımdaki ağırlığa belirlenen bir hassasiyette yakınsayan bir ağırlık elde edilmiş ise 11. adıma geçilir. Yoksa 6. adıma geri dönülür, \tilde{A}^{t+1} , $\tilde{\sigma}^{t+1}$, \tilde{x}^{t+1} değerleri kullanılarak Simpleks tablosu oluşturulur, lineer optimizasyon problemi çözülerek \tilde{A} hesaplanır ve takip eden adımlara geçilir.
11. Optimum tasarım elde edilmiştir. Sonuçlar dosyaya yazdırılır ve program sonlandırılır.

Yukarıda temel işlem adımları anlatılan ve Şekil 1'de akış diyagramı verilen Ardışık Doğrusal Programlama programı kullanılarak (22) ifadesinde tarif edilen nonlinear kafes optimizasyon probleminin optimum çözümü hesaplanır.

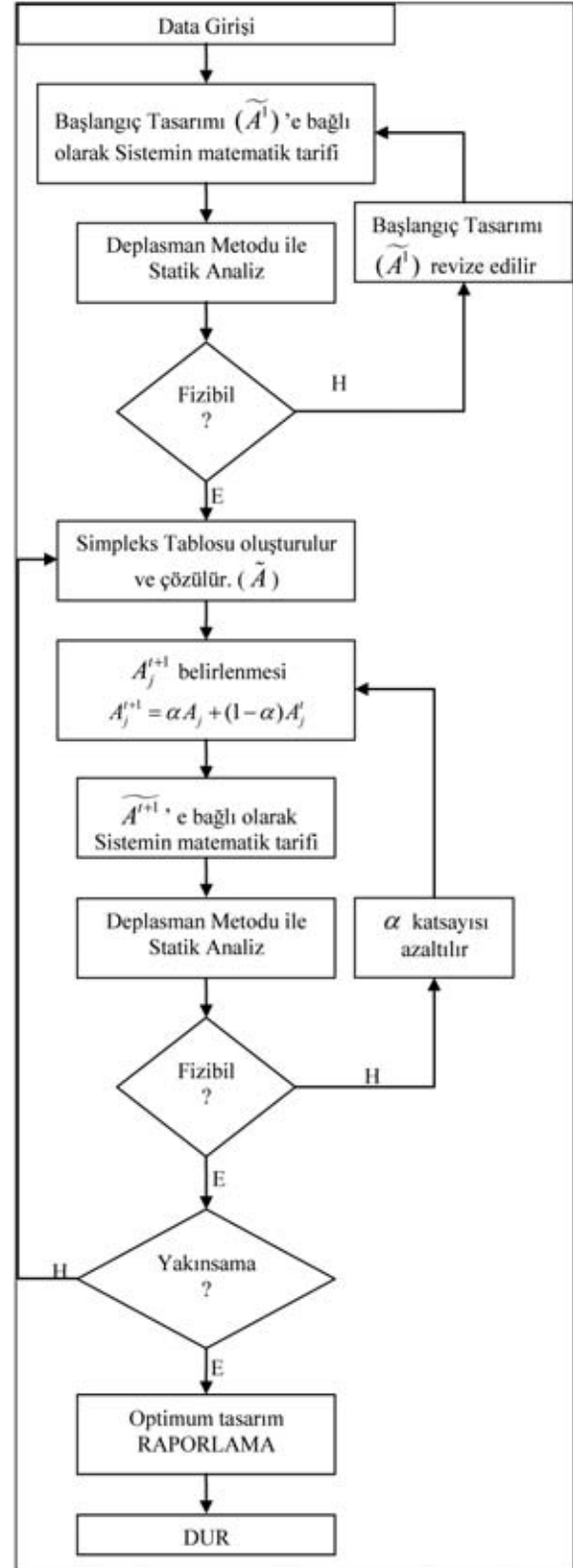
5. ARDIŞIK LİNEER PROGRAMLAMA İLE EN HAFİF KAFES YAPITASARIM ÖRNEKLERİ

Geliştirilen Ardışık Lineer Programlama programı kullanılarak literatürden alınan örnekler çözülmüş ve elde edilen sonuçlar ile referanstaki sonuçlar aşağıda karşılaştırılmıştır.

