

# SERBEST UCUNDAN TEKİL BİR YÜKE MARUZ POLİMER MATRİKSLİ KOMPOZİT ANKASTRE BİR KİRİŞ İÇİN ELASTO-PLASTİK GERİLME ANALİZİ

Ayla TEKİN\*, Ümran ESENDEMİR\*\*, Ayşe ÖNDÜRÜCÜ\*\*

\*Celal Bayar Üniversitesi, Soma Meslek Yüksek Okulu, Makine Bölümü, Soma/Manisa

\*\*Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Müh. Bölümü, Isparta

Geliş Tarihi : 11.07.2003

## ÖZET

Bu çalışmada, serbest ucundan P yüküne maruz tek yönlü fiberlerle takviye edilmiş polimer matrisli kompozit ankastre bir kiriş için anizotrop elastisite teorisi kullanılarak elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. 0°, 30°, 45°, 60° ve 90° oryantasyon açıları için akma noktaları hesaplanarak  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenleri elde edilmiştir. Akma, 0° ve 90° oryantasyon açıları için kirişin en alt ve en üst yüzeylerinde aynı anda başlamaktadır. 30°, 45° ve 60° oryantasyon açıları için ise kirişin en üst yüzeyinde akmanın daha önce başladığı görülmüştür. Kirişin en alt ve en üst yüzeylerinde  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşeni maksimumdur. Bu çalışmanın sonucunda tek yönlü fiberlerle takviye edilmiş polimer matrisli kompozit kiriş için elde edilen  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenleri, daha önceki çalışmalarda örgü fiberlerle takviye edilmiş termoplastik matrisli kompozit kiriş için elde edilmiş olan  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenleri ile karşılaştırılmıştır.

**Anahtar Kelimeler :** Elasto-plastik gerilme, Ankastre kiriş, Polimer matris

## AN ELASTIC STRESS ANALYSIS FOR A POLYMER MATRIX COMPOSITE CANTILEVER BEAM SUBJECTED TO A SINGLE TRANSVERSE FORCE

### ABSTRACT

In this study, elasto-plastic stress analysis is carried out in a polymer matrix composite cantilever beam of arbitrary fiber orientation subjected to a single transverse force applied to the free end by using the anisotropic elasticity theory. The residual stress component of  $\sigma_x$  and yield points are determined for 0°, 30°, 45°, 60° and 90° fiber orientation angles. The yielding begins for 0° and 90° fiber orientation angles at the upper and lower surfaces of the beam at the same distances from the free end. It is seen that the yielding begins for 30°, 45° and 60° fiber orientation angles at the upper surface of the beam. The intensity of the residual stress component of  $\sigma_x$  is maximum at the upper and lower surfaces of the beam. In this study, the residual stress component of  $\sigma_x$  obtained for the polymer matrix composite thermoplastic cantilever beam reinforced by reinforced unidirectional fibers is compared with that of the thermoplastic cantilever beam reinforced by woven Cr-Ni steel fibers.

**Key Words :** Elasto-plastic stress, Cantilever beam, Polymer matrix

## 1. GİRİŞ

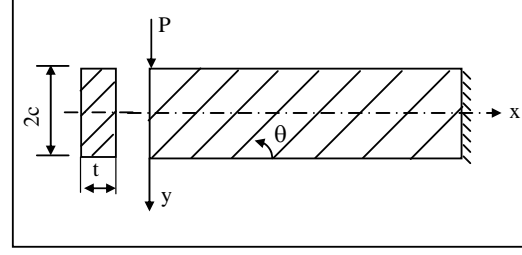
Fiber takviyeli kompozit malzemeler ve özellikle polimer matrisli kompozitler özgül rijitlik ve özgül dayanımlarının yüksek olması nedeniyle uzay ve otomotiv sanayiinde yaygın olarak kullanılırlar. Ayrıca termoplastik kompozitlerin yeniden ergitilebilme, yeniden üretilebilme ve yeniden şekil verilebilme gibi özelliklere sahip olmaları da bir başka tercih nedenidir.

Termoplastik kompozitlerin üretimi ile ilgili çeşitli deneysel çalışmalar yapılmıştır (Jegley, 1993; Tavman, 1996). Özcan (2000), düzlem yüklemeye maruz tabakalı termoplastik plaklar için elasto-plastik gerilme analizi yapmıştır. Sayman ve Kayırcı (2000), serbest ucundan tekil yüke maruz örgü çelik fiber takviyeli düşük yoğunluklu kompozit kiriş için elasto-plastik gerilme analizi yapmışlardır. Smith ve Teng (2001) tabakalı kirişlerdeki arayüzey gerilmeleri incelemiştir. Karakuzu ve Özcan (1996), tam analitik çözüm kullanarak tekil veya üniform yüke maruz ankastr alüminyum matrisli kompozit kirişler için elasto-plastik gerilme analizi yaparak plastik bölge dağılımını ve kalıntı gerilmeleri elde etmişlerdir. Jeronimidis ve Parkyn (1998), karbon fiber takviyeli termoplastik matrisli tabakalı plaklardaki kalıntı gerilmeleri incelemiştir. Esendemir (2001), transvers üniform yayılı yüke maruz keyfi oryantasyon yapılmış termoplastik kompozit kiriş için analitik çözüm yardımıyla elasto-plastik gerilme analizi yapmıştır. Esendemir (2002), transvers üçgen yayılı yüke maruz keyfi oryantasyon yapılmış polimer matrisli kompozit kiriş için analitik çözüm yardımıyla elasto-plastik gerilme analizi yapmıştır. Elasto-plastik çözümde malzeme tam plastik olarak kabul edilerek;  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ve  $90^\circ$  oryantasyon açıları için  $\sigma_x$  ve  $\tau_{xy}$  kalıntı gerilme bileşenleri elde edilmiştir.

