

ANI YÜKLEMeye MARUZ İÇİ KUM DOLU BİR SİLİNDİR PİSTON SİSTEMİNDEKİ BASINÇIN TEORİK İNCELENMESİ

Emin Güllü, Yaşar PALA

Uludağ Üniversitesi, Mühendislik-Mimarlık Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 16059, Görükle/Bursa

Geliş Tarihi : 23.11.1999

ÖZET

Bilinen izotropik gaz denklemi bugüne kadar çeşitli formülasyonlarda gazlar için kullanılmıştır. Bu çalışmada, ani yüklemeye maruz içi kum dolu bir silindir-piston sistemindeki basınç dağılımı kumun gaz gibi davrandığı kabulü altında teorik olarak incelenmekte ve nümerik sonuçlar elde edilmektedir. Formülasyonda geçen γ katsayısı deneysel olarak belirlenmek kaydıyla bu çalışmanın sonuçları, metalürjide kullanılan tozların sıkışma sırasındaki davranışlarının incelenmesinde de kullanılabilir.

Anahtar Kelimeler : İzotropik gaz, İmpakt, Basınç, Kum

THEORETICAL INVESTIGATION OF A CYLINDRICAL-PISTON SYSTEM FILLED WITH SAND UNDER IMPACT LOADING

ABSTRACT

Well-known isotropic gas equation has been used in various formulations for several occasions. In this equation, pressure distribution in a cylinder-piston system filled with sand is theoretically found assuming that sand behaves like gases. Some numerical results are also obtained. On the condition that the constant γ is determined experimentally, the results of this paper can also be used in metallurgy.

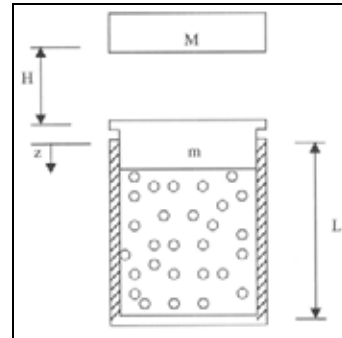
Key Words : Isotropic gas, Impact, Pressure, Sand

1. GİRİŞ

Kumun impekt (çarpışma) yükler altındaki davranışlarının incelenmesi, sığınakların dizayn edilmesi, iki blok arasına kum dökülmesinin sönümlenme açısından incelenmesi, kullanılan tozların ani yüksek basınç altında davranışlarının incelenmesi bakımından son derece önemlidir. Ancak, kumun normal bir malzeme hüviyeti taşımaması ve belirli bazı elastik özelliklerin kullanılamaması konunun impekt mekaniği içerisinde incelenmesini mümkün kılmamaktadır.

Bu sebeple, bu çalışmada, yeni bir yaklaşım olarak, kumun adeta izotropik bir gaz gibi davrandığını kabul edeceğiz. Bu kabul altında içi kum dolu bir silindir içerisindeki basınç dağılımını ve sönümlenme etkisini incelemek mümkün olmaktadır.

Şekil 1'de de görüldüğü üzere, z yüksekliği yeteri kadar büyük olduğu sürece basıncın z ile değişimi ihmal edilebileceğinden izotropik gaz kabulü altında basıncın z ile değişiminin ihmal edilmesi önemli bir hataya yol açmaz.



Şekil 1. Ani çarpmaya maruz silindir piston sistemi

2. ANALİZ

Şekil 1'deki piston-kapak sistemini ele alalım. Evvela, M kütleli yük H yüksekliğinden kapak üzerine düşürülüyor olsun. Enerjinin korunum kanunu kullanılarak kütlelerin kapağa çarpma hızını bulalım (Hibbeler, 1989).

$$Mgh = \frac{1}{2} Mv_o^2$$

ya da

$$v_o = \sqrt{2gh} \quad (1)$$

m kütleli kapağın ilk harekete başlama hızını bulmak için impuls-momentum ifadesini yazalım:

$$\int_0^t \sum F dt = \int_{(mv)_1}^{(mv)_2} d(mv) \quad (2)$$

$\sum F$ burada kuvvet olup, t zamandır. Bilahare, kapak ve kütle arasındaki çarpışmanın tam plastik olduğunu kabul edersek çarpışmadan sonra her iki kütle ortak v_b hızıyla hareket eder (Hodge, 1956). Bu halde ise arada çalışan kuvvetler eşit ve zıt yönlü olacağından $\sum F = 0$ olur. Bilahare çarpışma sırasında momentum korunur:

$$(m + M)v_b = Mv_o$$

Buradan v_b ortak hızı

$$v_b = \frac{M}{m + M} v_o \quad (3)$$

olarak elde edilir. (3) deki v_o yerine (1) deki değerini yerleştirirsek

$$v_b = \frac{M}{m + M} \sqrt{2gh} \quad (4)$$

bulunur.

