

GaAs-TABANLI LASERLERDE ELEKTROMANYETİK PROPAGASYON SABİTİNİN İNCELENMESİ

Mustafa TEMİZ, Hakan ACER

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik ve Elektronik Mühendisliği Bölümü, Denizli

ÖZET

GaAs - bazlı yarıiletken laserlerin önemi son yıllarda gittikçe artmaktadır. Enjekte edilen akım, taşıyıcıların yeniden birleştiği merkezi bir bölgede, genişliği yüksekliğinden büyük bir yarıiletken ortam içinde tuzaklanmaktadır. GaAs malzemesinin içine katılan aliminyum ile yapılan $Al_xGa_{1-x}As$ formundaki yapılar, kafes sabitleri hemen hemen denk olan yapıları oluşturmakta, enerji-bant yapısında yasak bantı artırmakta, kırılma indisini azaltmaktadır. Bu özellikler, GaAs ve $Al_xGa_{1-x}As$ malzemelerle gerçekleştirilen heterojonksiyon yapıların elde edilmesine, yarıiletken laserlerde olduğu gibi, elektromanyetik enerjinin, özellikle, optik enerjinin kuvvetlendirilmesine, klavuzlanarak fiberoptik hatlarla nakledilmelerine imkan sağlamaktadır. GaAs - bazlı yarıiletken yapılar, özellikle, laserler, ince film katmanlarından ($\approx 40-100 \text{ \AA}$), oluşur. Bu kuantum boyutları, kullanılan dalga boyu ile kıyaslanabilecek derecede küçüktür ve özel etkiler doğurmaktadır. Kuantum - çukurlu yapılar, bu tür etkilerin bir sonucudur. Bu çalışmada yarıiletken katmanlarda tuzaklanan elektromanyetik dalganın şekli ve propagasyon sabitinin davranışı incelenmiştir.

Anahtar Kelimeler : Galyum - Arsenit, Hapsedilen elektromanyetik alan, Propagasyon sabiti, Yarıiletken laser

THE STUDY OF ELECTROMAGNETIC PROPAGATION CONSTANT ON GaAs-BASED LASERS

ABSTRACT

In the recent years the important of GaAs - based lasers has gradually increased. Injected current are confined, in the central region where the recombination of the carriers takes places in a semiconductor medium whose width is larger than height. The structures in forms of $Al_xGa_{1-x}As$ obtained by inserting Al in GaAs materials give the structure, whose lattices are almost identical constant, and the increased band gap and decreased index of refraction. These features give the possibilities of obtaining heterojunction structures formed with GaAs and $Al_xGa_{1-x}As$, such as in semiconductor lasers, amplifying the electromagnetic energy, especially optical energy, and transmitting it by guiding in fiberglass. GaAs - based structures, especially lasers, are made very thin layers, ($\approx 40-100 \text{ \AA}$). These quantum sizes are so small, comparable to the used wavelength and give special effects. Quantum - well structures result from these effects. In this work it is investigated the behaviour of electromagnetic wave guided in semiconductor layers and propagation constants.

Key Words : Gallium-Arsenide, Confined electromagnetic field, Propagation constant, Semiconductor laser

1. GİRİŞ

Kuantum çukurları o kadar kısıdır ki, gerekli parçacık çarpışmalarının gecikmesi sebebiyle,

taşıyıcıları, kuantum çukurlarında hapsedmek için, GaAs'li bölgelerden geçirmek mümkün olmaktadır (Temiz, 1996). Başka bir ifade ile söylemek gerekirse, AlAs katmanı arasında GaAs'li ince film

katmanlarının bulunması ile oluşturulan kuantum çukurlarında müsaade edilen enerji durumları arasındaki geçişler tarafından elektron-delik birleşmelerinin meydana geldiği merkez bölgesinde, dışardan enjekte edilen taşıyıcıların tuzaklanmasına yardımcı olmak için Al konsantrasyonu, büyük bir mesafe boyunca derece derece azaltılır. Keza kırılma indisi ve enerji-bant genişliği GaAs içindeki Al konsantrasyonuna bağlı olarak değişir (Temiz, 1996).

GaAs - tabanlı yarıiletken yapılarda bir elektromanyetik dalganın (dolayısı ile ışık dalgasının) propagasyonu önem kazanmaktadır.

2. IŞIĞIN ELEKTROMANYETİK DALGA BİLEŞENLERİ

Uzay koordinatlarına bağlı olan ve kompleks \mathbf{E} ve \mathbf{H} sinüs biçimli fazör büyüklükleri olarak değişen elektrik ve manyetik alanlar Maxwell denklemlerini sağlarlar:

$$\begin{aligned}\nabla \wedge \mathbf{H} &= \mathbf{J} + j\omega_0 \mathbf{D}, \quad \nabla \wedge \mathbf{E} = -j\omega_0 \mu_0 \mathbf{H} \\ \nabla \cdot \mathbf{H} &= 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = 0, \quad \mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}, \\ \mathbf{P} &= \epsilon_0 (1 + \chi) \mathbf{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon_0 n^2 \mathbf{E}, \\ (1 + \chi) &= \epsilon_r\end{aligned}\quad (1)$$

Burada χ , ϵ_0 ve μ_0 sırası ile, dalganın içinde yayıldığı ortamın süseptibilitesi, boşluğun dielektrik sabiti ve magnetik geçirgenliğidir. İzafe dielektrik sabiti, ϵ_r , ortamın süseptibilitesi ile $\epsilon_r = (1 + \chi)$ ilişkisine sahiptir ve ortamın kırılma indisinin, n , karesine eşittir. \mathbf{P} polarizasyon vektörü, burada \mathbf{E} vektörü ile aynı doğrultuda farzedildiği halde, ilgilenilen elektro-optik ortamlarda, çoğunlukla, farklı doğrultularda olur.

