

Yarıiletken Tekli Basamak Kırılma İndisli Lazerlerde Olasılık ve Kayıp Oranlarının Alternatif Analizi

The Alternative Analysis of Probabilities and Loss Ratios in Semiconductor Single Step Index Lasers

Mustafa TEMİZ ve Mehmet ÜNAL*

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, 20020, Denizli

Geliş Tarihi/Received : 29.01.2009, Kabul Tarihi/Accepted : 27.03.2009

ÖZET

Bu çalışmada, yarıiletken tekli basamak kırılma indisli lazerlerin en düşük modlu çift ve tek fonksiyonlu alan için alternatif alan analizi elde edilmiş, asimetrik ve simetrik durumlarda normalize yayılım sabiti gibi bazı yapısal parametreler cinsinden kayıp ve alan olasılık oranlarının alternatif formülleri bulunmuş, bulunan sonuçlar nümerik olarak doğrulanmıştır.

Anahtar kelimeler : *Normalize yayılım sabiti, Efektif kırılma indisi, Faz hızı, Faz sabiti.*

ABSTRACT

In this work, the alternative analysis of semiconductor single step index lasers for the least mode even and odd fields has been obtained, and the loss and probability ratios of the fields have been alternatively formulated in terms of the structural parameters of laser material such as normalized propagation constant. The results have been numerically confirmed.

Keywords : *Normalized propagation constant, Effective refractive index. Phase velocity, Phase constant.*

1. GİRİŞ

Yarıiletken tekli basamak kırılma indisli lazerlerde en düşük modlu çift ve tek fonksiyonlu alanda olasılık ve kayıp oranları, doğrudan doğruya lazer bölgelerine ilişkin alan genliklerinin fonksiyonu olarak hesaplanmış bulunmaktadır (Temiz v.d., 2008a). Bu çalışmada ise olasılık ve kayıp oranlarının hesabı için alternatif olarak yüksek bir oranda lazer malzemesinin bazı temel yapısal parametreleri kullanılmıştır.

Yarıiletken basamak kırılma-indisli tekli asimetrik lazerlerde (YİBKİTALr) normalize yayılım sabiti (NYS) α , malzemeye ilişkin yapısal bir parametre olduğu için, güç oranları ve alan olasılıkları (ihtimaliyetleri), tek ve çift alanın her biri için NYS α cinsinden ifade edilebilir. Bir yarıiletken basamak kırılma-indisli tekli asimetrik lazer (YİBKİTAL) Şekil 1'de verilen geometriye sahiptir. Genel olarak $n_{ii} > n_{iii} > n_i$ alınır. $n_{ii} > n_i = n_{iii} = n_{iiii}$ alınırsa YİBKİTAL, yarıiletken basamak kırılma-indisli tekli simetrik lazer (YİBKİTSL) adını alır.

Kırılma indisleri n_i , n_{ii} ve n_{iii} olan bir YİBKİTAL'in bölgelerine ait yayılım sabitleri (YS), a indisi asimetriyi temsil etmek üzere, sırasıyla,

$$\alpha_{Ia}^2 = \beta_{za}^2 - \left(\frac{\omega n_i}{c}\right)^2 = \beta_{za}^2 - k_{Ia}^2,$$

$$\alpha_{IIa}^2 = \left(\frac{\omega n_{ii}}{c}\right)^2 - \beta_{za}^2 = \beta_{za}^2 - k_{IIa}^2,$$

$$k_{IIa} = \frac{\omega n_{ii}}{c} = k_o n_{ii} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{ii}$$

$$\alpha_{IIIa}^2 = \beta_{za}^2 - \left(\frac{\omega n_{iii}}{c}\right)^2 = \beta_{za}^2 - k_{IIIa}^2,$$

$$k_{IIIa} = \frac{\omega n_{iii}}{c} = k_o n_{iii} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{iii}$$

ile ve bir YİBKİTSL'e ilişkin yayılma sabitleri ise

* Yazışılan yazar/Corresponding author. E-Posta adresi/E-mail adress: mehmetunal@pau.edu.tr (M. Ünal)

