

# DEĞİŞKEN FİZİKSEL ÖZELLİKLİ AKIŞKAN İLE ISI TAŞINIMINA MANYETİK ALANIN ETKİSİNİN SAYISAL OLARAK İNCELENMESİ

Ziyaddin RECEBLİ, Kemal ATİK, Perihan SEKMEN

Karabük Üniversitesi, Teknik Eğitim Fakültesi, Makina Eğitimi Bölümü, Balıklarkayası,78200/Karabük

Geliş Tarihi : 12.07.2007

## ÖZET

Manyetik alanın etkisiyle akışkanların hızlarının değiştiği bilinmektedir. Yapılan bazı çalışmalarda sıcaklıkla fiziksel özelliklerin değişmediği kabul edilerek manyetik alanın ısı taşınımına etkisi araştırılmıştır. Sıcaklığın etkisiyle akışkanların fiziksel özellikleri değişeceği için bu çalışmada sıcaklıkla fiziksel özellikleri değişen akışkan ile ısı taşınımına manyetik alanın etkisi incelenmiştir. Çözümde akışkana etkiyen elektromanyetik kuvveti içeren momentum, süreklilik ve enerji denklemleri kullanılmıştır. Silindirik koordinat sisteminde yazılan denklem sistemi sayısal metotlardan sonlu farklar yöntemiyle çözülerek manyetik alanın şiddetine ve akışkanın diğer fiziksel özelliklerine bağlı olarak eksenel ve radyal yönlerdeki sıcaklıklar ile Nusselt sayıları hesaplanmıştır.Çözüm sonuçlarına göre; akış yönüne dik olarak yerleştirilen manyetik alanın şiddeti artırıldığında soğutulan akışkan için hız ve sıcaklıklarda azalmalar olduğu görülmüştür. Daha önceki çalışmalarda tespit edildiği gibi Reynolds sayısının artışıyla Nusselt sayısının arttığı, manyetik alan etkisinin artmasıyla da Nusselt sayısının azaldığı bu çalışmada da gözlemlenmiştir. Elde edilen teorik sonuçlar, daha önce tarafımızdan, sabit fiziksel özellikli akışkanla yapılan benzeri çalışmanın sonuçları ile karşılaştırıldığında uyum içinde olduğu görülmüştür.

**Anahtar Kelimeler :** Manyetik alan, Isı taşınımı, Sıcaklık dağılımı, Borularda akış.

## A NUMERICAL INVESTIGATION OF EFFECT OF MAGNETIC FIELD ON HEAT CONVECTION WITH VARIABLE PHYSICAL PROPERTIES

## ABSTRACT

In some studies, the effect of magnetic field on heat convection has been investigated given that physical properties are constant regardless of temperature. The effect of magnetic field on heat convection and fluids whose physical properties change by temperature has been investigated in this study as physical properties of fluids change by the effect of temperature. Momentum, continuity and energy equations including electromagnetic force affecting the fluid were used in the solution. Temperatures at axial and radial directions and Nusselt numbers were calculated depending on magnetic field intensity and other physical properties of fluid by solving the equation system written in cylindrical coordinates system by means of one of the numerical methods which is finite difference method. According to results, velocity and temperature of the cooled fluid decreased following an increase in the intensity of magnetic field placed vertically to flow direction. As determined in the previous one, this study also indicated that the increase in Reynolds number increases Nusselt number, and increasing the effect of magnetic field decreases Nusselt number. The theoretical results of the present study are in conformity with the results of our previous one.

**Key Words :** Magnetic field, Heat convection, Temperature dispersion, Flow on pipes.

## 1. GİRİŞ

Kütle taşınımı ile ısı iletimine manyetik alan etkileri farklı bilim adamları tarafından incelenmiştir. Yapılan deneysel çalışmalarda genellikle, akışkan olarak fiziksel özellikleri sıcaklığa bağlı olmayan cıva, galyum, ergimiş metaller kullanılmıştır.

Tashtoush v.d., (2004), dalgalı bir yüzeydeki zorlanmış ısı transferi ve akışa manyetik alan etkisini sayısal olarak (sonlu farklar metoduyla) incelemiştir. Manyetik alanın Nusselt sayısını azaltarak ve yüzey sıcaklığını artırarak taşınım ile ısı transferini azalttığını bulmuşlardır.

Ji v.d., (1997), yatay silindirik boruda türbülanslı akışta sabit manyetik alanın ısı taşınımına etkisini incelemiştir. Hartman sayısının artması ile Re sayısının dolayısıyla Nu sayısının azaldığını göstermişlerdir.

