

GERİ BASAMAK AKIŞININ NÜMERİK ANALİZİ

Erhan PULAT, Mert DİNER

Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 16059-Bursa

Geliş Tarihi : 26.08.1999

ÖZET

Bu çalışmada elektronik sistemlerin soğutulması, ısı eşanjörleri ve gaz türbinlerinin soğutulması gibi bir çok mühendislik uygulamalarında karşımıza çıkan geri basamak akışı nümerik olarak araştırılmıştır. Akış sürekli, iki boyutlu, laminer ve sıkıştırılmaz olup akışkan havadır. Girişte parabolik hız profilinden faydalanılarak elde edilen düzgün hız profili kabul edilmiştir. Analizde kanal genişleme oranının ve Reynolds sayısının yeniden birleşme uzunluğu üzerine etkisi araştırılmıştır. Ayrıca kanal boyunca basınç dağılımı da elde edilmiştir. Reynolds sayısı basamak yüksekliğine göre tanımlanmış olup $Re = 50$ ve 150 değerleri ve 1.5 ve 2 kanal genişleme oranları için akış analiz edilmiştir. Akışı ifade eden korunum denklemleri ANSYS-FLOTRAN kodu kullanılarak Galerkin sonlu elemanlar metodu ile çözülmüştür. Elde edilen çözümler literatürdeki lattice BGK metodu gibi akışkanlar dinamiğinde yeni sayılan bir metot kullanılarak elde edilen çözümlerle ve diğer sayısal ve deneysel çözümlerle karşılaştırılmış ve Reynolds sayısının artmasıyla yeniden birleşme uzunluğunun arttığı, aynı Reynolds sayısında ise kanal genişleme oranının artmasıyla düştüğü görülmüştür.

Anahtar Kelimeler : Nümerik akışkanlar dinamiği, Geri basamak, Laminer akış, Akış ayrılması

COMPUTATIONAL ANALYSIS OF BACKWARD-FACING STEP FLOW

ABSTRACT

In this study, backward-facing step flow that are encountered in electronic systems cooling, heat exchanger design, and gas turbine cooling are investigated computationally. Steady, incompressible, and two-dimensional air flow is analyzed. Inlet velocity is assumed uniform and it is obtained from parabolic profile by using maximum velocity. In the analysis, the effects of channel expansion ratio and Reynolds number to reattachment length are investigated. In addition, pressure distribution throughout the channel length is also obtained and flow is analyzed for the Reynolds number values of 50 and 150 and channel expansion ratios of 1.5 and 2 . Governing equations are solved by using Galerkin finite element method of ANSYS-FLOTRAN code. Obtained results are compared with the solutions of lattice BGK method that is relatively new method in fluid dynamics and other numerical and experimental results. It is concluded that reattachment length increases with increasing Reynolds number and at the same Reynolds number it decreases with increasing channel expansion ratio.

Key Words : Computational fluid dynamics, Backward-facing step, Laminar flow, Flow separation

1. GİRİŞ

Ayrılmış ve yeniden birleşmiş akışlar, temel akışkanlar dinamiği araştırmalarının esas konularından biridir. Gerek laminer gerekse türbülanslı durumda olsun, ayrılmış akışlara bir çok pratik akışkanlar mekaniği durumlarında rastlarız.

Geri basamak akışları, yeniden birleşmeyle birlikte ayrılmış bir akışın mevcut olduğu tipik örneklerden biridir ve elektronik sistemlerin soğutulması, ısı eşanjörleri, yanma odaları ve gaz türbinlerinin soğutulması gibi bir çok uygulamada karşımıza çıkarlar. Yeniden birleşmeyle birlikte ayrılmış bir akışın mevcudiyeti sürekli rejimden saptmaya,

basınç salınımlarına, titreşim ve gürültüye sebep olabilir. Fakat ısı transferi açısından akışkanın karışmasını sağlayarak ısı ve kütle transferini arttırdıkları için de tercih edilirler.

Genel olarak akış ayrılmasının genel bir değerlendirmesi Williams (1997) ve Li ve Djilali (1995)'nin çalışmalarında yapılmıştır. Ayrıca ayrılmış akışlar ısı transferi açısından Öztürk (1996) tarafından genel olarak değerlendirilmiştir.

