



YERALTI BOŞLUKLARI ÇEVRESİNDEKİ BLOKLARIN DURAYLILIĞININ SINIR ELEMANLARI YÖNTEMİ KULLANILARAK İNCELENMESİ

Murat ÜNAL

Selçuk Üniversitesi, Mühendislik- Mimarlık Fakültesi, Maden Mühendisliği Bölümü, Kampüs / Konya

Geliş Tarihi : 30.11.2001

ÖZET

Bu çalışmada, yeraltı ve yerüstü kazılarında karşılaşılan kaya mekaniği problemlerinin modellenmesi ve çözümüne yönelik, sınır elemanları yöntemi kullanılarak iki boyutlu bir yazılım geliştirilmiştir. Bu yazılım kullanılarak yeraltı açıklıkları tavanında oluşan kama tipi blokların duraylılığı ayrıntılı olarak incelenmiştir. Geliştirilen sınır elemanları yazılımı ile simetrik blokların farklı eklem katlıklarındaki davranışları çalışılmış, elde edilen sonuçlar, yüzey çekme gerilmesi, süreksizlikler boyunca makaslama gerilmesi, bloktaki yer değiştirme ve birim şekil değiştirme göz önüne alınarak birbiriyle ve analitik çözümle karşılaştırılmış ve tartışılmıştır.

Anahtar Kelimeler : Sayısal yöntemler, Sınır elemanları yöntemi, Kaya kama duraylılığı, Blok teorisi

INVESTIGATION OF THE STABILITY OF BLOCKS AROUND UNDERGROUND OPENINGS BY USING THE BOUNDARY ELEMENT METHOD

ABSTRACT

In this study, a two-dimensional software was developed by using the boundary element method, in order to model and solve the rock mechanics problems encountered in surface and underground excavations. Stability of rock wedges formed at the roof of underground excavations were investigated in detail by using this software. The behaviour of the symmetric wedge on different joint stiffnesses was studied using a modified boundary element software. Then the results obtained were discussed and compared with the analytical solution, considering the surface tractions, shear stresses (developed along the discontinuity), wedge displacements and strains (along the wedge height).

Key Words : Numerical methods, Boundary element method, Rock wedge stability, Block theory

1. GİRİŞ

Yeryüzünün üst katmanlarının çok küçük kırıklar, eklemeler, faylar ve tabakalanmalar gibi farklı şekillerde ki süreksizliklerle parçalara ayrıldıkları bilinmektedir. Yüzeyden kilometrelerce derinlere kadar gidebilen kaya kütleleri, süreksiz bir davranış göstermekle birlikte farklı boyut ve özelliklerde

süreksizlikler içerirler ve çok karmaşık geometrik yapılar sergilerler (Goodman, 1976; Anon., 1978; Hoek and Brown, 1980; Aydan et al., 1992; Priest, 1993). Bunun içindir ki bu tür ortamlarda yapılan yerüstü ve yeraltı kazı çalışmalarında sık sık duraysızlık ve geçirgenlik gibi sorunlarla karşılaşmaktadır. Bu tür sorunların çözümüne yönelik çalışmalarda (Roberts and Einstein, 1979; Crouch and Starfield, 1983; Brown, 1986;

Fairhurst and Pei, 1990; Vaughan and Isenberg, 1991) yaygın olarak sayısal çözümleme yöntemlerinin kullanıldığı görülmektedir.

Bilgisayar teknolojisindeki gelişmelerle birlikte karmaşık fiziksel olayların modellenmesinde sayısal yöntemlerin kullanılması yaygınlaşmıştır. Sayısal yöntemler, kolay ve hızlı uygulanabilirliği ve dolayısıyla da ekonomik olması nedeniyle özellikle mühendislikte yaygın olarak kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, sınır elemanları yöntemi kapsamında, mevcut yazılımlar kullanarak, kaya mühendisliği problemlerinin çözümüne yönelik bir yazılım geliştirilmiş ve bu yazılım kullanılarak yeraltı boşlukları tavanında, süreksizlikler nedeniyle oluşan kama tipi blokların duraylılığı incelenmiştir.

2. SAYISAL YÖNTEMLER VE TASARIM YÖNTEMİ

Süreksizlikler ve yeraltı boşlukları çevresindeki gerilmeler, şekil değişiklikleri (deformasyon) ve yer değiştirmeler analitik, görgül ve sayısal çözümleme yöntemleri kullanılarak belirlenebilmektedir. Analitik ve görgül yöntemlerin yetersiz kaldığı durumlarda sayısal çözümleme yöntemleri kullanılmaktadır. Bu yöntemlerden yaygın olarak kullanılanları aşağıda sıralanmıştır.