2. ALAN OLASILIKLARI

Bir YİBKİTAL'de \bar{R} (\bar{r}) aktif bölge kaçak yüzdesi (ABKY), I ve III bölgelerindeki çift (tek) fonksiyonlu bir elektrik alanında toplam sönümlü alan olasılığının, I_e (I'_e), aktif bölgedeki elektrik alan olasılığına oranı olarak tanımlanır. Çift fonksiyonlu bir elektrik alanı için,

$$\begin{aligned} \bar{R}_a &= \frac{I'_e}{I_{II}} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |E_{yIII}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^a |E_{yII}(x)|^2 dx} \\ &= \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_1} + \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_{III}} = A^2 \cos^2 \zeta \left(\frac{1}{2\alpha_1} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right) \\ &= \frac{2\zeta(1-\alpha)}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left(\frac{1}{2\eta_1} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

ve tek fonksiyonlu bir elektrik alanı için,

$$\begin{aligned} \bar{r}_a &= \frac{I'_e}{I_{II}} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |e_{yIII}(x)|^2 dx}{\int_{-\infty}^a |e_{yII}(x)|^2 dx} \\ &= \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha'_1} + \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha'_{III}} = B^2 \sin^2 \zeta \left(\frac{1}{2\alpha'_1} + \frac{1}{2\alpha'_{III}} \right) \\ &= \frac{2\zeta\alpha}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left(\frac{1}{2\eta'_1} + \frac{1}{2\eta'_{III}} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

elde edilir. Burada (5) ve (6) aynı bir YİBKİTSL için

sırasıyla $\bar{R} = \frac{1-\alpha}{\eta+\alpha}$, $\bar{r} = \frac{\alpha}{\eta-1+\alpha}$ olarak bulunur.

Bir YİBKİTAL'de kayıp alan olasılığının giriş alan olasılığına oranı \bar{K}_a alan kaçak yüzdesi (AKY) çift fonksiyonlu elektrik alanı için, $I_i = I_{II} + I_a$ olmak üzere,

$$\begin{aligned} \frac{I_e}{I_i} &= \bar{K}_a = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |E_{yIII}(x)|^2 dx}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |E_{yIII}(x)|^2 dx} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{2\zeta(1-\alpha)}{2\zeta + \sin 2\zeta} \left(\frac{1}{2\eta_1} + \frac{1}{2\eta_{III}} \right)} \end{aligned}$$

olur. Bu, YİBKİTSL ($n_1 = n_{III} = n_{i,III}$) için

$$\bar{K} = \frac{1-\alpha}{\eta+1}$$

olur. Tek fonksiyonlu elektrik alanı için de AKY \bar{q}_a parametresi, $I'_i = I'_{II} + I'_e$ olmak üzere, YİBKİTAL'de

$$\begin{aligned} \frac{I'_e}{I'_i} &= \bar{q}_a = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |e_{yIII}(x)|^2 dx}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |e_{yIII}(x)|^2 dx} \\ &= \frac{1}{1 + \frac{2\zeta\alpha}{2\zeta - \sin 2\zeta} \left(\frac{1}{2\eta'_1} + \frac{1}{2\eta'_{III}} \right)} \end{aligned}$$

ve YİBKİTSL'de

$$\frac{I'_e}{I'_i} = \bar{q} = \frac{\alpha}{\eta'-1+2\alpha}$$

bulunur. Şekil 1'deki YİBKİTAL'de I, II ve III bölgelerinin hapsedicilik faktörleri de tanımlanabilir. Bunlar, o bölgelerin soğurma sabitlerini verirler. Dolayısıyla, çift fonksiyonlu elektrik alanı için soğurma sabitleri,

$$\begin{aligned} \frac{I_I}{I_i} &= F_I = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |E_{yIII}(x)|^2 dx} \\ &= \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_1 [1 + A^2 \cos^2 \zeta \left(\frac{1}{2\alpha_1} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right)]} \\ \frac{I_{II}}{I_i} &= F_{II} = \frac{1}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |E_{yIII}(x)|^2 dx} \\ &= \frac{1}{[1 + A^2 \cos^2 \zeta \left(\frac{1}{2\alpha_1} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right)]} \\ \frac{I_{III}}{I_i} &= F_{III} = \frac{\int_{\infty}^a |E_{yIII}(x)|^2 dx}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |E_{yI}(x)|^2 dx + \int_{\infty}^a |E_{yIII}(x)|^2 dx} \\ &= \frac{A^2 \cos^2 \zeta}{2\alpha_{III} [1 + A^2 \cos^2 \zeta \left(\frac{1}{2\alpha_1} + \frac{1}{2\alpha_{III}} \right)]} \end{aligned} \quad (7)$$