Afify, değişken viskoziteli ve elektriksel iletkenlikli akışkanın manyetik alan içerisindeki düşey yüzeydeki serbest ısı taşınımını sonlu farklar yöntemi ile incelemiştir (Afify, 2007). Hız ve sıcaklık profilleri ile Nusselt sayılarını farklı parametrelere göre göstermiştir.

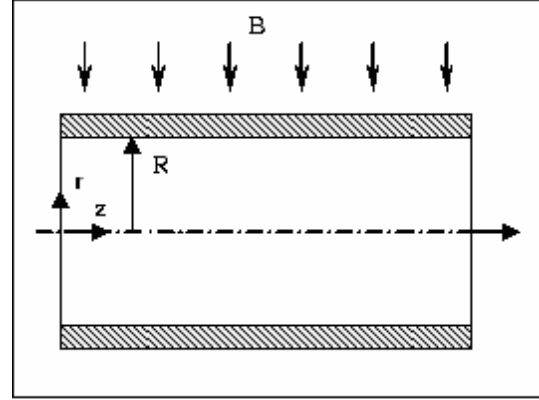
Hossain v.d., (2001) enine manyetik alan içerisindeki döner disk üzerindeki daimi olmayan akışta manyetik alan ve sıcaklığa bağlı viskozitenin ısı transferine etkilerini sonlu farklar yöntemiyle incelemiştir. Viskozite değişim parametresinin artmasıyla radyal ve teğetsel hız bileşenlerinin azaldığını, manyetik alan parametresinin artmasıyla aksel hız bileşeninin azaldığını görmüşlerdir. Racabovadiloglu ve Atik (2005) yaptıkları teorik çalışmada manyetik alanın sabit fiziksel özellikli akışkan ile ısı transferine etkilerini incelemiş, akış hızlarının, dolayısıyla Reynolds sayılarının ve sıcaklıkların alan etkisiyle azaldıklarını görmüşlerdir.

Gerçekte akışkanların fiziksel özelliklerinin sıcaklığa bağlı oldukları ve zorlanmış taşınım ile ısı transferinde sıcaklıkların değişimiyle fiziksel özelliklerin değişiminin taşınan ısı miktarını değiştireceği düşüncesi ile bu çalışmada değişken fiziksel özellikli akışkan ile ısı taşınımına manyetik alan etkileri incelenmiştir.

## 2. PROBLEM TARİFİ

Şekil 1'de içerisinde sabit basınç farkı altında viskoziteli bir akışkanın laminar olarak aktığı,

manyetik alan içerisine yerleştirilen ve manyetik alandan etkilenmemesi için bakırdan yapılan R yarıçaplı yatay bir silindirik boru gösterilmiştir.



Şekil 1. Manyetik alan etkisinde kalan yatay boruda koordinat sisteminin yerleştirilmesi.

Boru girişinde akışkan sıcaklığının ( $T=100^{\circ}\text{C}$ ) ve boru duvarındaki sıcaklığın ( $T=0^{\circ}\text{C}$ ) sabit kaldıkları kabul edilmektedir. Bu durumda akışkan ile ısı taşınımına sabit manyetik alan etkisinin incelenmiştir. Çözümde elektromanyetik kuvvet içeren momentum denklemi, süreklilik denklemi ve enerji denklemi kullanılmıştır.

Momentum denklemi:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U}(\nabla \cdot \vec{U}) \right) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{U} + \left[ \vec{J} \times \vec{B} \right] \quad (1)$$

Burada,

$$\vec{J} = \gamma \left[ \vec{E} + \vec{U} \times \vec{B} \right] \quad \text{elektrik akım yoğunluğu, } \left[ \vec{J} \times \vec{B} \right]$$

manyetik alandan dolayı akışkana etkiyen kuvvettir.

Süreklilik denklemi:

$$\text{div} \vec{U} = 0 \quad (2)$$

Sıcaklık farkının küçük olduğu haller için enerji denklemi:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{U} \nabla T = \frac{\lambda}{\rho c_p} \nabla^2 T + \frac{J^2}{\sigma} + W_s \quad (3)$$

Burada;  $\frac{J^2}{\sigma}$  akışkanın ısıtılması için harcanan enerji,  $W_s$  sürtünmeyi yenmek için harcanan enerjidir.