- Sonlu elemanlar yöntemi (finite element method, FEM)
- Sınır elemanları yöntemi (boundary element method, BEM)
- Ayrık elemanlar yöntemi (distinct element method, DEM)

Bu yöntemlerden sınır elemanlar yöntemi; sonsuz ve yarı sonsuz yapıların çok daha kolay modellenebilmesinden, çözümlerinde daha az sayıda veri gerektirmesinden dolayısıyla da sistemin çok daha hızlı ve kısa zamanda sonuca ulaşması gibi benzeri nedenlerden dolayı daha fazla tercih edilmektedir.

Sınır eleman yöntemlerinden en çok bilinenleri sanal gerilme yöntemi (fictitious stress method, FSM) ve süreksizlik yer değiştirme yöntemidir (displacement discontinuity method, DDM). Bu iki yöntemin temeli elastisite teorisine dayandığı için temel prensipleri ve formülasyonları birbirine çok benzemektedir. Ancak uygulamadaki etkinlikleri değişiklik göstermektedir. Örneğin, FSM kazı sonucu oluşan boşluklar civarındaki gerilmelerin hesaplanmasında, DDM ise daha çok süreksizlik

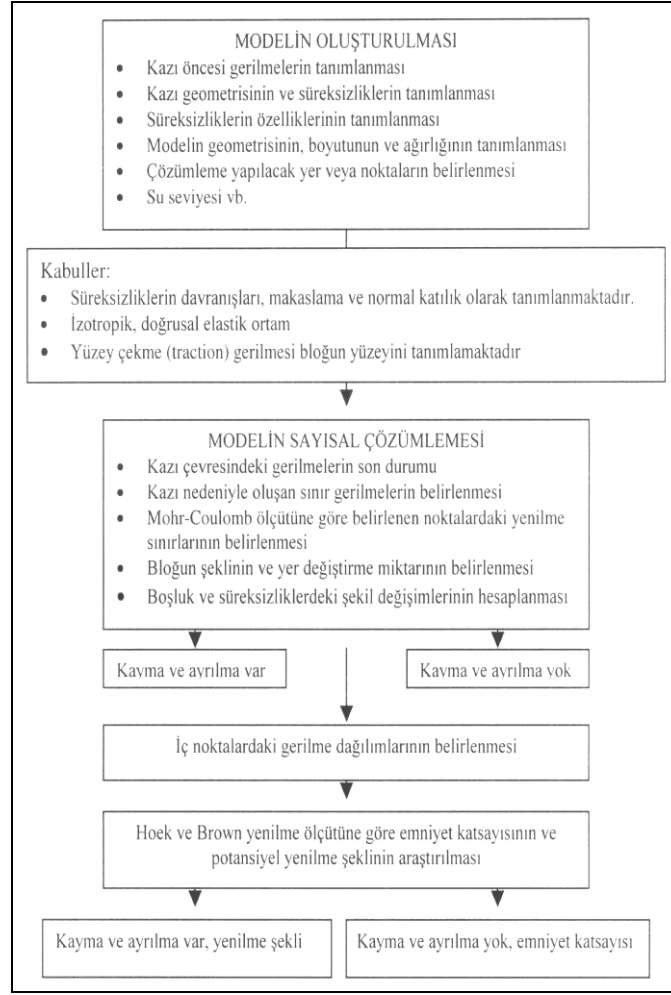
içeren kaya kütlelerinin modellenmesinde kullanılmaktadır. FSM ve DDM yöntemleri kapsamında geliştirilen TWOFS ve TWODD adlı yazılımlar (Crouch and Starfield, 1983) üzerinde çalışılarak madencilik problemlerine yönelik sayısal çözümler geliştirilmiştir (Crouch and Starfield, 1983; Sari, 1989; Sel, 1990; Ünal, 1993). Ünal (1993) tarafından geliştirilen bilgisayar yazılımı (FSDD-W) üzerinde düzenlemeler yapılarak daha kullanışlı bir yazılım elde edilmiş ve MFSDD-W olarak adlandırılmıştır. Yazılımın işlevselliğini artırmaya yönelik çalışmalar devam etmektedir. Bu yazılım yardımıyla;

- Farklı derinliklerde, daire, kare vb. kesitli yeraltı kazı tasarımlarında duraylılık çözümlenmeleri,
- Süreksizlik özellikleri ve davranışları,
- Az eklemlili (Mohr-Coulomb yenilme ölçütüne bağlı olarak) ve çok eklemlili (Hoek and Brown yenilme ölçütüne bağlı olarak) kaya kütlelerinde açılan boşlukların duraylılık çözümlenmeleri,
- Eklem su basıncı ve etkileri,
- Normal (Kn) ve makaslama (Ks) katılığının (stiffness) süreksizlik davranışları üzerindeki etkileri,
- Yatay ve düşey birim şekil değiştirmeleri gibi konular modellenilebilmekte ve üzerlerinde parametrik çalışmalar yapılabilmektedir.

