

SAKARYA HAVZASI AYLIK YAĞIŞLARININ OTOREGRESİF MODELLEMESİ

Meral BÜYÜKYILDIZ*, Ali BERKTAY**

*Selçuk Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Kampus/Konya

**Selçuk Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Çevre Mühendisliği Bölümü, Kampus/Konya

Geliş Tarihi : 19.11.2004

ÖZET

Bu çalışmada, geleceğe yönelik tahminler yapabilmek amacıyla Türkiye'nin önemli büyük havzalarından biri olan Sakarya Havzası'na ait aylık yağışların periyodik otoregresif modelleri (PAR) belirlenmiş ve belirlenen model tiplerine ait matematiksel ifadeler elde edilmiştir. Optimum modeller Akaike Bilgi Kriteri (AIC) değerlerine göre seçilmiştir. Her ne kadar AIC'de parametreler "en büyük olabilirlik yöntemi" ne göre hesaplanıyorsa da, bu çalışmada, "momentler yöntemi" kullanılmış; anılan her iki parametre tahmin yönteminin vereceği sonuçların karşılaştırılması diğer bir çalışma kapsamında düşünülmüştür. Seçilen modellerin uygunluk testleri Port Manteau testi ile artık serilerin bağımsızlığı kontrol edilerek yapılmıştır. Her istasyon için seçilen modeller kullanılarak tarihi serilerle aynı uzunluğa sahip 50'şer adet sentetik seri üretilmiş ve bu sentetik serilerle tarihi serilerin istatistiksel karakteristikleri (ortalama, standart sapma, korelasyon) karşılaştırılmıştır. 25 istasyona ait aylık yağışların periyodik otoregresif modellerinin belirlenmesi sonucunda PAR(0), PAR(1), PAR(2) ve PAR(3) olmak üzere 4 farklı PAR modeli elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Sakarya havzası, Yağış, Zaman serisi, Otoregresif, Akaike bilgi kriteri

AUTOREGRESSIVE MODELLING OF MONTHLY RAINFALL IN SAKARYA BASIN

ABSTRACT

In this study, periodic autoregressive models were established to predict future behaviour of monthly rainfall data of Sakarya Basin which is one of the big and important basin in Turkey. Mathematical equations of the Periodic Autoregressive Models (PAR) were also determined. Optimum models were selected based on Akaike Information Criterion (AIC). Although the parameters are calculated according to "maximum probability method" in AIC, "moments method" was used in this study; the comparison of the results of both mentioned parameter estimation methods was thought to be considered in another study's scope. The Port Manteau lack of fit test for the selected models have indicated that residuals are white noise. By using the selected models for the stations, 50 set of synthetic series which have the same length with the historical series for the monthly average rainfalls have been generated, and statistical characteristics (mean, standard deviation, autocorrelation structure) of these synthetic series have been compared with statistical characteristics of historical series. By determining the stochastic models of monthly average rainfall of 25 stations, 4 different PAR models were obtained, namely as PAR(0), PAR(1), PAR(2) and PAR(3) .

Key Words : Sakarya basin, Rainfall, Time series, Autoregressive, Akaike information criteria

1. GİRİŞ

İklimin zamanla değişiminin belirlenmesi; hızlı nüfus artışı, kirlenme ve küresel ısınma tehdidinde bulunan su kaynaklarının planlanması ve işletilmesi açısından önemlidir. Mevcut veriler genellikle sürecin toplumunu tam olarak yansıtmadığından, daha güvenilir kararlar alabilmek için sürecin modellenmesi gerekmektedir. Modeller, planlama ve tasarım için veri üretmek ya da süreçlerin gelecekteki değerlerinin tahmini için kullanılabilir. Zaman serilerini tanımlayacak doğru model seçimiyle, geleceğe yönelik daha gerçekçi ve güvenilir senaryolar üretip, daha doğru karar vermek mümkün olmaktadır (Bacanlı ve Baran, 2004). Su kaynaklarının planlama ve işletme çalışmalarında yaşanan karar verme süreçleri de sentez ve simülasyon gibi matematiksel yaklaşımlara ihtiyaç duymaktadır. Küresel ölçekte meydana gelen iklimsel değişimlerin bölgesel olarak incelenmesinde de yarar vardır. İnsan etkinlikleri sonucunda gezegenimizdeki iklim değişimlerini tahmin etmek ve yeni modeller geliştirmek amacıyla küresel ve bölgesel ölçekte bir çok araştırma yapılmıştır.

Nguyen and Rousselle (1981), saatlik yağış rasgele bir değişken olarak kabul etmek suretiyle bu dataların olasılık dağılımlarını elde etmek için stokastik bir model teklif etmiş ve bu metodu 32 yıllık saatlik yağış kayıtları üzerinde deneyerek kullanılabilir olduğu sonucuna varmışlardır. Salas and Obeysekera (1982), genelleştirilmiş kısmi otokorelasyon fonksiyonunu ele alarak bu fonksiyon yardımıyla otoregresif hareketli ortalama (ARMA) modellerinin derecesinin belirlenebileceğini göstermişlerdir. Te and Singh (1994), otoregresif modellerin parametrelerinin hesabında kullanılmak üzere yeni bir otokorelasyon fonksiyonu metodu teklif etmiş ve bazı durumlarda Yule-Walker denklemlerinden daha iyi sonuç verdiğini göstermişlerdir. Ayrıca teklif edilen modelin kullanımının otoregresif (AR) modeller için daha kolay olduğunu savunmuşlardır. Yücel ve Topaloğlu (1999), Adana Meteoroloji istasyonuna ilişkin uzun yıllık (1929-1990) günlük minimum, ortalama ve maksimum sıcaklık değerlerinin zaman serisi analizi içinde gidiş, periyodik ve stokastik bileşenlerini incelemiştir. İçağa (2003), Akarçay Havzasına ait aylık ortalama akım ve aylık yağış verilerini kullanarak akım modellemesi çalışması yapmıştır. Yürekli ve Öztürk (2003), Kelkit Deresi günlük ekstrem akımlarının stokastik modellemesini yaptığı çalışmada, günlük minimum akım kayıtları için korelogram ve kısmi korelogramlardan tüm diagnostik kontroller yapılarak dört ARMA modeli belirlenmiştir. Bacanlı ve Baran (2004) tarafından