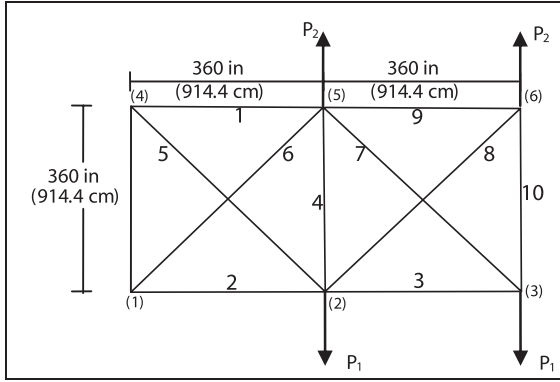
5. 1. On Çubuklu Düzlem Kafes Yapı

Şekil 2'de gösterilen konsol kafes daha önceleri birçok araştırmacı tarafından çözülmüş bir örnektir (Schmit ve Farshi, 1974; Schmit ve Miura, 1976; Khan v.d., 1979). Malzemenin birim hacim ağırlığı 0.1 lb/in.³ (2767.9905 kg/m³) ve elastisite modülü 10000 ksi (68947.5728 MPa) olarak verilmiştir. Elemanlar gerilme için ± 25 ksi (172.3689 MPa) ve deplasmanlar

için tüm serbestliklerde ± 2 in. (5.08 cm) ile kısıtlanmıştır. $P_1 = 150$ kips (667.233 kN) ve $P_2 = 50$ kips (222.411 kN) olarak yüklenmiş sistemde minimum kesit alanı 0.1 in² (0.64516 cm²) olarak kısıtlanmıştır.



Şekil 1. Ardışık Lineer Programlama programına ait akış diyagramı.



Şekil 2. On çubuklu düzlem kafes yapısı.

Bu örnek problem, geliştirilen bilgisayar programı ile çözülmüş ve optimumda 4676.9128 lb (2121.412 kg) ağırlığına ulaşılmıştır. Referans ve bu çalışmanın detaylı sonuçları Tablo 1’de verilmiştir. Bu tablodan geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak hesaplanan sonuçlar ile referanslardaki sonuçların birbirlerine benzer olduğu görülmektedir.

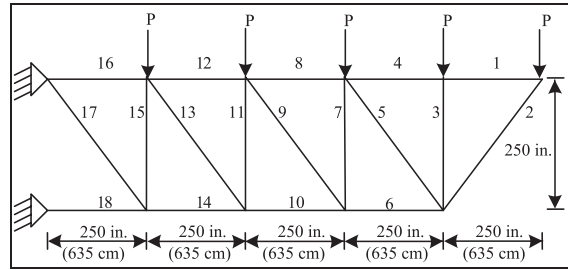
Tablo 1. On çubuklu düzlem kafes yapısının optimum çözümleri.

Tasarım Değişkeni (in ²)	Schmit ve Farshi	Schmit ve Miura	Khan ve Willmert	Bu Çalışma
A ₁	24.29	23.55	24.72	23.5309
A ₂	23.35	25.29	26.54	25.2847
A ₃	13.66	14.36	13.22	14.3745
A ₄	0.100	0.100	0.108	0.1000
A ₅	12.67	12.39	12.66	12.3904
A ₆	12.54	12.81	13.78	12.8275
A ₇	21.97	20.34	18.44	20.3288
A ₈	0.100	0.100	0.100	0.1000
A ₉	0.100	0.100	0.100	0.1000
A ₁₀	1.969	1.970	4.832	1.9697
W (lb)	4691.84	4676.96	4792.52	4676.91
1 in ² = 6.4516 cm ² , 1 lb = 0.453592 kg				

5. 2. Onsekiz Çubuklu Düzlem Kafes Yapı

Şekil 3’de gösterilen konsol kafes daha önceleri Imai ve Schmit tarafından çözülmüştür (Imai ve Schmit, 1981). Ayrıca aynı örnek Lee ve Geem tarafından harmoni arama algoritması ile de çözülmüştür (Lee ve Geem, 2004). Malzemenin birim hacim ağırlığı 0.1 lb/in.³ (2767.9905 kg/m³) ve elastisite modülü 10000 ksi (68947.5728 MPa) olarak verilmiştir. Elemanlar gerilme için ±25 ksi (172.3689 MPa) ile kısıtlanmıştır. Ayrıca burkulma bu problemde dikkate alınmıştır ve (19) ifadesindeki gibi hesaba dahil edilmiştir. Kesit geometrisine bağlı olan boyutsuz katsayı referansta bu örnek için $\bar{K}_j = 4$ olarak verilmiştir. Düşeyde üst noktalardan $P = 20 \text{ kips}$ (88.964 kN) ile yüklenmiş sistemde minimum kesit alanı 0,1 in² (0.64516 cm²) olarak kısıtlanmıştır. Ayrıca çubuklar aşağıda belirtildiği gibi dört grupta toplanmıştır:

- 1.grup $A_1 = A_4 = A_8 = A_{12} = A_{16}$
2. grup $A_2 = A_6 = A_{10} = A_{14} = A_{18}$
3. grup $A_3 = A_7 = A_{11} = A_{15}$ ve
4. grup $A_5 = A_9 = A_{13} = A_{17}$



Şekil 3. Onsekiz çubuklu düzlem kafes yapısı.