Çözüm için yapılan kabuller şu şekildedir:

- Akışkanın parçacıkları boru eksenine paralel olarak hareket etmektedirler, yani akış simetriktr.
- Akış simetrik olduğundan hız bileşenleri için  $u_r = 0$ ,  $u_\phi = 0$ ,  $u_z = u$  yazılabilir,
- Akış diğer kütleel kuvvetlerden etkilenmemektedir,
- Uygulanan manyetik alan şiddeti sabit ve akışa diktir.
- Akışın ve sıcaklık dağılımının daimi, simetrik olduğu dikkate alınarak  $t$  ve  $\phi$  ye göre türevli terimler enerji denkleminde çıkarılmıştır.
- Akış hızının çok da büyük olmayacağı ve dolayısıyla sistemde sıcaklık kaybından dolayı bir enerji düşüşünün olmayacağı düşünülerek enerji denkleminde (Eş.3) son iki terim çıkarılmıştır.

Yapılan kabuller sonucu momentum ve süreklilik denklemleri:

$$\mu(T) \left( \frac{\partial^2 u}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} \right) = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (4)$$

şeklini, enerji denklemi ise:

$$u \frac{\partial T}{\partial z} = a(T) \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) \quad (5)$$

şeklini alacaktır.

Burada  $a(T)$  ısı yayılım katsayısı;  $\mu(T)$  dinamik viskozitedir ve sıcaklığa bağlıdır.

Momentum denklemi için sınır şartları:

$$r=R \text{ olduğunda } u=0 \quad (6)$$

Enerji denklemi için sınır şartları:

$$z=0 \text{ olduğunda } T=T_0=100 \text{ }^\circ\text{C} \quad (7)$$

$$r=R \text{ olduğunda } T=T_d=0 \text{ }^\circ\text{C} \quad (8)$$

olacaklardır.

### 3. SAYISAL ÇÖZÜM

Yapılan sadeleştirmelerden sonra elde edilen (4) ve (5)'nolu eşitlikler aşağıda verilen sonlu fark denklemlerine dönüştürülmüştür.

$$\mu(T_{i,j}) \left( \frac{u_{i,j+1} - 2u_{i,j} + u_{i,j-1}}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r} \frac{u_{i,j+1} - u_{i,j-1}}{2\Delta r} \right) = \frac{\partial P}{\partial z} \quad (9)$$

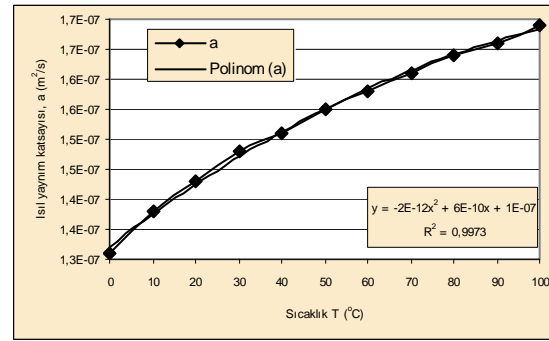
$$u_{i,j} \frac{T_{i+1,j} - T_{i-1,j}}{2\Delta z} = a(T_{i,j}). \quad (10)$$

$$\left( \frac{T_{i,j+1} - 2T_{i,j} + T_{i,j-1}}{(\Delta r)^2} + \frac{1}{r} \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j-1}}{2\Delta r} + \frac{T_{i+1,j} - 2T_{i,j} + T_{i-1,j}}{(\Delta z)^2} \right)$$

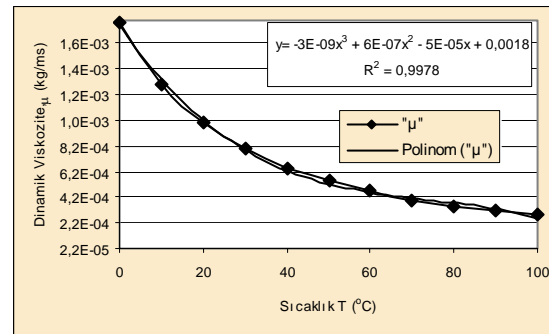
Kullanılan akışkanın fiziksel özellikleri olan dinamik viskozitesi ( $\mu$ ) ve ısı yayılım katsayısı ( $a$ ) sıcaklığa bağlı olarak değişmektedir. Akışkanın fiziksel özelliklerinin sıcaklığa bağlı olan değişim ifadeleri 10 °C aralıklarla verilen tablodan (Yüncü ve Kakaç, 1999) eğri uydurma yoluyla elde edilmişlerdir. Uydurulan eğrilerin analitik ifadeleri Denklem (11) ve (12) de; grafikleri ve korelasyon katsayıları ise Şekil 2 ve Şekil 3'de gösterilmiştir.

