

# KARTEZYEN GEOMETRİDE FAZ DEĞİŞİMLİ VE FAZ DEĞİŞİMSİZ ISI TRANSFERİ PROBLEMLERİ

Hüseyin GÜNERHAN

Ege Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, 35100-Bornova/İzmir

Geliş Tarihi : 29.03.2003

## ÖZET

Bu çalışma, bir ortam içerisinde zamana bağlı faz değişimsiz ısı iletiminin olması durumunda eşsıcaklık eğrilerinin hareket hızı ile, aynı ortam içerisinde faz değişimi olması durumundaki eşsıcaklık eğrilerinin hızı arasında bir ilişkinin olduğu fikrine dayanmaktadır. Bu ilişki, malzemenin iki fazına ait fiziksel özelliklere bağlıdır. Faz değişimi olmayan ısı iletimi problemlerinin analitik çözümleri var olduğundan bu tür bir ilişkinin bilinmesi, faz değişimi olması halinde katı-sıvı ara yüzeyinin bulunmasına olanak sağlayacaktır. Bu fikirden hareketle, kartezyen geometride üç farklı sınır koşul için katılaşma problemi analitik ve sayısal yöntemler kullanılarak çözülmüş ve faz değişimsiz problemlere ait çözümlerin sonuçlarıyla çoklu regresyon analizleri yapılarak korelasyon katsayıları 0.98 ile 1.00 arasında değişen ilişkiler elde edilmiştir.

**Anahtar Kelimeler** : Faz değişimli ısı iletimi, Hareketli sınır problemi, Katılaşma, Entalpi yöntemi

## HEAT TRANSFER PROBLEMS WITH AND WITHOUT PHASE CHANGE IN CARTESIAN GEOMETRY

### ABSTRACT

This study is to show that there is a relationship between temperature gradients of time dependent heat conduction problems with and without phase change in the same medium. The solidification problem is solved by using analytical and numerical methods for three different types of boundary conditions in cartesian geometry. The results are correlated with the results of problems without phase change. These results have been found to be correlated with multiple correlation coefficients ranging between 0.98 and 1.00, which is statistically significant.

**Key Words** : Heat conduction with phase change, Moving boundary problems, Solidification, Enthalpy method

### 1. GİRİŞ

“Faz değişim” veya “hareketli sınır” problemi, katılaşma veya erime olayını içeren zamana bağlı ısı transferi problemidir. Uygulama alanları için buz üretimi, gıdaların ve biyolojik maddelerin dondurulması, metalurjik işlemler, ısı enerjisinin gizli ısı olarak depolanması, güneş enerjili ısı depolama sistemleri, denizlerin ve göllerin kışın donması ve yazın erimesi olayları, örnek verilebilir.

Faz değişim problemi, matematik model olarak ele alındığında, faz değiştiren bölge sınırlarının hareketli olması nedeni ile doğrusal olmayan özellik göstermekte ve çözümleri güçleşmektedir. Katı ve sıvı bölgeler içindeki sıcaklık dağılımları ve bu bölgeleri birbirinden ayıran ara yüzey konumu bilinmeyenleri oluşturmaktadır. Birbirlerine bağlı olan ve değerleri zamanla değişen bu bilinmeyenlerin ortaya çıkarılması, ait oldukları diferensiyel denklemlerin eşzamanlı çözümlerine bağlıdır (İlken, 1991).

Faz değişim problemleri doğrusal olmayan özelik taşıdıklarından sadece sınırlı sayıda basitleştirilmiş problemler için analitik veya yarı analitik çözümler elde edilmiştir (Lunardini, 1981; Özışık, 1993). Bu nedenle birçok faz değişim probleminin çözümü ancak sayısal yöntemlerin kullanımı ile elde edilebilmektedir. Bilgisayar teknolojisinin gelişimine bağlı olarak sayısal yöntemlerde elde edilen gelişmeler faz değişim problemlerine de yansımış ve bu problemlere özgü yöntemler geliştirilerek (Voller et al., 1990; Samarskii et al., 1993) daha hassas sonuçlar elde edilmeye başlanmıştır.

Bugüne kadar yapılan çalışmaların birçoğu özel problemlere ve özel koşullara ait çözümler sunmaktadır. Yöntem yeniliği veya yeni yöntem tanıtımı içeren çalışmalardan da yine özel problemlerin çözümü sırasında yararlanmak olası olmaktadır. Bu nedenle, analitik çözüm açısından bu denli kısıtlı olan bir alanda genel mühendislik uygulamaları için geçerli sonuçlara ulaşmak her bir problemin yeniden çözümü ile olası olabilmektedir.