Aung (1983) geri basamak akışındaki ısı transferini deneysel olarak araştırmıştır. Çalışmasında yeniden birleşme uzunluğunun serbest akış hızına lineer bağımlılığı teyit edilmiştir.

Viskoz bir akışkanın, katı bir yüzey üzerinden akışında akışkanın iç sürtünmeleri ve viskoz kuvvetler sınır tabaka içinde etkilidirler. Sınır tabaka dışında kalan bölgede akış, sürtünmesiz (invisid) bir akışkanın potansiyel akışı olarak göz önüne alınabilir. Kwon ve Pletcher (1986) yaptıkları sayısal çalışmada geri basamak akışındaki sürtünmeli ve sürtünmesiz bölgeler arasında viskoz-invisid etkileşim metodunu kullanarak iki boyutlu ani genişleyen bir kanal akışını araştırmışlar, yeniden birleşme uzunluğunu deneysel verilerin üzerinde tahmin etmişlerdir.

Kondoh ve ark. (1993)'lerinin nümerik çalışmaları Reynolds sayısı ve kanal genişleme oranının dışında değişik akışkanların (yani farklı Prandtl sayılarının) denenmesi yüzünden diğer çalışmalardan ayrılır. Bu üç parametrenin değişmesiyle maksimum ısı transferi noktasının yeniden birleşme noktasına göre izafi yerinin nasıl değiştiğine özel bir ilginin gösterildiği bu çalışma çok geniş bir Pr sayısı aralığında yapılmış detaylı bir çalışmadır.

Abu-Mulaweh ve ark. (1993) ve Baek ve ark. (1993)'lerinin yapmış oldukları hem deneysel hem de nümerik çalışmalar, kaldırma kuvveti etkilerinin dikkate alındığı (Boussinesq yaklaşımı) ve geri basamağın sırasıyla yukarıya doğru açılı ve dik olarak yerleştirildiği deneysel ağırlıklı çalışmalardır. Bu çalışmalarda eğim açısının artmasıyla yeniden birleşme uzunluğunun arttığı gözlemlenmiştir. Tam dik durumda ise yeniden birleşme uzunluğu kaldırma kuvveti düzeyine bağlı olarak değişmektedir.

Yukarıdaki çalışmalardan da gözlemlendiği gibi maksimum ısı transferinin çevrim bölgesinde yeniden birleşme noktası civarında olması nedeniyle yeniden birleşme uzunluğunun kontrol edilip edilemeyeceği akla gelmektedir.

Mühendislik bilimlerinde makroskopik yaklaşım ağırlıklı olmasına rağmen son yıllarda bir çok mühendislik uygulamasında mikroskopik yaklaşıma dayanan metotlar geliştirilmektedir. Lattice Boltzman metotları bu yaklaşımlardan biridir ve lattice Boltzman denklemi Navier-Stokes denklemlerinin dijital bir bilgisyarda doğrudan çözülmesi metodudur (Orszag ve ark. 1995). Lattice BGK (Bhatnagar-Gross-Krook) modelleri de basitleştirilmiş Boltzman denklemi olarak tanımlanabilir ve lattice BGK metodunun geri basamak akışına güzel bir uygulaması Chen ve ark. (1997) tarafından verilmiştir.

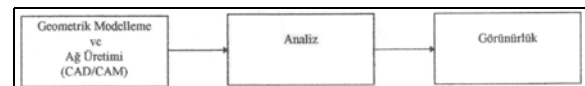
Bu çalışmada hem makina mühendisliği uygulamalarında mikroskopik yaklaşımın önemini vurgulamak hem de karşılaştırma maksadıyla Chen ve ark. (1997)'lerinin geometrisine ve hidrodinamik şartlarına benzer bir geometri ve akış için geri basamak akışı nümerik olarak araştırılmıştır.