Bu çalışmada, tek yönlü takviyeli polimer matrisli serbest ucundan P yüküne maruz kompozit kiriş için elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar, Sayman ve Kayırcı (2000) tarafından yapılmış örgü takviyeli termoplastik kiriş için elde edilen sonuçlarla karşılaştırılmıştır. Ayrıca; tek yönlü takviyeli kompozit kirişte farklı P yükleri için kalıntı gerilme ve plastik bölge dağılımlarının nasıl değiştiği incelenmiştir.

## 2. ELASTİK ÇÖZÜM

Şekil 1'de serbest ucundan P yüküne maruz ankastr bir kiriş gösterilmektedir.



Şekil 1. Serbest ucundan P yüküne maruz kompozit ankastr kiriş

Düzlem gerilme durumu için denge denklemini aşağıdaki şekilde verilmektedir (Lekhnitskii, 1981).

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} - 2a_{26} \frac{\partial^4 F}{\partial x^3 \partial y} + \left( 2a_{12} + a_{66} \right) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} \\ & - 2a_{16} \frac{\partial^4 F}{\partial x \partial y^3} + a_{11} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

Burada F gerilme fonksiyonudur ve  $a_{ij}$  uygunluk matrisinin bileşenleridir (Jones, 1975);

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} - & - & - \\ a_{11} & a_{12} & a_{16} \\ - & - & - \\ a_{12} & a_{22} & a_{26} \\ - & - & - \\ a_{16} & a_{26} & a_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} \quad (2)$$

Burada;

$$\begin{aligned} a_{11} &= a_{11} \cos^4 \theta + (2a_{12} + a_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a_{22} \sin^4 \theta \\ a_{12} &= (a_{11} + a_{22} - a_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \\ a_{22} &= a_{11} \sin^4 \theta + (2a_{12} + a_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + a_{22} \cos^4 \theta \\ a_{16} &= (2a_{11} - 2a_{12} - a_{66}) \sin \theta \cos^3 \theta \\ & \quad - (2a_{22} - 2a_{12} - a_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ a_{26} &= (2a_{11} - 2a_{12} - a_{66}) \sin^3 \theta \cos \theta \\ & \quad - (2a_{22} - 2a_{12} - a_{66}) \cos^3 \theta \sin \theta \\ a_{66} &= 2(2a_{11} + 2a_{22} - 4a_{12} - a_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta \\ & \quad + a_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta) \end{aligned} \quad (3)$$

$$a_{11} = \frac{1}{E_1}, \quad a_{12} = -\frac{\nu_{12}}{E_1}, \quad a_{22} = \frac{1}{E_2}, \quad a_{66} = \frac{1}{G_{12}} \quad (4)$$

Hem sınır şartlarını hem de denge denklemini sağlayacak F fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilmiştir.

$$F = \frac{d}{6}xy^3 + \frac{e}{12}y^4 + \frac{a}{2}y^2 + bxy \quad (5)$$

(5) nolu denklem (1) nolu denklemde yerine konulursa

$$-2a_{16}d + 2a_{11}e = 0 \quad (6)$$

$$e = md, \quad m = \frac{a_{16}}{a_{11}}$$

olarak elde edilir. Gerilme bileşenleri :

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = dxy + ey^2 + a = dxy + mdy^2 + a \quad (7)$$

$$\sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \quad (8)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\frac{d}{2}y^2 - b \quad (9)$$

şeklindedir Bu kiriş için sınır şartları:

$$y = \mp c \text{ için } \tau_{xy} = 0 \quad (10)$$

$$y = \mp c \text{ için } \sigma_y = 0 \quad (11)$$

$$x = 0 \text{ için } \int_{-c}^c \tau_{xy} t dy = -P \quad (12)$$

şeklindedir. Burada, t kirişin kalınlığıdır. Serbest uçta  $\sigma_x$ 'in eğilme momenti sıfıra eşittir:

$$\int_{-c}^c \sigma_x t dy = 0 \quad (13)$$

$$\int_{-c}^c \sigma_x t y dy = 0 \quad (14)$$

Yukarıdaki sınır şartlarından yararlanarak F fonksiyonundaki a, b, d ve e katsayıları :

$$a = -\frac{md}{3}c^2, \quad d = -\frac{3P}{2tc^3} = -\frac{P}{I}, \quad b = \frac{d}{2}c^2$$

$$e = md = -\frac{3P}{2tc^3}m = -\frac{P}{I}m \quad (15)$$

şeklinde elde edilir. (15) nolu denklem (7), (8) ve (9)'nolu denklemlerde yerine konulursa gerilme bileşenleri,

$$\sigma_x = -\frac{P}{I} \left( xy + my^2 - \frac{m}{3}c^2 \right) \quad (16)$$

$$\sigma_y = 0 \quad (17)$$

$$\tau_{xy} = -\frac{P}{2I} (c^2 - y^2) \quad (18)$$

olarak elde edilir. Burada I, kirişin asal atalet momenti olup,  $I = \frac{2}{3}tc^3$  tür.

