

SOĞUK ŞEKİLLENDİRİLMİŞ ÇELİK ÇUBUKLARIN EĞİLMESİ DURUMUNDA OLUŞAN ARTIK GERİLMELERİN HESABI

Gökmen ATLIHAN, Muzaffer TOPÇU, Hasan ÇALLIOĞLU, Gürkan ALTAN
Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, Kampüs/Denizli

Geliş Tarihi : 12.05.2006

ÖZET

Bu çalışmada, ferforje yapımında kullanılan çelik kozanın imalatı esnasında ortaya çıkan artık gerilmeler hesaplanmıştır. Bu artık gerilmeler, çelik kozanın imalatında kullanılan 8 mm çaplı dairesel çubukların, 6 x 6 mm² lik kare profil kesitli çubuklara dönüştürülmesi işleminde ortaya çıkmaktadır. Bu dönüştürme, gerçekte üç kademeli haddeleme işlemidir. Her kademede malzemenin plastik deformasyon sabiti ve sertleşme üsteli hesaplanmıştır. Daha sonra eğmeye maruz bırakılan çubukların elasto-plastik gerilme analizi, Newton-Cotes formülasyonu kullanılarak analitik olarak yapılmıştır. Bu çalışmada, çelik çubuk üzerinde artık gerilmeyi oluşturan yük değeri sabit tutulmuş ve bu yük değerine karşılık gelen elastik, plastik ve artık gerilme değerleri tesbit edilmiş ve sonuçlar grafikler halinde verilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Elasto-plastik gerilme analizi, Artık gerilme.

CALCULATION OF RESIDUAL STRESSES RESULTING FROM BENDING OF COLD FORMED STEEL BARS

ABSTRACT

In this study, the residual stresses in the forming of the seed capsule which used in manufacturing the ferforje was carried out. These residual stresses were made up in the process which bars with 8 mm diameter were converted to 6 x 6 mm² square profiles. This process was actually a Rolling process performed at three levels. Plastic constant and strain hardening parameter were calculated at each level . Then, elasto-plastic stress analysis of the bar subjected to bending was analzed by means of Newton Cotes formulation. The load value that cause residual stresses on the steel bar was assumed to be constant in elasto-plastic analysis. Elastic, plastic and residual stresses under the load value were determined in each level and results were presented in the graphical format.

Key Words : Elasto-plastic stres analysis, Residual stress.

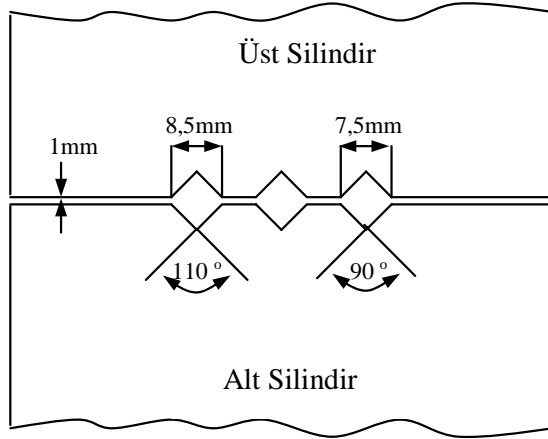
1. GİRİŞ

Çeşitli metallerde yapılan süslemeler (ferforje işleri) her geçen gün daha da yaygınlaşmaktadır. Özellikle balkon ve pencere süslemelerinde birçok model ve

dizaynlar geliştirilmiştir. Süslemelerde kullanılan çeliklerin haddelenmesi sırasında doğan artık gerilmeler, çeşitli problemlere yol açmaktadır. Özellikle Şekil 1’de görülen hadde silindirlerinden geçen çubuklarda ve haddeden geçen bu çubukların burulması sırasında meydana gelen artık gerilme

yığılmaları malzemelerde çatlamalara neden olmaktadır. Bu ve benzeri aksaklıklar üretimi yavaşlatmakta, dolayısıyla ülke ekonomisine zarar vermektedir.

Yapılan bu çalışmada ferforje işleminde kullanılan çelik çubuklar ele alınmıştır. Ele alınan çubuklar (S235JR), 7 m uzunluğunda ve 8 mm çaplı olarak kesilirler (Şekil 2). Kesilen bu çelik çubuklar soğuk haddeleme ile $6 \times 6 \text{ mm}^2$ boyutlarında profil kesit haline getirilirler (Şekil 3). Kare şekline getirilen çubuklar pres yardımıyla Şekil 4'deki gibi eğilir. Eğme işlemine tabi tutulan dört çubuk bir araya getirilerek alt ve üst taraflarından punta kaynağı yapılır (Şekil 5) ve alt taraf sabit kalacak şekilde bırakılır üst taraftan ise burulur ve sonuçta koza hali alması sağlanır (Şekil 6).