2. MATERYAL VE METOT

2. 1. Nümerik Akışkanlar Dinamiği

Bu çalışmada geri basamak akışı problemi Nümerik Akışkanlar Dinamiği (Computational Fluid Dynamics, CFD) teknolojisi kullanılarak analiz edilmiştir. Geri basamak akışı gibi bir çok akışkanlar mekaniği problemlerinde ve benzer şekilde bir çok değişik konfigürasyonun gerektiği ısı eşanjörlerinde ısı transferi arttırımı gibi problemlerde nümerik akışkanlar dinamiğinin kullanılması her geçen gün önem kazanmaktadır (Puttre, 1993). Nümerik Akışkanlar Dinamiği metodu çözüm alanının küçük parçalara ayrılarak ana denklemlerin yaklaşık temsili sonrası bütün sürekli sistem (continuum) için formülasyonlar geliştirmek olarak özetlenebilir. Bu metodun ana hatları Şekil 1'de blok diyagram şeklinde gösterilmiştir.

Bu çalışmada, çözüm alanının küçük parçalara ayrılmasında, korunum denklemlerinin çözümünde ve akış görünürlüğünün elde edilmesinde ANSYS-FLOTRAN sonlu elemanlar kodu kullanılmıştır.



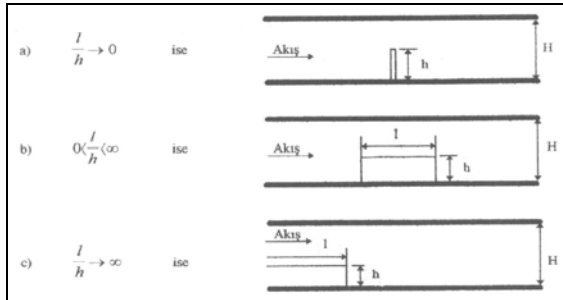
Şekil 1. Hesaplamalı akışkanlar dinamiği metodu

2. 2. Geometri

Ayrılma ve yeniden birleşmenin olduğu geri basamak akışı ve benzer geometriler en genel şekilde Tropea ve Gackstatter (1985) tarafından tanımlanmıştır. Geri basamak geometrisini tanımlayabilmek için Şekil 2b'deki gibi kanal akışında yüzeye monte edilmiş blok geometrisini ele alalım. l/h oranı küçüldükçe, yani sifıra yaklaştıkça blok önündeki akış şartlarıyla blok arkasındaki akış şartlarının maksimum etkileşime ulaştığı çit (fence) üzerinden akış durumunu elde ederiz (Şekil 2a). Tersi durumda ise yani l/h oranı büyüdüğü, yani sonsuza yaklaştıkça blok önündeki akış şartlarının blok arkasındaki akışı çok fazla etkilemediği geri basamak akışını elde ederiz (Şekil 2c). l/h oranının arada bir değer olması durumunda ise blok üzerinden olan akış durumu elde edilmiş olur (Şekil 2b). Bu çalışmada hem Reynolds sayısının hem de kanal genişleme oranının akış ayrılmasına ve dolayısıyla yeniden birleşme uzunluğuna etkisinin nümerik olarak analizi hedeflendiğinden belirli bir kanal genişleme oranı için $(H/(H-h) = 1.5)$ 50 ve 150 Reynolds sayılarında, belirli bir Reynolds sayısı için ($Re = 150$) 1.5 ve 2.0 kanal genişleme oranlarında hız ve basınç dağılımları elde edilmiştir.

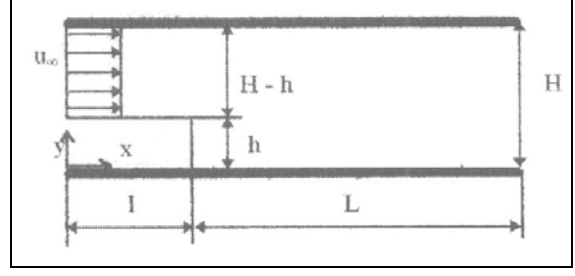
Bu durumlar aşağıdaki şekilde özetlenebilir.

1. Durum: $Re = 50$, $\frac{H}{H-h} = 1.5$
2. Durum: $Re = 150$, $\frac{H}{H-h} = 1.5$
3. Durum: $Re = 150$, $\frac{H}{H-h} = 2.0$



Şekil 2. Çeşitli ayrılmış akış geometrileri a) Çit (fence) üzerinden olan akış b) Blok üzerinden olan akış c) Arka yüz adım akışı

Karşılaştırma amacıyla Chen ve ark. (1997)'nin çalışmalarındaki boyutsuz ölçüler santimetre olarak alınarak geometrik olarak benzer Şekil 3'deki geometri için analizler yapılmıştır.



