PAMUKKALE ÜNİVERSİTESİ MÜHENDİSLİK FAKÜLTESİ
PAMUKKALE UNIVERSITY ENGINEERING COLLEGE
MÜHENDİSLİK BİLİMLERİ DERGİSİ
JOURNAL OF ENGINEERING SCIENCES
YIL : 1998
CİLT : 4
SAYI : 1-2
SAYFA : 603-612

# JEODEZİK AĞLARIN ŞEKİL YÖNÜNDEN OPTİMİZASYONUNDA ARDIŞIK DENGELEME YÖNTEMİNİN KULLANILMASI

**Yasemin UZUN, Aslan DİLAVER, Haluk KONAK**
Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Trabzon

## ÖZET

Gelişen teknolojiye paralel olarak ölçme alet ve yöntemlerinde ve jeodezik ağ oluşturma kavramında büyük değişiklikler olmuştur. Her ne kadar ölçme işlemleri kolaylaşmışsa da artık çalışmalarda işgücü ve zamanın da en uygun biçimde kullanılması arzulanmaktadır. Bu nedenle jeodezik ağların oluşturulmasında istenilen amaca göre en uygun ölçme planı, en uygun ağırlık dağılımı ve en uygun değerlendirme modelinin kullanılması büyük önem taşımaktadır. Bu işlemlere Jeodezik Ağların Optimizasyonu denir ve bu işlem ağın tasarımı aşamasında gerçekleştirilebilir. Özellikle, ölçme planının bir kısmının önceden belli olduğu ve öngörülen amaç fonksiyonunun yeterince sağlanamadığı ağların en uygunlaştırılması işleminde; yalnızca eklenen ya da çıkarılan ölçülerin amaç fonksiyonuna katkılarının doğrudan hesaplandığı ardışık dengeleme yönteminden yararlanılabilir.

**Anahtar Kelimeler :** Jeodezik ağ, Ölçme planı, Ardışık dengeleme, Optimizasyon

## USING SEQUENTIAL ADJUSTMENT METHOD IN OPTIMIZATION OF THE CONFIGURATION OF GEODETIC NETWORKS

## ABSTRACT

In the field of surveying, surveying techniques and instruments are advancing with the support of ever evolving technology. Establishing a geodetic network is one of the areas witnessing big changes from this respect. Although measurements have become easier to perform, an optimum use of time and resources is still very important. Therefore, determining observation plan, weights, surveying and computation techniques which best serve the need carry a great importance in setting up a geodetic network. The work involved is known as the Optimization of Geodetic Networks and its parameters could be estimated during the design of the network. Specifially, in optimization the networks where observation plan is partially known beforehand and postulated objective function is not well provided, the sequential adjustment method in which contributions of added or deleted observations are directly computed can be used.

**Key Words :** Geodetic network, Observation plan, Sequential adjustment, Optimization

## 1. GİRİŞ

Yeryüzünde noktaların konumlarının belirlenmesi ve daha sonra yapılacak çalışmalarda kullanılabilmeleri için; her şeyden önce tüm sorunlara cevap verebilecek nitelikte, her türlü ölçü hatalarına karşı duyarlı, presizyonu fazla ve güvenilir jeodezik ağlar oluşturulur. Bu amaçla oluşturulan jeodezik ağlardan elde edilen nokta konumlarının (koordinatlarının) anlamlılığı, yapılacak her çalışmanın aynı duyarlıkta referans sistemine sahip olması ile mümkün olur. Günümüzde yapılan tüm haritacılık çalışmaları jeodezik ağlarla konumları belirlenmiş noktalara dayandırılmaktadır. Bu nedenle yapılacak çalışmanın arzulanan doğruluğa ve duyarlığa ulaşması, nokta konumlarının doğruluğuna ve dolayısı ile jeodezik ağların duyarlığına bağlıdır. Son yıllarda ölçme alet ve tekniklerindeki gelişmelere rağmen, çalışmaların dayandırıldığı noktaların beklenen duyarlığı göstermemesi, yeni çalışmaların duyarlığını etkilemektedir.

Jeodezik ağların tasarımı, geliştirilmesi ya da iyileştirilmesi sırasında; bir amaç fonksiyonu seçilerek ağın datumunun, geometrik şeklinin ya da noktaların konumlarının en uygun biçimde belirlenmesi işlemine jeodezik ağların optimizasyonu denir. Kurulan jeodezik ağların kurulma amaçlarına göre istenen bazı duyarlıkları sağlamaları gerekir. Bu duyarlık isteklerinin sağlanıp sağlanmadığı duyarlık ölçütleri ile denetlenir. Duyarlık ölçütleri, geçerli bir dengeleme modeli için gerçekçi bilgiler taşırlar. Dengeleme modelinin geçerli olup olmadığı veya değerlendirme aşamasında bir model hatasının oluşup oluşmadığı güven ölçütleri ile denetlenir. Dengeleme sonuçlarına ve onların duyarlıklarına ilişkin yorumlar güven ölçütlerinin sağlanması durumunda gerçekçi olurlar.

Günümüzün teknolojik olanaklarını da göz önüne alırsak; ele alınan jeodezik ağın tasarımı aşamasında hangi tür ölçülerin yapılmasının doğruluk, duyarlık ve güvenilirlik isteklerine en olumlu katkıyı sağlayacağını, bu amaca uygun ve etkin çözüm algoritmaları geliştirerek belirleyebiliriz. Bu amaçla oldukça kullanışlı olan çözüm tekniklerinden birisi de ardışık dengeleme tekniğidir. Bu çalışmada jeodezik ağların optimizasyonu konusu özetlenmiş, jeodezik ağların şekil yönünden optimizasyonu ve III. derece optimizasyon işlemlerinde oldukça kullanışlı olan söz konusu ardışık dengeleme yöntemi anlatılmıştır. Sayısal uygulama için örnek bir test ağı seçilmiş ve ulaşılan sonuçlar sergilenmiştir.

## 2. JEODEZİK AĞLARIN OPTİMİZASYONU

Günümüzde jeodezik ağlar mühendislik hizmetlerine temel oluşturacak sabit noktalar ve bölgesel haritalar elde etmek amacı için kurulmaktadırlar. Ayrıca yapılan büyük mühendislik çalışmalarında zamanla oluşabilecek deformasyonların belirlenmesi ve yer hareketlerinin izlenmesi amacı ile de jeodezik ağlar kurulmaktadır. Optimizasyon işlemi seçilen amaç fonksiyonlarına ya da tasarım parametrelerine göre sınıflandırılabilir.