Maxwell denklemleri, uzay ve zaman koordinatlarını içeren fonksiyonlar küçük harflerle gösterilirse,

$$\nabla \wedge \mathbf{h} = \mathbf{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t}, \quad \nabla \wedge \mathbf{e} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}$$

veya

$$\nabla \wedge \mathbf{h} = \mathbf{j} + \frac{\partial \mathbf{d}}{\partial t}, \quad \nabla \wedge \mathbf{e} = -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}\quad (2)$$

olur. Burada aşağıdaki tanımlar geçerlidir.

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}],$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{H}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}]$$

$$\mathbf{j}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{J}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}],$$

$$\mathbf{d}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{D}(\mathbf{r}) e^{j\omega t}]$$

$$\mathbf{r} = \sum x_i \mathbf{a}_i \quad (3)$$

Burada $i = 1$ için $x_1 = x$, $\mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_x$; $i = 2$ için $x_2 = y$, $\mathbf{a}_2 = \mathbf{a}_y$; $i = 3$ için $x_3 = z$, $\mathbf{a}_3 = \mathbf{a}_z$ 'dir. Alan vektörleri, akım yoğunluğu vektörünün, (\mathbf{J}), sıfır olduğu serbest uzayda dalga denklemini sağlar:

$$\nabla^2 \mathbf{e} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{e}}{\partial t^2} = 0, \quad \nabla^2 \mathbf{h} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{h}}{\partial t^2} = 0 \quad (4)$$

Burada $c^2 = \frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}$ ışık hızının karesidir. Son ifade

ile verilen dalga denkleminin çözümü $f(t - \mathbf{a}_n \cdot \mathbf{r}/c)$ formundadır. Burada \mathbf{a}_n birim vektördür. Bu birim vektör boyunca olan yayılmada bir faz gecikmesi meydana gelir. (3) eşitliklerinde, mesela elektrik alan ifadesinde, t yerine gecikmiş zaman formu, $(t - \mathbf{a}_n \cdot \mathbf{r}/c)$, konursa k uzayında (İga, 1994),

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}_o)] e^{j\omega t - j\mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r}} \quad (5)$$

veya

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{E}(\omega, \mathbf{k}_o) e^{j\omega t - j\mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r}}]$$

$$|\mathbf{k}_o| = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_o} \quad (6)$$

olur. Burada λ_o , dalga boyu ve \mathbf{k}_o serbest uzaydaki dalga vektörüdür. Benzer şekilde manyetik alan bileşeni de,

$$\mathbf{h}(\mathbf{r}, t) = \text{Re}[\mathbf{H}(\omega, \mathbf{k}_o) e^{j\omega t - j\mathbf{k}_o \cdot \mathbf{r}}] \quad (7)$$

olarak elde edilir.

Karteziyen koordinatlarda z eksenine doğrultusundaki alan bileşenleri \mathbf{E}_z ve \mathbf{H}_z olan bir elektromanyetik dalgasının \mathbf{E}_t ve \mathbf{H}_t enine bileşenleri,

$$\mathbf{E}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\beta \nabla_t \mathbf{E}_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t \mathbf{H}_z]$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t \mathbf{E}_z + j\beta \nabla_t \mathbf{H}_z] \quad (8)$$

$$\nabla = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \mathbf{a}_i, \quad \nabla = \nabla_t + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{a}_z, \quad \nabla_t = \sum_{j=1}^2 \frac{\partial}{\partial x_j} \mathbf{a}_j$$

Kayıpsız ortamlarda propagasyon sabiti $\gamma = j\beta$ olarak kullanılırsa, o zaman bu denklemler,

$$\mathbf{E}_t = -\frac{1}{\gamma^2 + k^2} [\gamma \nabla_t \mathbf{E}_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t \mathbf{H}_z],$$

$$k = \frac{\omega n}{c}$$

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\gamma^2 + k^2} [-j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t \mathbf{E}_z - \gamma \nabla_t \mathbf{H}_z] \quad (9)$$

olur. Burada n malzemenin kırılma indisidir. (1)'deki

$$\nabla \wedge \mathbf{H} = \mathbf{J} + j\omega_0 \mathbf{D}, \quad \nabla \wedge \mathbf{E} = -j\omega_0 \mu_0 \mathbf{H}$$

denklemlerinden bulunan,

$$(\nabla^2 + \omega^2 \mu \epsilon) \mathbf{E} = 0 \quad (10)$$

Helmholtz dalga denkleminde $\mathbf{E} = \mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z \mathbf{a}_z$

$$\text{kullanılarak } (\nabla_t^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \omega^2 \mu \epsilon)(\mathbf{E}_t + \mathbf{E}_z \mathbf{a}_z) = 0$$

veya,

$$\left[\nabla_t^2 + \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] \mathbf{E}_z = 0$$

elde edilir. Dalganın yayılma hızının c/n olduğu bilindiğine göre $v^2 = (c/n)^2 = \frac{1}{\mu \epsilon}$ olduğu açıktır.