$$\mu(T) = -3.10^{-9} T^3 + 6.10^{-7} T^2 - 5.10^{-5} T + 0.0018 \quad (11)$$

$$a(T) = -2.10^{-12} T^2 + 6.10^{-10} T + 1.10^{-7} \quad (12)$$



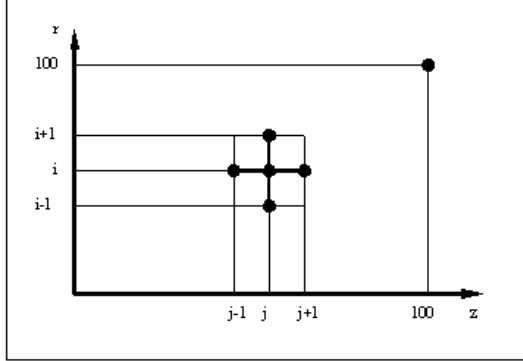
Şekil 2. Isıl yayılım katsayısı için uydurulan eğri.



Şekil 3. Dinamik viskozite için uydurulan eğri.

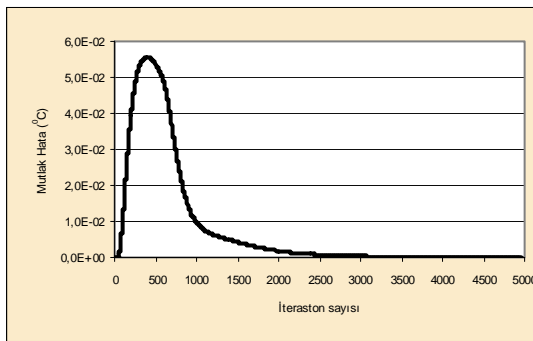
Sonlu fark denklemlerinin çözümleri basit iterasyon yöntemiyle yapılmaktadır. Hem yakınsamanın sağlanması hem de çözüm süresinin artmaması amacıyla, çözüm bölgesi Şekil 4'de görüldüğü gibi boru eksenine ve yarıçap boyunca 100'er küçük eşit

parçaya (sonlu farklar) ayrılmış, böylece  $100 \times 100 = 10000$  düğüm noktası olan ağ elde edilmiştir. Bu ağdaki her bir nokta için diferansiyel denklemin sağlanması istenmektedir (Aldaş ve Karadağ, 2001).



Şekil 4. Sonlu farklar ağı.

Akışkan olarak %10 tuzlu su kullanılmıştır. Hesaplama kullanılan borunun yarıçapı  $R = 0.0025$  m, uzunluğu  $z = 0.0085$  m. dir. Uygulanan basınç farkı  $0.6$  Pa/m' dir. "Visual Basic" kodunda geliştirilen bir program ile; Denklem (9) ve (10) kullanılarak her bir nokta için hız ve sıcaklık değerleri hesaplanmaktadır. Her iterasyon işleminde bir önceki iterasyon sonuçları kullanılmakta; böylece gerçeğe daha yakın değerler elde edilmektedir. Bu çözümün yakınsamasını görmek amacıyla, iterasyon işlemlerinin her adımında bazı noktalardaki sıcaklık değerleri arasındaki mutlak hata değerleri hesaplanmıştır. Boru ortasındaki nokta için hata değerinin iterasyon sayısına bağlı değişimi Şekil 5' de verilmiştir. Bu şekilde anlaşılacağı gibi hata değerinin sönümlenmesi yöntemin yakınsamasını göstermektedir (Çağal, 1998). 5000. iterasyonda sıcaklık değerindeki mutlak hata  $1.05E-5$  °C değerine ulaştığından iterasyon durdurularak hesaplanan değerler kaydedilmiştir.



Şekil 5. İterasyonla sıcaklıktaki hatanın değişimi.

Nusselt sayısının hesaplanmasında laminer akışta ( $Re < 2300$ ), sabit yüzey sıcaklığında, tam gelişmemiş akış için tavsiye edilen aşağıdaki eşitlik

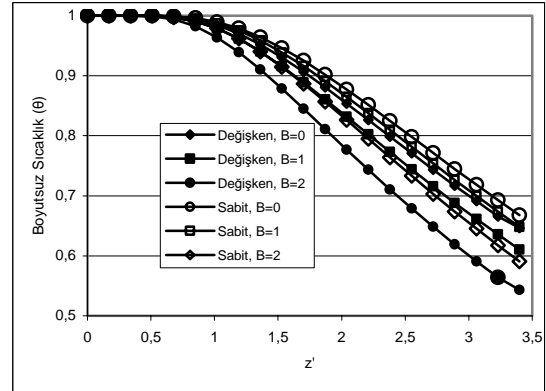
kullanılmıştır (Yüncü ve Kakaç, 1999; Halıcı ve Gündüz, 1998),

$$Nu = 3.66 + \frac{0.0668 \left( \frac{D}{L} \right) RePr}{1 + 0.04 \left[ \left( \frac{D}{L} \right) RePr \right]^{2/3}} \quad (13)$$