### 2. 1. Amaç Fonksiyonlarına Göre Optimizasyon

Optimizasyon işlemi jeodezik ağların seçilen bir amaç fonksiyonuna göre tasarlanması, geliştirilmesi ve iyileştirilmesi işlemlerini içerir. Seçilen amaç fonksiyonu duyarlık isteklerini içeriyorsa duyarlık optimizasyonu, güven isteklerini içeriyorsa güven optimizasyonu, para, emek ve zaman gibi parametreleri içeriyorsa matematiksel optimizasyon söz konusu olur.

### 2. 2. Duyarlık Optimizasyonu

Duyarlık, bir ağın kalitesinin göstergesidir. Duyarlık yönünden uygun bir ağ, her noktada aynı duyarlığa sahip olmalıdır. Jeodezik ağlardan beklenen duyarlık isteklerinin gerçekleşmesi için; amaç fonksiyonu olarak noktalara göre tanımlanan duyarlık ölçütleri (koordinat bilinmeyenlerinin ortalama hataları, Helmert ortalama hata elipslerinin yarı eksenleri) ya da global duyarlık ölçütleri (hacim ölçütü, güven hiper elipsoidinin yarı eksenleri) kullanılabilir. Bu ölçütlerden optimizasyon işleminde en kullanışlı olanları global duyarlık ölçütleridir. Skaler amaçlı duyarlık istekleri yerine kurulması planlanan bir ağın duyarlık yönünden homojen ve izotrop olması öngörülebilir. Bu durumda söz konusu istekleri karşılayan ve ağın koordinatlarından türetilen homojen ve izotrop özellikli ölçüt matrisleri kullanılır.

Bir jeodezik ağın duyarlık yönünden en uygun duruma getirilmesi istendiğinde şu aşamalar izlenir.

- Ölçme planı taslağı düzenlenir.
- Noktaların yaklaşık koordinatları ve birim ölçünün karesel ortalama hatasının öncül değeri ile oluşturulan varyans - kovaryans matrisi $\underline{K}_{XX}$ yardımı ile ağın duyarlık yönünden zayıf olduğu noktalar ve bu zayıflıkların doğrultuları belirlenir.
- Gereğinde ağa yeni noktalar eklenerek duyarlık yönünden yetersiz bulunan noktalar için ek ölçme planı düzenlenir.
- Geliştirilen ölçme planına göre tekrar ağın duyarlık yönünden incelemesi yapılır ve tüm noktalar duyarlık yönünden yeterli duruma getirilir.
- Ağda istenilen ve beklenen duyarlık isteklerini içeren yapay ölçüt matrisi $\underline{C}_{XX}$ oluşturulur ve bu

matristen yararlanılarak uygulanacak bir ağırlık optimizasyonu ile ölçülerin ağırlıkları belirlenir.

- Ölçüt matrisinin geliştirilmiş ölçme planı ve en uygun duruma getirilmiş ağırlıklarla hesaplanan varyans - kovaryans matrisi $\underline{K}_{XX}$ ile eşdeğer olup olmadıkları test edilir.

- Duyarlık isteklerini içeren yapay ölçüt matrisi $\underline{C}_{XX}$ ile ağda gerçekleşen duyarlıkları gösteren $\underline{K}_{XX}$ eşdeğer bulunurlarsa ağın duyarlık yönünden en uygun durumda olduğuna karar verilir (Konak,1995).

## 2. 3. Güven Optimizasyonu

Jeodezik ağların güvenirliği, ağın geometrik yapısının model hatalarına karşı duyarlığıdır. Model hatalarının ortaya çıkarılmasına uygun yapıdaki ağlar güvenilir ağlar olarak adlandırılır. Buradan model hatalarının ortaya çıkarılmasının ağın geometrik yapısına bağlı olduğu anlaşılır (Öztürk, 1982).

Bir jeodezik ağda duyarlık ölçütleri, ancak dengelemenin matematik modelinin doğru kurulduğu durumda gerçekçi sonuç verirler. Eğer dengeleme işleminde kurulan fonksiyonel model, ölçülerle bilinmeyenler arasındaki geometrik ve fiziksel özelliklere uygun değilse, stokastik model ölçülerin duyarlıklarını ve korelasyonlarını tam olarak yansıtmıyorsa jeodezik ağda model hataları ortaya çıkar. Dengeleme işleminde model hataları güven ölçütleri ile denetlenir. Güven ölçütleri olarak model hipotezinin testi, redundanz payı, iç güven ölçütü ve dış güven ölçütü örnek olarak verilebilir.

Bir jeodezik ağın güven yönünden en uygun duruma getirilmesi istendiğinde şu aşamalar izlenir.

- Ağda oluşabilecek model hatalarının denetlenmesi amacı ile her bir ölçünün fazla ölçü sayısındaki payı (redundanz payı) $r_i$ ve ortalama fazla ölçü sayısı $r_0 = 1 - (u/n)$ hesaplanır.
- Fazla ölçü sayısındaki payları $r_i$, ortalama fazla ölçü sayısı $r_0$'dan küçük olan ölçülerin diğer ölçüler yardımı ile yeterince denetlenemediklerine karar verilir. Söz konusu ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanır.
- İç güven ölçütleri ve dış güven ölçütleri hesaplanır. Ağa ilişkin ölçüler gözden geçirilir. İç güven ölçütleri ve dış güven ölçütleri yönünden iyi denetlenemediklerine karar verilen ölçülere dik yönde yeni ölçüler planlanır.
- Gereğinde ağın masraf, zaman ve emek yönünden en uygun duruma getirilmesi için çok iyi denetlendiklerine karar verilen ölçüler ölçme planından çıkarılır.
- Geliştirilen ölçme planı gözden geçirilir ve tasarım kesinleştirilir (Kurt,1996).

## 2. 4. Matematik Optimizasyon

Bilimsel, teknik ya da ekonomik yatırımlarda; eldeki hammadde, işgücü, donanım ile en az birim zamanda en uygun kazanımlar amaçlanmaktadır. Yatırımların gerektirdiği önemli kısıtlayıcılar (olanaklar) herhangi bir parametre ile, amaç da ilgili parametrelerin belirli bir fonksiyonu olarak tanımlanabiliyorsa bir matematiksel optimizasyon söz konusu olur (Konak, 1995).

Bu problemde ağın datumu, geometrik şekli ve noktaların konumları belli olarak varsayılmakta, yalnızca ölçü ağırlıklarının belirlenmesi istenmektedir (Ayan, 1981).

## 2. 5. Tasarım Parametrelerine Göre Optimizasyon

Jeodezik ağların optimizasyonu problemi, bir amaç fonksiyonu seçilerek belirlenmesi gereken tasarım parametrelerine göre dört gruba ayrılabilir.