Burada ϵ ve μ , sırası ile, malzemenin dielektrik sabiti ve magnetik geçirgenliğidir. Dalganın z doğrultusunda yayıldığı bilindiğinden vektör notasyonu kaldırılabilir:

$$\left[\nabla_t^2 + \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right] E_z = 0 \quad (11)$$

Burada $E_z \rightarrow E_z e^{-j(\omega t - \beta z)}$ alınır,

$$\left[\nabla_t^2 + \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 - \beta^2 \right] E_z = 0 \quad (12)$$

ve $H_z \rightarrow H_z e^{-j(\omega t - \beta z)}$ için de benzer olarak

$$\left[\nabla_t^2 + \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 - \beta^2 \right] H_z = 0 \quad (13)$$

elde edilir. Bu son iki denklem skaler dalga denkleminin uyan E_z ve H_z boyuna bileşenlerin sağladığı dalga denklemleridir. Bunlar yardımı ile, (8)'deki E_t ve H_t enine bileşenler bulunabilir.

Burada,

$$\left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 - \beta^2 > 0 \quad (14)$$

ise, denklem harmonik osilatöre benzer ve çözümler enine düzlemde duran dalga tipindedir veya trigonometrik olarak değişebilir. Eğer,

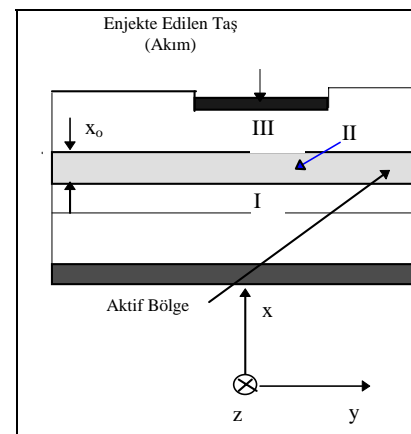
$$\left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 - \beta^2 < 0 \quad (15)$$

ise, buna uzaklaştıkça küçülen üstel çözümler gerekir (Verdeyen, 1989).

4. YARIİLETKEN GaAs LASER

$\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$ kristalinde x 'in çeşitli şekillerde seçimi ve çeşitli kalınlıklar için, elektromanyetik dalga ve enjekte edilen taşıyıcıların aynı anda tuzaklanmalarını gerçekleştirmek üzere, dörde kadar heterojonksiyon yapılar yapılabilir (Iga, 1994). Dalganın kılavuzlanmasının hususi özelliklerinin bir çoğu, Şekil 1'de görüldüğü gibi, I, II, III ile numaralandırılan klavuz bölgelerinin analizi yapılarak gerçekleştirilebilir.

Propagasyonun $\pm z$ doğrultusunda yapıldığı farzedilirse, bu elektromanyetik dalga TE ve TM modlarını sağlar. Dalga denkleminin ifadelerinde kırılma indisinin x , y koordinatlarına bağlı olduğu göz önüne alınmalıdır:



Şekil 1. Laser geometrisi

$$\begin{aligned} [\nabla_t^2 + \gamma^2 + k^2]E_z &= 0, \\ [\nabla_t^2 + \gamma^2 + k^2]H_z &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$k^2 = \frac{\omega^2 n^2(x, y)}{c^2}$$

Her iki modu sağlayan dalga denklemi her üç bölgede çözülür. Bir an için y doğrultusundaki alan değişimi ihmal edilirse, F her iki alanı temsil etmek üzere, her iki mod denklemi aşağıdaki şekilde alınabilir:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \gamma^2 + k^2 \right] \mathbf{F} = 0 \quad (17)$$

Aktif bölgenin hemen yakınında bir enine elektrik darbesini ele alalım. $x \rightarrow \infty$ yapılırsa, bu aktif bölge

$$\beta \langle \frac{\omega n_{II}}{c} \rangle \quad (18)$$

olması ile gerçekleşir. Bu bir duran dalga veya bir trigonometrik çözüme karşı düşmektedir. Aktif bölgeyi çevreleyen diğer I, III bölgelerinde

$$\beta \langle \frac{\omega n_{I,III}}{c} \rangle \quad (19)$$

olur. Bu ise bu bölgelerde üstel bir değişime götürür. Aktif bölgede faz sabiti $k_0 = \omega/c$ ile bölünürse, istenen tuzaklama bölgesini tanımlayan gereklilik elde edilir:

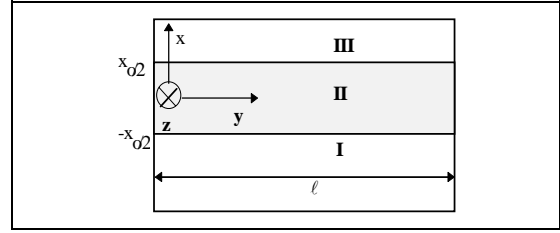
$$n_{I,III} \langle \frac{\beta}{k_0} \rangle n_{II} \quad (20)$$

Buna göre, β/k_0 'ın n_I veya n_{III} 'den ya da her ikisinden daha küçük olduğu değerlerde x doğrultusunda radyasyonun veya propagasyonun olduğu görülmekte ve bu suretle bu bölgelerdeki dalgalar z doğrultusunda klavuzlanmamaktadır. I, III bölgelerinde dalganın klavuzlanmaması ve II bölgede hapsedilmesi, laser'in gerçekleşmesinin gereğidir (Temiz, 1996).

5. YARIİLETKEN GaAs LASERLERİNDE ELEKTROMANYETİK MODLAR

a) TE Modu

Şekil 1'e uygun bir koordinat sistemi Şekil 2'deki gibi kurulabilir.