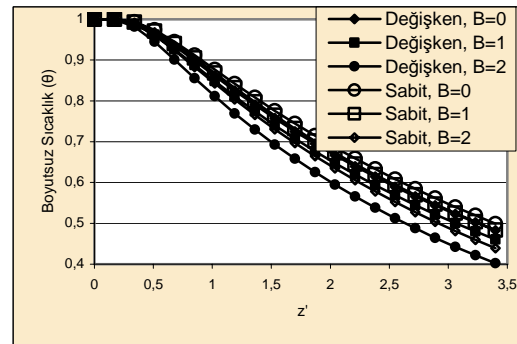
Reynolds sayısının hesaplanmasında ise

$$Re = \frac{U D}{\nu} \quad (14)$$

denklemini kullanılmıştır. Yapılan hesaplama sonuçlarının doğruluğu literatürdeki analitik ve sayısal çözüm sonuçlarına uygunluğundan anlaşılmıştır. Program önce akışkanın fiziksel özellikleri sabit olarak çalıştırılmış (Şekil 6, Şekil 7 ve Şekil 8'deki  $B=0$  ve sabit özellikli hal için çizilen eğriler), daha önce yapılan analitik ve sayısal çözümlerle eşit sıcaklık profili elde edilmiştir (Targ, 1950; Racabovadioloğlu, 2002; Racabovadioloğlu ve Atik, 2005).



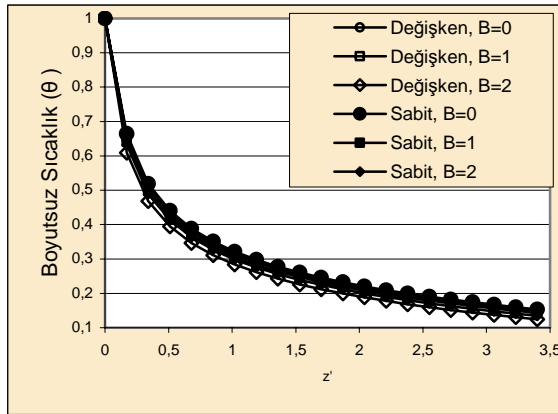
Şekil 6.  $r^1 = 0$  için farklı manyetik alanlarda boyutsuz sıcaklığın eksen boyunca değişimi.



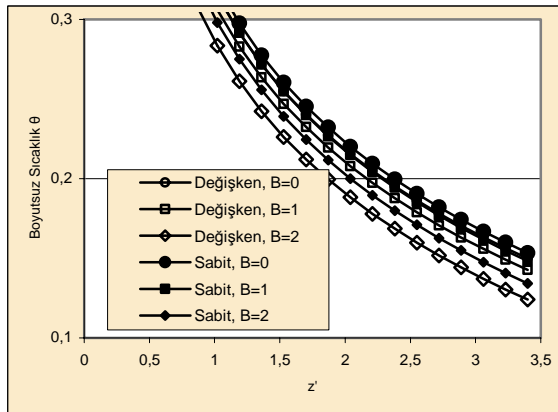
Şekil 7.  $r^1 = 0.4$  için farklı manyetik alanlarda boyutsuz sıcaklığın eksen boyunca değişimi.

Bu hesaplamalarda ortalama sıcaklık değeri olan  $60$  °C deki ısıl yayılım ve dinamik viskozite

değerleri kullanılmıştır. Sonra akışkanın fiziksel özelliklerinin sıcaklığa bağlı olarak değiştiği durum için hesaplamalar tekrar yapılmıştır. Bu işlemlerde her bir iterasyonda; her noktadaki hız ve sıcaklık değerleri, o noktanın sıcaklığına karşılık gelen, (11) ve (12) denklemlerinden elde edilen fiziksel özellikler kullanılarak hesaplanmıştır. Şekil 6, Şekil 7 ve Şekil 8a ve b'de akışkanın fiziksel özelliklerinin sıcaklığa bağlı olarak değiştiği ve akışkanın fiziksel özelliklerinin 60 °C sıcaklıktaki sabit değerlere eşit kaldıkları hal için sıcaklığının manyetik alan şiddetine ve boyutsuz boru uzunluğuna göre değişimini gösteren grafikler verilmiştir. Şekil 6'da boru ekseninde ( $r^1 = 0$ ), Şekil 7'te boyutsuz yarıçap  $r^1 = 0.4$  için, Şekil 8'de boyutsuz yarıçap  $r^1 = 0.8$  için sıcaklığın farklı manyetik alan indüksiyonlarında ( $B = 0$ ,  $B = 1$  ve  $B = 2$  T) boyutsuz eksen boyunca boyutsuz sıcaklık değerleri gösterilmiştir.