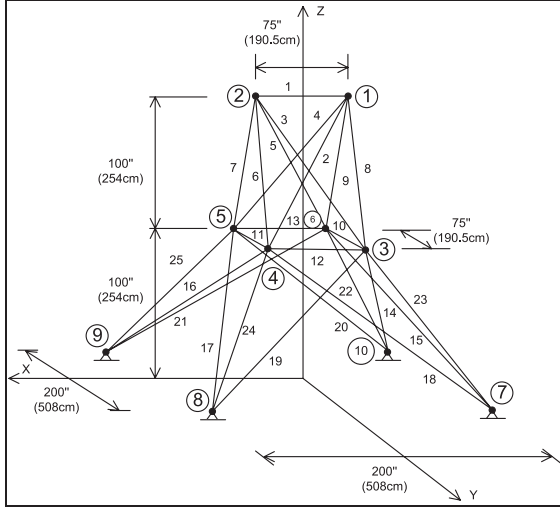
Burkulmanın da dikkate alındığı örnek, geliştirilen bilgisayar programı ile çözülmüş ve optimumda 6430.5291 lb (2916.839 kg) ağırlığına ulaşılmıştır. Referans ve bu çalışmanın detaylı sonuçları Tablo 2’de verilmiştir. Bu tablodan geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak hesaplanan sonuçlar ile referanslardaki sonuçların birbirlerine benzer oldukları görülmektedir.

Tablo 2. On sekiz çubuklu düzlem kafes yapısının optimum çözümleri.

Tasarım Değişkeni (in ²)	Imai ve Schmit	Lee ve Geem	Bu Çalışma
1.grup	9.998	9.980	10.0000
2.grup	21.65	21.63	21.6506
3.grup	12.50	12.49	12.5000
4.grup	7.072	7.057	7.0711
W (lb)	6430.0	6421.88	6430.5
1 in ² = 6.4516 cm ² , 1 lb = 0.453592 kg			

5. 3. Yirmibeş Çubuklu Uzak Kafes Yapı

Şekil 4’de gösterilen uzak kafes pilon daha önceleri birçok araştırmacı tarafından çözülmüş bir örnektir (Venkayya, 1971; Schmit ve Farshi, 1974; Schmit ve Miura, 1976). Malzemenin birim hacim ağırlığı 0.1 lb/in.³ (2767.9905 kg/m³) ve elastisite modülü 10000 ksi (68947.5728 MPa) olarak verilmiştir. İki farklı yüklenme durumuna sahip olan bu sistemde, alt limiti 0.01in² (0.064516 cm²) olan çubuk kesit alanları Tablo 3’teki gibi gruplandırılmıştır.



Şekil 4. Yirmi beş çubuklu uzay kafes yapısı.

Basınç ve çekme gerilmeleri Tablo 3’de, yükleme durumlarına göre düğüm yükleri ise Tablo 4’de verilmiştir. Tüm serbestlikler ± 0.35 in (0.889 cm) yer değiştirme limitleri ile kısıtlanmıştır.

Bu örnek problem geliştirilen bilgisayar programı ile çözülmüş ve optimumda 545.5561 lb (247.46 kg) ağırlığına ulaşılmıştır. Referans ve bu çalışmanın detaylı sonuçları Tablo 5’de verilmiştir. Bu tablodan geliştirilen bilgisayar programı kullanılarak hesaplanan sonuçlar ile referanslardaki sonuçların birbirlerine benzer oldukları görülmektedir.

Tablo 3. Yirmi beş çubuklu uzay kafes yapısı için gerilme limit değerleri.

Grup No	Tasarım Değişkeni	Basınç Gerilmesi Limitleri (ksi)	Çekme Gerilmesi Limitleri (ksi)
1	A ₁	-35.092	40.0
2	A ₂ -A ₅	-11.590	40.0
3	A ₆ -A ₉	-17.305	40.0
4	A ₁₀ -A ₁₁	-35.092	40.0
5	A ₁₂ -A ₁₃	-35.092	40.0
6	A ₁₄ -A ₁₇	-6.759	40.0
7	A ₁₈ -A ₂₁	-6.959	40.0
8	A ₂₂ -A ₂₅	-11.082	40.0

1 ksi=6.894757 MPa

Tablo 4. Yirmi beş çubuklu uzay kafes yapısı için yükleme durumları.