yapılan çalışmada, gözlenmiş verinin toplumu olarak seçilen AR(3) modeline ve gözlenmiş veri istatistiksel özelliklerine uygun olarak iki farklı veri gurubuyla değerlendirme yapılmıştır. İlkinde 600 yıl süreli veri gurubu ilk 100, 200, ..., 600 yıl süreli alt veri guruplarına ayrılarak veri uzunluğunun uygunluk kriterleri üzerindeki etkisi araştırılmıştır. İkincide ise, Saint Lawrence nehrinin akım verileri modellenmiştir.

Bu çalışmada Sakarya Havzası'na ait 25 adet yağış gözlem istasyonunun aylık yağışlarının periyodik otoregresif (PAR) modelleri kurulmuştur.

2. MATERYAL VE METOD

Bu çalışmada Sakarya Havzası'nda DMİ tarafından işletilen 85 istasyondan istatistiksel açıdan yeterli sayılabilecek gözlem yılına (minimum 30 yıl) sahip 25 istasyonun aylık yağış verileri kullanılmıştır. Metodoloji için Salas et al., (1980)'nin önerdikleri yol izlenerek işlem basamakları ayrıntılı bir şekilde açıklanmıştır.

2. 1. Periyodik Otoregresif Modeller (PAR)

Otoregresif modeller 1960' lı yılların başlarından itibaren yıllık ve periyodik zaman serilerinin modellenmesi için hidrolojide ve su kaynaklarının planlanmasında yaygın olarak kullanılmıştır. Periyodik hidrolojik seriler mevsimlik, aylık ya da günlük olabilirler. Bu çalışmada sabit parametrelili AR modelleri ele alınmıştır. Periyodik serilere ait sabit parametrelili AR modelleri yıllık serilere benzer şekilde oluşturulur. p. dereceden bir AR modelini kullanarak z_t serisi aşağıdaki şekilde ifade edilebilir.

$$z_t = \phi_1 z_{t-1} + \dots + \phi_p z_{t-p} + \varepsilon_t \quad (1)$$

PAR modellerinin metodolojisi a) Ön analiz, b) Parametre tahmini, c) Seçilen modelin uygunluk testi d) Modele ait ilave testler aşamalarından oluşur.

2. 2. Ön Analiz Aşaması

Zaman serisinin normalite kontrolü yapılmalıdır. Bu test çarpıklık katsayısı ile yapılabileceği gibi normal dağılım olasılık kağıdını kullanarak ya da Ki-kare (Chi-square) testi ile de yapılabilir. Bu çalışmada çarpıklık testi kullanılmıştır. Bu test sonucunda serinin normal dağılmadığı belirlenirse, uygun bir transformasyon ile seri normal dağılmış hale getirilir. Periyodik $y_{v,t}$ zaman serisinin grafiği çizilir ve seriye ait periyodik karakterler gözlenir. $y_{v,t}$ serisine ait periyodik karakteristikler seriden

uzaklaştırılarak $z_{v,\tau} = (y_{v,\tau} - \mu_\tau) / \sigma_\tau$ denklemi ile standardize $z_{v,\tau}$ serisi ve bu seriye ait otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonları elde edilerek grafikleri çizilir. Otokorelasyon ve kısmi otokorelasyon fonksiyonlarının hangi gecikme derecelerinde önemli değerler aldığı incelenerek modelin derecesi hakkında bir ön değerlendirme yapılır. Seriyeye ait r_k otokorelasyon katsayılarının hesabı için,

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{N-k} (x_t - \bar{x})(x_{t-k} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^N (x_t - \bar{x})^2} \quad (2)$$

formülü kullanılır. %95 olasılık seviyesi için Anderson limitleri ile birlikte hesaplanan otokorelasyon değerlerinin k ötelemesine göre değişimini gösteren korelogram çizilir. Herhangi bir r_k değerinin istatistiksel olarak önemli çıkması durumunda, seride birbirleri arasında k kadar gecikme olan terimlerin birbiriyle bağımlı oldukları sonucuna varılır. Modelin otoregresif derecesinin belirlenmesinde kullanılan diğer bir metot da, verilen bir modelin ya da serinin zamansal bağımlılığını temsil eden kısmi otokorelasyon fonksiyonu ve bunun kısmi korelogram ile ifade edilmesidir. Otokorelasyon katsayıları, bir zaman serisine ait terimlerin birbirine göre bağımlılığını ifade eder. Otokorelasyon fonksiyonu ise aşağıdaki ifade ile elde edilir:

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}, \quad k > 0 \quad (3)$$

Bu denklem p. dereceden bir AR(p) modeline ait parametrelerin momentler metoduyla tayin edilmesinde yaygın olarak kullanılmaktadır. ρ terimleri örneğe ait otokorelasyon, ϕ terimleri ise kısmi otokorelasyon katsayılarıdır. k'ncı dereceden bir AR(k) prosesindeki kısmi otokorelasyon katsayısı $\phi_k(k)$, ρ_j ve ρ_{j-k} terimleri arasındaki lineer ilişkinin bir ölçüsüdür. Bir AR(k) modeli için aşağıdaki farklar denklemini yazmak mümkündür.