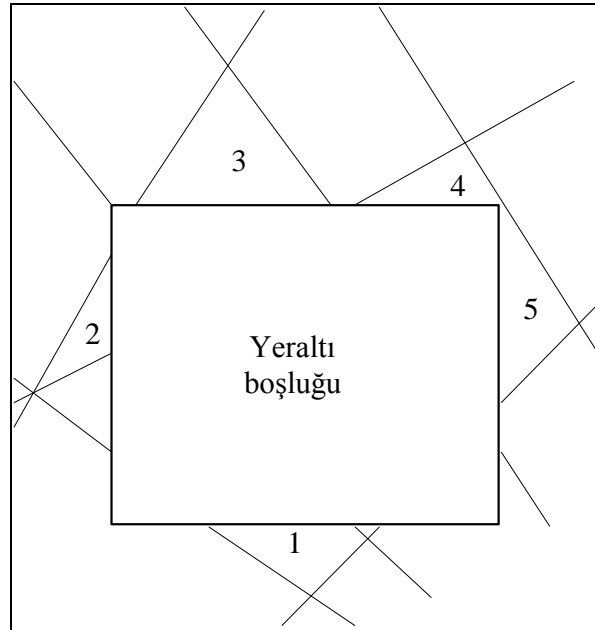
Yeraltı ve yerüstü kazı çalışmalarının model tasarımı ve çözüm şekli, akış şeması tarzında Şekil 1'de gösterilmiştir. Ünal (1993) tarafından çalışılan yeraltı boşlukları çevresindeki blokların duraylılığı örnek çalışma olarak sunulmuştur.

3. YERALTI BOŞLUKLARI ÇEVRESİNDEKİ KAMA TİPİ KAYMALARIN SAYISAL ÇÖZÜMLEMESİ

Süreksizliklerin yoğun olduğu bir ortamda açılan yeraltı boşluğu çevresindeki duraysızlık problemleri çoğunlukla kama tipi bloklardan kaynaklanmaktadır (Şekil 2). Literatürde (Lucas, 1980; Goodman et al., 1982; Crawford, 1983; Crawford and Bray, 1983; Crawford and Lau, 1985; Tharp, 1985; Elsworth, 1986; Sofianos, 1986; Lin and Fairhurst, 1988; Bro, 1992) bu tür blokların davranışlarının belirlenebilmesi amacıyla birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalar daha çok statik, kinematik ve stereografik çözümlere, analitik ve görgül çözümlere dayanmaktadır.



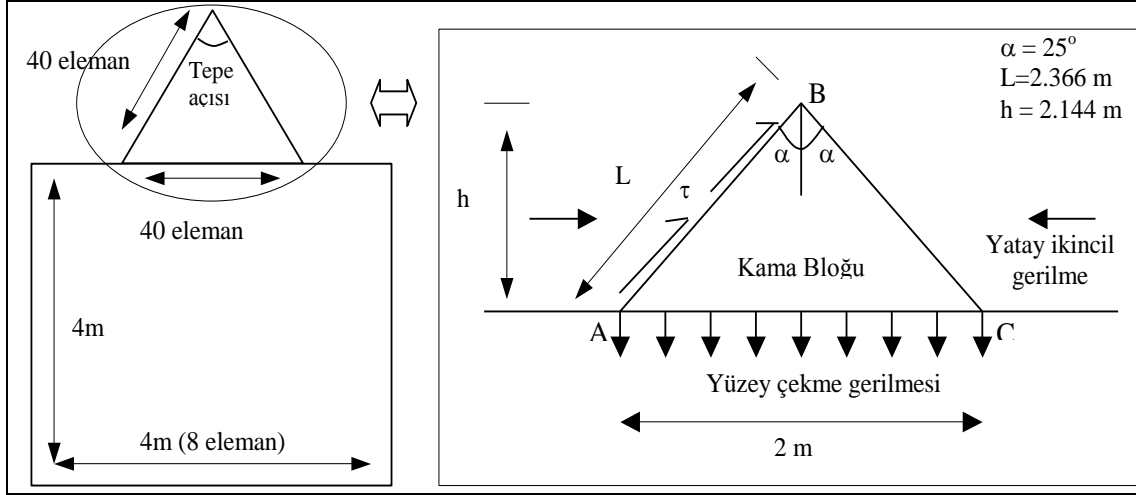
Şekil 1. Modelin tasarımı ve sayısal çözümün akış şeması