Bu çalışmanın amacı, kartezyen geometri için üç çeşit sınır koşulu altında faz değişim problemlerine ait genel çözümlere ulaşmak ve bu çözümleri tasarımcıya yüksek korelasyon katsayısına sahip bir bağıntı ile sunabilmektir. Aynı başlangıç ve sınır koşullara sahip faz değişimsiz bir ısı iletim probleminin sonuçları ile faz değişimli problemin sonuçları arasında bir ilişki olduğu bu çalışmada ileri sürülen fikirdir. Gerçekte fiziksel bir temele dayanan bu fikir, bu çalışmada irdelenmiş ve kartezyen geometri için faz değişimli katılma problemi üç çeşit sınır koşulu altında analitik veya sayısal olarak çözümlenerek, katı-sıvı ara yüzey konumunun zamana göre değişimi elde edilmiştir. Aynı problem, faz değişimsiz ısı iletimi problemi olarak da çözülmüş ve faz değişiminin olması gerektiği sıcaklığa ait eşsıcaklık eğrisinin ilgili zamanlardaki konumları bulunmuştur. Elde edilen bu konumlar arasında bir fonksiyonel ilişki olması gerektiği varsayımı ile, probleme ait değişkenleri içeren çoklu regresyon analizleri yapılmış ve korelasyonlar elde edilmiştir. Anılan faz değişimsiz ısı iletimi problemlerinin tam analitik çözümleri var olduğundan, bu çözümlerin ilgili korelasyonlarla birlikte kullanımı ile, göreceli olarak zor bir faz değişim problemini çözmeden, bu problemin yaklaşık çözümüne ulaşmanın olası olabileceği gösterilmiş olmaktadır.

## 2. FİZİKSEL YAKLAŞIM

Bir ortam içerisinde zamana bağlı faz değişimsiz ısı iletiminin olması durumundaki eşsıcaklık eğrilerinin hareket hızı ile, aynı ortam içerisinde faz değişimi

olması durumundaki eşsıcaklık eğrilerinin hızı arasında bir ilişkinin olduğu fikrine dayanan bu çalışmanın fiziksel yaklaşımı ilk olarak İlken ve Günerhan (1996) tarafından kartezyen geometri için yapılmıştır.

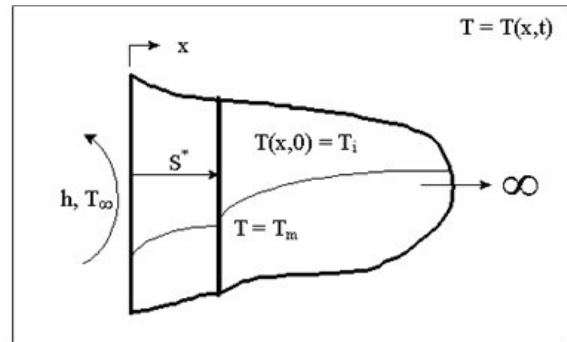
Kartezyen geometride, başlangıçta belirli bir  $T_i$  sıcaklığında olan ( $T_i > T_m$ ) yarı sonsuz bir ortamda katılma problemi ele alalım (Şekil 1). Katılma üçüncü çeşit sınır koşulu altında ve  $T_\infty$  sıcaklığında bir ortam ( $T_\infty < T_m$ ) etkisiyle gerçekleşiyorsa, ısı iletimi modeline göre matematik denklemlerin içerdiği parametreler cinsinden katı-sıvı ara yüzeyin konumu, katılmanın başladığı (yüzeyin  $T_m$  sıcaklığına indiği)  $t_1$  anından itibaren fonksiyonel olarak  $t > t_1$  için (1) ifadesi ile gösterilebilir.

$$S^* = S^*(k_l, k_s, \rho_l, \rho_s, C_l, C_s, h, L, T_i - T_m, T_m - T_\infty, t) \quad (1)$$

Aynı yarı sonsuz ortam problemini bu kez faz değişimi olmaması durumu için sadece bir ısı iletimi problemi olarak ele alırsak (başka bir deyişle ortamın faz değiştirmesi gerektiği  $T_m$  sıcaklığında ve daha düşük sıcaklıklarda faz değiştirmedeğini varsayarsak),  $T_m$  eşsıcaklık eğrisinin konumu fonksiyonel olarak  $t > t_1$  için (2) ifadesi ile gösterilebilir.

$$X_{T_m}^* = X_{T_m}^*(k_l, \rho_l, C_l, h, T_i - T_m, T_m - T_\infty, t) \quad (2)$$

(1) ve (2) ifadelerinin karşılaştırılmasından, faz değişimli yarı sonsuz bir ortamda katılma problemine ait çözümle faz değişimsiz aynı ısı iletimi problemine ait çözüm arasında, malzemenin fiziksel özelliklerine ve malzemenin fiziksel özelliklerinin oranlarına bağlı güçlü bir ilişki olduğu yorumu yapılabilir.