Şekil 2. Laserin üç tabakası

Şekilde y doğrultusundaki üniform alanlar için her üç bölgede

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \gamma^2 + \frac{\omega^2}{c^2} n^2_{(I, II, III)} \right] E_y^{(I, II, III)} = 0 \quad (21)$$

ve z doğrultusundaki üniform alanlar için

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \gamma^2 + \frac{\omega^2}{c^2} n^2_{(I, II, III)} \right] E_z^{(I, II, III)} = 0 \quad (22)$$

olur. Bu üç bölgede $n_I = n_{III}$ ve $n_I < n_{II}$ ilişkileri GaAs içine katılan Al ile sağlanır. Bu suretle kırılma indisi x'e göre değişen bir heterojonksiyon yapı yani yarıiletken bir laser'in prensibi ortaya çıkar. Böyle bir yapıda elektromanyetik alan aktif bölge, $|x - x_0/2|$ içinde kalmakta ve bu aralıkta oldukça büyük bir değere ulaşmaktadır.

Bu üç bölge için faz sabiti aynıdır. Modların klavuzlanması için, şekil bakımından x boyunca orantılılığını koruyan alan aynı faz sabiti ile x'den bağımsız olarak yayılır. Mod genliği $x_0/2$ 'den itibaren belli bir mesafede sıfır olur. Bunun için TE modu için elektromanyetik alan üstel çözüm olmalıdır:

$$\begin{aligned} H_z^{(I)} &= \sum_{i=1}^2 A_i e^{h(x+x_0/2)} \\ H_z^{(III)} &= \sum_{i=1}^2 B_i e^{-h(x-x_0/2)} \end{aligned} \quad (23)$$

$$h^2 = \beta^2 - \left(\frac{\omega n_{(I,III)}}{c} \right)^2$$

Alanı $x \rightarrow -\infty$ iken sonlu tutmak için $A_1 = 0$; $x \rightarrow +\infty$ iken $B_1 = 0$ olmalıdır. O zaman alanlar

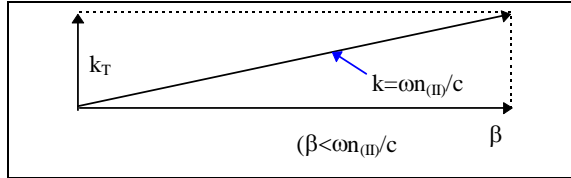
$$\begin{aligned} H_z^{(I)} &= A_2 e^{h(x+x_0/2)} \\ H_z^{(III)} &= B_2 e^{-h(x-x_0/2)} \end{aligned} \quad (24)$$

olur.

Aktif bölgede (II) çözümün

$$\begin{aligned} H_z^{(II)} &= C_1 \cos k_T x + C_2 \sin k_T x \\ k_T^2 &= \left(\frac{\omega n_{(II)}}{c}\right)^2 - \beta^2 \end{aligned} \quad (25)$$

olması gerekir (Şekil 3).



Şekil 3. Faz sabitleri arasındaki ilişki

$$\begin{aligned} \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} &= \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2 = [\beta \mathbf{a}_z + k_T \mathbf{a}_t] \cdot [\beta \mathbf{a}_z + k_T \mathbf{a}_t] \\ &= \beta^2 + k_T^2 \end{aligned} \quad (26)$$

Yukarıda (25) ifadesi TE modunda x 'e göre simetriyi sağlaması için sinüslü terim vermelidir. Kosinüslü terim antisimetriyi gösterir. Simetri sağlamak için $C_1 = 0$ alınır. O zaman,

$$H_z^{(II)} = C_2 \sin k_T x \quad (27)$$

elde edilir. Sonuç olarak simetrik TE modu için alan bileşenleri

$$\begin{aligned} H_z^{(I)} &= A_2 e^{h(x+x_0/2)} \\ H_z^{(III)} &= B_2 e^{-h(x-x_0/2)} \\ H_z^{(II)} &= C_2 \sin k_T x \end{aligned} \quad (28)$$

olarak elde edilir. Burada $k_T^2 = -h^2$ 'dir. Bu alan ifadeleri $x = \pm x_0/2$ 'de sürekli olmalıdır:

$$\begin{aligned} H_z^{(I)}(-x_0/2) &= H_z^{(II)}(-x_0/2) \\ H_z^{(II)}(x_0/2) &= H_z^{(III)}(x_0/2) \end{aligned} \quad (29)$$

Kullanılan bu sınır şartları sonunda

$$\begin{aligned} A_2 &= -C_2 \sin k_T(x_0/2) \\ B_2 &= C_2 \sin k_T(x_0/2) \end{aligned}$$

bulunur ($A_2 = -B_2$). Bu manyetik alan ifadeleri (8) denkleminde yerine konarak elektrik alan bileşenleri elde edilir:

$$H_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

için,

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} [j\beta \nabla_t \mathbf{E}_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \Delta \nabla_t \mathbf{H}_z] \\ &= \mathbf{E}_y \end{aligned}$$

veya

$$E_t = E_y^{(I)} = -\frac{j\omega \mu_0}{h^2} h A_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

ya da

$$E_t = E_y^{(I)} = \frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

olarak elde edilir. Benzer şekilde,

$$E_y^{(III)} = \frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

olur. Sonuç olarak TE modundaki elektrik alan bileşenleri,

$$E_t = E_y^{(I)} = \frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

$$E_y^{(III)} = \frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

$$E_y^{(II)} = \frac{j\omega \mu_0}{k_T} C_2 \cos k_T x$$

olarak bulunur. Bu alanlar da $x = \pm x_0/2$ 'de sürekli olmalıdır :

$$\begin{aligned} E_y^{(I)}(-x_0/2) &= E_y^{(II)}(-x_0/2) \\ E_y^{(II)}(x_0/2) &= E_y^{(III)}(x_0/2) \end{aligned} \quad (30)$$

Bu iki eşitliğin herhangi birinden

$$\begin{aligned} \frac{h}{k_T} &= \frac{\sin [k_T(x_0/2)]}{\cos [k_T(x_0/2)]} = \tan [k_T(x_0/2)] \\ \frac{h(x_0/2)}{k_T(x_0/2)} &= \frac{\sin [k_T(x_0/2)]}{\cos [k_T(x_0/2)]} \\ &= \tan [k_T(x_0/2)] \end{aligned} \quad (31)$$

bulunur.