## 2. 6. 0. Derece Optimizasyon

Kurulan jeodezik ağ noktalarının ya da bunların fonksiyonlarının karesel ortalama hatalarının en küçük olması öngörülen duyarlık optimizasyonu probleminde amaç fonksiyonunun gerçekleşmesi için ağın datumunun en uygun şekilde belirlenmesi işlemine 0. derece optimizasyon denir. Bu optimizasyon işleminde noktaların yaklaşık konumlarının, ağın geometrik yapısının ve ölçü duyarlıklarının bilindikleri varsayılmakta, problem içinde bu veriler değiştirilmemektedir. Ağdan beklenen duyarlık istekleri ağın datum parametrelerinin (konum, ölçek ve yöneltme) seçimine bağlıdır. Ağ noktalarının bir kaçının sabit alındığı ağlarda bağıl duyarlık ölçütlerinden, noktaların tümünün koordinatlarının bilinmeyen olarak seçildiği serbest ağlarda iç duyarlık ölçütlerinden söz edilir. Başka bir deyişle; bir datum optimizasyonu işlemi aynı zamanda $\underline{A}$ katsayılar matrisinin rank bozukluğunun giderilmesi anlamına da gelmektedir. Bir datum optimizasyonu probleminde $\underline{A}$ katsayılar matrisi ve $\underline{P}$ ağırlık matrisi bellidir ve bu durumda en uygun ters ağırlıklar matrisi $\underline{Q}_{XX}$'in belirlenmesi amaçlanmaktadır.

## 2. 7. I. Derece Optimizasyon

Ağın datumunun, ölçü duyarlıklarının ve gözlem planının bilindiği varsayılarak en uygun yaklaşık koordinatların belirlenmesi işlemine 1. derece optimizasyon denir. Aynı zamanda, bir ağda noktaların yaklaşık koordinatları ağın geometrik yapısını yansıtan A katsayılar matrisini de belirlemektedir. Bu sebeple optimizasyon işleminde $\underline{P}$ ve $\underline{Q}_{XX}$ matrislerinin bilindiği varsayılmakta, $\underline{A}$ matrisinin en uygun şekilde belirlenmesi amaçlanmaktadır. En uygun yaklaşık koordinatların belirlenmesi işlemi yapıldığından bu optimizasyona konum optimizasyonu da denilmektedir. Bu optimizasyon işleminde ağın datumu belirlidir, yeni noktaların yaklaşık koordinatları da ağın kurulacağı bölgenin elimizde olan bir haritası yardımı ile belirlenir. Bölgenin topoğrafik ve meteorolojik yapısı incelenerek ve eldeki ölçme aletleri göz önünde bulundurularak ölçü duyarlığı tahmin edilebilir. Düşünsel (amaçlanan duyarlık isteklerini içeren) ters ağırlık matrisi $\underline{\bar{Q}}_{xx}$ oluşturulur. $\underline{\bar{Q}}_{xx}$ matrisi oluşturulurken,

- Ağ noktalarının güven elipslerinin homojen ve izotop yapıda olmalarına,
- Bağıl güven elipslerinin d yarıçaplı daireler olmalarına,
- Varyans-kovaryans matrisinin Taylor-Karman yapısında olmasına dikkat edilir (Öztürk ve Şerbetçi, 1992).

Ağın iç noktalarından başlayarak noktalar ele alınır ve iterasyon yapılarak en uygun nokta konumları belirlenir. Belirlenen nokta konumlarına göre $\underline{A}$ katsayılar matrisi kurulur. Bu matrisle $\underline{Q}_{xx}$ = $(\underline{A}^T\underline{PA})^+$ invers matrisi hesaplanır ve düşünsel olarak kurulan $\underline{\bar{Q}}_{xx}$ invers matrisi ile karşılaştırılır. $\underline{d}$ = vek (D) = $\left| \underline{Q}_{xx}^{\,i} - \underline{\bar{Q}}_{xx}^{\,i} \right|$ fark vektörü hesaplanır. $(\underline{d}^T\underline{d})_{min}$ = min $(\underline{d}^T\underline{d})$ olduğu durumda noktaların en uygun yerleri belirlenmiş olur.

### 2. 8. II. Derece Optimizasyon

Jeodezik ağlarda ağın datumunun, geometrik şeklinin ve ağdaki ölçülerin ölçü duyarlıklarının bilindiği durumda en uygun ölçme planının belirlenmesi ya da ölçülerin ağırlıklarının en uygun şekilde belirlenmesi işlemine II. derece optimizasyon denir. Bu optimizasyon işleminde $\underline{Q}_{XX}$ ve $\underline{A}$ matrislerinin bilindiği durumlarda en uygun $\underline{P}$ matrisi belirlenmesi amaçlanmaktadır. Gerçekleştirilecek bir ağırlık optimizasyonu işlemi sonunda hesaplanan değişken yapılı ağırlık matrisi P yardımıyla $\underline{d}$ = vek(D) = $\underline{Q}_{XX}$-$(\underline{A}^T\underline{PA})^+$ fark vektörü hesaplanır. $(\underline{d}^T\underline{d})_{min}$ = min $(\underline{d}^T\underline{d})$ olduğu durumda en uygun ağırlıklar belirlenmiş olur.

### 2. 9. III. Derece Optimizasyon

İstenilen amaca uygun olmayan jeodezik ağların amaç fonksiyonunu sağlayacak şekilde geliştirilmesi ve iyileştirilmesi işlemine III. derece optimizasyon denir. Böyle bir optimizasyon probleminde en uygun duruma getirilmesi istenilen parametrelerin, örneğin $\underline{A}$ katsayılar matrisi ve $\underline{P}$ ağırlık matrisinin bir bölümü önceden bilinmektedir. Mevcut bir jeodezik ağın geometrik şeklinin iyileştirilmesi ve geliştirilmesi işlemlerinde,

- Ağa yeni ölçüler eklenebilir,
- Ağa yeni noktalar eklenebilir,
- Ağa hem yeni ölçüler hem de yeni noktalar eklenebilir,
- Ağ yeni ölçüler ve yeni noktalar eklenerek yeni ölçülerin en uygun ağırlıkları belirlenebilir.