Şekil 3. Analizde kullanılan geometri

Şekil 3'deki geometri için geometrik faktörler aşağıdaki gibidir.

H : Kanal yüksekliği (2-3 cm)

h : Adım yüksekliği (1 cm)

$\frac{H}{H-h}$: Kanal genişleme oranı (1.5 - 2)

l : Adım boyu (6 cm)

L : Kanal çıkış uzunluğu (36 cm)

2. 3. Korunum Denklemleri

Sürekli, iki boyutlu, sıkıştırılamaz ve laminar akışı ifade eden denklemler kartezyen koordinatlarda aşağıdaki gibidir.

Süreklilik:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1)$$

x - Momentum:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (2)$$

y - Momentum:

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) \quad (3)$$

Burada u ve v hız bileşenleri, P basınç, ρ ve ν 'de sırasıyla yoğunluk ve kinematik viskozitedir.

2. 4. Sınır Şartları

Hava kanala 20 °C'de girmektedir ve kanal girişinde parabolik hız profilinden faydalanılarak elde edilen ortalama hıza göre düzenlenmiş düzgün (üniform) hız profili kabul edilmiştir. Düzgün giriş hızları

$Re = 50$ ve 150 için sırasıyla yaklaşık olarak 0.034 ve 0.113 m/s'dir. Tanımlanan geometride akışı ifade eden denklemler için diğer sınır şartları aşağıdaki gibidir.

Basamak yüzeyinde ($0 \leq x \leq 1, y = h; 0 \leq y \leq h, x = 1$):
 $u = 0$ ve $v = 0$ (Kaymama şartı)

Alt duvar üzerinde ($1 \leq x \leq L; y = 0$):
 $u = 0$ ve $v = 0$ (Kaymama şartı)

Üst duvar üzerinde ($0 \leq x \leq 1 + L; y = H$):
 $u = 0$ ve $v = 0$ (Kaymama şartı)

Çıkışta ($x = 1 + L, 0 \leq y \leq H$): $P = 0$

Basamak yüzeyleri, alt ve üst duvarlar adyabatik olarak kabul edilmiştir.

2. 5. Sayısal Yöntem

Çözüm alanı $400, 765, 1116$ ve 1240 elemana bölünerek 1116 eleman sayısından sonra sonuçlarda kayda değer bir değişme olmadığı görülmüştür. Bunun üzerine çözüm alanı 1146 elemana bölünerek analizler yapılmış olup elemanlara bölünmüş çözüm alanı Şekil 4'de gösterilmiştir.



Şekil 4 Elemanlara bölünmüş çözüm alanı

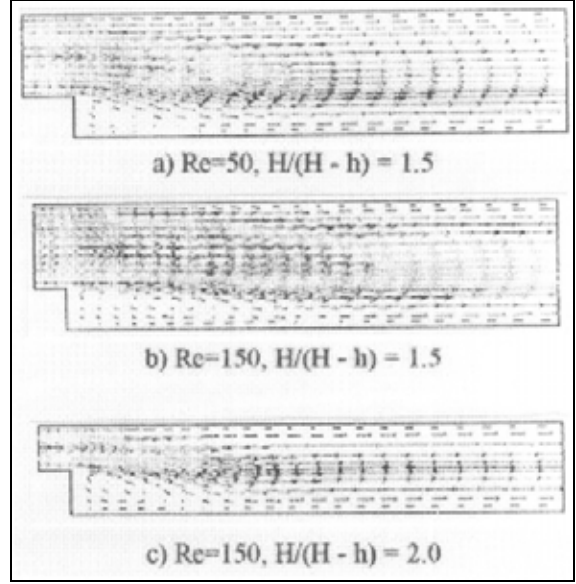
Galerkin sonlu elemanlar metoduna göre ayrıklaştırılmış denklemler Tridiagonal Matris Algoritması (TDMA) kullanılarak çözülmüş olup basınç çözümünde salınım olmasına rağmen salınımlar $1 \times 10^{-3} - 1 \times 10^{-4}$ aralığında olup kabul edilebilir mertebededir.