ve tek fonksiyonlu elektrik alanı için

$$\begin{aligned}
 F'_I &= \frac{\Gamma'_I}{\Gamma'_I} = \frac{\int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_a^{\infty} |e_{yIII}(x)|^2 dx} \\
 &= \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha'_I [1 + B^2 \sin^2 \zeta (\frac{1}{2\alpha'_I} + \frac{1}{2\alpha'_{III}})]} \\
 F'_{II} &= \frac{\Gamma'_{II}}{\Gamma'_I} = \frac{1}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_a^{\infty} |e_{yIII}(x)|^2 dx} \\
 &= \frac{1}{1 + B^2 \sin^2 \zeta (\frac{1}{2\alpha'_I} + \frac{1}{2\alpha'_{III}})} \\
 F'_{III} &= \frac{\Gamma'_{III}}{\Gamma'_I} = \frac{\int_a^{\infty} |e_{yIII}(x)|^2 dx}{1 + \int_{-\infty}^{-a} |e_{yI}(x)|^2 dx + \int_a^{\infty} |e_{yIII}(x)|^2 dx} \\
 &= \frac{B^2 \sin^2 \zeta}{2\alpha'_{III} [1 + B^2 \sin^2 \zeta (\frac{1}{2\alpha'_I} + \frac{1}{2\alpha'_{III}})]} \tag{8}
 \end{aligned}$$

sonuçları bulunur. F_i , $i=1, 2, 3$, hapsedicilik faktörü, i . bölgenin modal hapsediciliğinin bir ölçüsüdür. Görüldüğü gibi, modal hapsediciliğin ölçüsü birimsizdir. $\bar{K}_a + F_{II} = 1$, $F_I + F_{II} + F_{III} = 1$, $\bar{q}_a + F'_{II} = 1$ ve $F'_{I} + F'_{II} + F'_{III} = 1$ olur (Temiz, 2003). YİBKİTSL'de çift ve tek fonksiyonlu alanlarda I ve III bölgelerdeki hapsedicilik faktörleri için

$$\begin{aligned}
 \Gamma_I = \Gamma_{III} = \Gamma_{I,III} &= \frac{1 - \alpha}{2(\eta + 1)} = \frac{1}{2} \bar{K}, \\
 \Lambda_I = \Lambda_{III} = \Lambda_{I,III} &= \frac{\alpha}{2(\eta' - 1 + 2\alpha)} = \frac{1}{2} \bar{q} \tag{9}
 \end{aligned}$$

elde edilir. (9)'daki denklemler, AB'den I ve III bölgelerine geçen kayıp yüzdesinin YİBKİTSL'de eşit olarak paylaşıldığını gösterir ki, bu da bu bölgelerin kırılma indislerinin eşit olmasından kaynaklanır.

YİBKİTSL'de i . bölgenin modal hapsediciliğinin bu ölçüleri çift fonksiyonlu bir alan için Γ_j , $j=I, II, III$, ile ve tek fonksiyonlu bir alan için Λ_j , $j=I, II, III$, ile temsil edilebilir. Bu suretle bir YİBKİTSL'de çift ve tek fonksiyonlu alanlarda (7) ve (8) ifadeleri

$$\Gamma_{II} = \frac{\alpha + \eta}{1 + \eta}, \quad \Lambda_{II} = \frac{\eta' - 1 + \alpha}{\eta' - 1 + 2\alpha}$$

şekline indirgenir (Temiz v.d. 2008b). Bura-

Tablo 1. YİBKİTAL ve YİBKİTSL'de verilen $\lambda=53.2$ nm, $a=800$ Å, $n_I=9.125$, $n_{II}=9.128$ ve $n_{III}=9.123$ için en düşük modlu çift fonksiyonlu bir alanda normalize frekans (NF), normalize yayılım sabiti (NYS), zetalar, etalar, bölgelerin yayılım sabitleri (YS), alan genlikleri (AG), dalga numaraları (DN), efektif kırılma indisleri (Eİ), faz sabitleri (FS), Eta_{III}'ler, soğurma sabitleri (SS), aktif bölge kaçak yüzdeleri (ABKY), alan kaçak yüzdeleri (AKY), aktif bölge empedans değeri (ABED) ve faz hızları (FH).