Denklem 25'te kosinüslü terim antisimetriyi gösterir. Antisimetriyi sağlamak için $C_2 = 0$ alınır. O zaman

$$H_z^{(II)} = C_1 \cos k_T x$$

elde edilir. Sonuç olarak antisimetrik TE modu için alan bileşenleri

$$\begin{aligned} H_z^{(I)} &= A_2 e^{h(x+x_0/2)} \\ H_z^{(III)} &= B_2 e^{-h(x-x_0/2)} \end{aligned} \quad (32)$$

$$H_z^{(II)} = C_1 \cos k_T x$$

olarak elde edilir. Bu alan ifadeleri $x = \pm x_0/2$ 'de sürekli olmalıdır:

$$H_z^{(I)}(-x_0/2) = H_z^{(II)}(-x_0/2), H_z^{(II)}(x_0/2) = H_z^{(III)}(x_0/2)$$

Bunun için

$$A_2 = C_1 \cos k_T(x_0/2), B_2 = C_1 \cos k_T(x_0/2) \text{ bulunur.}$$

Buradan $A_2 = B_2$ olur. Sonuç olarak

$$\begin{aligned} H_z^{(I)} &= A_2 e^{h(x+x_0/2)} \\ H_z^{(III)} &= B_2 e^{-h(x-x_0/2)} \end{aligned}$$

$$H_z^{(II)} = C_1 \cos k_T x$$

elde edilir.

Bu manyetik alan ifadeleri (8) denkleminde yerine konarak elektrik alanı bileşenleri elde edilir :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_t &= \frac{1}{\beta^2 - (\frac{\omega n}{c})^2} [j\beta \nabla_t \mathbf{E}_z - j\omega \mu_0 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t \mathbf{H}_z] \\ &= \mathbf{E}_y \end{aligned}$$

veya

$$E_t = E_y^{(I)} = -\frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

elde edilir. Benzer şekilde

$$E_y^{(III)} = \frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

$$\begin{aligned} E_y^{(II)} &= -\frac{j\omega \mu_0}{h^2} \frac{\partial}{\partial x} (C_1 \cos k_T x) \\ &= \frac{j\omega \mu_0}{h^2} C_1 k_T \sin k_T x \\ &= \frac{j\omega \mu_0}{k_T^2} C_1 k_T \sin k_T x \\ &= \frac{j\omega \mu_0}{k_T} C_1 \sin k_T x \end{aligned}$$

olar. Sonuç olarak antisimetride, TE modundaki elektrik alan bileşenleri

$$E_t = E_y^{(I)} = -\frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

$$E_y^{(III)} = \frac{j\omega \mu_0}{h} B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

$$E_y^{(II)} = \frac{j\omega \mu_0}{k_T} C_1 \sin k_T x$$

olarak bulunur. Bu alanlar da $x = \pm x_0/2$ 'de sürekli olmalıdır.

$$E_y^{(I)}(-x_0/2) = E_y^{(II)}(-x_0/2),$$

$$E_y^{(II)}(x_0/2) = E_y^{(III)}(x_0/2), \quad (33)$$

Bu sınır şartlarının uygulanmasından,

$$\frac{k_T}{h} = \frac{C_1}{A_2} \cos(k_T \frac{x_0}{2}), \frac{k_T}{h} = -\frac{C_1}{B_2} \sin(k_T \frac{x_0}{2})$$

bulunur. Daha önce elde edilen $B_2 = C_1 \cos k_T(x_0/2)$ ifadesi de kullanılarak

$$\begin{aligned} \frac{h(x_0/2)}{k_T(x_0/2)} &= -\frac{\cos[k_T(x_0/2)]}{\sin[k_T(x_0/2)]} \\ &= -\cot[k_T(x_0/2)] \end{aligned} \quad (34)$$

bulunur.

b) TM Modu

TM modu ($H_z = 0$) için de benzer yol izlenir. (28) ifadelerinde $H_z \rightarrow E_z$ konarak

$$E_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

$$E_z^{(III)} = B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

$$E_z^{(II)} = C_2 \sin k_T x$$

elde edilir. (8)'den

$$\mathbf{H}_t = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \left[j\omega \epsilon_0 n^2 \mathbf{a}_z \wedge \nabla_t \mathbf{E}_z \right]$$

veya

$$H_t = H_y = \frac{1}{\beta^2 - \left(\frac{\omega n}{c}\right)^2} \frac{j\omega \epsilon_0 n^2}{h^2} \frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (35)$$

ifadesinden bulunan manyetik alan bileşenleri

$$\begin{aligned} H_y^{(I)} &= \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(I)}^2}{h} A_2 e^{h(x+x_0/2)} \\ H_y^{(II)} &= \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(II)}^2}{k_T} C_2 \cos(k_T x_0 / 2) \\ H_y^{(III)} &= \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(III)}^2}{h} B_2 e^{-h(x-x_0/2)} \end{aligned} \quad (36)$$

olarak elde edilir.