Jeodezik ağın geometrik şeklinin geliştirilmesi ve iyileştirilmesi işlemlerinde yapay veriler kullanılarak simülasyon yöntemi ile sonuç elde edilmeye çalışılır. Simülasyon yöntemlerinde amaç fonksiyonuna uygun bir ağ oluşana kadar işlem tekrar edilir. Örneğin ağın tüm ölçüleri ile dengeleme işlemine başlanıp her tekrarlamada amaç fonksiyonuna en az etkiyi yapan ölçü, ölçme planından çıkarılabileceği gibi çözüm için yeterli sayıda bilgi ile dengeleme işlemine başlayıp her tekrarlamada amaç fonksiyonuna en çok etkiyi yapan ölçü ölçme planına eklenerek de çözüm bulunabilir. Bu yöntemde yapılan her değişiklik için dengeleme işlemi tekrarlandığı için kullanılan zaman fazla olur. Bu nedenle çok noktalı ağlar için bu yöntem tercih edilmez (Mikhail, 1982). Jeodezik ağın geometrik şeklinin geliştirilmesi ve iyileştirilmesi işlemlerinde kullanılabilen bu amaca yönelik çözüm yöntemlerinden biri de ardışık dengeleme yöntemidir.

## 3. ARDIŞIK DENGELEME YÖNTEMİ

Daha önceden kurulmuş fakat istenilen amaca uygun olmayan nirengi ağlarının bir amaç fonksiyonuna göre geliştirilmesi ve iyileştirilmesi işleminde III. derece optimizasyon veya yeni planlanan ağların amaç fonksiyonuna uygun olacak şekilde ölçme planının belirlenmesi işlemine I. derecede optimizasyon denilmektedir. Bu şekilde yapılacak çözümde belirlenmek istenen bilinmeyenlerin bir kısmı önceden bilinebilir. Amaç fonksiyonuna uygun olmayan bir ağ için ölçme planı belirleniyorsa, ilk ölçme planından elde edilmiş $\underline{A}$

katsayılar matrisi, yeni oluşturulan ölçme planından elde edilen yeni $\underline{A}$ katsayılar matrisinin bir alt matrisi olacaktır.

Ardışık dengeleme yöntemi; iyileştirilmesi istenen veya yeni tasarlanan ağlarda öngörülen amaca uygun ölçü planının belirlenmesi amacıyla eklenmesi ya da çıkarılması düşünülen ölçülerden elde edilen ek katsayılar matrisi ve gözlem vektörünün, eski dengeleme sonuçlarına katkılarının hesaplanması işlemidir.

Bu yöntemin matematik modeli en genel şekliyle,

$$\begin{aligned} F_1(\underline{x}, l_1) &= 0 \\ F_2(\underline{x}, l_2) &= 0 \end{aligned} \tag{1}$$

eşitlikleriyle verilebilir. Burada $F_1$ ilk $\underline{l}_1$ gözlemleriyle, $F_2$ ise eklenen veya çıkarılan $\underline{l}_2$ gözlemleriyle $\underline{x}$ bilinmeyenlerini hesaplamak için kurulan matematik modellerdir. $l_1$ ve $l_2$ gözlemleri $\underline{P}_1$ ve $\underline{P}_2$ ağırlıklı ve korelasyonsuz, $\underline{x}$ bilinmeyenleri de $\underline{P}_x$ ağırlıklı olarak düşünülür. (1) eşitliği $x_0$ yaklaşık değerleri ile Taylor serisine açılarak doğrusallaştırma yapılırsa,

$$\begin{aligned} \underline{A}_1\underline{x} + \underline{B}_1\underline{v}_1 + \underline{w}_1 &= 0 \\ \underline{A}_2\underline{x} + \underline{B}_2\underline{v}_2 + \underline{w}_2 &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

eşitlikleri elde edilir. Bu eşitliklerde kullanılan,

$$\underline{A}_1 = \frac{\partial \underline{F}_1}{\partial \underline{x}}, \quad \underline{A}_2 = \frac{\partial \underline{F}_2}{\partial \underline{x}}, \underline{B}_1 = \frac{\partial \underline{F}_1}{\partial \underline{l}_1}, \quad \underline{B}_2 = \frac{\partial \underline{F}_2}{\partial \underline{l}_2}$$

katsayı matrislerini, $\underline{v}_1$ ve $\underline{v}_2$; $\underline{l}_1$ ve $\underline{l}_2$ gözlemlerine dengeleme sonucunda getirilecek düzeltme vektörlerini, $\underline{w}_1$, $\underline{w}_2$ ise sabit terimleri (kapanma artık hataları) göstermektedir.

Bu durumda parametrelerin tek anlamlı değerlerini elde edebilmek amacıyla En Küçük Kareler ilkesine göre yazılan koşulların gerçekleşmesi için Langrange korelatları ile genişletilmiş Lagrange fonksiyonu,

$$\begin{aligned} \Omega = & \begin{bmatrix} \underline{v}_1^T & \underline{v}_2^T & \underline{x}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{P}_1 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{P}_2 & 0 \\ 0 & 0 & \underline{P}_x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \\ \underline{x} \end{bmatrix} + \\ & 2\begin{bmatrix} \underline{k}_1^T & \underline{k}_2^T \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} \underline{A}_1 \\ \underline{A}_2 \end{bmatrix} \underline{x} + \begin{bmatrix} \underline{B}_1 & 0 \\ 0 & \underline{B}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{w}_1 \\ \underline{w}_2 \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \tag{3}$$

olarak yazılabilir. Bu eşitliğin minimum olması için parametrelere göre alınan kısmı türevler sıfıra eşitlenerek kurulan normal denklemler,

$$\begin{bmatrix} \underline{P}_1 & 0 & \underline{B}_1^T & 0 & 0 \\ 0 & \underline{P}_2 & 0 & \underline{B}_2^T & 0 \\ \underline{B}_1 & 0 & 0 & 0 & \underline{A}_1 \\ 0 & \underline{B}_2 & 0 & 0 & \underline{A}_2 \\ 0 & 0 & \underline{A}_1^T & \underline{A}_2^T & \underline{P}_X \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \\ \underline{k}_1 \\ \underline{k}_2 \\ \underline{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{w}_1 \\ \underline{w}_2 \\ 0 \end{bmatrix} = 0 \tag{4}$$

şeklinde elde edilir. Buradan $\underline{x}$ parametrelerinin çözümünü elde edebilmek için $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$, $\underline{k}_1$, $\underline{k}_2$ bilinmeyenleri cebirsel olarak yok edilir. Bu işlem için Gauss algoritması kullanılabileceği gibi bunun bir benzeri olan 1969'da Thompson tarafından geliştirilen teknikte kullanılabilir. Bu teknik aşağıdaki gibi açıklanabilir.