### 3. ELASTİK-PLASTİK ÇÖZÜM

Plastik deformasyonun başlangıcı bir akma kriteri yardımı ile belirlenmekte olup, akma sonrası deformasyon, malzeme direncinin büyük ölçüde düşüşü sonucu ortaya çıkmaktadır Bu çözümde akma kriteri olarak Tsai-Hill teorisi kullanılmıştır.

Bu kriteri göre eşdeğer gerilmesi (Jones, 1975):

$$\sigma^2 = \sigma_1^2 - \sigma_1\sigma_2 + \frac{X^2}{Y^2}\sigma_2^2 + \frac{X^2}{S^2}\tau_{12}^2 = X^2 \quad (19)$$

şeklindedir. Burada X ve Y, 1 ve 2 asal malzeme yönlerindeki akma dayanımları; S, 1-2 düzlemindeki kayma akma dayanımıdır. Eğer eşdeğer gerilme akma dayanımı X'den daha büyükse elasto-plastik gerilme analizi uygulanır.  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$  ve  $\tau_{12}$  asal malzeme yönlerindeki gerilme bileşenleri,

$$\begin{aligned} \sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \theta + 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \theta - 2\tau_{xy} \sin \theta \cos \theta \\ \tau_{12} &= -\sigma_x \sin \theta \cos \theta + \tau_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned} \quad (20)$$

şeklinde verilir (Sayman ve Aksoy, 1982).

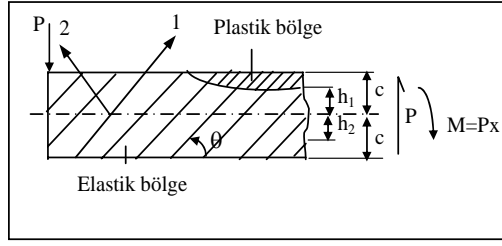
Şekil 2'de plastik bölge en üst yüzeyde başlamaktadır. Bu durumda sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y = -h_1 \text{ için } \tau_{xy} = 0 \quad (21)$$

$$y = c \text{ için } \tau_{xy} = 0 \quad (22)$$

$$\int_{-h_1}^c \tau_{xy} t dy = -P \quad (23)$$

$$y = -h_1 \text{ için } \sigma_x = X_1 \quad (24)$$



Şekil 2. Kirişin en üst yüzeyindeki plastik bölgenin dağılımı

Kirişin enine kesiti boyunca  $\sigma_x$  gerilme bileşeni sıfırdır.

$$X_1(c-h_1)t + \int_{-h_1}^c \sigma_x t dy = 0 \quad (25)$$

$\sigma_x$  gerilme bileşeninin momenti  $Px$  'e eşittir.

$$\frac{X_1(c-h_1)t(c+h_1)}{2} - \int_{-h_1}^c \sigma_x t y dy = M = Px \quad (26)$$

Hem diferansiyel denklemini hem de sınır şartlarını sağlaması için gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$F = \frac{d}{6}xy^3 + \frac{e}{12}y^4 + \frac{a}{2}y^2 + \frac{r}{6}y^3 + \frac{k}{2}xy^2 + bxy \quad (27)$$

Bu durumda gerilme bileşenleri:

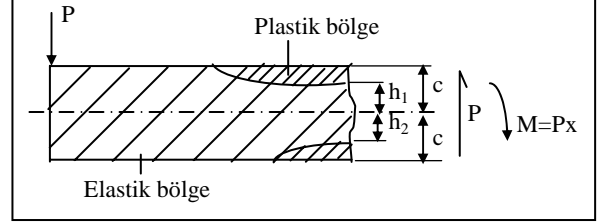
$$\begin{aligned} \sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = dxy + md y^2 + ry + kx + a \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\frac{d}{2}y^2 - ky - b \end{aligned} \quad (28)$$

şekindedir. Burada  $e = md$ 'dir. Sınır şartları yardımıyla bilinmeyen parametreler aşağıdaki şekilde bulunmuştur.

$$\begin{aligned} k &= \frac{d(h_1-c)}{2}, \quad b = -\frac{dh_1c}{2}, \quad d = -\frac{12P}{t(h_1+c)^3} \\ r &= -\frac{4cX_1}{(c+h_1)^2} - dx - \frac{2md}{3}(c-2h_1) \\ a &= \frac{X_1(c-h_1)^2}{(c+h_1)^2} + \frac{mdh_1(h_1-2c)}{3} - \frac{d(h_1-c)}{2}x \end{aligned} \quad (29)$$

$$h_1 = \frac{P(3x-mc) - 4X_1c^2t}{mP - 2X_1ct}$$

Şekil 3'te kirişin en üst ve en alt yüzeylerindeki plastik bölge dağılımları görülmektedir.