$$\rho_j = \phi_1(k) \rho_{j-1} + \phi_2(k) \rho_{j-2} + \dots + \phi_k(k) \rho_{j-k}, \quad j=1, \dots, k \quad (4)$$

(4) denkleminden faydalanarak, kısmi otokorelasyon fonksiyonuna ait k. gecikme derecesindeki $\phi_k(k)$ terimini elde etmek için, bir lineer denklem takımı oluşturulur ve buradan ϕ_k vektörü elde edilerek sonuca gidilebilir. $\phi_k(k)$ değerleri, alternatif olarak bu çalışmada da kullanılan Durbin formülleri ile de hesaplanabilir. Sürecin AR(p) modeli olduğu

hipotezi ile $k > p$ için tahmin edilen (örnekten hesaplanan) $\phi_k(k)$; sıfır ortalaması ve $1/N$ olan varyansı ile asimptotik olarak normal dağılıma uyar. Böylece sıfır kısmi otokorelasyon için $(1-\alpha)$ güven limitleri (5) denklemi ile hesaplanır (Salas et al., 1980):

$$\left\{ -u_{1-\alpha/2} / \sqrt{N}; u_{1-\alpha/2} \sqrt{N} \right\} \quad (5)$$

Burada, N örnekteki eleman sayısı, α ise seçilen önem seviyesidir. $u_{1-\alpha/2}$ ise $1-\alpha/2$ olasılığındaki standart normal değişkendir. $\phi_k(k)$ değerlerinin k gecikme derecesine göre değişimini veren korelogramın çizilmesinden sonra (5) ifadesi ile hesaplanan güven limitleri de aynı grafik üzerinde işaretlenir. Güven limitlerinden daha büyük değerler alan $\phi_k(k)$ terimlerinin istatistiksel açıdan önemli olduğu sonucuna varılır ve hangi gecikme derecelerinde kestikleri dikkate alınarak model derecesi için karar verilir.

2. 3. Parametre Tahmini Aşaması

Öngörülen modele ait kısmi otokorelasyon katsayıları ($\phi_j, j=1, \dots, p$) hesaplanarak kararlılık şartları kontrol edilir. Parametre tahmininde momentler, maksimum olabilirlik, en küçük kareler (Salas et al., 1980) ve otokorelasyon fonksiyonu (Te and Sing, 1994) metotlarından biri kullanılır. Burada yaygın ve basit bir kullanım alanı olan momentler metodu kullanılmıştır. Seçilen modele ait ϕ_1, \dots, ϕ_p parametrelerinin kararlılık şartları aşağıda verilen karakteristik denklemin kökleri aracılığı ile kontrol edilir:

$$u^p - \phi_1 u^{p-1} - \phi_2 u^{p-2} - \dots - \phi_p = 0 \quad (6)$$

Eğer, $|u_i| < 1$ ($i=1, \dots, p$) ise kararlılık şartları sağlanmış olur. (3) ifadesi ile öngörülen modellere ait otokorelasyon fonksiyonlarını hesaplayarak tarihi seriyeye ait korelogramla mukayese yoluna gitmek uygun modelin seçimi konusunda faydalı olur. Eğer öngörülen modelden daha iyi bir model söz konusu ise bundan sonraki işlemlere o modele ile devam edilir. Son olarak seçilen modele ait artık seri varyansı aşağıdaki ifade ile hesaplanır:

$$\sigma_\varepsilon^2 = \frac{N\sigma^2}{(N-p)} \left(1 - \sum_{j=1}^p \phi_j r_j \right) \quad (7)$$

2. 4. Uygunluk Testi Aşaması

Aşağıda verilen (8) denklemi yardımıyla ε_t artık serileri hesaplanır:

$$\varepsilon_t = z_t - \phi_1 z_{t-1} - \phi_2 z_{t-2} - \dots - \phi_p z_{t-p} \quad (8)$$

ε_t artık serilerinin bağımsızlık kontrolü Port Manteau metodu ile yapılır. Bunun için aşağıdaki denklem kullanılarak Q istatistiği hesaplanır:

$$Q = N \sum_{k=1}^L r_k^2(\varepsilon) \quad (9)$$

Bu denklemde N örneğin eleman sayısı, $r_k(\varepsilon)$ ise artık serilerin otokorelasyon katsayılarıdır. L ise göz önüne alınan en büyük gecikme değeridir ve $L = 0.05N$ alınabilir. Hesaplanan Q değeri (L-p) serbestlik derecesindeki ve istenilen olasılıktaki χ^2 (Ki-kare) değeri ile kıyaslanır. Olasılık seviyesi olarak $1-\alpha = 0.95$ almak yeterli olur. Q değerinin χ^2 değerinden küçük olması durumunda artık serilerin bağımsız olduğu sonucuna varılır ve bir sonraki adıma geçilir. Aksi halde modelin derecesi $p = p + 1$ alınarak geriye dönlür. Alternatif olarak artık serilere ait otokorelasyon fonksiyonunun grafiğinden de faydalanılabilir. Bunun için hesaplanan otokorelasyon katsayılarına ait % 95 olasılık seviyesindeki limitler aşağıdaki formül ile hesaplanır:

$$r_k(\%95) = \frac{-1 \pm 1.96\sqrt{N-k-1}}{N-k} \quad (10)$$

Otokorelasyon katsayıları ile limit değerler aynı grafik üzerinde gösterilerek otokorelasyon katsayılarının limit değerleri hangi sıklıkta kestiği kontrol edilir. Eğer otokorelasyon katsayıları limit değerlere ait çizgiyi önemli ölçüde kesmiyorsa artık seriler bağımsız demektir. Aksi takdirde artık serilerin önemli bir içsel bağımlılığı vardır ve modelin değiştirilmesi gerekir. ε_t artık serilerinin normalite kontrolü de yapılmalıdır. Fakat bu noktada inisiyatif kullanmak mümkündür (Salas et al., 1980). Seçilen modelin derecesinin uygunluğunu araştırmak için bu modelin bir üst ve bir alt modeli arasında Akaike tarafından teklif edilen Akaike Bilgi Kriteri (Akaike Information Criterion; AIC) kullanılır. Bunun için eğer seçilen model AR(p) modeli ise AR(p-1), AR(p) ve AR(p+1) modelleri arasında (11) denklemi kullanılarak AIC değerlerine göre bir kıyaslama yapılır.

$$AIC(p) = N \times \ln(\sigma_{\varepsilon}^2) + 2p \quad (11)$$

Minimum AIC değerini veren model en uygun model olarak kabul edilir. Seçilen modele ait $\rho_k(z)$ korelogramı hesaplanır. Daha önce hesaplanan $r_k(y)$ değerleri ile seçilen modele ait $\rho_k(z)$ değerleri aynı grafik üzerinde çizilerek bunlar arasındaki uyum izlenir. İki korelogramın uyumlu olması, seçilen modelin uygunluğunu gösterir.

2. 5. Modele Ait İlave Testler Aşaması

Bu bölümde, sentetik seriler üretilir ve üretilen serilerle tarihi serinin istatistiksel karakteristikleri kıyaslanır. Bunun için kurulan AR(p) modeli kullanılarak tarihi seri ile aynı N uzunluğuna sahip mesela 100 adet seri üretilir. Her bir serinin istatistiksel karakteristikleri olan ortalama $\mu(i)$, standart sapma $\sigma(i)$, çarpıklık katsayısı $\gamma(i)$ ve korelogram $r_k(i)$ hesaplanır ($i = 1, \dots, 100$). Sentetik serilere ait bu istatistiksel karakteristikler ile tarihi seriye ait istatistiksel karakteristikler kıyaslanır. Burada örnek olarak korelogramların kıyaslanması verilecektir. Her bir öteleme değeri (k) için r_k 'ların örnek ortalaması ve r_k değerlerinin örnek standart sapması hesaplanır. Böylece r_k için güven aralığı $\left[r_k - c \times s(r_k), r_k + c \times s(r_k) \right]$ ifadesi ile bulunur.

c katsayısı testin önem derecesine bağlı olup bu çalışmada % 5 önem seviyesine karşılık gelen 1.96 değeri seçilmiştir. Bu metod diğer istatistiksel karakteristiklerin mukayesesi için de kullanılabilir. Bu kontrollerin sonucunda eğer bir ya da daha fazla tarihi karakteristiğin model tarafından muhafaza edilmediği ortaya çıkarsa, modeli kabul ya da reddetmek araştırmacının sonuçları ne derece önemli olduğuna bağlıdır.

3. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE DEĞERLENDİRME

3. 1. Ön Analiz

Aylık yağış serilerinin normal dağılıp dağılmadığını belirlemek için yapılan çarpıklık testine göre bazı istasyonlarda verilerin normal dağılmadığı belirlenmiştir. Bu istasyonlara ait yağış serilerinin çarpıklıklarını azaltmak amacıyla $y_{v,\tau} = \log(x_{v,\tau} + 10)$ dönüşümü uygulanmış ve sonuç olarak bütün istasyonlara ait yağış serileri normal dağılıma uygun hale getirilmiştir (Tablo 1). Tablo 1'de (*) ile belirtilen çarpıklık katsayısı (γ) değerleri orijinal yağış verilerine ait, diğerleri ise transforme edilmiş yağışlara ait değerleri göstermektedir.

Tablo 1. Orijinal ve Transforme Edilmiş Yağışlara Ait Ortalama Çarpıklık Katsayıları

İstasyon no	Gözlem süresi (N, yıl)	Çarpıklık katsayısı (γ)	$\gamma_a(N)$	İstasyon no	Gözlem süresi (N, yıl)	Çarpıklık katsayısı (γ)	$\gamma_a(N)$	İstasyon no	Gözlem süresi (N, yıl)	Çarpıklık katsayısı (γ)	$\gamma_a(N)$
17069	41	0.841*	0.861	17129	41	0.853*	0.861	3149	39	-0.322	0.881
17664	41	-0.276	0.861	17130	41	-0.092	0.861	9016	38	0.835*	0.891
17706	41	-0.168	0.861	17662	41	-0.277	0.861	1690	38	0.372*	0.891
17725	41	-0.308	0.861	17680	41	-0.080	0.861	2190	38	0.567*	0.891
17726	41	-0.201	0.861	17702	41	-0.174	0.861	2980	36	0.825*	0.912
17728	41	-0.068	0.861	17752	41	-0.133	0.861	9643	34	-0.242	0.936
17798	41	-0.428	0.861	17679	41	0.155	0.861	4092	32	-0.039	0.961
17122	41	-0.143	0.861	2973	41	-0.577	0.861				
17128	41	-0.223	0.861	2193	41	-0.389	0.861				

Daha sonra bütün istasyonlara ait tarihi $y_{v,\tau}$ serilerinin grafikleri çizilmiş ve periyodiklikleri gözlenmiştir. Periyodik $y_{v,\tau}$ serilerine ait periyodik ortalamalar (μ_τ) ve periyodik standart sapmalar (σ_τ) hesaplanmıştır. Bütün istasyonlara ait $y_{v,\tau}$ serileri $z_{v,\tau} = y_{v,\tau} - \mu_\tau / \sigma_\tau$ standardizasyonu ile boyutsuz hale getirilerek periyodiklik ortadan kaldırılmıştır. $z_{v,\tau}$ serileri z_t ($t = 1, 2, 3, \dots, N$) şeklinde yıllık bir seri gibi düşünmek suretiyle otokorelasyon ve kısmi otokorelasyonlar % 95 güven limitleri ile birlikte hesaplanmıştır. Korelogram ve kısmi korelogramların incelenmesi sonucunda her istasyon için muhtemel

model dereceleri belirlenmiştir.