Şekil 2. Süreksizliklerin yoğun olduğu ortamda kazılmış yeraltı boşluğu

Çözümler Şekil 2’de görüldüğü gibi kayma ve düşme olasılığı en yüksek olan 3 no’lu blok üzerinde yapılmıştır. 3 no’lu blok kare şeklindeki tünelin tavanındaki simetrik blok olarak düşülmüş ve

Şekil 3’te görüldüğü gibi iki boyutlu olarak ve 148 elemana bölünerek modellenmiştir. Bu modelin çözümlenmesinde kullanılan veriler, tanımlamalar ve kabuller aşağıda verilmiştir.



Şekil 3. Kama bloğu modeli

- Bu çalışmada, yatay gerilmelerin kama bloklarının duraylılığı üzerinde daha fazla etkin olduğu dikkate alınarak öncelikli olarak, yatay gerilme etkisindeki kama bloğunun belirtilen koşullar altındaki davranışı ve bu koşulların bloğun duraylılığı üzerindeki etki derecesi incelenmiştir. Ayrıca, düşey gerilmelerin blok üzerindeki etkisi çalışılarak, düşey gerilmeye maruz kalan bloğun duraylılığı incelenmiştir.
- Kazı ortamının süreksizliklerle kesilen sağlam kaya kütesinden oluştuğu kabul edilmiş ve malzeme özellikleri sağlam kaya kütesine göre belirlenmiştir.
- Bloğun yenilme hesaplamaları Mohr-Coulomb yenilme ölçütüne göre yapılmıştır.
- Yanal gerilme (σ_h) = 1 MPa (birincil gerilme).
- Elastik modül (E) = 1000 MPa (sağlam kayaç).
- Kayanın birim hacim ağırlığı = 0,027MN/m³.
- Tepe açısının yarısı (α) < sürtünme açısı (ϕ).
- Yüzey çekme gerilmesi (t) = Bloğun yenilmesi için gerekli çekme gerilmesinin sınır değeri ve yatay gerilme hesaplamalarında blok ağırlığı olarak kabul edilmiştir.
- Sürtünme açısı (ϕ) = 45° ve 30°.
- Yineleme sayısı = 10.
- Eklem katılığı (Joint stiffness; K_s, K_n) = 1–1000 MPa/m (Çözümlerde kullanılan, $E/K_n = 1.0 - 100$ ve $K_s/K_n = 1.0 - 1/1000$ oranlarının, süreksizliklerin davranışlarını gerçekçi olarak tanımlayabileceği düşünülmüştür).
- Poisson oranı = 0.25.
- Dolgu malzemesinin çekme dayanımı ve kohezyon = 0.0 kabul edilmiştir.
- Normalize edilmiş (N.E.) yük yoğunluğu: t/σ_h .
- Normalize edilmiş (N.E.) eklem katılığı: E / K_n
- Normalize edilmiş (N.E.) makaslama gerilmesi : τ / σ_h .

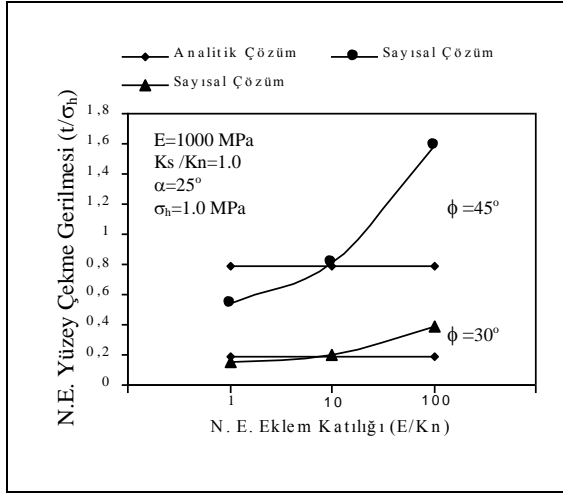
Oluşturulan model üzerinde yapılan çözümleme çalışmaları daha çok, yeraltı boşluğu boyutlarının blok üzerinde kayda değer bir etkisinin olmaması nedeniyle (Tablo 1), kama bloğu çevresinde yoğunlaşmıştır.