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ Y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U \\ V \end{bmatrix} = 0 \qquad \text{eşitliğinde Z bilinmeyeni}$$

$$\left(D - CA^{-1}B\right)Y - \left(V - CA^{-1}U\right) = 0 \tag{5}$$

şeklinde yok edilir (Nickerson, 1979). Bu şekilde $\underline{v}_1$, $\underline{v}_2$, $\underline{k}_1$, $\underline{k}_2$ bilinmeyenleri sırası ile yok edilirlerse, $\underline{B}_1\underline{P}_1^{-1}\underline{B}^T = \underline{M}_1$, $\underline{B}_2\underline{P}_2^{-1}\underline{B}_2^T = \underline{M}_2$ kısaltmaları ile $\underline{x}$'e bağlı bir denklem

$$\begin{aligned} & \left[\underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{A}_1 + \underline{P}_x + \underline{A}_2^T\underline{M}_2^{-1}\underline{A}_2\right]\underline{x} + \\ & \underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{w}_1 + \underline{A}_2^T\underline{M}_2^{-1}\underline{w}_2 = 0 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\left[\underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{A}_1 + \underline{P}_X\right]\underline{x} + \underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{w}_1 = 0$$

olarak elde edilir. Bu eşitlikte $F_2$ modelinin olmadığı düşünülürse eşitliğin $\underline{x}$ bilinmeyeni için En Küçük Kareler ilkesine geri dönüleceği görülür.

Yazılan (6) eşitliğinden yeni $F_2$ modelinin eklenmesiyle ortaya çıkan sonuçların normal denklemlere eklenerek normal denklem matrisinin güncelleştirilebileceği görülmektedir. Eğer $F_2$ modeli eklenen değil de çıkarılan gözlemleri içerseydi $F_2$ modelinden oluşan sonuçlar normal denklemlerden çıkarılacaktı. (6) ifadesi,

$$\underline{N}_1 = \underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{A}_1 + \underline{P}_x \quad , \quad \underline{U}_1 = \underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{w}_1$$

kısaltmaları ile $\underline{x}$ bilinmeyenleri için çözülürse,

$$\underline{x} = -\left(\underline{N}_1 \pm \underline{A}_2^T\underline{M}_2^{-1}\underline{A}_2\right)^{-1}\left(\underline{U}_1 \pm \underline{A}_2^T\underline{M}_2^{-1}\underline{w}_2\right) \tag{7}$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitliğin çözümü için ilgili işlemlerin yapılmasından sonra,

$$\underline{X} = -\left(\underline{N}_1 \pm \underline{A}_2{}^T \underline{M}_2{}^{-1} \underline{A}_2\right)^{-1} \underline{U}_1 \mp \left(\underline{N}_1 \pm \underline{A}_2{}^T \underline{M}_2{}^{-1} \underline{A}_2\right)^{-1} \underline{A}_2{}^T \underline{M}_2{}^{-1} \underline{w}_2 \qquad (8)$$

eşitliği bulunur. Bu son iki eşitlikte üstteki işaretler modelde eklenen gözlemlerin olduğu durumu, alttaki işaretler modelde çıkarılan gözlemler olduğu durumu göstermektedir. (8) eşitliğindeki terimlerin katsayılarını daha kullanışlı hale getirebilmek için matris cebrinde verilen

$$\begin{aligned} \left(S^{-1} \pm T^T R^{-1} T\right)^{-1} &\equiv S \mp ST^T\left(R \pm TST^T\right)^{-1} TS \\ \left(S^{-1} \pm T^T R^{-1} T\right)^{-1} T^T R^{-1} &\equiv ST^T\left(R \pm TST^T\right)^{-1} \end{aligned} \qquad (9)$$

özdeşliklerden faydalanılır. Bu özdeşlikler (8) eşitliğine uygulanırsa,

$$\underline{X} = -\underline{N}_1^{-1}\underline{U}_1 \pm \underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T\left(\underline{M}_2 \pm \underline{A}_2\underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T\right)^{-1}\underline{A}_2\underline{N}_1^{-1}\underline{U}_1 \mp \underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T\left(\underline{M}_2 \pm \underline{A}_2\underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T\right)^{-1}\underline{w}_2$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlikteki $-\underline{N}_1^{-1}\underline{U}_1$ ifadesi $F_1$ modelindeki $\underline{x}_1$ koordinat bilinmeyenlerinin çözümüdür. Böylece son ifade,

$$\underline{x} = \underline{x}_1 - \underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T\left(\pm\underline{M}_2 \pm \underline{A}_2\underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T\right)^{-1}(\underline{A}_2\underline{x}_1 + w_2) \qquad (10)$$

şekline dönüşmüş olur. Bu eşitliklerden yalnızca $\underline{l}_2$ gözlemlerinden oluşan düzeltme denklemlerinin ilk sonuçlara eklenmesiyle kesin sonucun elde edilebileceği görülmektedir. $\underline{l}_2$ gözlemlerinden oluşan matrisler daha küçük boyutlu olacağından (10) eşitliği, (7) eşitliğinden daha az hesap gerektirir. Böylece hem zaman hem de bellek kaybı sorunu ortadan kalkmış olur. Eski ve yeni gözlemlere getirilecek düzeltmeler,

$$\begin{aligned} \underline{v}_1 &= -\underline{P}_1{}^{-1}\underline{B}_1{}^T(\underline{B}_1\underline{P}_1{}^{-1}\underline{B}_1{}^T)^{-1}\left(\underline{A}_1\underline{x} + \underline{w}_1\right) \\ \underline{v}_2 &= -\underline{P}_2{}^{-1}\underline{B}_2{}^T(\underline{B}_2\underline{P}_2{}^{-1}\underline{B}_2{}^T)^{-1}\left(\underline{A}_2\underline{x} + \underline{w}_2\right) \end{aligned} \qquad (11)$$

eşitliklerinden hesaplandıktan sonra birim ağırlıklı ölçünün ortalama hatası;

$$m_0 = \pm\sqrt{\frac{\left[\underline{v}_1{}^T\underline{P}_1\underline{v}_1\right] + \left[\underline{v}_2{}^T\underline{P}_2 v_2\right]}{n_1 + n_2 - u}}$$

bağıntısından hesaplanabilir. Ayrıca koordinat bilinmeyenlerinin ters ağırlık matrisi (10) eşitliğinden; ters ağırlık katsayılarının yayılma kuralına göre,

$$Q_{xx} = \underline{N}^{-1} = \left(\underline{N}_1 \pm \underline{A}_2{}^T\underline{M}_2{}^{-1}\underline{A}_2\right)^{-1} \qquad (12)$$

olarak bulunur. Bu eşitliğe (9) özdeşliği uygulanırsa daha sade, istenen amaca yönelik bir ifade olarak,

$$Q_{xx} = \left(\underline{N}_1^{-1} - \underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T(\pm\underline{M}_2 + \underline{A}_2\underline{N}_1^{-1}\underline{A}_2^T\right)^{-1}\underline{A}_2\underline{N}_1^{-1}) \qquad (13)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik sabit sayılı noktadan kurulması tasarlanan nirengi ağlar için ana matematik model olarak alınabilir.