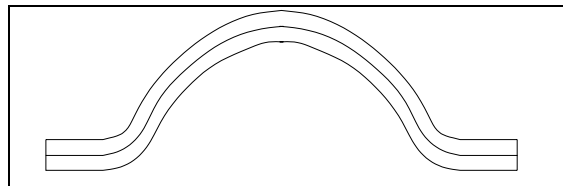
Şekil 1. Hadde silindirleri.



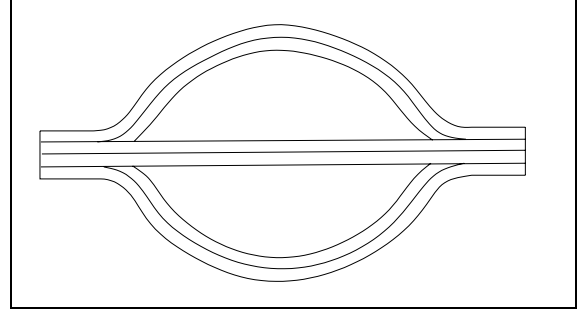
Şekil 2. Yuvarlak kesitli çelik çubuk.



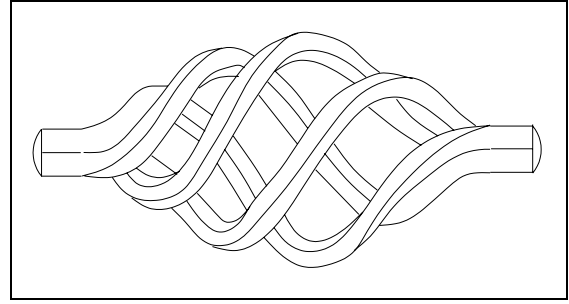
Şekil 3. Kare kesitli çelik çubuk.



Şekil 4. Eğilmiş haldeki çelik çubuk.



Şekil 5. Eğilmiş haldeki çelik çubukların kaynakla birleştirilmiş formu.



Şekil 6. Çelik koza.

Koza halini alan çelik çubuklar, ya balkon demirlerine kaynak edilerek ya da çeşitli süsleme işlerinde kullanılırlar. Çubuklar koza halini alıncaya kadar çeşitli işlemlerden geçirilirler ki özellikle haddeleme işleminde kesit alanının daralması sonucu malzemenin sertleştiği görülmüştür. Bu da malzemenin kırılma dayanımına neden olmaktadır. Çubukta oluşan hasarların incelenmesi ve çeşitli tedbirlerin alınması için çubuğun elasto-plastik gerilme analizi yapılmalıdır. Birçok araştırmacı bu konuda çeşitli araştırmalar yapmışlardır. Transmisyon zincirlerinin yan plakalarındaki artık gerilmeleri başlangıç gerilmesi metodu ve SEM'ni kullanarak hesaplamıştır (Topcu, 1991). Düzlemsel eğilmede gerilme ve artık gerilme dağılımlarını analitik olarak incelediler (Zhang and Hu, 1998). Üniform yüklü termoplastik bir kompozit kirişte, elasto-plastik gerilme analizi yaparak artık gerilmeleri analitik olarak incelediler (Sayman ve Zor, 2000). Alüminyum metal matrisli kompozit plakaların, elasto-plastik gerilme analizini analitik olarak incelediler (Ataş ve Sayman, 2000). Eğilme momenti ile termoplastik kompozit kirişin, elasto plastik çözümünü analitik olarak yaptılar (Sayman, Aksoy ve Aykul, 2000). Termoplastik ankastre kompozit bir kirişte elasto-plastik gerilme analizini analitik olarak yaptılar (Sayman ve Kayırcı, 2000). Eğilme momenti altındaki termoplastik bir kompozit kirişin elastoplastik gerilme analizini yapmışlardır (Sayman ve Çallıoğlu, 2000). Fonksiyonel olarak derecelendirilmiş malzemelerde bir yaklaşım metoduyla artık gerilmeleri hesaplamışlardır

(Becker, Connon ve Ritchie 2000). Başlangıç kırığının artık gerilmelere etkilerini incelediler (Almer, Cohen ve Moran 1999). Tekil Kuvvetle Yüklenmiş Örgülü Çelik Fiber Takviyeli Termoplastik Kompozit Ankastre Kirişde oluşan artık gerilmeleri hesapladılar (Altan, Atlıhan ve Topcu 2004).