Tablo 1. Boşluk Boyutunun Yüzey Çekme Gerilmesi Üzerindeki Etkisi ($\phi = 45^\circ$) (Ünal, 1993)

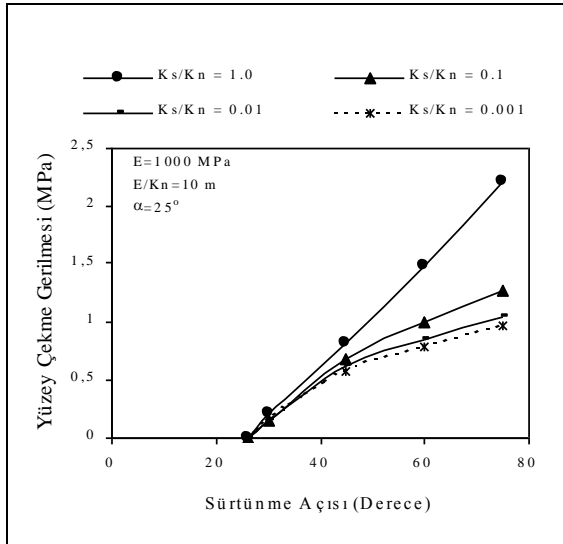
$K_s=K_n=100$ (MPa / m)	Boşluk boyutu (m)	Yüzey çekme gerilmesi (MPa)
	4 x 4	0.8150
	8 x 8	0.8030
	12 x 12	0.7920

Çözümler; öncelikle makaslama (Ks) ve normal (Kn) katılığı, yüzey çekme gerilmesi ve sürtünme açısı arasındaki etkileşimleri belirlemek için yapılmıştır.

Şekil 4'te görüldüğü gibi sürtünme açısı arttıkça, yüzey çekme gerilmesi, Ks, Kn ve E / Kn karşı duyarlılığı artmaktadır. Ayrıca, sürtünme açısı, kama tepe açısının yarısına yaklaştıkça, eklem katılığının ve elastik modülün etkisi azalmaktadır. Benzer davranış Şekil 5'te de gözlenmektedir.



Şekil 4. Sürtünme açısı, elastik modül ve eklem katılığına bağlı olarak bloğa etki eden yüzey çekme gerilmesindeki değişimler (Ünal, 1993)



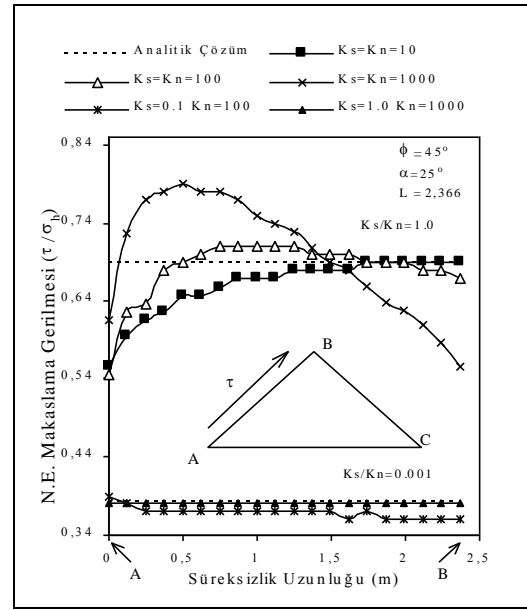
Şekil 5. Ks / Kn oranına bağlı olarak yüzey çekme gerilmesindeki değişimler (Ünal, 1993)

Yumuşak damarlarda (E/Kn =100) bloğun düşebilmesi için gerekli olan yüzey çekme gerilmesi

katı damarlara (E/Kn = 1.0) oranla daha yüksektir. Şekil 5'te görüldüğü gibi sürtünme açısı ve Ks / Kn oranı arttıkça yük yoğunluğu artmakta, sürtünme açısı kamanın tepe açısı yarısına yaklaştıkça Ks/Kn oranının etkisi azalmaktadır.

Ayrıca Şekil 5'te Ks = Kn ve Ks ≤ Kn koşullarında düşme için gerekli olan yüzey çekme gerilmesinin alt ve üst sınırı gösterilmektedir.

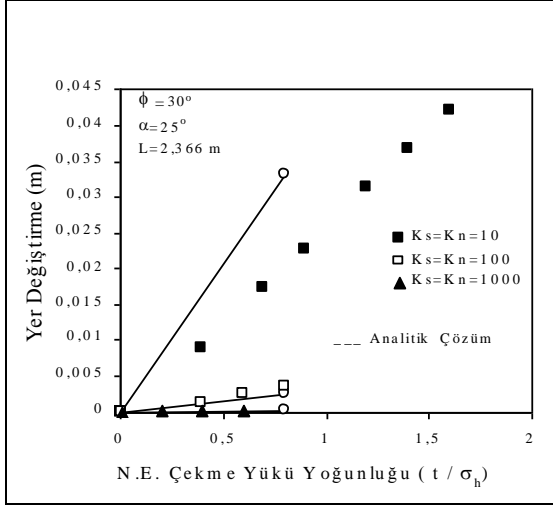
Kn ve Ks'in makaslama gerilmesi üzerindeki etkileri, Şekil 6'da süreksizlikler boyunca gösterilmiştir. Şekil 6'da görüldüğü gibi makaslama gerilmesi katı damarlarda (E/Kn =1.0, Ks/Kn =1.0) yumuşak damara oranla daha fazla etkilenmektedir.