Yeniden birleşme uzunluğu ya akım çizgilerinin çizdirilerek yeniden birleşme noktasının yakalanmasıyla ya da kayma gerilmesi diyagramlarından tespit edilebilir. Akım çizgilerinden bu noktanın yakalanmasının bir hayli zor olduğu da göz önünde bulundurularak, yeniden birleşme uzunlukları alt duvar boyunca elde edilen kayma gerilmesi diyagramlarından hesaplanmıştır. Bu metodun deneysel çalışmalarda şiddetle tavsiye edildiği Chen ve ark. (1997) tarafından belirtilmiştir.

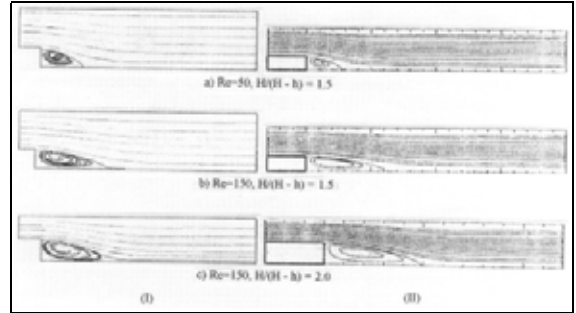
3. ARAŞTIRMA SONUÇLARI VE TARTIŞMA

Analiz sonucunda hız ve basınç dağılımları ile akım çizgileri elde edilmiştir. Yukarıda belirtilen her üç

durum için vektörel hız dağılımları Şekil 5'de verilmiştir. Şekil 5a ve b'de belirli bir kanal genişleme oranı ($H/(H-h) = 1.5$) için Reynolds sayısının artmasının hız dağılımı üzerindeki etkileri özellikle çevrim bölgesinde ters akım oluşumunun Reynolds sayısından nasıl etkilendiği görülebilir. Şekil 5b ve c'de ise belirli bir Reynolds sayısı için kanal genişleme oranının artmasının hız dağılımı üzerindeki etkileri görülebilir. Bu etkiler Şekil 6'da karşılaştırmalı olarak verilen akım çizgilerinde daha açık bir biçimde belli olmaktadır.



Şekil 5. Vektörel hız dağılımlar



Şekil 6. Akım çizgileri, (I) Bu çalışma, (II) Chen ve ark. (1997)

Tablo 1'de ise Reynolds sayısı ve kanal genişleme oranlarına göre yeniden birleşme uzunlukları basamak yüksekliğinin katı olarak verilmiştir. Yeniden birleşme uzunlukları kanal boyunca çizilen kayma gerilmesi diyagramlarından kayma gerilmesinin sıfır olduğu yer tespit edilerek hesaplanmıştır. Tablo 1'deki deneysel ve Navier-Stokes çözücü verileri ise Chen ve ark. (1997)'lerinin literatürden derledikleri verilerdir.