| Büyükölük | ASİMETRİK | | SİMETRİK | |
|--------------------|-----------------------|-----------------------------------|--|-----------------------------------|
| | Sembol | Değer | Sembol | Değer |
| NF | V | 2.210985922041070 | V | 2.210985922041070 |
| NYS | α | 0.767053004185813 | α | 0.767053004185813 |
| Zeta | ζ_a | 1.067123132250300 | ζ | 0.767053004185813 |
| Eta | $\eta_a = \eta_{Ia}$ | 1.936416011109320 | $\eta = \eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III}$ | 1.936416011109320 |
| YS | α_{Ia} (1/m) | 2.420520013886074x10 ⁷ | $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m) | 2.420520013886074x10 ⁷ |
| YS | α_{IIa} (1/m) | 1.333903915312404x10 ⁷ | α_{II} (1/m) | 1.333903915312404x10 ⁷ |
| YS | α_{IIIa} (1/m) | 3.309028072929887x10 ⁷ | $\alpha_I = \alpha_{III} = \alpha_{I,III}$ (1/m) | 2.420520013886074x10 ⁷ |
| AG | A (V/m) | 2.992220821953748x10 ³ | A (V/m) | 2.992220821953748x10 ³ |
| DN | k_{Ia} (1/m) | 1.077708006165671x10 ⁹ | $k_I = k_{III} = k'_{I,III}$ (1/m) | 1.077708006165671x10 ⁹ |
| DN | k_{IIa} (1/m) | 1.078062321126602x10 ⁹ | k_{II} (1/m) | 1.078062321126602x10 ⁹ |
| DN | k_{IIIa} (1/m) | 1.077471796191717x10 ⁹ | $k_I = k_{III} = k'_{I,III}$ (1/m) | 1.077708006165671x10 ⁹ |
| Eİ | n_{ef} | 9.127301247107832 | n_{ef} | 9.127301247107832 |
| FS | β_z (1/m) | 1.077979794925373x10 ⁹ | β_z (1/m) | 1.077979794925373x10 ⁹ |
| Eta _{III} | η_{III} | 2.647222458343909 | $\eta = \eta_I = \eta_{III} = \eta_{I,III}$ | 1.936416011109320 |
| SS | F_I | 0.040092191968650 | $\Gamma_I = \Gamma_{III} = \Gamma_{I,III}$ | 0.039665189627891 |
| SS | F_{II} | 0.930580781810399 | Γ_{II} | 0.920669620744172 |
| SS | F_{III} | 0.029327026220951 | $\Gamma_I = \Gamma_{III} = \Gamma_{I,III}$ | 0.039665189627891 |
| ABKY | R_a | 0.074597734604565 | \bar{R} | 0.086165957329737 |
| AKY | K_a | 0.069419218189601 | \bar{K} | 0.079330379255828 |
| ABED | Z (Ω) | 4.525289306998633 | Z (Ω) | 4.525289306998633 |
| FH | v (m/s) | 3.286842319300691x10 ⁷ | v (m/s) | 3.286842319300691x10 ⁷ |

da $\bar{\kappa} + \Gamma_{II} = 1$, $\bar{q} + \Lambda_{II} = 1$ olduğu da gösterilebilir. $\lambda = 53.2$ nm, $a = 800$ Å, $n_I = 9.125$, $n_{II} = 9.128$ ve $n_{III} = 9.123$ için Tablo 1'de en düşük modlu çift fonksiyonlu bir alanda Tablo 2'de en düşük modlu tek fonksiyonlu bir alanda YIBKİTAL ve YIBKİTSL'e ilişkin büyüklükler nümerik olarak doğrulanmıştır.

rik ve simetrik durumlarda normalize yayılım sabiti gibi bazı yapısal parametreler cinsinden aktif bölgeden sızan kayıp ve alan olasılık oranlarının alternatif formülleri bulunmuş, bulunan sonuçlar nümerik olarak doğrulanmıştır.

3. SONUÇ

Bu çalışmada, yarıiletken tekli basamak kırılma indisli lazerlerin en düşük modlu çift ve tek fonksiyonlu alan için yapılan analizinde asimet-

Tablo 2. YIBKİTAL ve YIBKİTSL'de verilen $\lambda = 53.2$ nm, $a = 800$ Å, $n_I = 9.125$, $n_{II} = 9.128$ ve $n_{III} = 9.123$ için için en düşük modlu tek fonksiyonlu bir alanda normalize frekans (NF), normalize yayılım sabiti (NYS), bölgelerin yayılım sabitleri (YS), alan genlikleri (AG), dalga numaraları (DN), efektif kırılma indisleri (Eİ), faz sabitleri (FS), zetaüssüler, etaüssüler η_{III} üssüler, soğurma sabitleri (SS), aktif bölge kaçak yüzdeleri (ABKY), alan kaçak yüzdeleri (AKY), aktif bölge empedans değeri (ABED) ve faz hızları (FH).