(a)



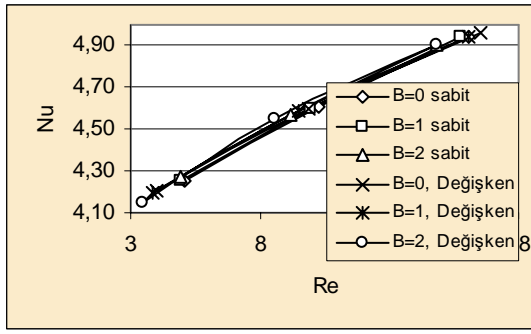
(b)

Şekil 8. a, b.  $r^1 = 0.8$  için farklı manyetik alanlarda boyutsuz sıcaklığın eksen boyunca değişimi.

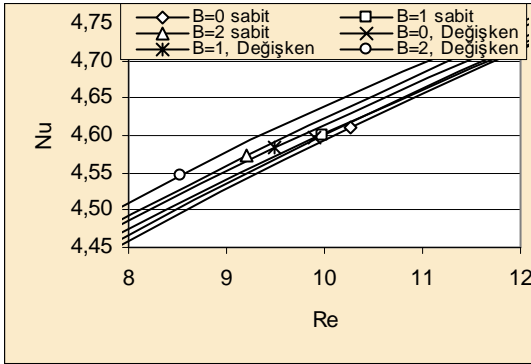
Grafiklerden de anlaşıldığı gibi, manyetik alan etkisinin artması ile boyutsuz sıcaklıkta azalma olmaktadır. Akışkanın fiziksel özellikleri sıcaklığa bağlı olarak değiştiğinde boru ekseninde manyetik

alan indüksiyonu  $B = 1$  (T) olduğunda bu azalmalar ortalama % 1.6,  $B = 2$  (T) olduğunda % 6.17'e, boyutsuz yarıçap  $r^1 = 0.4$  için manyetik alan indüksiyonu  $B = 1$  (T) olduğunda % 2.02'e,  $B = 2$  (T) olduğunda % 7.52'ye, boyutsuz yarıçap  $r^1 = 0.8$  için manyetik alan indüksiyonu  $B = 1$  (T) olduğunda % 2.6'ya,  $B = 2$  (T) olduğunda ise azalmalar % 9.22'ye ulaşmaktadırlar. Sıcaklık dağılımlarındaki bu tür değişimler akışkanın hızında meydana gelen azalmalar ile bağlantılıdır.