Şekil 3. Kirişin en üst ve en alt yüzeyindeki plastik bölgenin dağılımı

Plastik bölgenin en üst ve en alt yüzeylerde başladığı durumda sınır şartları aşağıdaki gibi yazılabilir:

$$y = -h_1 \text{ için } \tau_{xy} = 0 \quad (30)$$

$$y = h_2 \text{ için } \tau_{xy} = 0 \quad (31)$$

$$\int_{-h_1}^{h_2} \tau_{xy} t dy = -P \quad (32)$$

$$y = -h_1 \text{ için } \sigma_x = X_1 \quad (33)$$

$$y = h_2 \text{ için } \sigma_x = -X_1 \quad (34)$$

Kirişin enine kesiti boyunca  $\sigma_x$  gerilme bileşeni sıfırdır.

$$X_1(c-h_1)t - X_1(c-h_2)t + \int_{-h_1}^{h_2} \sigma_x t dy = 0 \quad (35)$$

$\sigma_x$  gerilme bileşeninin momenti  $Px$  'e eşittir.

$$\frac{X_1(c^2-h_1^2)t}{2} + \frac{X_1(c^2-h_2^2)t}{2} - \int_{-h_1}^{h_2} \sigma_x t y dy = Px \quad (36)$$

Hem diferansiyel denklemini hem de sınır şartlarını sağlaması için gerilme fonksiyonu aşağıdaki gibi seçilmiştir:

$$F = \frac{d}{6}xy^3 + \frac{e}{12}y^4 + \frac{a}{2}y^2 + \frac{r}{6}y^3 + \frac{k}{2}xy^2 + bxy \quad (37)$$

Bu durumda gerilme bileşenleri:

$$\begin{aligned}\sigma_x &= \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = dxy + mdy^2 + ry + kx + a \\ \sigma_y &= \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = 0 \\ \tau_{xy} &= -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\frac{d}{2}y^2 - ky - b\end{aligned}\quad (38)$$

şekindedir. Burada  $e = md$ 'dir. Sınır şartları yardımıyla bilinmeyen parametreler aşağıdaki şekilde bulunmuştur:

$$\begin{aligned}k &= \frac{d(h_1 - h_2)}{2}, \quad b = -\frac{dh_1 h_2}{2}, \quad d = -\frac{12P}{t(h_1 + h_2)^3} \\ r &= -\frac{2X_1}{(h_1 + h_2)} - dx - md(h_1 - h_2) \\ a &= -\frac{X_1(h_1 - h_2)}{(h_1 + h_2)} - mdh_1 h_2 - \frac{d(h_1 - h_2)}{2}x \\ h_2 &= h_1 - \frac{2Pm}{X_1 t} \\ h_1 &= \frac{Pm + \sqrt{\frac{P^2 m^2}{3t^2} + \frac{c^2 X_1^2}{3} - \frac{P x X_1}{3t}}}{\frac{X_1}{3}}\end{aligned}\quad (39)$$

Tablo 2. Serbest Ucundan P Yüğüne Maruz Ankastre Polimer Matrisli Ankastre Kompozit Kiriş İçin Serbest Uçtan Akma Noktalarına Olan Mesafe

	Oryantasyon açıları				
	0°	30°	45°	60°	90°
En üst yüzeyde (mm)	288.125	141.193	105.719	88.120	78.250
En alt yüzeyde (mm)	288.125	155.181	115.255	93.550	78.250
Plastik çökme (mm)	432.180	222.770	166.030	136.370	117.370

Tablo 3'te 30°, 45° ve 60° oryantasyon açıları için  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenleri ile bu açıları için plastik bölge dağılımları verilmiştir. Bu tablodan; serbest uçtan uzaklaştıkça plastik bölgenin

## 4. ÖRNEK PROBLEM

Bu çalışmada, serbest ucundan P yüküne maruz tek yönlü takviyeli polimer matrisli ankastre kompozit kirişin farklı oryantasyon açıları için analitik olarak elasto-plastik gerilme analizi yapılmıştır. Kiriş yüksekliği  $2c = 25$  mm, kiriş kalınlığı  $t = 4.8$  mm olarak alınmıştır.

Tablo 1'de bu kompozit kirişe ait mekanik özellikler ve akma noktaları verilmiştir (Esendemir, 2002).

Tablo 1. Kompozit Kirişin Mekanik Özellikleri ve Akma Noktaları

$E_1$	4300 MPa	X	23.05 MPa
$E_2$	966 MPa	Y	6.26 MPa
$G_{12}$	580 MPa	S	6.24 MPa
$\nu_{12}$	0.4		

0° ve 90° oryantasyon açıları için malzeme özelliklerinin x eksenine göre simetrisinden dolayı akma ilk olarak üst ve alt yüzeylerde aynı anda başlamıştır. Buna karşılık, 30°, 45° ve 60° oryantasyon açıları için akma en üst yüzeyde daha önce başlar. Tablo 2'de bütün oryantasyon açıları için serbest uçtan itibaren akma noktalarına olan mesafeler verilmiştir.

genişlediği ve aynı zamanda  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşeninin kirişin üst yüzeyinde daha büyük değerde olduğu görülmektedir.