Şekil 1. Yarı sonsuz bir ortamda katılma problemi

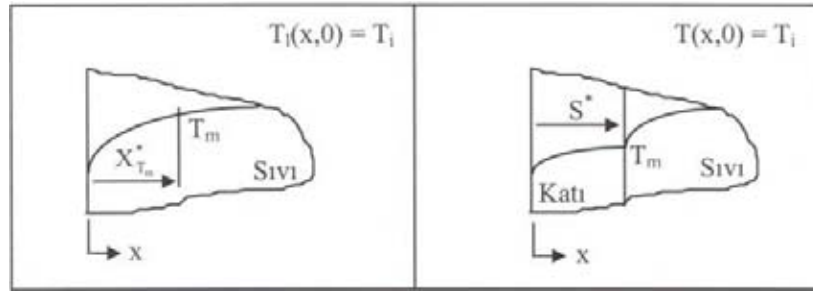
Kartezyen geometride, yarı sonsuz bir ortamda katılma problemi için yapılan bu fiziksel yaklaşım, kartezyen geometrideki bütün faz değişim problemleri için de geçerli olacaktır.

Bu çalışmada, yukarıda yapılan fiziksel yaklaşım ışığında, kartezyen geometrideki katılma problemleri, problem değişkenlerinin farklı değerleri ve üç farklı sınır koşul için çözülmüş ve ara yüzey konumunun zamana bağlı değerlerini veren ve boyutsuz sayılar içeren veri setleri oluşturulmuştur. Çözüm yöntemi olarak “Entalpi Yöntemi” seçilmiş ve Voller and Cross (1981; 1983) tarafından önerilen algoritma temel alınmıştır. Kartezyen geometrideki faz değişimsiz ısı iletim problemleri, analitik ve sayısal yöntemler kullanılarak çözülmüş ve belirli boyutsuz zamanlardaki boyutsuz  $T_m$  eşsıcaklık eğrisine ait konumlar belirlenerek ikinci veri setleri oluşturulmuştur. Faz değişimli ve faz değişimsiz ısı iletim problemlerinin çözümlerinden elde edilen ve boyutsuz sayılardan oluşan veri setleri, çoklu regresyon analizi yöntemi kullanılarak, boyutsuz sayılardan oluşan korelasyonların elde edilmesinde kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan boyutsuz sayıların sınırları,  $H_2O$ ,  $CaCl_2 \cdot 6H_2O$  ve  $Na_2HPO_4 \cdot 12H_2O$  olarak gösterilen faz değişim malzemelerinin özellikleri (Hale et al., 1971; Kakaç et al., 1989) alınarak saptanmıştır. Bu üç malzeme, faz değişimli ısı iletimi uygulamalarında en çok

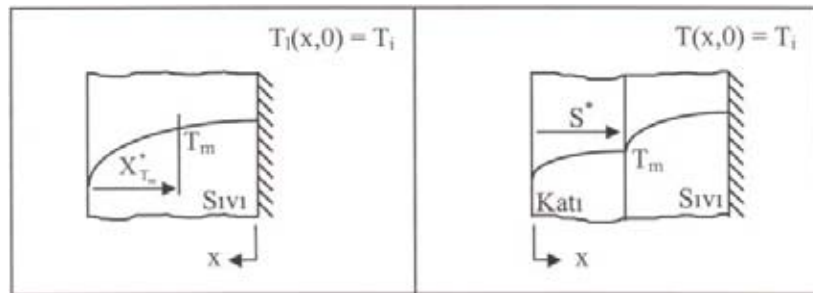
kullanılan malzemeler olması ve bu malzeme özellikleri içinde en küçük ve en büyük değerleri içermelerinden dolayı seçilmiştir. Faz değişimli ve değişimsiz durumlara ait veri setleri arasında yapılan çoklu regresyon analizleri sonucunda, kartezyen geometrideki 6 farklı durum için 6 korelasyon elde edilmiştir.