3. 2. Parametre tahmini

Model dereceleri hakkında karar verebilmek için seçilen model dereceleri ile, bir alt ve bir üst model derecelerine ait otokorelasyon fonksiyonları elde edilmiş ve tarihi serinin z_t korelogramı ile karşılaştırılmıştır. Burada korelogramların karşılaştırmalı grafiklerine yer verilmeyip seçilen model ile, bir alt ve bir üst model derecelerine ait otokorelasyon fonksiyonlarının sayısal sonuçları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. Muhtemel PAR Modeli ile, Bir Alt ve Bir Üst Model Derecelerine Ait Otokorelasyon Fonksiyonları

İstasyon No (Seçilen Model)	PAR(1)	PAR(2)		PAR(3)		
	ϕ_1	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3
17069 (0)	-0.031					
17664 (0)	0.086					
17706 (1)	0.129	0.132	-0.023			
17725 (0)	0.054					
17726 (1)	0.105	0.106	-0.016			
17728 (0)	0.075					
17798 (1)	0.170	0.170	-0.001			
17122 (0)	0.020					
17128 (0)	0.021					
17129 (1)	0.146	0.140	0.039			
17130 (0)	0.034					
17662 (0)	-0.036					
17680 (1)	0.088	0.090	-0.026			
17702 (0)	0.037					
17752 (0)	0.077					
17679 (1)	0.151	0.144	0.046			
2973 (2)	0.160	0.135	0.154	0.124	0.144	0.071
2193 (1)	0.199	0.193	0.029			
3149 (1)	0.194	0.188	0.030			
9016 (1)	0.155	0.147	0.048			
1690 (1)	0.146	0.134	0.081			
2190 (2)	0.166	0.146	0.117	0.142	0.112	0.036
2980 (0)	0.016					
9643 (1)	0.122	0.124	-0.019			
4092 (1)	0.418	0.380	0.089			

Otokorelasyon fonksiyonları yardımıyla kararlılık şartları kontrol edilmiş ve seçilen modellere ait parametrelerin kararlılık şartlarını sağladıkları görülmüştür. Örnek olarak, model derecesi PAR(1)

olan 17706 numaralı istasyon için $-1 < \phi_1 = 0.129 < 1$, model derecesi PAR(2) olan 2973 numaralı istasyonda ise

$$\begin{aligned}\phi_1 + \phi_2 &= 0.135 + 0.154 = 0.289 < 1 \\ \phi_2 - \phi_1 &= 0.154 - 0.135 = 0.019 < 1 \\ -1 < \phi_1 &= 0.135 < 1 \quad \text{ve} \quad -1 < \phi_2 = 0.154 < 1\end{aligned}\quad (12)$$

olduğu için kararlılık şartları sağlanmaktadır. Kurulan modellere ait artık seri varyansları belirlenmiş ve sonuçlar Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3. Her Bir İstasyon İçin Belirlenen PAR Modellerine Ait Artık Seri Varyansları

İstasyon No	Artık Seri Varyansı (σ_ε^2)	İstasyon No	Artık Seri Varyansı (σ_ε^2)	İstasyon No	Artık Seri Varyansı (σ_ε^2)	İstasyon No	Artık Seri Varyansı (σ_ε^2)	İstasyon No	Artık Seri Varyansı (σ_ε^2)
17069	0.978	17728	0.978	17130	0.978	17679	0.957	1690	0.957
17764	0.978	17798	1.076	17662	0.978	2973	0.934	2190	0.940
17706	0.963	17122	0.954	17680	0.972	2193	0.941	2980	0.904
17725	0.978	17128	0.978	17702	0.978	3149	0.942	9643	0.961
17726	0.969	17129	0.959	17752	0.978	9016	0.955	4092	0.804

3. 3. Seçilen Modelin Uygunluk Testi

Bu aşamadaki işlemler (8) ve (9) ifadeleri kullanılarak yapılmış ve sonuçlar Tablo 4'de verilmiştir. Tablo 4'e göre 25 istasyonun 22 tanesinde bulunan Port Manteau (Q) değeri 0.95 olasılıktaki (L-p) serbestlik derecesine karşılık gelen

χ^2 değerinden küçüktür. Dolayısıyla bu istasyonlar için hesaplanan artık seriler bağımsızdır. Diğer 3 istasyonun Q değerleri ise ilgili χ^2 değerlerinden büyük olduğu için bu istasyonlarda ait artık seriler bağımlıdır.