Şekil 6. Süreksizlikler boyunca makaslama gerilmesinin dağılımı (Ünal, 1993)

Bloğun düşmeye yönelik hareketini tanımlamak için yapılan çözümler (Şekil 7); eklem katılığı azaldıkça bloğun yer değiştirmesinde ve yüzey çekme gerilmesinde bir artışın olacağını göstermektedir. Bu sonuçtan, süreksizlik ortamında yumuşama arttıkça, blokların yer değiştirme eğilimindeki artışa rağmen yenilmenin daha da zorlaşacağı anlaşılmaktadır. Ayrıca Şekil 7'de görüldüğü gibi kama bloğu yer değiştirme sırasında, analitik çözümü doğrular bir davranış sergilemektedir.

Yüzey çekme gerilmesi blok ağırlığına eşit kabul edilerek, bloğun duraylı kalabilmesi için gerekli olan sınır yatay gerilme değerini belirlemeye yönelik yapılan çözümler (Tablo 2), önceden de belirtildiği gibi eklem katılığı arttıkça bloğun yenilme olasılığının artacağını göstermektedir.

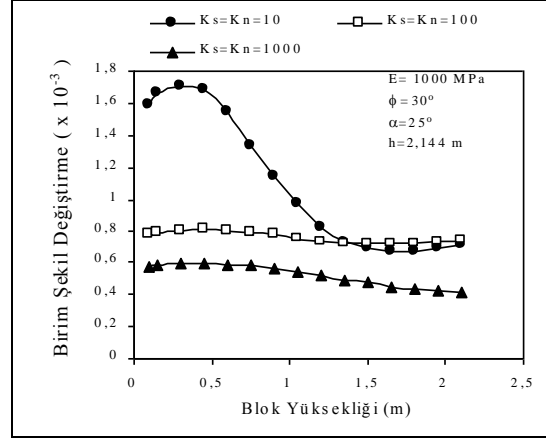


Şekil 7. Kama bloğundaki yer değiştirme değişimleri (Ünal, 1993)

Tablo 2. Bloğun Duraylılığını Sağlayan Eklem Katılığına Bağlı Yatay Gerilme Değerlerindeki Değişimler ($\phi = 45^\circ$) (Ünal, 1993)

Eklem Katılığı (MPa/m)	Yatay Gerilme (kPa)
$K_s = K_n = 10$	14
$K_s = K_n = 100$	36
$K_s = K_n = 1000$	51

Kama yüksekliği boyunca yapılan birim şekil değiştirme çözümleri, eklem katılığının bloğun şekil değiştirmesi üzerindeki etkisinin görülmesi açısından önemlidir. Çünkü eklem katılığı, süreksizlik boyunca yatay gerilmenin yoğunlaşma derecesini etkilemektedir. Şekil 8'de görüldüğü gibi birim şekil değiştirme bloğun tepesinden, serbest yüzeye doğru gittikçe azalmaktadır.



Şekil 8. Kama bloğunun yüksekliği boyunca değişim gösteren birim şekil değiştirme dağılımı (Ünal, 1993)

Ayrıca bu çözümleme yardımıyla, eklem katılığı azaldıkça birim şekil değiştirmenin arttığı ve eklem katılığının yatay gerilmenin yoğunlaşmasını etkilemesi nedeniyle de birim şekil değiştirmenin düzensiz bir dağılım sergilediği görülmüştür.

Poisson oranı ve kohezyonun kama bloğunun üzerindeki etkisi araştırılmış ve bu etkinin eklem katılığına bağlı olarak değiştiği gözlenmiştir. Tablo 3'de görüldüğü gibi Poisson oranı arttıkça, yenilme oluşabilmesi için gerekli olan yüzey çekme gerilmesi artarken bloktaki yer değiştirme miktarı azalmaktadır. Katı ortamda ($E/K_n = 1.0$) bloktaki yer değiştirme miktarı % 20 oranında azalırken yumuşak ortamda ($E/K_n = 100$) değişim yaklaşık % 1 seviyesinde kalmaktadır. Kohezyonun etkisi ise bloğun yer değiştirmesini artırıcı yönde olmaktadır.