Tablo 3. Serbest Ucundan P Yüğüne Maruz Tek Yönlü Takviyeli Polimer Matrisli Ankastre Kompozit Kirişe Ait 30°, 45° ve 60° Oryantasyon Açıları İçin  $\sigma_x$  Kalıntı Gerilme Bileşeni

Oryantasyon Açıları	Akma noktası ve serbest uç arasındaki mesafe	$h_1$ (mm)	$\sigma_{x_r}$ (y=-c) (MPa)	$\sigma_{x_r}$ (y=c) (MPa)
30°	141.193	12.50	0.000	-1.119
	145.193	12.20	-0.319	-0.799
	149.153	11.87	-0.636	-0.482
	153.153	11.52	-0.956	-0.162
45°	105.719	12.50	0.000	-0.762
	108.719	12.19	-0.239	-0.522
	111.719	11.85	-0.479	-0.282
	114.719	11.50	-0.719	-0.042
60°	88.120	12.50	0.000	-0.434
	90.120	12.24	-0.159	-0.274
	91.120	12.10	-0.239	-0.194
	92.120	11.96	-0.319	-0.114

Tablo 4'te ise  $P = 40$  N yüke maruz tek yönlü takviyeli kompozit kirişin  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ve  $90^\circ$  oryantasyon açıları için değişik  $x$  mesafelerinde kirişin en alt ve en üst yüzeylerindeki  $\sigma_x$  kalıntı

gerilme bileşenleri verilmiştir. Tablodan, en büyük kalıntı gerilmelerin  $0^\circ$  oryantasyon açısı için elde edildiği görülmektedir.

Tablo 4.  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ve  $90^\circ$  Oryantasyon Açılı İçin  $P = 40$ N Yüke Maruz Ankastre Tek Yönlü Takviyeli Kompozit Kirişin X Eksenine Göre  $H_1$  Ve  $H_2$  Mesafeleri, Kirişin Üst ve Alt Kenarlarındaki Elastik, Elasto-Plastik Ve Kalıntı Gerilmelerin Değişimi

	x (mm)	$h_1$ (mm)	$h_2$ (mm)	$\sigma_{x_e}$ y=-c	$\sigma_{x_p}$ y=-c	$\sigma_{x_r}$ y=-c	$\sigma_{x_e}$ y=c	$\sigma_{x_p}$ y=c	$\sigma_{x_r}$ y=c
$0^\circ$	288.125	12.50	12.50	23.050	23.050	0.000	-23.050	-23.050	0.000
	308.125	11.59	11.59	24.650	23.050	-1.600	-24.650	-23.050	1.600
	328.125	10.62	10.62	26.250	23.050	-3.200	-26.250	-23.050	3.200
	348.125	9.54	9.54	27.850	23.050	-4.800	-27.850	-23.050	4.800
	368.125	8.33	8.33	29.450	23.050	-6.400	-29.450	-23.050	6.400
$30^\circ$	155.181	11.34	12.50	12.970	11.855	-1.115	-11.855	-11.855	0.000
	165.181	10.43	11.60	13.774	11.855	-1.919	-12.655	-11.855	0.800
	175.181	9.43	10.60	14.574	11.855	-2.719	-13.454	-11.855	1.599
	187.540	8.03	9.20	15.560	11.855	-3.707	-14.443	-11.855	2.588
	195.181	7.03	8.21	16.174	11.855	-4.319	-15.050	-11.855	3.199
$45^\circ$	115.255	11.44	12.50	9.600	8.839	-0.761	-8.839	-8.839	0.000
	125.255	10.20	11.27	10.401	8.839	-1.562	-9.638	-8.839	0.799
	135.255	8.79	9.86	11.201	8.839	-2.362	-10.438	-8.839	1.599
	150.190	6.15	7.23	12.396	8.839	-3.357	-11.633	-8.839	2.794
	155.255	4.98	6.06	12.801	8.839	-3.963	-12.038	-8.839	3.199
$60^\circ$	93.550	11.76	12.50	7.701	7.267	-0.434	-7.267	-7.267	0.000
	98.550	11.03	11.78	8.101	7.267	-0.834	-7.666	-7.267	0.399
	103.550	10.25	11.00	8.501	7.267	-1.234	-8.066	-7.267	0.799
	108.550	9.41	10.15	8.901	7.267	-1.634	-8.466	-7.267	1.199
	113.550	8.48	9.23	9.301	7.267	-2.034	-8.866	-7.267	1.599
$90^\circ$	78.250	12.50	12.50	6.260	6.260	0.000	-6.260	-6.260	0.000
	83.250	11.67	11.67	6.660	6.260	-0.400	-6.660	-6.260	0.400
	88.250	10.78	10.78	7.060	6.260	-0.800	-7.060	-6.260	0.800
	93.250	9.81	9.81	7.460	6.260	-1.200	-7.460	-6.260	1.200
	98.250	8.73	8.73	7.860	6.260	-1.600	-7.860	-6.260	1.600