Tablo 4. PAR Modelleri İçin Port Manteau (Q) ve Normalite Testi Sonuçları

İstasyon No	Q	L-p	$\chi^2_{0.95}$	Sonuç	γ_ε	γ
17069	14.89	25-0=25	37.60	Bağımsız	0.812	0.430
17664	22.34	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.267	0.430
17706	34.08	25-1=24	36.36	Bağımsız	-0.137	0.430
17725	25.22	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.298	0.430
17726	16.01	25-1=24	36.36	Bağımsız	-0.199	0.430
17728	19.36	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.065	0.430
17798	18.98	25-1=24	36.36	Bağımsız	-0.465	0.430
17122	23.89	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.139	0.430
17128	12.80	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.216	0.430
17129	33.23	25-1=24	36.36	Bağımsız	0.874	0.430
17130	18.25	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.088	0.430
17662	13.78	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.345	0.430
17680	19.62	25-1=24	36.36	Bağımsız	-0.070	0.430
17702	15.71	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.168	0.430
17752	15.56	25-0=25	37.60	Bağımsız	-0.128	0.430
17679	77.14	25-1=24	36.36	Bağımlı	0.160	0.430
2973	25.26	25-2=23	35.12	Bağımsız	-0.458	0.430
2193	26.22	25-1=24	36.36	Bağımsız	-0.223	0.430
3149	20.82	24-1=23	35.12	Bağımsız	-0.225	0.430
9016	53.25	23-1=22	33.88	Bağımlı	0.831	0.430
1690	31.71	23-1=22	33.88	Bağımsız	0.405	0.430
2190	18.01	23-2=21	32.64	Bağımsız	0.571	0.430
2980	26.01	22-0=22	33.88	Bağımsız	0.695	0.430
9643	16.93	21-1=20	31.40	Bağımsız	-0.233	0.430
4092	41.92	20-1=19	30.10	Bağımlı	0.181	0.430

Bu nedenle bu istasyonlar için başlangıçta tespit edilen model dereceleri bir artırılarak yeni model dereceleri için işlemler tekrarlanmıştır. 17679, 9016 ve 4092 numaralı istasyonlarda yeni model için yapılan uygunluk testleri sonucunda da Port

Manteau testi ile belirlenen Q değerleri ilgili χ^2 değerlerinden büyük olduğu için bu istasyonlarda model derecesi bir defa daha arttırılmıştır. Sonuç olarak bu üç istasyon için en son belirlenen model

dereceleri PAR(3) olarak tespit edilmiştir. Belirlenen yeni model dereceleri ile bir alt ve bir üst model dereceleri için otoregresif parametreler hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 5’de gösterilmiştir.

Belirlenen yeni modellere göre otoregresif

parametrelere ait kararlılık şartları daha önceki gibi hesaplanmış ve sonuç olarak kararlılık şartları sağlanmıştır. Modellerin artık seri varyansları elde edilmiş ve bu artık serilerin bağımlı olup olmadığı Port Manteau testi ile incelenmiş sonuçları Tablo 6’da verilmiştir.

Tablo 5. Seçilen PAR(p) Modelleri İle, Bir Alt ve Bir Üst Model Derecelerine Ait Otokorelasyon Fonksiyonları

İstasyon No (Seçilen Model)	PAR(1)	PAR(2)		PAR(3)			PAR(4)			
	ϕ_1	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_1	ϕ_2	ϕ_3	ϕ_4
17679 (3)		0.144	0.046	0.140	0.031	0.100	0.133	0.029	0.091	0.067
9016 (3)		0.147	0.048	0.141	0.029	0.134	0.142	0.029	0.135	-0.006
4092 (3)		0.380	0.089	0.369	0.040	0.130	0.360	0.037	0.104	0.070

Tablo 6. Artık Seri Varyansları, Port Manteau (Q) Test Sonuçları ve L-p Serbestlik Derecesindeki χ^2 Değerleri

İstasyon no	Artık seri varyansı (σ_e^2)	Q	L-p	$\chi^2_{0.95}$	Sonuç
17679	0.950	32.51	25-3=22	33.88	Bağımsız
9016	0.939	22.21	23-3=20	31.40	Bağımsız
4092	0.788	21.90	20-3=17	27.60	Bağımsız

Modellerin derecesinin uygunluğunu araştırmak için, PAR(p-1), PAR(p) ve PAR(p+1) modelleri arasında (11) denklemi kullanılarak AIC değerlerine göre bir kıyaslama yapılmıştır ve sonuçlar Tablo 7’de verilmiştir. Tablo 7’de her istasyon için başlangıçta

seçilen PAR(p) modeli ile PAR(p-1) ve PAR(p+1) modelleri için belirlenen AIC değerleri arasında minimum AIC değerini veren model optimum model olarak kabul edilmiştir.

Tablo 7. PAR(p) Modellerine Ait AIC(p) Değerleri

İstasyon No	AIC(0)	AIC(1)	AIC(2)	AIC(3)	AIC(4)	Uygun Model
17069	-11.148	-8.628				PAR(0)
17664	-11.148	-11.776				PAR(1)
17706	-11.148	-16.448	-13.709			PAR(1)
17725	-11.148	-9.573				PAR(0)
17726	-11.148	-13.566	-10.682			PAR(1)
17728	-11.148	-10.951				PAR(0)
17798	49.496	38.137	41.139			PAR(1)
17122	-23.330	-20.526				PAR(0)
17128	-11.148	-8.356				PAR(0)
17129	-11.148	-18.716	-16.444			PAR(1)
17130	-11.148	-8.730				PAR(0)
17662	-11.148	-8.792				PAR(0)
17680	-11.148	-11.944	-9.271			PAR(1)
17702	-11.148	-8.803				PAR(0)
17752	-11.148	-11.100				PAR(0)
17679			-17.515	-19.463	-18.699	PAR(3)
2973		-20.848	-29.671	-29.169		PAR(2)
2193	-11.148	-28.030	-25.434			PAR(1)
3149	-11.156	-26.058	-23.471			PAR(1)
9016			-17.269	-22.489	-19.498	PAR(3)
1690	-11.160	-17.942	-17.941			PAR(1)
2190		-20.829	-24.126	-20.940		PAR(2)
2980	-43.580	-40.686				PAR(0)
9643	-11.179	-14.260	-11.405			PAR(1)
4092		-81.785	-82.175	-85.372		PAR(3)