Tablo 3. Poisson Oranı ve Kohezyonun Yüzey Çekme Gerilmesi ve Yer Değiştirme Üzerindeki Etkileri ($\phi = 45^\circ$)

Poisson Oranı	Kohezyon (MPa)	Eklem Katılığı (MPa/m)	Yüzey çekme gerilmesi (MPa)	Yer değiştirme (m)
0.0	0.0	$K_s = K_n = 10$	1.646	0.0383
0.0	0.0	$K_s = K_n = 100$	0.826	0.0034
0.0	0.0	$K_s = K_n = 1000$	0.555	0.0004
0.0	0.1	$K_s = K_n = 10$	1.9535	0.0499
0.0	0.1	$K_s = K_n = 100$	0.9978	0.005
0.0	0.1	$K_s = K_n = 1000$	0.6660	0.0006
0.25	0.0	$K_s = K_n = 10$	1.600	0.0405
0.25	0.0	$K_s = K_n = 100$	0.815	0.0040
0.25	0.0	$K_s = K_n = 1000$	0.545	0.0005

Boşluk üzerindeki düşey birincil gerilmelerin, bloklar üzerindeki etkisi çalışılmış ve sonuçlar Tablo 4'te verilmiştir. Elde edilen sonuçlar düşey gerilmelerin etkisinin eklem katılığına bağlı olarak değiştiğini göstermiştir. Örneğin, $K_s = K_n$

koşullarında düşey gerilme artarken bloğun yüzey çekme gerilmesi ve yer değiştirmesi artmaktadır. $K_s \leq K_n$ koşullarında ise düşey gerilme artarken yüzey çekme gerilmesi azalmakta, bloğun yer değiştirmesi ise artmaktadır.

Tablo 4. Düşey Birincil Gerilmenin Yüzey Çekme Gerilmesi Üzerindeki Etkileri ($\phi=45^\circ$) (Ünal, 1993)

Yineleme Sayısı	Ks/Kn	E/Kn (m)	σ_h (MPa)	σ_v/σ_h	t/ σ_h	Yer değiştirme (m)
5	1.00	10	1.0	0.0	0.83	0.0042
				0.5	0.93	0.0095
				0.75	0.935	0.0118
				1.0	0.94	0.0142
				1.25	0.942	0.0165
				1.5	0.95	0.0189
10	0.001	10	1.0	0.0	0.600	0.0065
				0.5	0.515	0.0214
				0.0	0.380	0.0020
		1.0	1.0	0.0	0.380	0.0020
				0.5	0.18	0.0054
				0.5	0.18	0.0054

Ayrıca bu çalışma kapsamında incelenen;

- Su basıncının bloğun duraylılığı üzerindeki etkisi,
- Asimetrik blokların duraylılığı,
- Tahkimat ve eklem katılığı ilişkisi ve
- Hoek and Brown yenilme ölçütüne göre duraylılığının belirlenmesi gibi konular Ünal (1993)'de ayrıntılı olarak anlatılmıştır.

4. SONUÇ

Bu çalışmada kullanılan yazılımın, eklemli kaya kütlelerinde, farklı derinliklerde açılan kare kesitli yeraltı boşlukları tavanındaki kama tipi blokların duraylılığının belirlenmesinde etkin olarak kullanılabileceği görülmüş ve bu uygulamadan elde edilen sonuçlar aşağıda özetlenerek sıralanmıştır.

- Eklem katılığı, elastik modül ve bunların birbiriyle olan oranlarının, yeraltı boşluğu çevresindeki kama tipi blokların duraylılığı ve çevresindeki gerilme dağılımları üzerinde önemli bir etkisinin olduğu görülmüştür.
- Eklem katılığı, sürtünme açısı ve kama bloğunun yarı tepe açısı arasında bir etkileşimin olduğu, örneğin, sürtünme açısı kama bloğunun yarı tepe açısına yaklaştıkça, eklem katılığının ve katılık oranlarının kama bloğunun duraylılığı üzerindeki etkisinin azaldığı gözlenmiştir.
- Yumuşak damarlarda, kama bloğunu çevreleyen sağlam kayadaki değişikliklerin süreksizliklerdeki gerilme dağılımlarını çok az etkilediği ve ayrıca blokta yenilmenin başlayabilmesi için gerekli yüzey çekme gerilmesinin yumuşak damarlarda, katı damarlara oranla daha fazla olduğu belirlenmiştir.