Çalışmada, ferforje yapımında kullanılan çelik çubukların haddelenmesiyle değişen sertleşme üsteli (n) ile plastik deformasyon sabiti (k) değerleri bulunmuştur. Eğilmeye maruz bırakılan çubukların elastoplastik gerilme analiziyle artık gerilmeler analitik olarak hesaplanmıştır. Analitik çözümden nümerik integrasyon yöntemi olan Newton Cotes formülasyonu kullanılmıştır.

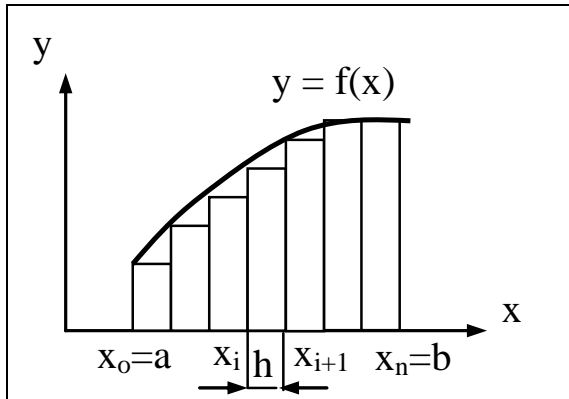
2. MATEMATİKSEL FORMÜLASYON

2. 1. Plastik Moment

Nümerik integrasyonla

$$I = \int_a^b f(x)dx \dots\dots\dots (1)$$

İntegralinin sayısal değeri denklem (1) ile yaklaşık olarak bulunabilir. İntegralin limitleri olan a ve b sayıları, sabit iseler integralin sonucu da sabittir ve değeri y = f(x) eğrisinin altında, x₀ = a doğruları arasında kalan Şekil 7'deki alana eşittir (Bulut, 2000).



Şekil 7. Nümerik integrasyon alanı.

İntegral, t sayıda dikdörtgen kullanılarak;

$$A = \sum_{i=0}^{t-1} h_i f_i \dots\dots\dots (2)$$

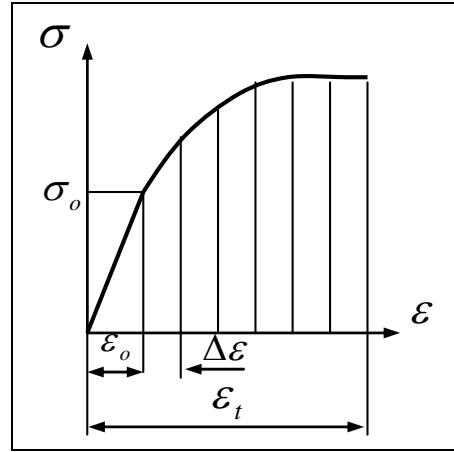
ile hesaplanabilir. Burada h_i dikdörtgen genişliğini göstermektedir.

$$h_i = x_{i+1} - x_i \dots\dots\dots (3)$$

olarak tanımlanır. Dikdörtgenin genişliği sabit ise denklem;

$$h = \frac{(b - a)}{n} \dots\dots\dots (4)$$

yazılarak integral hesaplanabilir. Plastik momenti bulmak için plastik bölgede gerilme şekil değiştirme eğrisi parçalara ayrılarak Newton-Cotes yöntemi uygulanır. Şekil 8'de görüldüğü gibi eğrinin altında kalan alan 6 parçaya bölünerek yöntem uygulanmıştır.



Şekil 8. Newton Cotes yöntemi.

Her bir aralıkta şekil değiştirme miktarı;

$$\Delta \epsilon = \frac{\epsilon_t - \epsilon_0}{6} \dots\dots\dots (5)$$

$$\epsilon_x = \epsilon_0 + x.\Delta \epsilon \dots\dots\dots (6)$$

Plastik bölgenin her kademesindeki (elasto-plastik) şekil değiştirme miktarına karşılık gelen gerilme, plastik bölgede geçerli olan Ludwik denklemiyle bulunur.

$$\sigma = \sigma_0 + k\epsilon_p^n \dots\dots\dots (7)$$

Toplam şekil değiştirme miktarı (ε_t), elastik şekil değiştirme miktarı (ε_e) ile plastik şekil değiştirme miktarı (ε_p)'nin toplamı kadar olacaktır.