İç basınç ifadesini bulmak için kumun gaz sabiti γ 'nın belirli bir değeri için izotropik gaz gibi davrandığını kabul edelim:

$$pv_s^\gamma = c \quad (5)$$

Burada v_s , hacim; p sıkışmış hacmin meydana getirdiği silindir içi basınç ve c'de bir sabittir. v_s hacmi için $v_s = Az$ yazabiliriz. Bunu (5) de yerine koyarak,

$$P(Az)^\gamma = c$$

ya da

$$P = \frac{c}{(Az)^\gamma} \quad (6)$$

elde ederiz.

(6) denkleminin diferansiyelini alalım:

$$d_p (Az)^\gamma + p_\gamma (Az)^{\gamma-1} dz = 0$$

ya da

$$\frac{d_p}{P} = -\gamma_p \frac{dZ}{ZA} \quad (7)$$

Burada (7) nin her iki yanını dt ye bölüp $dz/dt = v$ ikamesi yaparak

$$\frac{d_p}{dt} = -\frac{P_\gamma}{Az} v \quad (8)$$

bulunur.

Şimdi c sabitinin değerini bulmak için $P_o = mgA$ sınır şartı kullanılırsa (6) nolu ifadeden

$$c = P_o A^\gamma L^\gamma$$

ya da

$$c = mgA^{\gamma-1} L^\gamma \quad (9)$$

bulunur.

Şimdi (6) denklemini (8) denkleminde yerine koyalım:

$$\frac{d_p}{dt} = -c\gamma \frac{v}{A^{\gamma+1} + Z^{\gamma+1}} \quad (10)$$

(10) ifadesi basıncın zamana göre değişimini z'nin fonksiyonu olarak vermektedir. Ancak v hızı hala bilinmemektedir. Bunun için toplam (m + M) kütlesi için ikinci hareket kanunu yazılmalıdır:

$$\sum F = (m + M)a = (m + M)v \frac{dv}{dz} \quad (11)$$

Burada F sıkışmaya sebep olan basınç kuvvetidir. Bu kuvvet basınç cinsinden $F = pA$ şeklinde yazılarak (11) denkleminde,

$$pAdz = (m + M)(v dv)$$

ya da integre ederek

$$\int_L^{L-z} pAdz = \int_{v_b}^v (m + M)(v dv) \quad (12)$$

elde edilir. p'nin (6) daki ifadesi (12) denkleminde yerine konulup integre edilerek

$$v^2 = v_b^2 + \left[\frac{2cA^{1-\gamma}}{(m + M)(1-\gamma)} \right] \left[(L-z)^{1-\gamma} - (L)^{1-\gamma} \right] \quad (13)$$

bulunur. Böylece v hızı z'nin bir fonksiyonu olarak ifade edilmiş olur.

Hızın sıfır olduğu (v = 0) yerde sıkışma sona erecektir. Bu mesafe z_d olsun. Bu durumda (13) denkleminde,

$$z_d = L - \left\{ \left[\frac{(-v_b^2)(m + M)(1-\gamma)}{2cA^{1-\gamma}} \right] + L^{1-\gamma} \right\}^{\frac{1}{1-\gamma}} \quad (14)$$

bulunur.

v şimdi z'nin fonksiyonu olmuş oldu. (13) denklemini (10)'da yerine koyarak dp/dt, z'nin fonksiyonu olarak elde edilir.