Değişken nokta sayılı nirengi ağlarının tasarımı ve iyileştirilmesinde, istenilen duyarlığa cevap verecek optimum tasarım için ölçme planına nokta eklenebilir ve çıkarılabilir. Bu durumda çözüm koordinat bilinmeyenlerinin eklenmesi ve çıkarılmasıdır. Bunun için genel matematik model,

$$\begin{aligned} F_1\left(\underline{x}_1, \underline{l}_1\right) &= 0 \\ F_2\left(\underline{x}_1, \underline{x}_2, \underline{l}_2\right) &= 0 \end{aligned} \qquad (14)$$

şeklinde tanımlanabilir. Bu eşitlikler yaklaşık değerler yardımıyla doğrusallaştırılırsa, neticede (1)'deki doğrusallaştırma işlemine ait katsayılara ilave olarak,

$$\underline{A}_{21} = \frac{\partial F_2}{\partial \underline{x}_1}, \quad \underline{A}_2 = \frac{\partial F_2}{\partial \underline{x}_2}$$

katsayıları elde edilir. Buradan düzeltme koşul denklemleri (2)'ye benzer şekilde,

$$\begin{bmatrix} \underline{A}_1 & 0 \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{B}_1 & 0 \\ 0 & \underline{B}_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \underline{w}_1 \\ \underline{w}_2 \end{bmatrix} = 0 \qquad (15)$$

olarak yazılabilir. Bir önceki bölümde anlatıldığı şekilde En Küçük Kareler ilkesine göre çözüm için normal denklem sistemi kurulursa,

$$\begin{bmatrix} \underline{P}_1 & 0 & \underline{B}_1^T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \underline{P}_2 & 0 & \underline{B}_2^T & 0 & 0 \\ \underline{B}_1 & 0 & 0 & 0 & \underline{A}_1 & 0 \\ 0 & \underline{B}_2 & 0 & 0 & \underline{A}_{21} & \underline{A}_2 \\ 0 & 0 & \underline{A}_1^T & \underline{A}_{21}^T & \underline{P}_{X_1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \underline{A}_2^T & 0 & \underline{P}_{X_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{v}_1 \\ \underline{v}_2 \\ \underline{k}_1 \\ \underline{k}_2 \\ \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \underline{w}_1 \\ \underline{w}_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = 0$$

denklem sistemi elde edilir. Burada yine $\underline{l}_1$ ve $\underline{l}_2$ gözlemleri korelasyonsuz ve $\underline{x}_1$, $\underline{x}_2$ bilinmeyenleri $\underline{P}_{x_1}$ , $\underline{P}_{x_2}$ ağırlıklarında olduğu kabul edilir. Bu denklem sisteminde, yukarıda anlatılan şekilde $\underline{v}_1$ , $\underline{v}_2$ , $\underline{k}_1$ , $\underline{k}_2$ bilinmeyenleri yok edilirse ve sonuçla ilgili eşitliklerde,

$$\begin{aligned} &\underline{M}_1 = \underline{B}_1\underline{P}_1^{-1}\underline{B}_1^T \;,\; \underline{M}_2 = \underline{B}_2\underline{P}_2^{-1}\underline{B}_2^T \\ &\underline{N}_1 = (\underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{A}_1 + \underline{P}_{x_1}) \;,\; \underline{U}_1 = (\underline{A}_1^T\underline{M}_1^{-1}\underline{w}_1) \\ &\overline{\underline{N}}_1 = \underline{N}_1 + (\underline{A}_{21}^T\underline{M}_2^{-1}\underline{A}_{21}) \\ &\underline{N}_{21} = (\underline{A}_{21}^T\underline{M}_2^{-1}\underline{A}_{21}) \;,\; \underline{N}_2 = (\underline{A}_2^T\underline{M}_2^{-1}\underline{A}_2 + \underline{P}_{x_2}) \\ &\overline{\underline{U}}_1 = \underline{U}_1 + (\underline{A}_{21}^T\underline{M}_2^{-1}\underline{w}_2) \;,\; \underline{U}_2 = (\underline{A}_2^T\underline{M}_2^{-1}\underline{w}_2) \end{aligned} \tag{16}$$

kısaltmaları kullanılırsa, koordinat bilinmeyenleri için,

$$\begin{bmatrix} \underline{x}_1 \\ \underline{x}_2 \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} \overline{\underline{N}}_1 & \underline{N}_{12} \\ \underline{N}_{12}^T & \underline{N}_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \overline{\underline{U}}_1 \\ \underline{U}_2 \end{bmatrix} \tag{17}$$

eşitliği yazılabilir. Bu eşitlikteki katsayılar matrisinin tersi için ,

$$\begin{bmatrix} \overline{\underline{N}}_1 & \underline{N}_{12} \\ \underline{N}_{12}^T & \underline{N}_2 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_2 \end{bmatrix}$$

gösterimi kullanılarak, bir kare matrisin tersi ile soldan veya sağdan çarpımının birim matris olacağı kuralından hareketle,

$$\begin{bmatrix} \overline{\underline{N}}_1 & \underline{N}_{12} \\ \underline{N}_{12}^T & \underline{N}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 & Q_{12} \\ Q_{12}^T & Q_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{E}_1 & 0 \\ 0 & \underline{E}_2 \end{bmatrix}$$

eşitliği yazılabilir. Bu matris eşitliğinde ilgili çarpım işlemlerinin yapılması sonucu elde edilen matris denklemlerinin çözümünden ters ağırlık matrisinin elemanları için,

$$Q_{12} = -\overline{\underline{N}}_1^{-1}\underline{N}_{12}Q_2 \tag{18}$$

$$Q_2 = (\underline{N}_2 - \underline{N}_{12}^T\overline{\underline{N}}_1^{-1}\underline{N}_{12})^{-1} \tag{19}$$

$$Q_1 = (\overline{\underline{N}}_1 - \underline{N}_{12}\underline{N}_2^{-1}\underline{N}_{12}^T)^{-1} \tag{20}$$

eşitlikleri bulunur. Burada (20) eşitliğine (9) özdeşliklerinin ilki uygulanırsa $Q_1$ için,

$$Q_1 = \overline{\underline{N}}_1^{-1} + \overline{\underline{N}}_1^{-1}\underline{N}_{12}(\underline{N}_2 - \underline{N}_{12}^T\overline{\underline{N}}_1^{-1}\underline{N}_{12})^{-1}\underline{N}_{12}^T\overline{\underline{N}}_1^{-1}$$

ve (19) eşitliği bu eşitlikte yerine yazılırsa

$$Q_1 = \overline{\underline{N}}_1^{-1} + \overline{\underline{N}}_1^{-1}\underline{N}_{12}Q_2\underline{N}_{12}^T\overline{\underline{N}}_1^{-1} \tag{21}$$