$$\varepsilon_t = \varepsilon_p + \varepsilon_e \quad (8)$$

Elastik bölgede şekil değiştirme miktarı, gerilmenin elastisite modülüne (E) bölünmesiyle bulunabilir.

$$\varepsilon_e = \frac{\sigma}{E} \quad (9)$$

(7) nolu denklem olan Ludwik denklemi düzenlenir ve (9) nolu denklem yerine konursa;

$$\left(\frac{\sigma - \sigma_o}{k}\right)^{\frac{1}{n}} = \varepsilon_t - \frac{\sigma}{E} \quad (10)$$

denklemi elde edilir. Bu denklem nonlinear bir ifadedir. Her bir noktadaki gerilme miktarı;

$$\left(\frac{\sigma_x - \sigma_o}{k}\right)^{\frac{1}{n}} = \varepsilon_x - \frac{\sigma_x}{E} \quad (11)$$

denklemden her bir x değeri için bulunabilir.

Gerilme;

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (12)$$

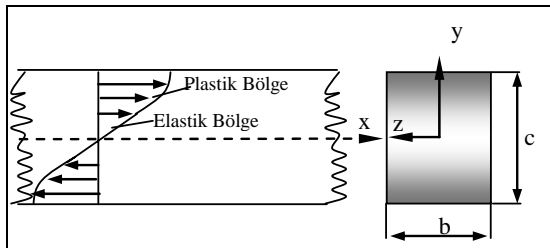
Dolayısıyla kuvvet;

$$F = \sigma \cdot c \cdot b \quad (13)$$

olarak yazılabilir. Şekil 9'daki gibi eğilmeye maruz kalmış bir çubukta her kademede oluşan kuvvet;

$$F = \sigma_x \cdot c \cdot b \quad (14)$$

olarak yazılabilir.



Şekil 9. Çubukta oluşan elastik-plastik gerilme

Newton Cotes kuralının ilk 5 formül için ağırlık katsayıları C_o , w_i Tablo 1'de verilmiştir (Griffiths, 1991).

Tablo 1. Newton Cotes'in Ağırlık Katsayıları (Griffiths, 1991).

Yöntemin adı	N	C_o	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5
Rectangle	1	1	1	1			
Trapezium	2	1/2	1	1			
Simpson	3	1/3	1	4	4	1	
4-nokta	4	3/8	1	3	3	1	
5-nokta	5	2/45	7	32	12	32	7

Ayrıca Tablo 2'de Newton Cotes formülünün katsayıları olan ağırlık katsayıları 7-nokta için verilmiştir (Atlıhan, 2002).

Tablo 2. Newton Cotes'in 7-nokta İçin Ağırlık Katsayıları (Atlıhan, 2002).

Yönt. adı	N	C_o	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7
7-nokta	7	1/840	41	216	27	272	27	216	41

Denklem (1)'i Newton Cotes'in katsayıları cinsinden yazabiliriz.

$$\int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} f(x) dy = C_o \cdot h \sum_{i=1}^n w_i F(x_i) \quad (15)$$

$$M_p = \int_{-\frac{c}{2}}^{\frac{c}{2}} F(x) dy = \frac{y_6 - y_0}{840} \left(41F_0 + 216F_1 + 27F_2 + 272F_3 + 27F_4 + 216F_5 + 41F_6 \right) \quad (16)$$

Denklem (16) plastik momenti vermektedir. Elde edilen bu denklemle plastik moment bulunup şekil 9'da gösterilen eğilmeye maruz bir kirişte oluşan plastik bölgedeki gerilmeler hesaplanabilir.

2. 2. Elastik Moment

Çelik çubuk çekme deneyine tabi tutulduğunda elastik bölgede gerilme şekil değiştirme diyagramında bir doğrusallık gözlenir. Gerilme şekil değiştirme grafiği (Şekil 8) incelendiğinde, elastik bölge için de bir bağıntı türetilebilir.

$$M_e = \int \sigma_x \cdot y_x \cdot dA \quad (17)$$

Denklem (17)'de, σ_x 'in σ_0 cinsinden ifadesi;

$$\sigma_x = \sigma_0 \frac{y_x}{y_0} \quad (18)$$

şeklinde yazılabilir. Buradan eğilme momenti ifadesi çekildiğinde;

$$M_e = \frac{\sigma_0 \cdot b \cdot y_0^2}{3} \dots \dots \dots (19)$$

olarak bulunur.