$$H_y^{(I)}(-x_0/2) = H_y^{(III)}(-x_0/2)$$

$$H_y^{(III)}(x_0/2) = H_y^{(II)}(x_0/2)$$

sınır şartlarından

$$\begin{aligned} \frac{n_{(I)}^2 A_2}{h} &= \frac{n_{(II)}^2}{k_T} C_2 \cos(k_T x_0 / 2) \\ \frac{n_{(II)}^2 C_2}{k_T} \cos(k_T x_0 / 2) &= \frac{n_{(III)}^2 B_2}{h} \end{aligned} \quad (37)$$

veya

$$\frac{A_2 n_{(I)}^2}{n_{(II)}^2} = \frac{n_{(III)}^2 B_2}{n_{(II)}^2} \quad (38)$$

olur. Simetri için $A_2 = B_2$ olmalıdır. Sonuç olarak simetrik TM modu için

$$E_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

$$E_z^{(III)} = B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

$$E_z^{(II)} = C_2 \sin k_T x$$

$$\begin{aligned} H_y^{(I)} &= \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(I)}^2}{h} A_2 e^{h(x+x_0/2)} \\ H_y^{(II)} &= \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(II)}^2}{k_T} C_2 \cos(k_T x_0 / 2) \\ H_y^{(III)} &= \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(III)}^2}{h} B_2 e^{-h(x-x_0/2)} \end{aligned} \quad (39)$$

bulunur. $B_2 = C_2 \sin k_T(x_0/2)$ ve (37)den,

$$\begin{aligned} \left(\frac{n_{(II)}}{n_{(I)}}\right)^2 \frac{h}{k_T} &= \frac{\sin[k_T(x_0/2)]}{\cos[k_T(x_0/2)]} \\ &= \tan[k_T(x_0/2)] \end{aligned}$$

veya

$$\begin{aligned} \frac{h k_T(x_0/2)}{k_T k_T(x_0/2)} &= \frac{\sin(k_T(x_0/2))}{\cos(k_T(x_0/2))} \cdot \left(\frac{n_{(I)}}{n_{(II)}}\right)^2 \\ &= \left(\frac{n_{(I)}}{n_{(II)}}\right)^2 \tan(k_T(x_0/2)) \end{aligned} \quad (40)$$

olur.

Antisimetrik TM modunu elde etmek için elektrik alan bileşenleri

$$E_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_0/2)}$$

$$E_z^{(III)} = B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

$$E_z^{(II)} = C_1 \cos k_T x \quad (41)$$

olarak alınır. Manyetik alan bileşenleri ise,

$$\begin{aligned} H_y^{(I)} &= \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(I)}^2}{h} A_2 e^{h(x+x_0/2)} \\ H_y^{(III)} &= -\frac{j\omega \epsilon_0 n_{(III)}^2}{k_T} C_1 \sin(k_T x_0 / 2) \end{aligned} \quad (42)$$

$$H_y^{(II)} = \frac{j\omega \epsilon_0 n_{(II)}^2}{h} B_2 e^{-h(x-x_0/2)}$$

olarak elde edilir (Tablo 1).

Sınır şartlarının uygulanmasından elde edilen

$$\frac{n_{(I)}^2 A_2}{h} = \frac{n_{(II)}^2}{k_T} C_1 \sin(k_T x_0 / 2) \quad (43)$$

$$-\frac{n_{(II)}^2 C_1}{k_T} \sin(k_T x_o / 2) = \frac{n_{(III)}^2}{h} B_2 \quad (44)$$

$$\frac{A_2 n_{(I)}^2}{n_{(II)}^2} = -\frac{n_{(III)}^2 B_2}{n_{(II)}^2} \quad (45)$$

veya,

$$\frac{n_{(I)}^2 k_T A_2}{n_{(II)}^2 h C_1} = -\frac{n_{(III)}^2 k_T B_2}{n_{(II)}^2 h C_1}$$

ifadesine göre antisimetriyi sağlamak için $A_2 = -B_2$ alınmalıdır. (43) ve $B_2 = C_1 \cos(k_T x_o / 2)$ 'den

$$\frac{h(k_T x_o / 2)}{k_T (k_T x_o / 2)} = -\left(\frac{n_{(I)}}{n_{(II)}}\right)^2 \cot(k_T x_o / 2) \quad (46)$$

veya,

bulunur.

Elde edilen sonuçlar Tablo 1 ve 2'de özetlenmiştir.