### 3. KARTEZYEN GEOMETRİ İÇİN İLİŞKİLERİN BULUNMASI

Kartezyen geometride, yarı sonsuz ortam ve düzlem levha ele alınmıştır. Yarı sonsuz ortam ve düzlem levha için faz değişimsiz ve faz değişimli ısı iletiminde, faz değişimsiz duruma ait eşsıcaklık eğrisinin konumu (ortamın  $T_m$  sıcaklığına geldiği ve faz değiştirmedeği konum)  $X_{T_m}^*$  ile, faz değişimli duruma ait ara yüzey konumu (ortamın  $T_m$  sıcaklığına geldiği ve faz değiştirdiği konum) ise,  $S^*$  ile gösterilmiştir (Şekil 2 ve 3).



Şekil 2. Faz değişimsiz ve faz değişimli yarı sonsuz ortam



Şekil 3. Faz değişimsiz ve faz değişimli “L” uzunluğundaki düzlem levha

Faz değişimsiz yarı sonsuz ortam ve düzlem levha için enerji eşitliği, sınır ve başlangıç koşulları Tablo 1 ile verilmiştir.

Dirichlet, Neumann ve Robin olarak isimlendirilen üç çeşit sınır koşulunda enerji denklemi,  $T_1(x,t) = T_m$  için  $x = X_{T_m}^*$  koşulunda, Tablo 1 ile verilen sınır ve

başlangıç koşulları da kullanılarak çözülmüş ve sonuçlar boyutsuz olarak yarı sonsuz ortam için Tablo 2, düzlem levha için Tablo 3 ile verilmiştir. Yarı sonsuz ortam ve düzlem levha için faz değişimli enerji eşitliği, sınır ve başlangıç koşulları Tablo 4 ile verilmiştir.

Tablo 1. Faz Değişimsiz Isı İletimi İçin Enerji Eşitliği, Sınır ve Başlangıç Koşulları

	Yarı sonsuz ortam	Düzlem levha
Enerji Eşitliği: $\frac{\partial^2 T_1(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial t}$	$x \geq 0, t > 0$	$0 < x < L^*, t > 0$
Başlangıç Koşulu: $T_1(x,t) = T_i$	$t = 0, x \geq 0$	$t = 0, 0 < x < L^*$
Sınır Koşulu: $T_1(x,t) \rightarrow T_i$	$x \rightarrow \infty, t > 0$	
Sınır Koşulu: $\frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} = 0$		$x = 0, t \geq 0$

Tablo 2. Yarı Sonsuz Ortamda Faz Değişimsiz Ortam İçin Çözümler (Incropera and DeWitt, 2002)

$x = 0, t > 0$ için sınır koşulu	Faz değişimsiz çözüm
Dirichlet: $T_1(x,t) = T_o$	$ \Phi_m  = \frac{1 - \text{erf}(\xi)}{\text{erf}(\xi)}$
Neumann: $-k \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} = q_o$	$ \Phi_m^*  =  q^*  \left\{ \frac{x_{\Phi_m}}{\xi \sqrt{\pi}} \exp(-\xi^2) - x_{\Phi_m} [1 - \text{erf}(\xi)] \right\}$
Robin: $-k \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} = h[T_\infty - T_1(x,t)]$	$\Phi^+ = \text{erfc}(\xi) - \left[ \exp(2\xi\sqrt{\tau}Bi + \tau Bi^2) \right] \left[ \text{erfc}(\xi + \sqrt{\tau}Bi) \right]$ $\Phi_m^+ = \Phi^+ / (1 - \Phi^+)$

Tablo 3. Düzlem Levhada Faz Değişimsiz Ortam İçin Çözümler (Carslaw and Jaeger, 1959; Dağsöz, 1974; Mills, 1995)

$x = 0, t > 0$ için sınır koşulu	Faz değişimsiz çözüm
Dirichlet: $T_1(x,t) = T_o$	$\Phi = -2 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-1)^m}{\beta_m} \exp(-\beta_m^2 \tau_{\Phi_m}) \cos(\beta_m L_{\Phi_m})$ $\beta_m = [(2m-1)\pi]/2, (\Phi_m = (1-\Phi)/\Phi)$
Neumann: $-k \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} = q_o$	$ \Phi_m^*  = \frac{ q^* }{\zeta} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \text{ierfc}[\zeta(2n+1-L_{\Phi_m})] + \text{ierfc}[\zeta(2n+1+L_{\Phi_m})] \right\}$
Robin: $-k \frac{\partial T_1(x,t)}{\partial x} = h[T_1(x,t) - T_\infty]$	$\Phi^{++} = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{4 \sin(\beta_m)}{2\beta_m + \sin(2\beta_m)} \cos(\beta_m L_{\Phi_m}) \exp(-\beta_m^2 \tau_{\Phi_m})$ $\beta_m \tan(\beta_m) = Bi, \Phi_m^+ = (1 - \Phi^{++}) / \Phi^{++}$