Toplam moment, elastik ve plastik bölgeye sahip bir çubuktaki elastik ve plastik bölgede oluşan momentlerin toplamı kadardır.

$$M_t = M_e + M_p \dots \dots \dots (20)$$

Denklem (16) ve (19), denklem (20)'de yerine konularsa;

$$M_t = \left[\frac{\sigma_0 b y_0^2}{3} + \frac{y_6 - y_0}{840} \left(41F_0 + 216F_1 + 27F_2 + 272F_3 \right) \right. \\ \left. + 27F_4 + 216F_5 + 41F_6 \right]$$

elde edilir. Bu toplam momentten kirişin elastik-plastik gerilme değerleri hesaplanabilir.

3. ARTIK GERİLMELERİN HESAPLANMASI

Kiriş akma sınırının üstünde bir momentle yüklenirse kirişin belli bölgelerinde kalıcı deformasyonlar gözlenir. Bu aşamada uygulanan moment kaldırılırsa akma gösteren bölgeler dışındaki iç yapı ilk haline gelir. Akmanın olduğu bölgelerde kalıcı gerilmeler meydana gelir. Bu gerilmelere de artık gerilmeler denilir. Kirişteki eğilmeden dolayı meydana gelen maksimum gerilme, denklem (22)'den hesaplanabilir.

$$\sigma_{\max} = \frac{M_t}{I} y \dots \dots \dots (22)$$

Artık gerilme, kirişe uygulanan gerilmeden maksimum gerilmenin çıkarılmasıyla elde edilir.

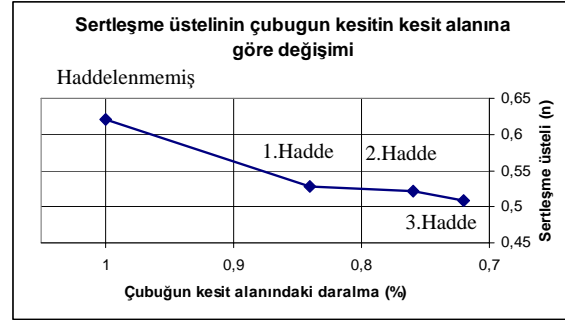
$$\sigma_{art} = \sigma_{uy} - \sigma_{\max} \dots \dots \dots (23)$$

4. ÖRNEKLER VE TARTIŞMA

Çekme deneyine tabi tutulan S235JR çubuğun plastik deformasyon sabiti (k), sertleşme üsteli (n), kopma gerilmesi (σ_k) ve kesit alanları Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3. n ve k Değerleri.

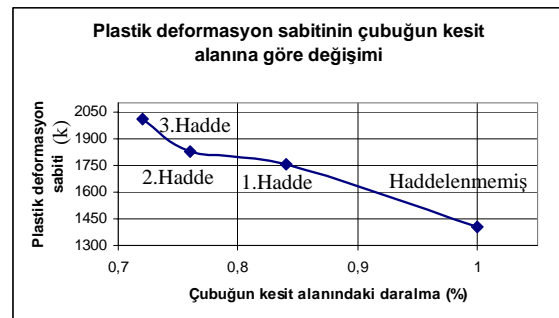
	Haddelenmemiş	1. Hadde	2.Hadde	3.Hadde
Alan (mm ²)	50.2	42.24	38.15	36
n	0.620	0.528	0.521	0.508
k	1401	1756	1830	2012
σ_k (MPa)	205	597.77	668.41	666.67



Şekil 10. Çubuğun kesit alanının daralması ile sertleşme üstelinin değişimi

Çubuklara uygulanan çekme deneyi ile plastik deformasyon sabiti (k) ve sertleşme üsteli (n) bulunmuştur. (n) ve (k)'nin bulunmasıyla Ludwik denkleminde yerine konulmuş ($\sigma = \sigma_0 + k \epsilon_p^n$) böylelikle çubukta oluşan gerilmeler bulunmuştur.

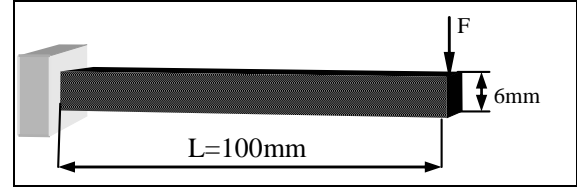
Elde edilen veriler sonucunda Şekil 10 ve Şekil 11'de görülen grafikler elde edilmiştir. Şekil 10'daki grafik incelendiğinde sertleşme üsteli (n)'in azaldığı gözlenmiştir. Bu azalma çelik çubukların elastik malzeme özelliğinden plastik malzeme özelliğine doğru gittiği dolayısıyla malzemenin sertleştiğini göstermektedir. Çelik çubukların, kesit alanlarının azalmasıyla malzemenin sertleştiği, malzemenin iç yapısındaki plastik oluşumların arttığı, sonuçta sertleşme üstelinin azaldığı sonucunu göstermiştir. Malzemenin sertleşmesi ile çubukların kırılabilirliğinin arttığı sonucuna ulaşılmıştır.