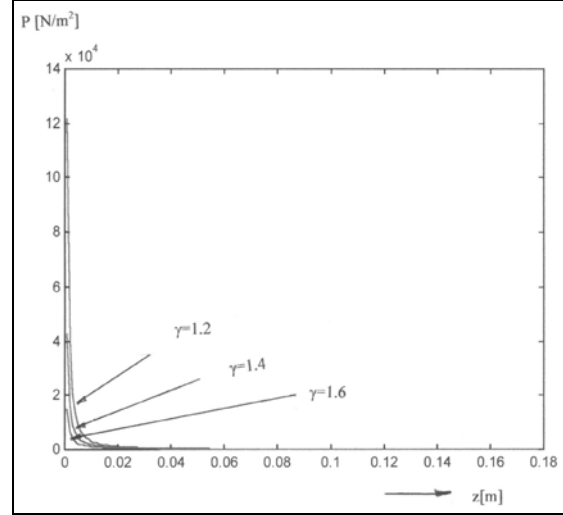
3. YORUM VE SONUÇLAR

Bütün bu hesaplar γ 'nın bilindiği kabulü üzerine kuruludur. Biz burada $\gamma = 1.2, 1.4$ ve 1.6 değerleri için bazı temsili grafikler çizeceğiz. γ 'nın p iç basıncına maruz değeri için şöyle bir yol izlenebilir: İnce cidarlı silindir ya da t kalınlıklı silindir halinde silindir içerisinde hasil olan σ_θ çengel gerilmesini bulmak mümkündür (Timoshenko, 1951).

$$\sigma_\theta = \frac{a^2 p}{b^2 - a^2} \left[1 + \frac{b^2}{r^2} \right] \quad (15)$$

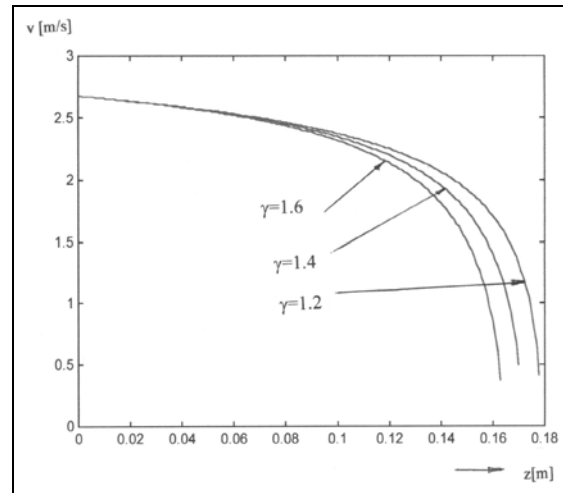
Burada b ve a silindirin dış ve iç yarıçaplarıdır. Deneysel olarak σ_θ 'yı belirlemek mümkündür. Bu iki değer karşılaştırılarak γ 'nın doğru değeri elde edilebilir. Yine, z boyunca yapılacak farklı gerilme ölçümleri ile teorik değerler karşılaştırılarak γ 'da farklılaşma olup olmadığı da incelenmelidir. Bu değerlerde ortaya çıkabilecek farklılık şüphesiz daha hassas bir teorinin kurulması anlamına gelecektir. p'nin z ile değişimine dair grafikler (Şekil 2),

incelendiğinde γ 'nın değerinin basınç ve hız dağılımında çok etkili olmadığı ve ancak hareketin başlangıç anında çok yüksek değerlere sahip olduğunu görürüz.



Şekil 2. p basıncının z ile değişimi

Basıncın z ile hızlı düşüşü, kumun temas eden kısımları hariç derin kısımlarının bu basınçtan fazla etkilenmediğini ve bu sebeple kumun çok iyi bir sönmüleyici olarak kullanılabileceğini göstermektedir. Yine, aynı şekilde v-z grafiği bu sonucu teyit etmektedir (Şekil 3).



Şekil 3. v hızının z ile değişimi

4. TERİM VE SEMBOLLER

- P : Kum üzerinde oluşturulan basınç değeri
- L : Silindir içindeki kumun yüksekliği
- M : Düşen cismin kütlesi
- M : Silindir kapağının kütlesi
- V₀ : Çarpma anındaki (M) kütlesinin hızı

- V_b : Kapak ve düşen kütlelerin ortak harekete başlama hızı
 A : Silindirin iç kesit alanı
 H : (M) kütlelerinin düşme yüksekliği
 V_s : Silindir içindeki kumun hacmi
 Z_d : Sıkışma sonunda, silindir kapağının toplam hareket miktarı
 Z : Sıkışma süresinde kat edilen mesafe
 V_s : Sıkışma süresinde toplam kütlelerin hızı
 c : Bir sabit
 σ_θ : Çengel gerilimi
 γ : Gaz sabiti

5. KAYNAKLAR

- Hibbeler, R. C. 1989. Engineering Mechanics, Dynamics, Prentice Hall, pp. 77-115.
- Hodge P. G. 1956. The Plastic Analysis of Structures, London, Mc. Graw Hill Book Company, pp. 206-247, 338-350.
- Timoshenko, S. 1951. Theory of Elasticity, McGraw Hill Company, pp. 61-63.