Bu grafiklerden çıkan en önemli sonuç; akışkanın fiziksel özelliklerinin değişken olduğu durumdaki sıcaklık değerlerinin; fiziksel özelliklerin sabit kaldığı duruma göre daha çok azalmasıdır. Örneğin, boru ekseninde manyetik alan indüksiyonu  $B = 0$  (T) olduğunda bu azalma ortalama % 1.8'e,  $B = 1$  (T) olduğunda % 2.2'ye,  $B=2$ (T) olduğunda ise % 3.8'e ulaşmaktadır. Boyutsuz yarıçap  $r^1 = 0.4$  için manyetik alan indüksiyonu  $B = 0$  (T) olduğunda azalmalar ortalama % 1.9,  $B = 1$  (T) olduğunda % 2.57,  $B=2$ (T) olduğunda ise % 4.27 olmuştur. Boyutsuz yarıçap  $r^1 = 0.8$  için manyetik alan indüksiyonu  $B = 0$  (T) olduğunda azalmalar % 1.7'ye,  $B = 1$  (T) olduğunda % 2.5, manyetik alan indüksiyonu  $B = 2$  (T) olduğunda ise bu düşüşler % 4.36'ya ulaşmaktadırlar. Bunun nedeni: akışkanın hızına ve ısı geçişine etki eden özellikleri olan  $a$  ve  $\mu$ ' nün sıcaklıkla önemli ölçüde değişmesidir. Bu özellikler sabit alındığında, her noktada gerçek sıcaklık değerinden farklı değerlerdeki özellikler alınacağı için hesaplamalarda hataya sebep olmaktadır. Örneğin ısı yayılım katsayısı ve dinamik viskozite 0 °C için  $a=0.131 \cdot 10^{-6}$  ( $m^2/s$ ),  $\mu=1.792 \cdot 10^{-3}$  ( $kg/ms$ ) değerinde, 50 °C için  $a = 0.155 \cdot 10^{-6}$  ( $m^2/s$ ),  $\mu= 0.558 \cdot 10^{-3}$  ( $kg/ms$ ) değerinde iken 100 °C için  $a=0.169 \cdot 10^{-6}$  ( $m^2/s$ ),  $\mu= 0.282 \cdot 10^{-3}$  ( $kg/ms$ ) değerinde olmaktadır (Yüncü ve Kakaç, 1999). Bu da; fiziksel değerler sabit alındığında önemli hesap hataları meydana getirmektedir. Şekil 9a ve b'de Nusselt sayısının Reynolds sayısına göre değişim grafiği çizilmiştir. Bu grafikte görüleceği gibi, Reynolds sayısının artmasıyla Nusselt sayısı artmaktadır. Bu sonuç literatürdeki çalışmalara uymaktadır (Targ,1950; Racabovadioloğlu ve Atik, 2005). Reynolds sayısının azalmasıyla Nusselt sayısı düşmekte ve borularda tam gelişmiş akış için verilen  $Nu = 3.66$  değerine doğru yaklaşmaktadır (Yüncü ve Kakaç, 1999). Değişken özellikli çözümde  $B=2$  (T) için Reynolds sayısının 3.49'den 14.80'e çıkmasıyla Nusselt sayısı % 18 artmıştır. Şekilden manyetik alanın artmasıyla Nusselt sayısının çok küçük değerlerde azaldığı da görülmektedir. Fiziksel özellikleri değişken olan çözümle, sabit olan çözüm arasındaki bu fark  $Re=10$  civarında,  $B=0$  (T) için % 0.3;  $B=1$  (T) için % 0.35;  $B=2$  (T) için % 0.58 olmuştur.



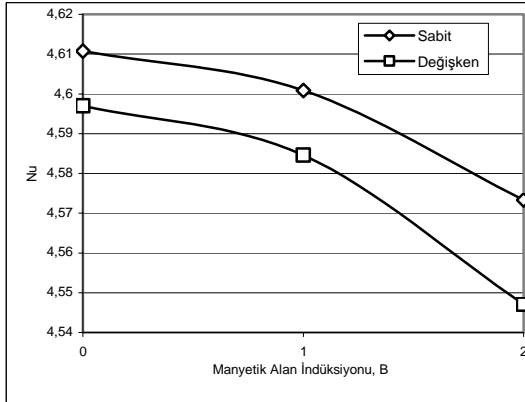
(a)



(b)

Şekil 9. Nusselt sayısının Reynolds sayısına bağlı olarak değişimi.

Şekil 10'da eşit Reynolds sayıları için ( $Re \sim 10$ ) farklı manyetik alanlarda Nusselt sayılarının değişim eğrileri çizilmiştir.



Şekil 10. Nusselt sayısının manyetik alan şiddetine bağlı değişimi.

Şekil 10'da manyetik alan şiddetinin artması ile Nusselt sayısının da azaldığı görülmektedir. Manyetik alan indüksiyonu  $B = 1$  (T), olduğunda Nusselt sayısındaki azalma % 0.27 olduğu halde,  $B = 2$  (T) olduğunda bu azalma % 1.1'e ulaşmıştır. Yine şekil 10'da Nusselt sayılarının, fiziksel özelliklerin sabit kaldığı çözümdeki değerleri ile, fiziksel özelliklerin değişken olduğu çözümdeki

değerleri arasındaki farkın ortalama % 0.41 olduğu görülmektedir.

#### 4. TARTIŞMA VE SONUÇ

Silindirik yatay bir boruda değişken fiziksel özellikli akışkanın kullanıldığı zorlanmış taşınım ile ısı transferine manyetik alan etkisi sayısal olarak incelenmiştir. Borunun radyal ve eksenel yönleredeki akışkan sıcaklıkları hesaplanarak akışkanın fiziksel özelliklerinin sabit olduğu çözümle karşılaştırılmıştır. Akışa dik olarak yöneltilen manyetik alanın şiddeti artırıldığında, akış hızında azalma olduğu gibi ortalama sıcaklıklarda da azalmalar olduğu tespit edilmiştir.

Fiziksel özelliklerin sıcaklığa bağlı olarak değişken oldukları haldeki çözümde elde edilen ortalama sıcaklık değerlerinde sabit duruma göre daha fazla azalmalar olduğu tespit edilmiştir.