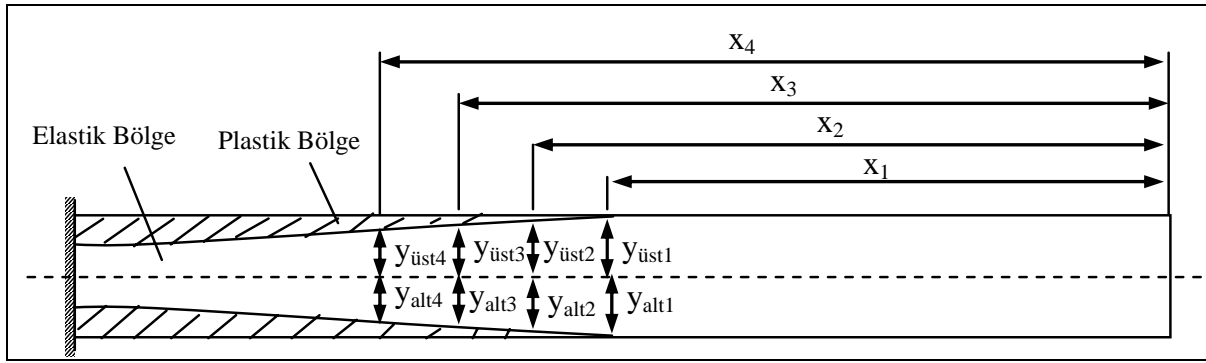
Şekil 11. Çubuğun kesit alanının daralması ile plastik deformasyon sabitinin değişimi

Şekil 11'deki grafik incelendiğinde haddeleme ile kesitte azalma olduğu ve plastik deformasyon sabiti (k)'nın artışı görülmektedir. Örnek olarak ele alınan çubuklar (S235JR), 7 m uzunluğunda ve 8 mm çaplı olarak Şekil 2'de ki gibi kesilirler ve kesilen bu çelik çubuklar soğuk haddeleme ile Şekil 3 ve Şekil 12'de görüldüğü gibi 6x6 mm² boyutlarında profil kesit haline getirilirler. Şekil 12'de görülen çelik çubuğa akma sınırının üstünde bir eğme kuvveti uygulanmış ve bu çubukta oluşan artık gerilme dağılımları her kademe için hesaplanıp Tablo 4, 5 ve 6'da verilmiştir. Hesaplanan bu değerler ile haddeleme

sonucu oluşan gerilmeler tespit edilmiştir. Böylece 1. haddelemeden 3. haddelemeye gerilmelerin ne kadar değiştiği bulunmuştur.



Şekil 12. Eğme kuvveti etkisindeki çelik çubuk



Şekil 13. Kesitteki artık gerilme dağılımı

Tablo 4. Birinci Haddelemede x-y Koordinatlarında Oluşan Gerilmeler.

	x (mm)	y _{alt} (mm)	y _{üst} (mm)	(σ_{xp}) _{alt} (MPa)	(σ_{xp}) _{üst} (MPa)	(σ_{xe}) _{alt} (MPa)	(σ_{xe}) _{üst} (MPa)	(σ_{xart}) _{alt} (MPa)	(σ_{xart}) _{üst} (MPa)
1	34.92	3.35	335	-500.00	500.00	-500.00	500.00	0.00	0.00
2	40.00	2.80	2.80	-479.55	479.55	-480.12	480.12	-0.57	0.57
3	45.00	2.25	2.25	-455.29	455.29	-456.86	456.86	-1.57	1.57
4	50.00	2.12	2.12	-451.21	451.21	-453.34	453.34	-2.13	2.13

Tablo 5. İkinci Haddelemede x-y Koordinatlarında Oluşan Gerilmeler.