Sayman ve Kayrıçı (2000), örgü takviyeli termoplastik kompozit kiriş için  $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $30^\circ$  ve  $45^\circ$  oryantasyon açıları için  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenleri ve plastik bölge dağılımlarını elde etmişlerdir (Tablo 5). Tablo 4 ve Tablo 5 karşılaştırılacak olursa; tek yönlü takviyeli kirişte akmanın, bütün oryantasyon açıları için örgü takviyeli kirişe göre daha önce başladığı görülür. Örneğin  $30^\circ$  oryantasyon açısı için  $x = 187.54$  mm,  $45^\circ$  oryantasyon açısı için ise  $x = 150.19$  mm değerleri için tek yönlü takviyeli kirişte kalıntı gerilmelerin daha büyük olduğu görülmektedir.

Tablo 6'da  $P = 45$  N yüke maruz tek yönlü takviyeli kompozit kirişte  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ve  $90^\circ$  oryantasyon açıları için değişik  $x$  mesafelerindeki  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenleri verilmiştir.

Tablo 4 ve Tablo 6'nın karşılaştırılması sonucu  $P$  yükü arttıkça akmanın daha önce meydana geldiği ve aynı  $x$  değeri için  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenlerinin değerinin büyüdüğü gözlenmiştir.

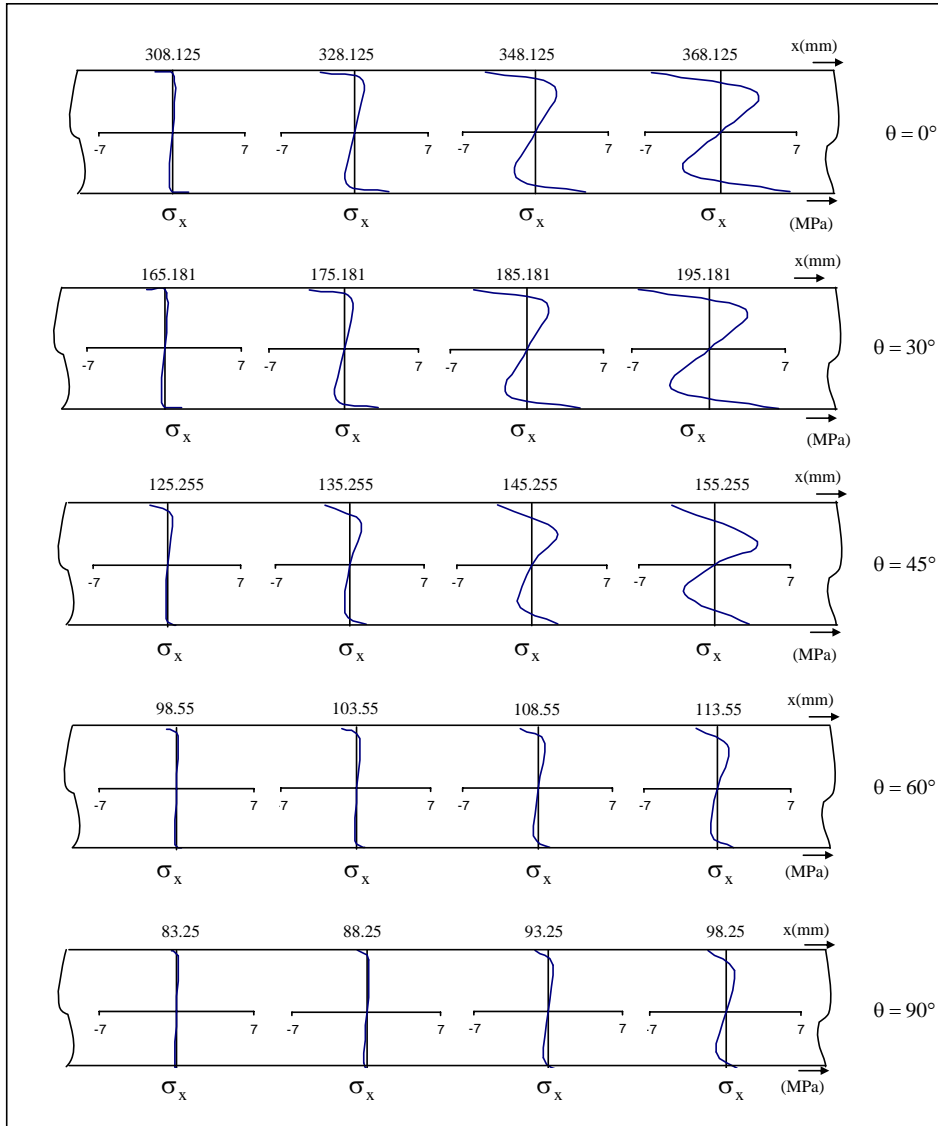
Şekil 4'te  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ve  $90^\circ$  fiber oryantasyon açıları için  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenlerinin dağılımı verilmiştir. Şekilden de görüleceği üzere;  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  fiber oryantasyon açıları için  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşeni kirişin üst yüzeyinde maksimum iken  $0^\circ$  ve  $90^\circ$  fiber oryantasyon açıları için kirişin en alt ve en üst yüzeylerinde maksimumdur.