Faz değişimli ısı iletiminde yarı sonsuz ortam için Tablo 4 ile verilen enerji eşitlikleri,  $T_s(x,t) = T_1(x,t) = T_m$  için  $x = S^*$  alınarak, Tablo 4 ile verilen sınır ve başlangıç koşulları ile birinci çeşit sınır koşulunda, “Neumann Problemi” (Özışık, 1993), ikinci ve üçüncü çeşit sınır koşullarında ise “Entalpi

Yöntemi” (Voller and Cross, 1981; 1983; Fukusako and Seki, 1987) yardımıyla analitik ve sayısal olarak çözülmüştür. Düzlem levha için ise, üç çeşit sınır koşulunda, “Entalpi Yöntemi” (Voller and Cross, 1981; 1983; Fukusako and Seki, 1987) yardımıyla sayısal olarak çözülmüştür.

Tablo 4. Faz Değişimli Isı İletimi İçin Enerji Eşitliği, Sınır ve Başlangıç Koşulları

	Yarı sonsuz ortam	Düzlem levha
Katı Faz için Enerji Eşitliği: $\frac{\partial^2 T_s(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_s} \frac{dT_s(x,t)}{dt}$	$0 \leq x < S^*, t > 0$	$0 \leq x < S^*, t > 0$
Sıvı Faz için Enerji Eşitliği: $\frac{\partial^2 T_l(x,t)}{\partial x^2} = \frac{1}{\alpha_l} \frac{dT_l(x,t)}{dt}$	$x > S^*, t > 0$	$S^* < x \leq L^*, t > 0$
Ara Yüzey için Enerji Eşitliği: $k_s \frac{\partial T_s(x,t)}{\partial x} - k_l \frac{\partial T_l(x,t)}{\partial x} = \rho L \frac{dx}{dt}$	$x = S^*, t > 0$	$x = S^*, t > 0$
Başlangıç Koşulu: $T_l(x,t) = T_i$	$t = 0, x \geq 0$	$t = 0, S^* < x < L^*$
Sınır Koşulu: $T_l(x,t) \rightarrow T_i$	$x \rightarrow \infty, t > 0$	
Sınır Koşulu: $\frac{\partial T_l(x,t)}{\partial x} = 0$		$x = 0, t \geq 0$

Faz değişimsiz ve faz değişimli yarı sonsuz ortam ve düzlem levha için Tablo 5 ve 6 ile verilen boyutsuz sayılar ve sınırlar kullanılarak, üç çeşit sınır koşulu için veri setleri oluşturulmuş ve çoklu regresyon analizi (Hoffmann, 1993; Ilken, 1993) yardımıyla faz değişimsiz problem ile faz değişimli problem arasında (3) denklemdeki gibi doğrusal olmayan bir ilişki kurulmuş ve bu ilişkiye ait korelasyon ve regresyon katsayıları yarı sonsuz ortam için Tablo 5, düzlem levha için Tablo 6 ile verilmiştir. (3) denklemi ile verilen ifade, en yüksek regresyon katsayılarını sağladığı için seçilmiştir.

$$\hat{y} = ax_1^{b_1} x_2^{b_2} x_3^{b_3} \dots \quad (3)$$

Denklem (3) birçok bağımsız değişken içeren doğrusal olmayan çoklu regresyon denklemidir. (3) denklemi ile verilen  $\hat{y}$ , bağımlı değişkeni göstermektedir. Kartezyen geometride yarı sonsuz ortam için bağımlı değişken, boyutsuz ara yüzey konumu (S), düzlem levha için ise, boyutsuz zaman ( $\tau$ ) olarak alınmıştır.  $x_1, x_2, x_3, \dots$  ise, bağımsız değişkenleri göstermektedir.