eşitliği elde edilir. Yine (16) eşitliğine (9) özdeşliklerinin ilki uygulanırsa $\overline{\underline{N}}_1$ için

$$\overline{\underline{N}}_1 = \underline{N}_1^{-1} - \underline{N}_1^{-1}\underline{A}_{21}^T(\underline{M}_2 + \underline{A}_{21}\underline{N}_1^{-1}\underline{A}_{21}^T)^{-1}\underline{A}_{21}\underline{N}_1^{-1} \tag{22}$$

eşitliği bulunur. Artık (7) eşitliği için tüm ifadeler bulunmuştur. Fakat bu problemde bilinmeyenlerin eklenmesi ve çıkarılması gibi iki farklı durum söz konusu olur. Bilinmeyenlerin eklenmesi durumunda vektörlerin ve matrislerin boyutları artacak, bilinmeyenlerin çıkarılması durumunda ise azalacaktır. Bu sorun +/- işaretleri ile çözülemeyecek kadar karmaşıktır. Bu nedenle bu iki durum ayrı olarak ele alınabilir.

### 3. 1. Yeni Noktaların (Bilinmeyenlerin) Eklenmesi:

Bu durumda yukarıda geliştirilen mevcut eşitlikler kullanılır. $\underline{A}_{21}$, $\underline{A}_2$, $\underline{B}_2$ matrislerinden $\overline{\underline{N}}_1^{-1}$'i bulmak ilk adımdır. (18), (19), (20) ve (21) eşitliklerinden $Q_2, Q_{12}, Q_1$ bulunur. Böylece normal denklemlerin ters matrisi bulunmuş olur. Sabit vektör $\overline{\underline{U}}_1$ (16) eşitliğinden bulunur ve $\underline{x}_1$, $\underline{x}_2$ bilinmeyenlerinin çözümü (I7) eşitliğiyle elde edilebilir. Bu metot fazla sayıda bilinmeyen içeren çözümde yeni bilinmeyenlerin eklenmesi durumunda çok faydalanılır. Böylece bu yöntemle çok az hesap yaparak arzulanan sonuca varılır.

### 3. 2. Yeni Noktaların (Bilinmeyenlerin) Çıkarılması

Bu durum eklenen bilinmeyenlerin iptali olarak düşünülebilir. $\underline{N}^{-1}$ yeni normal denklemlerin tersi ve sabit vektör $\underline{U}_1$ bilinmektedir. İstenen eski $\underline{N}^{-1}$ ve sabit vektör $\underline{U}_1$ ‘in bulunmasıdır. (16) eşitliklerinden $\underline{N}_1$ için ifade $\underline{N}_1 = \overline{\underline{N}}_1 - \underline{A}_{21}^T \underline{M}_2^{-1} \underline{A}_{21}$ şeklindedir. Bu eşitliğe (9) eşitliklerinin ilki uygulanırsa

$$\underline{N}_1^{-1} = \overline{\underline{N}}_1^{-1} + \overline{\underline{N}}_1^{-1}\underline{A}_{21}^T(\underline{M}_2 - \underline{A}_{21}\overline{\underline{N}}_1^{-1}\underline{A}_{21}^T)^{-1}\underline{A}_{21}\overline{\underline{N}}_1^{-1} \quad (23)$$

eşitliği elde edilir. (20) eşitliğinin tersi alınarak $\overline{\underline{N}}_1$ için ifade

$$\overline{\underline{N}}_1 = Q_1^{-1} + \underline{N}_{12}\underline{N}_2^{-1}\underline{N}_{12}^T$$

şeklinde bulunur. Bu ifadeye de (9) özdeşliklerinin ilki uygulanırsa,

$$\overline{\underline{N}}_1^{-1} = Q_1 - Q_1\underline{N}_{12}(\underline{N}_2 + \underline{N}_{12}^T Q_1 \underline{N}_{12})^{-1}\underline{N}_{12}^T Q_1 \quad (24)$$

eşitliği elde edilir. Bu eşitlik (23) ‘de yerine yazılarak $\underline{N}^{-1}$ ve (16) eşitliğinden $\underline{U}_1$ hesaplanır. $\underline{x}_1$ bilinmeyenleri ise $\underline{x}_1 = -\underline{N}_1^{-1}\underline{U}_1$ ile bulunur.

## 4. SAYISAL UYGULAMA

Bu sayısal uygulamada ölçme planına eklenebilecek tüm ölçülerin sırası ile amaç fonksiyonuna etkisinin irdelenmesi ve amaç fonksiyonunu minimum yapan ölçülerin ölçme planına alınması en uygun yaklaşım biçimidir. Ancak uygulamada; bir şekil optimizasyonu işleminde, ardışık dengeleme yönteminin oldukça etkin ve kullanışlı bir yöntem olduğunun sayısal olarak da vurgulanması amaçlanmıştır.

Uygulama modeli olarak bir test ağı tasarlanmış ve ardışık dengeleme yöntemi ile çözüm için Basic programlama dilinde yazılan bir programdan yararlanılmıştır (Uzun, 1995). Jeodezik ağın geometrik şeklinin (ölçme planının) irdelenmesi için bir amaç fonksiyonu seçilmelidir.

Bu çalışmada amaç fonksiyonu olarak noktalara göre tanımlanan duyarlık ölçütlerinden biri olan ağ noktalarına ilişkin hata elipsleri ele alınmıştır. Hata elipslerinin büyük yarı eksenleri $A_{hi}$ ile küçük yarı eksenleri $B_{hi}$ arasında $A_{hi} - B_{hi} < 1.00$ cm. kadar fark olması amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Uygulama için seçilen jeodezik ağın ölçüleri şöyledir.