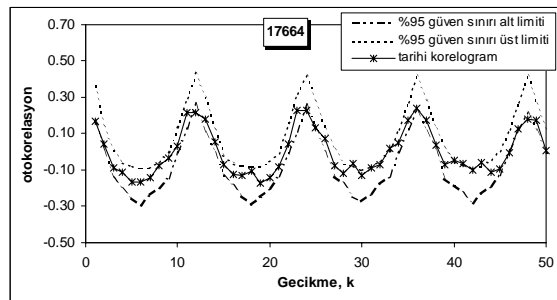
Not : İtalic olarak yazılmış olan min (AIC) değerleri, en uygun PAR(p) modellerini göstermektedir.

3. 4. Modele Ait İlave Testler

Her istasyon için 50'şer adet sentetik seri üretilmiştir. Daha sonra $y_{v,\tau} = z_{v,\tau} \times \sigma_{\tau} + \mu_{\tau}$ dönüşümü ile $y_{v,\tau}$ değerleri elde edilmiştir. Transformasyona tabi tutulan veriler için $x_{v,\tau} = 10^{y_{v,\tau}} - 10$ ters dönüşümü uygulanmak suretiyle sentetik yağış değerleri elde edilmiştir. Tarihi $x_{v,\tau}$ serilerine ait otokorelasyon katsayıları ($r_k(x_{v,\tau})$), ortalamalar (μ_{τ}) ve standart sapmalar (σ_{τ}) hesaplanmıştır. Her bir sentetik seri için aynı karakteristikler hesaplanarak % 95 önem seviyesinde güven aralıkları belirlenmiştir. Tarihi korelogramlar, ortalamalar ve standart sapmaların kontrollerinin sonucunda her istasyon için belirlenen modelin o istasyona ait tarihi serinin istatistiksel karakteristiklerini muhafaza ettiği görülmüştür. Aylık ortalama yağışların otoregresif modellemesinde 25 istasyon için 4 farklı PAR modeli [PAR(0), PAR(1), PAR(2) ve PAR(3)] belirlenmiştir. Fazla yer tutmaması için sadece 17664'ü istasyona ait karşılaştırmaya yer verilmiştir.

3. 5. Korelogramın Kontrolü

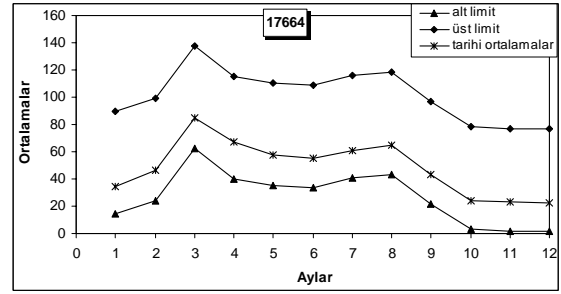
PAR(1) modelinin belirlendiği 17664 numaralı istasyonun tarihi korelogramına ait % 95 güven aralığı Şekil 1'de verilmiştir. Şekilde 1, 12 ve 24. gecikme değerlerinde % 95 güven aralığı sınırları aşılmaktadır. Ancak bu durum kabul edilebilir sınırlar içerisinde kalmaktadır ($0.05 \times 50 \cong 3$).



Şekil 1. PAR(1) modeli için 17664 numaralı istasyona ait tarihi korelogram ve % 95 güven aralığı

3. 6. Ortalamaların Kontrolü

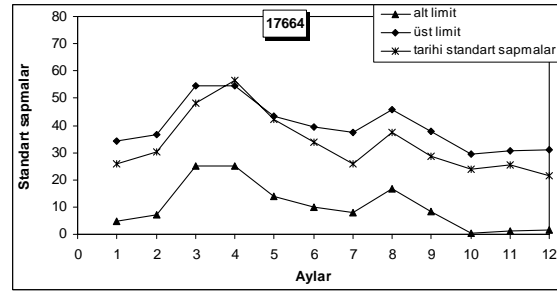
17664 numaralı istasyona ait tarihi periyodik ortalamalar ve % 95 güven aralıkları Şekil 2'de verilmiştir. Şekilde tarihi ortalamaların bütün aylarda güven sınırları içerisinde kaldığı görülmektedir.



Şekil 2. PAR(1) modeli için 17664 numaralı istasyona ait tarihi ortalamalar ve %95 güven aralığı

3. 7. Standart Sapmaların Kontrolü

17664 numaralı istasyona ait tarihi periyodik standart sapmalar ve % 95 güven sınırları Şekil 3'de verilmiştir. Şekilde dördüncü aya ait (Ocak) tarihi standart sapma değerinin güven sınırlarını aştığı görülmekle birlikte bu kabul edilebilir sınırlar içerisinde kalmaktadır ($0.05 \times 12 \cong 1$).



Şekil 3. PAR(1) modeli için 17664 numaralı istasyona ait tarihi standart sapmalar ve %95 güven aralığı

Bu kontroller sonucunda 17664 numaralı istasyon için kurulan PAR(1) modelinin geçerli olduğu görülmektedir. Yapılan bütün kontroller sonucunda 25 istasyona ait aylık ortalama yağış değerlerini temsil eden periyodik otoregresif modellerin (PAR) matematiksel ifadeleri Tablo 8'de verilmiştir.