- Çözümlenmeler, Poisson oranının ve boşluk boyutunun kama bloğunun duraylılığı üzerinde çok fazla bir etkisinin olmadığını, fakat kohezyonun blok üzerinde önemli bir etkisinin olduğunu göstermektedir.
- Boşluk tavanındaki blokların duraylılığının daha çok yatay gerilmelere ve bloğun ağırlığına bağlı olduğu ve ayrıca, $K_s = K_n$ koşulu ve blok ağırlığı haricinde, yatay gerilmelere ek olarak düşey gerilmelerin varlığı ve büyüklüğü, kama bloğunun duraylılığını azalttığı hesaplanmıştır.

5. KAYNAKLAR

- Anonymous, 1978. "ISRM Suggested Methods for the Quantitative Description of Discontinuities in Rock Masses" Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 15 (6), 319-368.
- Aydan, Ö., Shimizu, Y. and Kawamoto, T. 1992. "Rock Mass Characterization System For Rock Slope Stability Analysis" **Eurock 92**, Thomas Telford, London, 275-280.
- Bro, A. 1992. "Influence of Stick-Slip on Block Reaction Curves" Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 29 (2), 119-131.
- Brown, E. T. 1986 Analytical and Computational Methods in Engineering Rock Mechanics, Imp. College of Science and Technology, London.
- Crawford, A. M. 1983. "Rock Wedge Stability" **23rd U.S. Symposium on Rock Mechanics**, The University of California, Berkley, 1057- 1064.
- Crawford, A. M. and Bray, J. M. 1983. "Influence of the In-situ Stress Field and Joint Stiffness on Rock Wedge Stability in Underground Openings" Can. Geotech. J., (20), 276-278.

Crawford, A. M. and Lau, K. C. 1985. "The Spacing and Length of Rock Bolts for Underground Openings in Jointed Rock" **Fifth Int. Conference on Numerical Methods in Geomechanics**, Nogaya, 1293-1300.

Crouch, S. L. and Starfield, A. M. 1983. Boundary Element Methods in Solid Mechanics, George Allen and Unwin, London, 389.

Elsworth, D. 1986. "Wedge Stability in the Roof of a Circular Tunnel Plane Strain Condition" Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 23, 177-181.

Fairhurst, C. and Pei, J. 1990. "A Comparison Between the Distinct Element Method and the FEM For Analysis of Stability of an Excavation in Jointed Rock" Tunnelling and Underground Space Technology, 5 (1/2), 111-117.

Goodman, R. E. 1976. Methods of Geological Engineering in Discontinuities Rocks, West Publishing Co. St. Paul, 472.

Goodman, R. E., Shi, G. and Boyle, W. 1982. "Calculation of Support For Hard Jointed Rock Using the Keyblock Principle" **Proc. 23rd US Symposium on Rock Mech.**, The University of California, Berkley, 883-898.

Hoek, E. and Brown, E. T. 1980. Underground Excavations in Rock, Inst. of Mining and Metal, London, 912.

Lin, D. and Fairhurst, C. 1988. "Static Analysis of the Stability of Three-dimensional Blocky Systems around Excavations in Rock" Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 25 (3), 139-147.

Lucas, J. M. 1980. "A General Stereographic Methods For Determining the Possible Mode of Failure any Tetrahedral Rock Wedge" Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 17, 57-61.

Priest, S. D. 1993. Discontinuity Analysis for Rock Engineering, Allen and Unwin, London, 473.

Roberts, W. J. and Einstein, H. H. 1979. "Numerical Modelling of Rock Joints" **20th US Symposium on Rock Mechanics**, Austin, Texas, 233-241.

Sari, D. 1989. Subsidence Prediction Model By a two Dimensional Displacement Discontinuity Element Method, A Master Thesis in Mining Engineering, METU, Ankara, 121.

Sel, I. 1990. Boundary Element Modelling of Discontinuities and Failure Around Underground Excavations, A Master Thesis in Mining Engineering, METU, Ankara, 174.

Sofianos, A. I. 1986. "Stability of Rock Wedges in Tunnel Roofs" Int. J. Rock Mech. Min. Sci. and Geomech. Abstr., 23, 119-130.

Tharp, T. M. 1985. "Stability Analysis for Three Plane Wedges" Computers and Geosciences, 11 (4), 417-428.

Ünal, M. 1993. Numerical Analysis of Rock Wedge Stability at the Roof of Underground Openings, A Master Thesis in Mining Engineering, METU, Ankara, 169.

Vaughan, D. K. and Isenberg, J. 1991. "Stability Openings in Jointed Rock" Int. J. for Numerical and Analytical Methods in Geomech., 15, 433-442.