Tablo 5. 0°, 30°, 45°, 60° ve 90° Oryantasyon Açılımları İçin P = 40 N Yüke Maruz Örgü Takviyeli Ankastr Kompozit Kiriş İçin X Eksenine Göre h<sub>1</sub> ve h<sub>2</sub> Mesafeleri, Kirişin Üst ve Alt Kenarlarındaki Elastik, Elasto-Plastik ve Kalıntı Gerilmelerin Değişimi (Sayman ve Kayırcı, 2000)

	x (mm)	h <sub>1</sub> (mm)	h <sub>2</sub> (mm)	$\sigma_{x_e}$ y=-c	$\sigma_{x_p}$ y=-c	$\sigma_{x_r}$ y=-c	$\sigma_{x_e}$ y=c	$\sigma_{x_p}$ y=c	$\sigma_{x_r}$ y=c
0°	218.750	12.50	12.50	17.500	17.500	-0.000	-17.500	-17.500	0.000
	228.750	11.92	11.92	18.300	17.500	-0.800	-18.300	-17.500	0.800
	238.750	11.30	11.30	19.100	17.500	-1.600	-19.100	-17.500	1.600
	248.750	9.96	9.96	19.900	17.500	-2.400	-19.900	-17.500	2.400
15°	197.120	11.24	12.50	16.520	15.010	-1.510	-15.010	-15.010	0.000
	207.120	10.52	11.78	17.320	15.010	-2.310	-15.810	-15.010	0.800
	217.120	9.74	11.00	18.120	15.010	-3.110	-16.610	-15.010	1.600
	227.120	8.91	10.17	18.920	15.010	-3.910	-17.410	-15.010	2.400
30°	157.540	11.56	12.50	13.060	12.150	-0.910	-12.150	-12.150	0.000
	167.540	10.67	11.61	13.860	12.150	-1.710	-12.950	-12.150	0.800
	177.540	9.71	10.65	14.660	12.150	-2.510	-13.750	-12.150	1.600
	187.540	8.64	9.58	15.460	12.150	-3.310	-14.660	-12.150	2.510
45°	140.190	12.50	12.50	11.220	11.220	-0.000	-11.220	-11.220	0.000
	150.190	11.57	11.57	12.020	11.220	-0.800	-12.020	-11.220	0.800
	160.190	10.57	10.57	12.820	11.220	-1.600	-12.820	-11.220	1.600
	170.190	9.45	9.45	13.620	11.220	-2.400	-13.620	-11.220	2.400

Tablo 6. 0°, 30°, 45°, 60° ve 90° Oryantasyon Açılımları İçin P = 45N Yüke Maruz Tek Yönlü Takviyeli Ankastr Kompozit Kiriş İçin X Eksenine Göre h<sub>1</sub> ve h<sub>2</sub> Mesafeleri, Kirişin Üst ve Alt Kenarlarındaki Elastik, Elasto-Plastik ve Kalıntı Gerilmelerin Değişimi

$\Theta$	x (mm)	h <sub>1</sub> (mm)	h <sub>2</sub> (mm)	$\sigma_{x_e}$ y=-c	$\sigma_{x_p}$ y=-c	$\sigma_{x_r}$ y=-c	$\sigma_{x_e}$ y=c	$\sigma_{x_p}$ y=c	$\sigma_{x_r}$ y=c
0°	256.111	12.50	12.50	23.050	23.050	0.000	-23.050	-23.050	0.000
	266.111	12.01	12.01	23.949	23.050	-0.899	-23.949	-23.050	0.899
	276.111	11.52	11.52	24.849	23.050	-1.799	-24.849	-23.050	1.799
	286.111	11.03	11.03	25.749	23.050	-2.699	-25.749	-23.050	2.699
	308.125	9.96	9.96	27.731	23.050	-4.681	-27.731	-23.050	4.681
30°	138.726	11.20	12.50	13.113	11.855	-1.258	-11.855	-11.855	0.000
	148.726	10.16	11.48	14.013	11.855	-2.158	-12.754	-11.855	0.899
	158.726	9.00	10.32	14.913	11.855	-3.058	-13.654	-11.855	1.799
	168.726	7.69	9.01	15.813	11.855	-3.958	-14.554	-11.855	2.699
	175.181	6.71	8.03	16.395	11.855	-4.540	-15.136	-11.855	3.280
45°	102.979	11.31	12.50	9.697	8.839	-0.858	-8.839	-8.839	0.000
	112.979	9.89	11.11	10.597	8.839	-1.758	-9.738	-8.839	0.899
	122.979	8.25	9.46	11.497	8.839	-2.658	-10.638	-8.839	1.799
	132.979	6.22	7.44	12.397	8.839	-3.558	-11.538	-8.839	2.699
	145.255	2.16	3.37	13.502	8.839	-4.663	-12.643	-8.839	3.804
60°	83.461	11.67	12.50	7.755	7.267	-0.488	-7.267	-7.267	0.000
	93.461	9.95	10.79	8.655	7.267	-1.388	-8.166	-7.267	0.899
	103.461	7.87	8.71	9.555	7.267	-2.288	-9.066	-7.267	1.799
	108.461	6.61	7.45	10.005	7.267	-2.738	-9.516	-7.267	2.249
	113.550	5.03	5.87	10.464	7.267	-3.197	-9.975	-7.267	2.708
90°	69.550	12.50	12.50	6.260	6.260	0.000	-6.260	-6.260	0.000
	74.550	11.60	11.60	6.709	6.260	-0.449	-6.709	-6.260	0.449
	79.550	10.70	10.70	7.159	6.260	-0.899	-7.159	-6.260	0.899
	84.550	9.80	9.80	7.609	6.260	-1.349	-7.609	-6.260	1.349
	88.250	9.14	9.14	7.942	6.260	-1.682	-7.942	-6.260	1.682