4. SONUÇLAR

Bu çalışmada Sakarya Havzasına ait 25 yağış gözlem istasyonunun aylık yağış verilerinin periyodik otoregresif (PAR) modelleri kurulmuştur. Gerekli tüm kontroller yapılarak yağış serilerini temsil eden modellere karar verildikten sonra sentetik seriler üretilmiş ve kurulan modellerin, tarihi seriye ait istatistiksel karakteristikleri muhafaza ettiği gösterilmiştir. Her ne kadar AIC'de parametreler "en büyük olabilirlik yöntemi" ne göre hesaplanıyorsa da, bu çalışmada, "momentler

yöntemi” kullanılmış; anılan her iki parametre tahmin yönteminin vereceği sonuçların karşılaştırılması diğer bir çalışma kapsamında düşünülmüştür. Yapılan analizler sonucunda 25 istasyona ait aylık yağışların PAR modelleri incelendiğinde, 10 istasyonda PAR(0), 10 istasyonda PAR(1), 2 istasyonda PAR(2) ve 3 istasyonda da PAR(3) modeli olmak üzere 4 farklı PAR modeli uygun modeller olarak belirlenmiştir. Elde edilen bu

modeller Sakarya Havzası’ndaki ilgili istasyonların aylık yağış tahminlerinde kullanılabilir. Bu tip modelleme çalışmaları, planlama ve tasarım için veri üretmek ya da süreçlerin gelecekteki değerlerinin tahmini için kullanılabilir. Bu modeller ülkemizde de geliştirilmeli ve geliştirilen modeller yardımıyla uzun süreli atmosfer tahminleri yapılmalı ve su bütçesi tahmin edilerek geleceğe dönük planlar hazırlanmalıdır.

Tablo 8. Her istasyon için PAR(p) Model İfadeleri

İstasyon No	Seçilen Model	PAR(p) Model İfadeleri
17069	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17664	PAR(1)	$z_t = 0.086 \times z_{t-1} + 0.978\xi$
17706	PAR(1)	$z_t = 0.129 \times z_{t-1} + 0.963\xi$
17725	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17726	PAR(1)	$z_t = 0.105 \times z_{t-1} + 0.969\xi$
17728	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17798	PAR(1)	$z_t = 0.170 \times z_{t-1} + 1.076\xi$
17122	PAR(0)	$z_t = 0.954\xi$
17128	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17129	PAR(1)	$z_t = 0.146 \times z_{t-1} + 0.959\xi$
17130	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17662	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17680	PAR(1)	$z_t = 0.088 \times z_{t-1} + 0.972\xi$
17702	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17752	PAR(0)	$z_t = 0.978\xi$
17679	PAR(3)	$z_t = 0.140 \times z_{t-1} + 0.031 \times z_{t-2} + 0.100 \times z_{t-3} + 0.950\xi$
2973	PAR(2)	$z_t = 0.135 \times z_{t-1} + 0.154 \times z_{t-2} + 0.934\xi$
2193	PAR(1)	$z_t = 0.199 \times z_{t-1} + 0.941\xi$
3149	PAR(1)	$z_t = 0.194 \times z_{t-1} + 0.942\xi$
9016	PAR(3)	$z_t = 0.141 \times z_{t-1} + 0.029 \times z_{t-2} + 0.134 \times z_{t-3} + 0.939\xi$
1690	PAR(1)	$z_t = 0.146 \times z_{t-1} + 0.957\xi$
2190	PAR(2)	$z_t = 0.146 \times z_{t-1} + 0.117 \times z_{t-2} + 0.940\xi$
2980	PAR(0)	$z_t = 0.904\xi$
9643	PAR(1)	$z_t = 0.122 \times z_{t-1} + 0.961\xi$
4092	PAR(3)	$z_t = 0.369 \times z_{t-1} + 0.040 \times z_{t-2} + 0.130 \times z_{t-3} + 0.788\xi$

5. KAYNAKLAR

Bacanlı, Ü. G., Baran, T. 2004. Stokastik Modellerde Yıllık Akım Verilerinde Uygunluk Kriterlerinin Değerlendirilmesi, IV Ulusal Hidroloji Kongresi, 23-25 Haziran, İstanbul, Türkiye, 215-225.

İçağa, Y. 2003. Akarçay Havzası Yağış-Akış İlişkilerinin Modellenmesi, I. Ulusal Su Mühendisliği Sempozyumu, 22-26 Eylül, İzmir, Türkiye, 203-214.

Karabörk, Ç. ve Kahya, E. 1998. Göksu Nehrinin Yıllık ve Aylık Akımlarının Stokastik Modellemesi, S. Ü. Müh.-Mim. Fak. Dergisi 13 (1), Konya.

Nguyen, V.T.V. and Rouselle, J. 1981. A Stochastic Model For the Time Distribution of Hourly Rainfall Depth, Water Resources Research 17:399-409.

Salas, J.D., Delleur, J.W., Yevjevich, V., Lane, W.L. 1980. Applied Modeling of Hydrologic Time Series, Water Resources Publications, Littleton, Co, 484.

Salas, J.D., Obeysekera, J.T.B. 1982. Arma Model Identification of Hydrologic Time Series, Water Resources Research 18: 1011-1021.

Te, W. G., Singh, V.P. 1994. An Autocorrelation Function Method For Estimation Parameters of Autoregressive Models, Water Resources Management 32: 33-56.

Yücel, A., Topaloğlu, F. 1999. Adana İli Uzun Yıllık (1929-1990) Günlük Minimum, Ortalama ve Maksimum Sıcaklık Verilerinin Zaman Serisi Analizi İle İncelenmesi, Turkish Journal of Agriculture And Forestry 23 (4): 863-868.

Yürekli, K. and Öztürk, F. 2003. Stochastic Modeling of Annual Maximum and Minimum Streamflow of Kelkit Stream, Water International 28 (4): 433-441.