Tablo 5. Yarı Sonsuz Ortam İçin Sonuçlar (Günerhan, 1998)

Sınır Koşulları	Regresyon Denklemleri	Veri Sayısı (Adet) - R (%)
Dirichlet	$S = 0.838 X_{\Phi_m}^{0.996}  \Phi_m ^{0.254} Ste_s^{0.347} (K^+)^{-0.230} \alpha_{sl}^{-0.165}$	2430x6 - 100
Neumann	$S = 0.974 X_{\Phi_m}^{1.071}  \Phi_m^* ^{0.173}  q^* ^{0.225} (Ste^*)^{0.365} (K^+)^{-4.368} (C^+)^{7.566}$	4949x7 - 99
Robin	$S = 3.785 X_{\Phi_m}^{1.041} (\Phi_m^+)^{0.289} Bi^{0.013} Ste_1^{0.327} (K^+)^{-9.875} (C^+)^{18.042}$	23910x7 - 98
<b>Sınırlar</b>		
$H_2O, CaCl_2 \cdot 6H_2O$ ve $Na_2HPO_4 \cdot 12H_2O$ için $0.0 < S \leq 1.0, 0.1 \leq ( \Phi_m  \text{ ve } \Phi_m^+) \leq 1.0$ $0.1 \leq (Ste_s, Ste^* \text{ ve } Ste_1) \leq 1.0, 10 \leq Bi \leq 100$		
$CaCl_2 \cdot 6H_2O$ ve $Na_2HPO_4 \cdot 12H_2O$ için $0.1 \leq  \Phi_m^*  \leq 0.5, 10 \leq  q^*  \leq 50$		
$H_2O$ için $ \Phi_m^*  = 1.0, 100 \leq  q^*  \leq 500$		

Tablo 6. Düzlem Levha İçin Sonuçlar (Günerhan, 1998)

Sınır Koşulları	Regresyon Denklemleri	Veri Sayısı (Adet) - R (%)
Dirichlet	$\tau = 1.926\tau_{\Phi_m}^{1.048}  \Phi_m ^{-0.476} Ste_s^{-0.697} (K^+)^{0.462} \alpha_{sl}^{0.331}$	2430x6 - 99
Neumann	$\tau = 1.053\tau_{\Phi_m}^{0.940}  \Phi_m^* ^{-0.263}  q^* ^{-0.337} (Ste^*)^{-0.548} (K^+)^{5.959} (C^+)^{-10.127}$	4949x7 - 100
Robin	$\tau = 0.165\tau_{\Phi_m}^{1.026} (\Phi_m^+)^{-0.483} Bi^{0.021} Ste_1^{-0.603} (K^+)^{14.913} (C^+)^{-26.955}$	24292x7 - 98
<b>Sınırlar</b>		
$H_2O, CaCl_2 \cdot 6H_2O$ ve $Na_2HPO_4 \cdot 12H_2O$ için $0.0 < (S \text{ ve } L_{\Phi_m}) \leq 1.0, 0.1 \leq ( \Phi_m  \text{ ve } \Phi_m^+) \leq 0.9$ $0.1 \leq (Ste_s, Ste^* \text{ ve } Ste_1) \leq 1.0, 10 \leq Bi \leq 100$		
$CaCl_2 \cdot 6H_2O$ ve $Na_2HPO_4 \cdot 12H_2O$ için $0.1 \leq  \Phi_m^*  \leq 0.5, 10 \leq  q^*  \leq 50$		
$H_2O$ için $ \Phi_m^*  = 1.0, 100 \leq  q^*  \leq 500$		

#### 4. SONUÇ

Katılma problemlerinde, katılma süresi veya katılma kalınlığının değişimi, bilinmesi gerekli olan en önemli parametreyi oluşturmaktadır.

Bu çalışmanın amacı, analitik çözümleri bilinen kartezyen geometrideki ısı iletimi problemlerinin sonuçlarını kullanarak aynı geometri ve koşullara sahip faz değişimli ısı iletimi problemlerinin sonuçlarına belirli bir hassasiyetle ulaşabileceğini göstermektir. Faz değişimli problem ile faz değişimsiz problem arasında bulunan ilişkilere ait korelasyon katsayıları, 0.98 ile 1.00 arasında değişmektedir. Bu sonuç, yapılan çoklu regresyon analizleri sonucunda istatistik açıdan anlamlı ilişkiler elde edildiğini göstermektedir.

Tablo 5 ve 6'da çalışma sonucu bulunan korelasyon ve regresyon katsayılarını içermektedir. Elde edilen korelasyonlarla, çözümü bilinen veya basit olarak elde edilebilecek ısı iletim problemlerinden karmaşık yöntemler gerektiren faz değişim problemlerinin çözümlerine ulaşılması sağlanmıştır. Bu çalışma sonucu elde edilen denklemler yardımıyla, faz değişim problemlerine ait katılma süresi veya katılma kalınlığı ile ilgili bilgilere, faz değişimli problemleri çözmeden belirli bir hata oranı altında ulaşılabilir olacaktır.