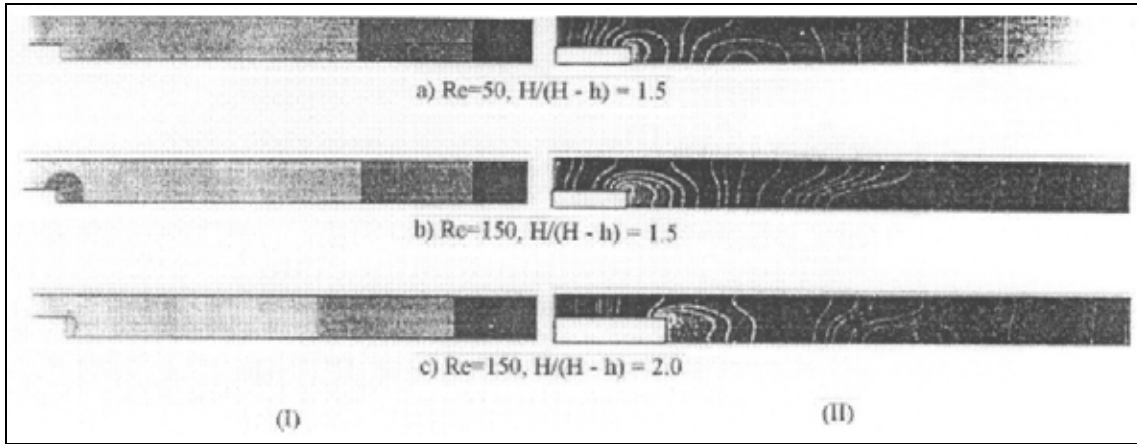
Tablo 1. Yeniden Birleşme Uzunlukları

Re	Kanal Genişleme Oranı	Chen ve ark. (1997) Lattice BGK	Deneysel Veriler	Navier-Stokes Çözücüler	Bu Çalışma
50	1.5	2.85	3.0	2.5-3.4	2.26
150	1.5	6.43	6.0	5.05-7.25	3.68
150	2.0	4.94	4.5	3.7-5.8	3.05

Tablo 1 incelendiğinde bu çalışmanın sonuçlarının genel eğilime uyduğu fakat Lattice BGK, deneysel ve Navier-Stokes çözücülerinin sonuçlarının altında olduğu görülmektedir. Bunun nedenleri şunlar olabilir: Modellenen geometri, karşılaştırılan çalışmalarda geometriye benzer olmasına rağmen tamamen aynı değildir. Çünkü geometri lattice node sayılarına göre tanımlanmış olup uzunluklar birimsiz olarak verilmiştir. Aynı şekilde Reynolds sayısının tanımında da lattice node sayısı bulunmaktadır ve hız tespit edilirken bunun dikkate alınması durumunda çok küçük hız değerleri elde edildiğinden bu çalışmada aynı Reynolds sayılarında klasik Reynolds sayısı tanımı kullanılmıştır. Bunun yanında karşılaştırılan çalışmalarda girişte parabolik hız profili kabul edilmiş olup bu çalışmada ise düzgün (üniform) hız profili kabul edilmiştir. Fakat

uyumsuzluğu azaltmak için üniform hız değerleri parabolik hız profilinden elde edilmiştir. Bununla birlikte $Re = 50$ ve 150 'de Navier-Stokes çözücülerine en uyumlu sonuçlar elde edilmiştir. Zaten bu çalışmada da iki boyutlu Navier-Stokes denklemleri Galerkin sonlu elemanlar metoduyla çözülmüştür.

Şekil 7'de her bir durum için basınç dağılımları karşılaştırmalı olarak verilmiştir. Chen ve ark. (1997)'lerinin çalışmalarındaki eş basınç eğrileri normalize edilerek $[\Delta P / (V_{max})^2]$ verilmiştir. Eş basınç eğrileri en önemli akış özelliklerinden biri olmasına rağmen Chen ve ark. (1997), Lattice BGK çözümleri ve Navier-Stokes çözümleri arasında detaylı bir tartışma yapmamışlar; bunu da ölçme zorlukları yüzünden basınç dağılımlarıyla ilgili deneysel veri eksikliğine bağlamışlardır. Bununla birlikte bu çalışmada elde edilen ve Lattice BGK simülasyonundaki eş basınç eğrilerinin kalitatif olarak benzer olduğu söylenebilir. Her iki çalışmada da eş basınç eğrileri Reynolds sayısından etkilenmektedir (Şekil 7a ve b).



Şekil 7. Basınç dağılımları: (I) Bu çalışma, (II) Chen ve ark. (1997)

Geri basamak akışının hesaplamalı olarak araştırıldığı ve Lattice BGK modeliyle karşılaştırıldığı bu çalışma sonucunda genel olarak aşağıdaki sonuçlar çıkarılabilir.

Belirli bir kanal genişleme oranı için ($H/(H-h) = 1.5$) Reynolds sayısının artmasıyla yeniden birleşme uzunluğu artmaktadır.

Belirli bir Reynolds sayısı için ($Re = 150$) kanal genişleme oranının artmasıyla yeniden birleşme uzunluğu azalmaktadır. Fakat bu azalmanın mertebesi Reynolds sayısının artmasıyla oluşan

yeniden birleşme uzunluğundaki artışın mertebesinde daha düşüktür.

Basınç dağılımı Reynolds sayısından etkilenmekte bu etkilenme kanal genişleme oranının etkilenmesinden daha fazladır.