Tablo 1. TE ve TM Modlarına ait Elektrik ve Manyetik Alan Bileşenleri

Modlar	Simetrik Alan Bileşenleri	Antisimetrik Alan Bileşenleri
TE Modu	$H_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $H_z^{(III)} = B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ ($A_2 = -B_2$) $H_z^{(II)} = C_2 \sin k_T x$ $E_y^{(I)} = \frac{j\omega\mu_o}{h} B_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $E_y^{(III)} = \frac{j\omega\mu_o}{h} B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ $E_y^{(II)} = \frac{j\omega\mu_o}{k_T} C_2 \cos k_T x$	$H_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $H_z^{(III)} = B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ $H_z^{(II)} = C_1 \cos k_T x$ $E_y^{(I)} = -\frac{j\omega\mu_o}{h} B_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $E_y^{(III)} = \frac{j\omega\mu_o}{h} B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ $E_y^{(II)} = -\frac{j\omega\mu_o}{k_T} C_1 \sin k_T x$ $(A_2=B_2)$
TM Modu	$E_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $E_z^{(III)} = B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ $E_z^{(II)} = C_2 \sin k_T x$ $H_y^{(I)} = \frac{j\omega\epsilon_o n_{(I)}^2}{h} A_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $H_y^{(II)} = \frac{j\omega\epsilon_o n_{(II)}^2}{k_T} C_2 \cos(k_T x_o / 2)$ $H_y^{(III)} = \frac{j\omega\epsilon_o n_{(III)}^2}{h} B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ $(A_2 = B_2)$	$E_z^{(I)} = A_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $E_z^{(III)} = B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ $E_z^{(II)} = C_1 \cos k_T x$ $H_y^{(I)} = \frac{j\omega\epsilon_o n_{(I)}^2}{h} A_2 e^{h(x+x_o/2)}$ $H_y^{(II)} = -\frac{j\omega\epsilon_o n_{(II)}^2}{k_T} C_1 \sin(k_T x_o / 2)$ $H_y^{(III)} = \frac{j\omega\epsilon_o n_{(III)}^2}{h} B_2 e^{-h(x-x_o/2)}$ $A_2 = -B_2$

Tablo 2. TE ve TM Modlarına ait Propagasyon Sabitleri

Alanın Modu	Simetrik	Antisimetrik
TE Modu	$\frac{h(x_o / 2)}{k_T (x_o / 2)} = \tan[k_T (x_o / 2)]$	$\frac{h(x_o / 2)}{k_T (x_o / 2)} = -\cot[k_T (x_o / 2)]$
TM Modu	$\frac{h(x_o / 2)}{k_T (x_o / 2)} = \left(\frac{n_{(I)}}{n_{(II)}}\right)^2 \tan[k_T (x_o / 2)]$	$\frac{h(x_o / 2)}{k_T (x_o / 2)} = -\left(\frac{n_{(I)}}{n_{(II)}}\right)^2 \cot[k_T (x_o / 2)]$

Bulunan sonuçlar, literatürde (Iga,1994) verilen sonuçlarla uyusmaktadır. Ortaya çıkan ufak

farklılıklar, tanım ve kabullerin farklılığından ileri gelmektedir.

7. SONUÇ

Yukarıdaki ifadelerde $h(x_0/2)$, alanın merkezden uzaklaştıkça uğrayacağı üstel zayıflamanın şiddetini belirler. Daha büyük bir $h(x_0/2)$ değeri alanın merkez bölgesine daha fazla hapsedilmesi anlamını taşır.

$|x| > x_0/2$ olan bölgede laser uyarılması olmaz ve burası kayıplı bölgedir.

$X = k_T(x_0/2)$ ve $Y = h(x_0/2)$ olarak $R^2 = X^2 + Y^2$ den,

$$R = \left(\frac{\omega x_0 / 2}{C} \right) \left[n_{II}^2 - n_I^2 \right]$$

bulunur.

$$NA \text{ (Numerik Açıklık)} = \left[n_{(II)}^2 - n_{(I)}^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

tanımı yapılırsa (Muncheryan, 1990),

$$R = \left(\frac{2\pi x_0 / 2}{\lambda_0} \right) NA$$

elde edilir. Belli bir tabaka kalınlığı, N. A. değeri ve çalışma dalga boyu (frekansı) için R sabit olur.

En düşük mertebeli TE ve TM modu için $R < \pi/2$ 'dir (Şekil 4 a). Bu bölgede sistemin çalışma noktası, belli bir frekansta R yarıçaplı dairenin eğrileri kestiği nokta olarak alınabilir. Ancak, R'nin belli bir büyüklüğünden sonra çalışma noktasının, aynı zamanda, simetrik modlardan başka $Y = h(x_0/2)$ 'nin negatif tarafında, antisimetrik modlara da kaydığını göz önünde bulundurmalıdır. Bu yüzden, simetrik bölgede kalabilmek için R, $(0, \pi/2)$ aralığında, belli bir değerden fazla alınmaz.

Denklem (31) ve (32)'den TE modları için

$$Y = X \tan X, \quad (\text{Simetrik TE Modu})$$

$$Y = -X \cot X, \quad (\text{Antisimetrik TE Modu})$$

Denklem (40) ve (46)'dan

$$Y = \left[\frac{n_{(I)}}{n_{(II)}} \right]^2 X \tan X, \quad (\text{Simetrik TM Modu})$$

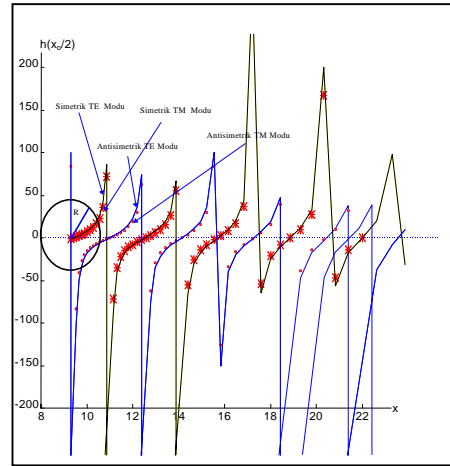
$$Y = - \left[\frac{n_{(I)}}{n_{(II)}} \right]^2 X \cot X, \quad (\text{Antisimetrik TM Modu})$$

yazılabilir.

Şekil 1'de $n_{(I)} = n_{(III)} = 3.45$, $n_{(II)} = 3.50$ için. $n_{(I)} = n_{(III)}$ ve $n_{(II)}$ kırılma indisleri, sırası ile, alüminyum ve galyumun $Al_{0.23}Ga_{0.77}As$ ve $Al_{0.18}Ga_{0.82}As$ kompozisyonu ile elde edilir (Chiang et al., 1992).