#### 5. GÖSTERİMLER

a,b Katsayı  
Bi Biot sayısı

(=  $h \cdot l / k_s, hL^* / k_s$ )

- C Özgül ısı [J / (kg K)]  
 $C_l$  Sıvı fazın özgül ısısı [J / (kg K)]  
 $C_s$  Katı fazın özgül ısısı [J / (kg K)]  
 $C^+$  Boyutsuz özgül ısı (=  $C_s / C_l$ )  
h Isı taşınım katsayısı [W / (m<sup>2</sup>K)]  
k Isı iletim katsayısı [W / (mK)]  
 $k_l$  Sıvı fazın ısı iletim katsayısı [W / (mK)]  
 $k_s$  Katı fazın ısı iletim katsayısı [W / (mK)]  
 $K^+$  Boyutsuz ısı iletim katsayısı (=  $k_l / k_s$ )  
m Adım sayısı  
n Adım sayısı  
L Gizli ısı (J/kg)  
 $L^*$  Uzunluk (m)  
 $L_{\Phi_m}$  Boyutsuz olarak  $T_m$  eşsıcaklık eğrisinin konumu (=  $X_{T_m}^* / L^*$ )  
 $q_o$  Isı akısı (W/m<sup>2</sup>)  
 $q^*$  Boyutsuz ısı akısı ( $= \frac{q_o l}{T_i k} \frac{q_o L^*}{T_i k}$ )  
R Korelasyon katsayısı  
S Boyutsuz ara yüzey konumu (=  $S^* / l, S^* / L^*$ )  
 $S^*$  Ara yüzey konumu (m)  
 $Ste$  Stefan sayısı  
 $Ste_l$  Stefan sayısı ( $= \frac{C_l (T_m - T_\infty)}{L}$ )  
 $Ste_s$  Stefan sayısı ( $= \frac{C_s (T_m - T_o)}{L}$ )  
 $Ste^*$  Stefan sayısı ( $= \frac{C_l T_i}{L}$ )

t	Zaman (s)
T	Sıcaklık (°C)
T <sub>i</sub>	Başlangıç sıcaklığı (°C)
T <sub>l</sub>	Sıvı fazın sıcaklığı (°C)
T <sub>m</sub>	Faz değişim sıcaklığı (°C)
T <sub>o</sub>	Yüzey sıcaklığı (°C)
T <sub>s</sub>	Katı fazın sıcaklığı (°C)
T <sub>∞</sub>	Hacimsel sıcaklık (°C)
x	Konum (m), Bağımlı değişken
X <sub>T<sub>m</sub></sub> *	T <sub>m</sub> eşsıcaklık eğrisinin konumu (m)
X <sub>Φ<sub>m</sub></sub>	Boyutsuz olarak T <sub>m</sub> eşsıcaklık eğrisinin konumu (= X <sub>T<sub>m</sub></sub> * / l)
^	
y	Bağımsız değişken
α	Isıl yayınım katsayısı (m <sup>2</sup> /s)
α <sub>l</sub>	Sıvı fazın ısı yayınım katsayısı (m <sup>2</sup> /s)
α <sub>s</sub>	Katı fazın ısı yayınım katsayısı (m <sup>2</sup> /s)
α <sub>sl</sub>	Boyutsuz ısı yayınım katsayısı (= α <sub>s</sub> / α <sub>l</sub> )
β	Integral değişkeni
ζ	Boyutsuz konum $\left( = \frac{1}{2\sqrt{\tau}} \right)$
ξ	Boyutsuz konum $\left( = \frac{X_{\Phi_m}}{2\sqrt{\tau}} \right)$
ρ	Yoğunluk (kg/m <sup>3</sup> )
ρ <sub>l</sub>	Sıvı fazın yoğunluğu (kg/m <sup>3</sup> )
ρ <sub>s</sub>	Katı fazın yoğunluğu (kg/m <sup>3</sup> )
τ	Boyutsuz zaman $\left( = \frac{\alpha t}{l^2}, \frac{\alpha_l t}{l^2}, \frac{\alpha_s t}{L^2} \right)$
τ <sub>Φ<sub>m</sub></sub>	T <sub>m</sub> eşsıcaklık eğrisi için boyutsuz zaman $\left( = \frac{\alpha_l t}{L^2} \right)$
Φ <sub>m</sub>	Boyutsuz sıcaklık $\left( = \frac{T_m - T_i}{T_m - T_o} \right)$
Φ <sub>m</sub> <sup>+</sup>	Boyutsuz sıcaklık $\left( = \frac{T_i - T_m}{T_m - T_\infty} \right)$
Φ <sub>m</sub> <sup>*</sup>	Boyutsuz sıcaklık $\left( = \frac{T_m - T_i}{T_i} \right)$