| Büyükölük | ASİMETRİK | | SİMETRİK | |
|-------------------------|-----------------------------|-----------------------------------|---|------------------------------------|
| | Sembol | Değer | Sembol | Değer |
| NF | V | 2.210985922041070 | V | 2.210985922041070 |
| NYS | α | 0.767053004185813 | α | 0.767053004185813 |
| YS | α'_{Ia} (1/m) | 1.333903915312630x10 ⁷ | $\alpha'_I = \alpha'_{III} = \alpha'_{I,III}$ (1/m) | 1.333903915312630x10 ⁷ |
| YS | α'_{IIa} (1/m) | 2.420520013886645x10 ⁷ | α'_{II} (1/m) | 2.420520013886645x10 ⁷ |
| YS | α'_{IIIa} (1/m) | 2.621077889934050x10 ⁷ | $\alpha'_I = \alpha'_{III} = \alpha'_{I,III}$ (1/m) | 1.333903915312630x10 ⁷ |
| AG | B (V/m) | 4.549667552523369x10 ³ | B (V/m) | 4.549667552523369x10 ³ |
| DN | $k'_I = k_{Ia}$ (1/m) | 1.077708006165671x10 ⁹ | $k'_I = k'_{III} = k'_{I,III}$ (1/m) | 1.077708006165671 x10 ⁹ |
| DN | $k'_{II} = k_{IIa}$ (1/m) | 1.078062321126602x10 ⁹ | k'_{II} (1/m) | 1.078062321126602 x10 ⁹ |
| DN | $k'_{III} = k_{IIIa}$ (1/m) | 1.077471796191717x10 ⁹ | $k'_I = k'_{III} = k'_{I,III}$ (1/m) | 1.077708006165671x10 ⁹ |
| Eİ | n_{ef} | 9.127301247107832 | n_{ef} | 9.127301247107832 |
| FS | β_z (1/m) | 1.077979794925373x10 ⁹ | β_z (1/m) | 1.077979794925373x10 ⁹ |
| Zetaüssü | ζ' | 1.936416011109317 | ζ' | 1.936416011109317 |
| Etaüssü | $\eta' = \eta'_I$ | 1.067123132250104 | $\eta' = \eta'_I = \eta'_{III} = \eta'_{I,III}$ | 1.067123132250104 |
| Eta _{III} üssü | η'_{III} | 2.096862311947240 | $\eta' = \eta'_I = \eta'_{III} = \eta'_{I,III}$ | 1.067123132250104 |
| SS | F'_I | 0.313563318801378 | $\Lambda_I = \Lambda_{III} = \Lambda_{I,III}$ | 0.271721831894722 |
| SS | F'_{II} | 0.526859836781341 | Λ_{II} | 0.520959877180365 |
| SS | F'_{III} | 0.159576844417281 | $\Lambda_I = \Lambda_{III} = \Lambda_{I,III}$ | 0.271721831894722 |
| ABKY | r_a | 0.898038017301030 | \bar{r} | 0.919533622075437 |
| AKY | q_a | 0.473140163218659 | \bar{q} | 0.479040122819636 |
| ABED | Z (Ω) | 4.525289306998633 | Z (Ω) | 4.525289306998633 |
| FH | V (m/s) | 3.286842319300691x10 ⁷ | v (m/s) | 3.286842319300691x10 ⁷ |

KAYNAKLAR

- Gasiorowicz, S. 1974. *Quantum Physics*, p. 79, John Wiley, New York.
- Iga, K. 1994. *Fundamentals of Laser Optics*, (New York: Plenum Press), p. 59.
- Temiz, M., Karakılıç, Ö.Ö. ve Ünal, M. 2008a. Yarıiletken tekli basamak kırılma indisli lazerlerde olasılık ve kayıp oranları, Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Bilimleri Dergisi. 14 (3), 301-308.
- Temiz, M., Karakılıç, Ö.Ö. and Ünal, M. 2008b. A novel theoretical procedure to determine absorption and gain coefficients in a symmetric single step-index quantum well laser, Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences (ELEKTRİK). 16 (1), 133-136.
- Temiz, M., Ünal, M. ve Karakılıç, Ö.Ö. 2008c. Basamak-Kırılma indisli yarıiletken lazer tasarımında düzlem dalga metodu, Anadolu Üniversitesi, Bilim ve Teknoloji Dergisi. 9 (1), 105-122.
- Temiz, M. 2003. The Review of electromagnetic fields and powers in terms of normalised propagation constant on the optical mode inside waveguide on the heterojunction constructions, Laser Physics, Volume. 13 (9), 1123-1137.