	x (mm)	y _{alt} (mm)	y _{üst} (mm)	(σ_{xp}) _{alt} (MPa)	(σ_{xp}) _{üst} (MPa)	(σ_{xe}) _{alt} (MPa)	(σ_{xe}) _{üst} (MPa)	(σ_{xart}) _{alt} (MPa)	(σ_{xart}) _{üst} (MPa)
1	36.21	3.25	3.25	-500.00	500.00	-500.00	500.00	0.00	0.00
2	40.00	2.87	2.87	-487.99	487.99	-488.93	488.93	-0.94	0.94
3	45.00	2.48	2.48	-474.58	474.58	-475.95	475.95	-1.37	1.37
4	50.00	2.24	2.24	-463.69	463.69	-466.70	466.70	-3.01	3.01

Tablo 6. Üçüncü Haddelemede x-y Koordinatlarında Oluşan Gerilmeler.

	x (mm)	y _{alt} (mm)	y _{üst} (mm)	(σ_{xp}) _{alt} (MPa)	(σ_{xp}) _{üst} (MPa)	(σ_{xe}) _{alt} (MPa)	(σ_{xe}) _{üst} (MPa)	(σ_{xart}) _{alt} (MPa)	(σ_{xart}) _{üst} (MPa)
1	35.96	3.00	3.00	-500.00	500.00	-500.00	500.00	0.00	0.00
2	40.00	2.64	2.64	-489.37	489.37	-490.68	490.68	-1.31	1.31
3	45.00	2.30	2.30	-478.57	478.57	-481.30	481.30	-2.73	2.73
4	50.00	2.04	2.04	-469.72	469.72	-473.34	473.34	-3.62	3.62

Bu üç haddeleme sonrası eğme kuvveti etkisinde ortaya çıkan artık gerilmeleri karşılaştırmak için çubuk üzerindeki herhangi bir noktadaki ($x = 40$ mm, $y = 2.5$ mm) artık gerilmeler göz önüne alınarak Tablo 7'de verilmiştir. Kirişin $x = 40$ mm, $y = 2.5$ mm koordinatlarında oluşan artık gerilmeler, özellikle üçüncü haddeleme işleminden sonra yaklaşık iki kat kadar arttığı görülmüştür. Haddeleme sayısı ile artık gerilme oranı arasındaki ilişki yine Tablo 7'de gösterilmiştir. Burada 1.Haddeleme ile 2.Haddeleme arasındaki artık gerilme artışı % 21 olarak ve 2. Haddeleme ile 3. Haddeleme arasındaki artık gerilme artışı ise % 41 olarak elde edilmiştir. Bunun nedeni olarak diğer haddelemelere göre son haddelemede sertleşme üstelinin (n) azalması, buna karşın plastik deformasyon sabitinin (k) artışı söylenebilir. Son haddeleme olan üçüncü haddelemede artık gerilmeyi yok etmek için uygun bir ısıl işlem çubuklara uygulanmalıdır.

Tablo 7. Kirişin $x = 40$ mm, $y = 2.5$ mm Koordinatlarında Eğme Kuvveti Etkisinde Oluşan Artık Gerilmeler ve Yüzdeler Artışları.

Hadde	Deformasyon Oranı	Artık Gerilme (N/mm ²)
1. Haddeleme	0.84	1.10
2. Haddeleme	0.76	1.34
3. Haddeleme	0.72	1.89
Haddeleme işlemleri		Artış (%)
1.Haddeleme ile 2.Haddeleme		21
2.Haddeleme ile 3.Haddeleme		41

5. SONUÇLAR

Çelik çubukların haddelenmesinde şu sonuçlara ulaşılmıştır.

- Haddeleme ile birlikte sertleşme üsteli azalıyor ve malzeme plastik özellik kazanmaya başlıyor.
- Haddeleme ile plastik deformasyon sabiti artmıştır.
- Kiriş akma gerilmesi üzerinde bir kuvvet etkisi altında olduğu takdirde plastik bölge kirişin alt ve üst yüzeyinden içeriye doğru simetrik olarak dağılmaktadır.
- Tablo 4, 5 ve 6'da verildiği gibi birinci haddelemede çubuğun $x = 34.92$ mm $y = 3.35$ mm, ikinci haddelemede çubuğun $x = 36.21$ mm ve $y = 3.25$ mm, üçüncü haddelemede çubuğun $x = 35.96$ mm, $y=3$ mm koordinatlarında malzeme elasto-plastik sınırdaki olduğu için artık gerilmeler sıfır çıkmıştır.

- Üçüncü haddeleme ile birlikte en büyük artık gerilme miktarı elde edilmiştir.
- Kirişin, $x = 40$ mm, $y = 2.5$ mm koordinatlarında son haddeleme ile artık gerilmenin 2 kat arttığı görülmüştür.
- Üçüncü haddelemeden sonra uygun bir ısıl işlem seçilerek artık gerilmeler yok edilmelidir.