Manyetik alan indüksiyonunun artırılmasıyla Reynolds sayısının azaldığı, dolayısıyla Nusselt sayısının azaldığı ve tam gelişmiş akım için literatürde verilen değere doğru yaklaştığı gözlemlenmiştir. Bu da daha önce yapılmış analitik ve sayısal çözümlere uymakta ve elde edilen sonuçların doğruluğunu göstermektedir.

#### 5. SİMGELER

- E : Elektrik alan şiddeti (V/m),
- J : Elektrik akım yoğunluğu ( $A/m^2$ ),
- B : Manyetik alan indüksiyonu (T),
- D : Boru çapı (m),
- g : Yerçekimi ivmesi ( $m/s^2$ ),
- Nu : Nusselt sayısı, ( $Nu = \alpha D / \lambda$ )
- P : Basınç ( $N/m^2$ ),
- Pr : Prandtl sayısı, ( $Pr = c_p \mu / \lambda$ ),
- R : Boru yarıçapı (m),
- Re : Reynolds sayısı, ( $Re = UD / \nu$ ),
- t : Zaman (s),
- $T_d$  : Boru cidar sıcaklığı ( $^{\circ}C$ ),
- $T_0$  : Boru eksenindeki sıcaklık ( $^{\circ}C$ ),
- U : Ortalama akış hızı (m/s),
- u : Yerel akış hızı (m/s),
- $u_r, u_{\phi}, u_z$  : Hız bileşenleri (m/s),
- $\alpha$  : Yüzey ısı taşınım katsayısı ( $W/m^2K$ ),
- $\gamma$  : Özgül elektriksel iletkenliği ( $1/Ohm.m$ ),
- $\mu$  : Dinamik viskozite ( $kg/ms$ ),
- a : Isı yayılım katsayısı ( $m^2/s$ ),

$c_p$	: Özgül ısısı (J/kgK),
$\lambda$	: Isıl iletkenlik katsayısı (W/mK),
$\nu$	: Kinematik viskozite ( $m^2/s$ ),
$\rho$	: Yoğunluk ( $kg/m^3$ ),
$\phi, z, r$	: Silindirik sistemin koordinatları,
$r^1$	: Boyutsuz yarıçap ( $r^1=r/R$ ),
$z^1$	: Boyutsuz eksen ( $z^1=z/R$ ),
$\theta$	: Boyutsuz sıcaklık, ( $\theta = (T - T_0)/(T_d - T_0)$ ).

## 6. KAYNAKLAR

Afify, A. A. 2007. Effects of Variable Viscosity On Non-Darcy MHD Free Convection Along A Non-İsothermal Vertical Surface in A Thermally Stratified Porous Medium. Applied Mathematical Modelling 31, 1621-1634.

Aldaş, K. ve Karabulut, H. 2001. Yatay Bir Boru Üzerindeki Laminer Film Yoğuşmasının Silindirik ve Kartezyen Sınır Tabaka Denklemleriyle Simülasyonu. Politeknik Dergisi 4, 53-60.

Çağal, B. 1998. Sayısal Analiz 501s. Birsen Yayınevi, İstanbul.

Hahcı, F. ve Gündüz, M. 2007. Örneklerle Isı Geçişi 548s, Birsen Yayınevi, İstanbul.

Hossain, M. A., Hossain, A. and Wilson, M. 2001. Unsteady Flow of Viscous Incompressible Fluid With Temperature-dependent Viscosity Due to a Rotating Disc in Presence of Transverse Magnetic Field and Heat Transfer. Int. J. Therm. Sci., 40, 11-20.

Ji, H.C. and Gardner, R.A. 1997. Numerical Analysis of Turbulent Pipe Flow in a Transverse Magnetic Field. Int. J. Heat Mass Transfer 40, 1839-1851.

Racabovadioloğlu, Z. 2002. Isı Taşımına Manyetik Alanın Etkisi. Gazi Üniversitesi Politeknik Dergisi, 5, 293 – 298.

Racabovadioloğlu, Z. ve Atik, K. 2005. Isı Taşımına Manyetik Alanın Etkisinin Sayısal İncelenmesi. K. S.Ü. Fen ve Mühendislik Dergisi 8, 43-47.

Targ, S. M. 1951. Osnovniye Zadaçi Teori Laminarhıh Teçeniy 420 s., Gofenergo izdatı, Moskova.

Tastoush, B. and Al- Odat, M. 2004. Magnetic Field Effect on Heat and Fluid Flow Over a Wavy Surface With a Variable Heat Flux. Journal of Magnetism and Magnetic Materials 268, 357-363.

Yüncü, H. ve Kakaç, S. 1999. Temel Isı Transferi. 454 s. Bilim Yayıncılık, Ankara.