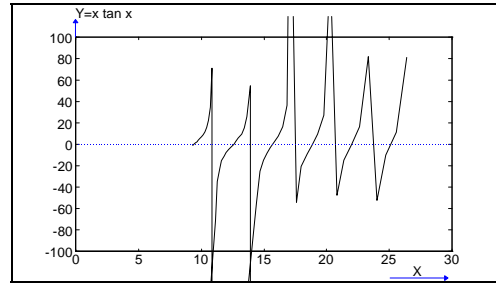
Teoride ifade edilen denklemlerin grafik ortamına belirli bir frekans aralığında aktarılması sağlanmıştır. Burada h' 'in grafikteki sınır değerleri hassasiyet bakımından önemlidir (Şekil 4. a, b, c, d, e).

Şekil 4. Çeşitli Propagasyon Sabitlerinin Eğrileri

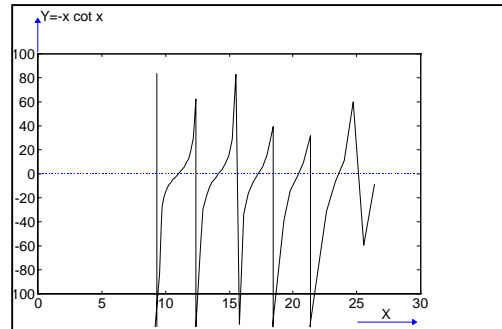


*- Simetrik TM Modu, *- Antisimetrik TM Modunu, - Simetrik ve Antisimetrik TE Modları

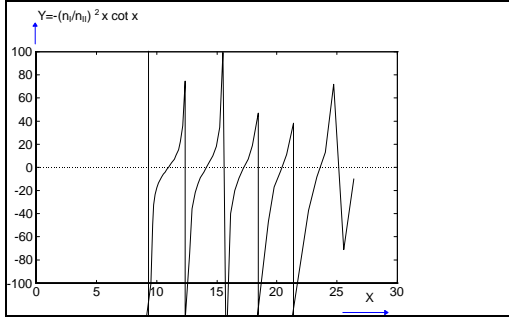
Şekil 4. (a) Propagasyon sabitlerinin değişimleri



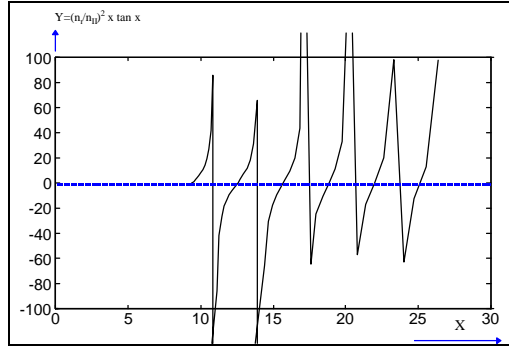
Şekil 4. (b) Yalnız simetrik TE modundaki propagasyon sabitinin tabaka kalınlığına göre değişimi



Şekil 4. (c) Yalnız antisimetrik TE modundaki propagasyon sabitinin tabaka kalınlığına göre değişimi



Şekil 4. (d) Yalnız antisimetrik TM modundaki propagasyon sabitinin tabaka kalınlığına göre değişimi



Şekil 4. (e) Yalnız simetrik TM modunda propagasyon sabitinin tabaka kalınlığına göre değişimi

Sonuç olarak, eğrilerin değişimleri periyodik olarak değiştiği için, bunların $(0, \pi)$ aralığına indirilerek değerlendirilmesi sonunda, simetrik propagasyon sabitlerinin $(0, \pi/2)$ aralığındaki değişimleri karşılıklı olarak birbirlerine benzediği gibi, antisimetrik modların $(0, \pi)$ aralığındaki değişimleri de karşılıklı olarak birbirlerine çok benzemektedir. TE moduna ait değişimlerin, TM moduna ait değişimlerin sol

tarafında kalışını daha net olarak görebilmek için n_{II} kırılma indisinin daha da artırılması gerekir. Buradan, belli bir R değeri için TE modunda Y parametresinin TM modundan daha büyük olduğu sonucu çıkar. Bu özellik yarıiletken laser'lerde önemli bir sonuca götürür. Y'nin nisbeten daha büyük olması, elektromanyetik enerjinin merkezi bölgesinde daha çok hapsedilmesine yol açacağından, burada TE modunun merkezi bölge için dominant bir mod olduğunu gösterir. Dolayısı ile, TM modunun I ve III bölgelerinde daha etkin olması, bu bölgelerin heterojonksiyon laser'leri için daha kayıplı olmalarına sebep olur. Bu yüzden, TE modunda çalışılması daha çok yaygındır.

7. REFERANSLAR

Chiang, H. K., Kenan, R. P. and Summers, C. J. 1992. The Analysis of a Phase- Delayed Optical Two-State Switch, IEEE Photonics Letters, 4, (4).

Iga, K. 1994. Fundamentals of Laser Optics, Plenum Press, 200-201, New York and London.

Muncheryan, H. M., 1990. Laser and Optoelectronic Engineering, Hemisphere Publishing Corporation, New York.

Temiz, M. 1996. The Quantum - Well Structure of Self Electro-Optic - Devices and Gallium - Arsenide, Pamukkale Engineering College, Journal of Engineering Sciences, 2 (2).

Verdeyen, J. T. 1989. Laser Electronics, Prentice-Hall International Limited, London.