Şekil 4.  $0^\circ$ ,  $30^\circ$ ,  $45^\circ$ ,  $60^\circ$  ve  $90^\circ$  oryantasyon açıları için  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşenlerinin dağılımı

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, serbest ucundan P yüküne maruz tek yönlü takviyeli ankastr kompozit kiriş için analitik olarak elasto-plastik gerilme analizi yapılmış ve şu sonuçlar elde edilmiştir:

1.  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  ve  $60^\circ$  oryantasyon açılarında akma en üst yüzeyde başlar. En üst yüzeydeki  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşeninin değeri alt yüzeydeki  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşeninin değerinden daha büyük olduğu gözlenmiştir.
2.  $0^\circ$  ve  $90^\circ$  oryantasyon açıları için akma en üst ve en alt yüzeylerde aynı anda başlamaktadır.
3. Oryantasyon açıları arttıkça plastik bölgenin daha küçük x mesafelerinde başladığı görülmüştür.
4.  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşeninin üst ve alt yüzeylerde maksimum olduğu görülmüştür.
5. Tek yönlü takviye için akmanın örgü takviyeli kirişe göre daha önce başladığı görülmüştür.
6. Oryantasyon açısı arttıkça kirişin uzunluğu azalmaktadır. Maksimum elastik gerilmeler serbest uçtaadır.
7. Kirişe uygulanan yük artırıldığı zaman akmanın daha önce başladığı görülmüştür.
8. Aynı x değeri için oryantasyon açısı arttıkça  $\sigma_x$  kalıntı gerilme bileşeni artmaktadır.
9. Kirişin dayanımı kalıntı gerilmelerle artırılabilir.



## 7. KAYNAKLAR

Esendimir, Ü. 2001. An Elasto-Plastic Stress Analysis in a Thermoplastic Composite Beam of Arbitrary Orientation Subjected to Transverse Uniformly Distributed Load, *International Journal of Applied Mechanics and Engineering*, 6 (2), 325-344.

Esendimir, Ü. 2002. An Elasto-Plastic Stress Analysis in a Polymer Matrix Composite Beam of Arbitrary Orientation Subjected to Transverse Linearly Distributed Load, *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 21 (8), 735-748.

Jegley, D. 1993. Impact Damage Graphite-Thermoplastic Trapezoidal-Corrugation Sandwich and Semi-Sandwich Panels, *Journal of Composite Materials*, 25 (5), 526-538.

Jeronimidis, G., Parkyn, A. T. 1998. Residual Stresses in Carbon Fibre-Thermoplastic Matrix Laminates, *Journal of Composite Materials*, 22, 401-415.

Jones, R. M. 1975. Mechanics of Composite Materials, McGraw-Hill Kogakusha, Tokyo .

Karakuzu, R., Özcan, R. 1996. Exact Solution of Elasto-Plastic Stresses in a Metal Matrix Composite Beam of Arbitrary Orientation Subjected to Transverse Loads, *Composites Science and Technology*, 56, 1383-1389.

Lekhnitskii, S. G. 1981. Theory of Elasticity of an Anisotropic Body, Mir Publishers, Moscow.

Özcan, R. 2000. Elastic-Plastic Stress Analysis in Thermoplastic Composite Laminated Plates under in-Plane Loading, *Composite Structures*, 49,201-208.

Sayman, O., Aksoy, S. 1982. Kompozit Malzemeler 108s. Ege Üniversitesi Matbaası, İzmir.

Sayman, O., Kayrıçı, M. 2000. An Elasto-Plastic Stress Analysis in a Thermoplastic Composite Cantilever Beam, *Composite Science and Technology*, 60, 623-631.

Smith, S. T., Teng, J. G. 2001. Interfacial Stresses in Plated Beams, *Engineering Structures*, 23, 857-871.

Tavman, I. H. 1996. Thermal and Mechanical Properties of Aluminium Powder Filled High-Density Polyethylene Composites, *Journal of Applied Polymer Science*, 62, 2161-2167.