Mikroskopik yaklaşımların akışkanlar dinamiğindeki önemini vurgulamak için karşılaştırmaların yapıldığı Lattice BGK metodunun tam olarak anlaşılabilmesi için özellikle bu metodun mühendislik uygulamalarında kullanıldığı daha fazla çalışmaya ihtiyaç vardır. Bu metotta eğrisel

geometrilerin tanımlanmasında ve türbülans modellerinin bu geometrilere uygulanmasında hala büyük bir eksiklik bulunmaktadır.

Lattice BGK metodunun uygulandığı bilgisayar kodlarının maliyetlerinin geleneksel hesaplamalı akışkanlar dinamiği kodlarına göre oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Örneğin bu çalışmanın karşılaştırıldığı Chen ve ark. (1997)'lerinin iki boyutlu simülasyonunda 2-3 gün gibi merkezi işlem ünitesi zamanının harcadığı rapor edilmiştir. Halbuki bu çalışmada bundan çok daha az merkezi işlem ünitesi zamanında sonuçlar elde edilmiştir. Geleneksel hesaplamalı akışkanlar dinamiği metodlarının şu an için Lattice BGK metodundan daha esnek, ucuz ve kullanışlı olduğu görülmektedir. Eğer bu metod geliştirilip daha hassas sonuçlar elde edilebilirse gelecekte hassasiyet maliyete tercih edilebilir. Bu aynen türbülans modellemesinde doğrudan sayısal simülasyon (DNS: Direct Numerical Simulation) metodunun bazı durumlarda diğer metotlara tercih edilmesine benzemektedir.

4. KAYNAKLAR

- Abu - Mulaweh, H. I., Armaly, B. F. ve Chen, T. S. 1993. Measurements of Laminar Mixed Convection in Boundary-Layer Flow Over Horizontal and Inclined Backward-Facing Steps. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36 (7), 1883 - 1895.
- Aung, W. 1983. An Experimental Study of Laminar Heat Transfer Down Stream of Backsteps. *ASME Journal of Heat Transfer*, (105), 823-829.
- Baek, B. J., Armaly, B. F. ve Chen, T. S. 1993. Measurements in Bouyancy-Assisting Separated Flow Behind a Vertical Backward-Facing Step, *ASME Journal of Heat Transfer*, (115), 403 - 408.
- Chen, Y., Ohashi, H. ve Akiyama, M. 1997. Simulation of Laminar Flow Over a Backward-Facing Step Using the Lattice BGK Method, *JSME International Journal Series B*, 40 (1), 25-32.
- Kondoh, T., Nagano, Y. ve Tsuji, T. 1993. Computational Study of Laminar Heat Transfer Downstream of a Backward-Facing Step. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 36 (3), 577-591.
- Kwon, O. K. ve Pletcher, R. H. 1986. A Viscous-Inviscid Interaction Procedure - Part 1: Method for Computing Two-Dimensional Incompressible Separated Channel Flows, *ASME Journal of Fluids Engineering*, 108, 64 - 70.
- Li, X. ve Djilali, N. 1995. On the Scaling of Separation Bubbles. *JSME International Journal Series B*, 38 (4), 541-548.
- Orszag, S. A., Qian, Y. H. ve Succi, S. 1995. "Applications of Lattice Boltzman Methods to Fluid Dynamics" **Proceedings of the AGARD FDP Symposium on Progress and Challenges in CFD Methods and Algorithms**, 2-5 October 1995, Seville (Spain), CP-578.
- Öztürk, A. 1996. Ayrılmış Akışlarda Isı Transferi. *Termodinamik*, 5 (50), 107-113.
- Puttre, M. 1993. Beating the Heat with Analysis Codes. *Mechanical Engineering*, 115 (8), 38 - 42.
- Tropea, C. D. ve Gackstatter, R. 1985. The Flow Over Two-Dimensional Surface-Mounted Obstacles of Low Reynolds Numbers. *ASME Journal of Fluids Engineering*, (10), 489-494.
- Williams, J. C. III. 1977. Incompressible Boundary-Layer Separation. *Ann. Rev. Fluid Mech.* 9, 113- 144.