## 6. TEŞEKKÜR

Bu çalışma, “Faz Değişimli ve Değişimsiz Isı İletim Problemlerinin Sonuçları Arasındaki İlişkiler Üzerine Bir Araştırma” isimli doktora tezinin bir bölümünün özetidir. Doktora tezi olarak “faz

değişimli ısı transferi” konusunu öneren, düzenli bir çalışma ortamı oluşturarak ısı transferini ve bilimsel çalışma yöntemlerini sevdiiren, İzmir Yüksek Teknoloji Enstitüsü Makina Mühendisliği Bölümü öğretim üyelerinden Prof.Dr.Zafer İLKEN’e teşekkür ederim.

## 7. KAYNAKLAR

Carslaw, H. S., Jaeger, J. C. 1959. Conduction of Heat in Solids, Oxford Clarendon Press.

Dağsöz, A. K. 1974. Isı Geçişi, Cilt 1, Isı İletimi, İTÜ Kütüphanesi, Sayı: 978, İstanbul.

Fukusako, S., Seki, N. 1987. Fundamental Aspects of Analytical and Numerical Methods on Freezing and Melting Heat-Transfer Problems. Annual Review of Numerical Fluid Mechanics and Heat Transfer, Vol. 1, 351-402.

Günerhan, H. 1998. Faz Değişimli ve Değişimsiz Isı İletim Problemlerinin Sonuçları Arasındaki İlişkiler Üzerine Bir Araştırma, Doktora Tezi, Ege Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Bornova, İzmir.

Hale, D. V., Hoover, M. J., O'Neill, M. J. 1971. Phase Change Materials Handbook, NASA Contractor Report, NASA CR-61363.

Hoffman, J. D. 1993. Numerical Methods for Engineers and Scientists, McGraw-Hill Inc.

İlken, Z. 1991. Silindir Çevresinde Katılaşma Problemlerinin Farklı Sınır Koşulları için Çözümü, TIBTD, Isı Bilimi ve Tekniği Dergisi, 14 (3), 10-14, Ankara. Eylül.

İlken, Z. 1993. Computational Heat Transfer and Fluid Flow, Dokuz Eylül Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Basılmamış Ders Notları, İzmir.

İlken, Z., Günerhan, H. 1996. An Investigation about the Relations Between the Results of Heat Conduction Problems With and Without Phase Change, Int. Comm. in Heat and Mass Transfer, 23 (6), 899-905. October.

İncropera, F. P., DeWitt, D. P. 2002. Fundamentals of Heat and Mass Transfer (Third Edition), John Wiley & Sons.

Kakaç, S., Paykoç, E., Yener, Y. 1989. Storage of Solar Thermal Energy: Energy Storage Systems,

Edited by Birol Kılış & Sadık Kakaç, NATO ASI Series, Series E: Applied Sciences, Vol. 167, Kluwer Academic Publishers, pp. 129-161.

Lunardini, V. J. 1981. Heat Transfer in Cold Climates, Van Nostrand Reinhold Company, New York.

Mills, A. F. 1995. Heat and Mass Transfer, Richard D. Irwin Inc.

Özışık, M. N. 1993. Heat Conduction (Second Edition), John Wiley & Sons Inc.

Samarskii, A. A., Vabishchevich, P. N., Iliev, O. P., Churbanov, A. G. 1993. Numerical Simulation of Convection/Diffusion Phase Change Problems-A

Review, Int. J. Heat Mass Transfer, 36 (17), 4095-4106.

Voller, V. R., Cross, M. 1981. Accurate Solutions of Moving Boundary Problems Using the Enthalpy Method, Int. J. Heat Mass Transfer (24), 545-556.

Voller, V. R., Cross, M. 1983. An Explicit Numerical Method to Track A Moving Phase Change Front, Int. J. Heat Mass Transfer, 26 (1), 147-150.

Voller, V. R., Swaminathan, C. R., Thomas, B. G. 1990. Fixed Grid Techniques for Phase Change Problems:A Review, Int. J. Numer. Methods Engng., 30 (4), 875-898.