Yükleme No	Yük (kips)	Düğüm No			
		1	2	3	6
k=1	P _x	0.0	0.0	0.0	0.0
	P _y	20.0	-20.0	0.0	0.0
	P _z	-5.0	-5.0	0.0	0.0
k=2	P _x	1.0	0.0	0.5	0.5
	P _y	10.0	10.0	0.0	0.0
	P _z	-5.0	-5.0	0.0	0.0

1 kip=4.448222 kN

Tablo 5. Yirmi beş çubuklu uzay kafes yapısının optimum çözümleri.

Tasarım Değişkeni (in ²)	Schmit ve Farshi	Schmit ve Miura	Venkayya	Bu Çalışma
A ₁	0.010	0.010	0.028	0.0102
A ₂ -A ₅	1.964	1.985	1.964	1.9324
A ₆ -A ₉	3.033	2.996	3.081	2.9852
A ₁₀ -A ₁₁	0.010	0.010	0.010	0.0102
A ₁₂ -A ₁₃	0.010	0.010	0.010	0.0102
A ₁₄ -A ₁₇	0.670	0.684	0.693	0.6842
A ₁₈ -A ₂₁	1.680	1.667	1.678	1.7342
A ₂₂ -A ₂₅	2.670	2.662	2.627	2.6513
W (lb)	545.22	545.17	545.49	545.5561

1 in² = 6.4516 cm², 1 lb = 0.453592 kg

6. SONUÇLAR

Bu çalışmada birden fazla yükleme durumuna sahip kafes yapıların deplasman, gerilme ve çubuk kesit alanı kısıtlamaları altında en hafif olarak tasarlanması, bir nonlineer kafes optimizasyon problemi olarak tarif edilmiştir. Lineer olmayan bu problemin çözümü için yeni bir lineerleştirilmiş kafes optimizasyon modeli oluşturulmuştur. Bu optimizasyon modelinin iteratif olarak çözümü için bir Ardışık Doğrusal Programlama programı geliştirilmiştir. Geliştirilen bu bilgisayar programı kullanılarak literatürden alınan örnekler çözülmüştür.

Literatürden alınan örneklerden; birinci örnekte on çubuklu düzlem konsol kafes yer değiştirme, gerilme ve kesit alanı limitleri altında incelenmiştir. İkinci örnekte on sekiz çubuklu düzlem konsol kafes önceki örnekte farklı olarak burkulma kısıtlamaları da içermektedir. Üçüncü örnek olan yirmi beş çubuklu uzay kafes pylon ise iki farklı yükleme hali için yer değiştirme, gerilme ve çubuk kesit alanı kısıtlamaları altında incelenmiştir. Geliştirilen bilgisayar programı ile örnek yapıların en hafif olarak tasarlanması sonunda bulunan sonuçların literatürdeki sonuçlara benzer olduğu görülmüştür.

Sonuç olarak yeni oluşturulan doğrusallaştırılmış kafes optimizasyon modelinin iteratif olarak çözülmesi için geliştirilen Ardışık Doğrusal Programlama programının en hafif kafes yapı tasarımında başarılı bir şekilde kullanılabileceği, literatürden alınan örnek problemler çözülerek, bu çalışmada ortaya konulmuştur.

KAYNAKLAR

- Arora, J.S. 2004. Introduction to optimum design 2.ed, Elsevier, USA, 728p.
- Imai, K. and Schmit, Jr. L.A. 1981. Configuration optimization of trusses, J Structural Division, ASCE, 107(ST5), 745-756.
- Kaveh, A., Gholipour, Y. and Rahami, H. 2008. Optimal design of transmission towers using genetic algorithm and neural networks, International Journal of Space Structures. (23-1), 1-19.
- Khan, M. R., Willmert, K.D. and Thornton, W.A. 1979. An optimality criterion method for large-scale structures. AIAA J, 17 (7), 753-761.
- Lee, K. S. and Geem, Z.W. 2004. A new structural optimization method based on the harmony search algorithm, Computers and Structures. (82), 781-798.
- Morris, C.H., Wilbur, I.B. and Utku, Ş. 1991. Elementary structural analysis, McGraw Hill Int. Edition.
- Schmit, Jr. L.A. and Farshi, B. 1974. Some approximation concepts for structural synthesis, AIAA J, 12 (5), 692-699.
- Schmit, Jr. L.A. and Miura, H. 1976. Approximation concepts for efficient structural synthesis. NASA CR-2552, Washington, DC: NASA.
- Venkayya, V.B. 1971. Design of optimum structures, Computers & Structures;1 (1-2), 265-309.