5. SEMBOLLER VE KISALTMALAR

- A_0 : Çubuğun ilk alanı (mm²),
 P : Kuvvet (N),
 L_0 : Çubuğun ilk boyu (mm),
 A : Çubuğun alanı (mm²)
 L : Çubuk boyu (mm),
 σ_c : Çekme gerilmesi (N/mm²)
 L_{pi} : Plastik bölgedeki çubuğun uzunluğu (mm),
 σ_0 : Akma gerilmesi (N/mm²),
 ϵ_p : Plastik şekil değiştirme,
 k : Plastik deformasyon sabiti,
 n : Sertleşme üsteli,
 ϵ_0 : Akma noktasında meydana gelen şekil değiştirme,
 ϵ_t : Toplam şekil değiştirme,
 $\Delta\epsilon$: Her kademedeki şekil değiştirme,
 ϵ_p : Plastik şekil değiştirme,
 ϵ_e : Elastik şekil değiştirme,
 y_x : Eğme kuvveti etkisinde oluşan x 'inci kademedeki yer değiştirme (mm),
 b : Çelik profilin genişliği (mm),
 σ_x : x 'inci kademedeki gerilme (N/mm²)
 I : Atalet momenti (mm⁴),
 y : Asal eksenden uzaklık (mm),
 C_0 : Sabit katsayı,
 w_i : Ağırlık katsayısı,
 h : İki nokta arasındaki mesafe (mm),
 c : Kirişin yüksekliği (mm).

6. KAYNAKLAR

- Topçu, M. 1991. Transmisyon Zincirleri Yan Plakalarındaki Artık Gerilmelerin Hesaplanması, VII Ulusal Mekanik Kongresi, Antalya.
- Zang, Z., Hu, S. J. 1998. Stres and Residual Stres Distributions in Plane Strain Bending, İnt. J. Mech. Sci. Vol.40, No. 6, pp. 533-543.

Sayman, O., Zor, M. 2000. An Analytical Elastic-Plastic Stress Analysis in a Woven Steel Reinforced Thermoplastic Cantilever Beam Loaded Uniformly, Composite: Part B 31, pp. 277-284.

Ataş, C., Sayman, O. 2000. Elastic-Plastic Stress Analysis and Expansion of Plastic Zone in Clamped and Simply Supported Aluminum Metal-Matrix Laminated Plates, Composite Structures 49, pp 9-19.

Sayman, O., Aksoy, S., Aykul, H. 2000. An Elastic Solution for a Thermoplastic Composite Cantilever Beam Loading by Bending Moment, Composites Science and Technology 60, pp. 2739-2745.

Sayman, O., Kayrıcı, M. 2000. An Elastic-plastic Stress Analysis in a Thermoplastic Composite Cantilever Beam, Composite Science and Technology 60, pp. 623-631.

Sayman, O., Çallıoğlu, H. 2000. An Elastic-plastic Stress Analysis of Thermoplastic Composite Beam Loaded by Bending Moments, Composite Structures 50, pp. 199-205.

Becker, T. L., Cannon, R.M. Ritchie, R.O. 2000. An Approximate Method for Residual Stress Calculation

in Functionally Graded Materials, Mechanics of Materials 32, pp 85-97.

Almer, J.D., Cohen, J.B., Moran, B. 1999. The Effects of Residual Macro stresses and Micro stresses on Fatigue Crack Initiation, Materials Science and Engineering A284, pp. 288-279.

Altan, G., Atlıhan, G., Topcu, M. 2004. Tekil Kuvvetle Yüklenmiş Örgülü Çelik Fiber Takviyeli Termoplastik Kompozit Ankastrde Kirişlerde Artık Gerilme Analizi, Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Bilimleri Dergisi, Cilt 10, Sayı 1, Sayfa 119-125.

Bulut, A. S. 2000. Sayısal Çözümleme, Dokuz Eylül Üniversitesi Mühendislik Fakültesi Yayınları No: 268, İzmir.

Griffiths, D.V., Smith, I.M. 1991. Numerical Methods for Engineers, Both of the University of Manchester, ISBN 0-632-02751-7.

Atlıhan, G. 2002. Soğuk Şekillendirilmiş Çubuklarda Eğme Etkisinde Oluşan Artık Gerilmelerin Hesaplanması, Pamukkale Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, Yüksek Lisans Tezi.