Tablo 1. Sabit Noktaların Koordinat Değerleri

| Nokta No | Y(m) | X(m) |
|---|---|---|
| 15 | 30629.888 | 30018.544 |
| 16 | 30008.904 | 31225.235 |
| 18 | 31577.315 | 28850.819 |

Tablo 2. Noktaların Yaklaşık Koordinat Değerleri

| Nokta No | Y(m) | X(m) |
|---|---|---|
| 35 | 32742.886 | 31221.648 |
| 36 | 32036.685 | 32257.491 |
| 37 | 32930.449 | 32785.510 |
| 40 | 38775.975 | 33591.058 |
| 41 | 36671.809 | 29644.534 |
| 42 | 35686.976 | 33583.190 |

Tablo 3. Doğrultu Ölçü Değerleri

| DN | BN | Doğrultu | DN | BN | Doğrultu |
|---|---|---|---|---|---|
| 18 | 15 | 0.0000 | 37 | 41 | 149.0870 |
| | 35 | 72.4823 | | 35 | 212.2279 |
| | 41 | 133.5539 | | 36 | 270.6585 |
| 15 | 16 | 0.0000 | 41 | 18 | 0.0000 |
| | 36 | 65.9706 | | 35 | 34.1409 |
| 15 | 35 | 97.3025 | | 37 | 54.3000 |
| | 18 | 186.8608 | | 42 | 94.2413 |
| 16 | 36 | 0.0000 | 42 | 35 | 0.0000 |
| | 35 | 30.0575 | | 37 | 25.1028 |
| | 15 | 99.7195 | | 38 | 80.5022 |
| 36 | 37 | 0.0000 | | 39 | 125.1994 |
| | 35 | 95.8767 | | 40 | 242.8761 |
| | 15 | 169.6851 | | 41 | 327.4399 |
| | 16 | 203.9947 | 38 | 39 | 0.0000 |
| 35 | 18 | 0.0000 | 38 | 42 | 60.5019 |
| | 15 | 37.9594 | | 37 | 118.4090 |
| | 16 | 70.9942 | 39 | 40 | 0.0000 |
| | 36 | 132.8191 | | 42 | 42.6496 |
| | 37 | 178.5124 | | 38 | 68.6540 |
| | 42 | 227.8731 | 40 | 41 | 0.0000 |
| | 41 | 295.2122 | | 42 | 68.6540 |
| 37 | 38 | 0.0000 | | 36 | 108.3274 |
| | 42 | 86.69223 | | | |

Tablo 4. Ölçülen Kenarlar

| DN | BN | Kenar (m) |
|---|---|---|
| 36 | 35 | 1253.610 |
| 37 | 41 | 4884.971 |

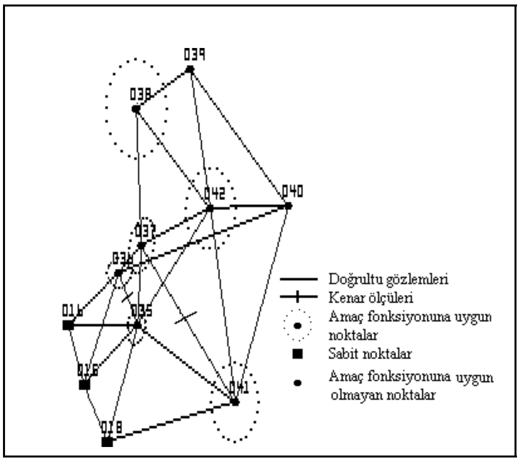
Tablo 5. Ölçme Planına Eklenen Doğrultu Ölçüsü

| DN | BN | Doğrultu (g) |
|---|---|---|
| 41 | 40 | 141.02321 |

Tablo 6. Ölçme Planına Eklenen Kenar Ölçüsü

| DN | BN | Kenar (m) |
|---|---|---|
| 39 | 42 | 2903.491 |

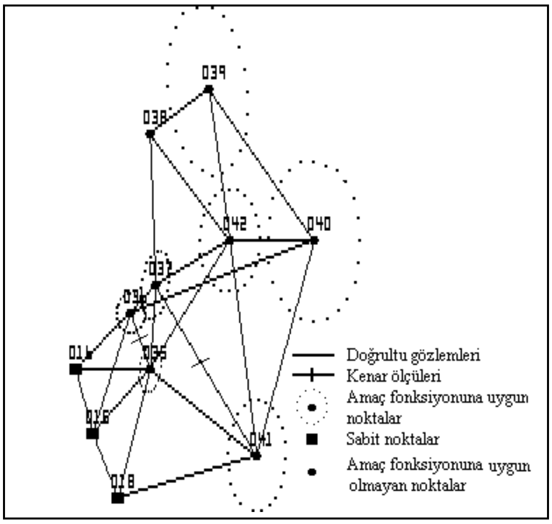
Bu ölçülerle yapılan dengeleme sonucunda elde edilen geometrik şekil Şekil 1’de verilmektedir.




Şekil 1. İlk ölçülerle elde edilen geometrik şekil

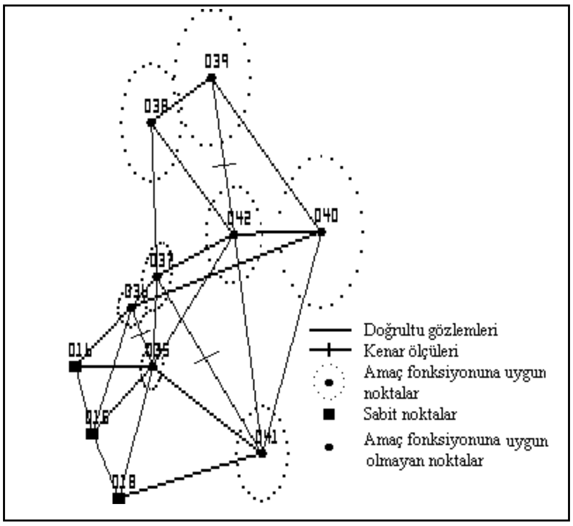
Bu şekil incelenirse 40 ve 39 numaralı noktaların duyarlıklarının arzulanan amaç fonksiyonuna uygun olmadığı görülür.

Bu ölçme planına 41-40 doğrultusu eklenerek verilen bağıntılarla çözüm yeniden yapılırsa Şekil 2 elde edilir.




Şekil 2. Ölçme planına doğrultu ölçüsü eklenerek elde edilen geometrik şekil

Bu şeklin incelenmesinden sadece 38 noktasının duyarlığının amaç fonksiyonuna uygun olmadığı görülmektedir. Bu ölçünün de dahil olduğu ölçme planına 39 - 42 kenarı eklenerek yapılan çözümden Şekil 3 elde edilmiştir.




Şekil 3. Ölçme planına kenar ölçüsü eklenerek elde edilen geometrik şekil

Sonuçta bu şekilde tüm noktaların istenilen duyarlığı sağladıkları görülmüştür.

## 5. SONUÇ

Gerek alt yapı ve gerekse özel mühendislik hizmetlerine yönelik jeodezik araştırmalar; bu amaca uygun kalite ve doğrulukta jeodezik ağlar gerektirmektedir. Aynı zamanda bu ağların ortak bir referans sistemine sahip olmaları istenir ve böyle bir referans sistemi de koordinatları önceden bilinen ve arzulanan doğrulukta birbirleriyle uyuşumlu oldukları kabul edilen noktalara dayandırılarak elde edilebilir. Günümüzde istenilen amaca uygun jeodezik ağlar oluşturulabilmektedir. Fakat yeni oluşturulan jeodezik ağlar eski ağlarla aynı koordinat sistemine sahip olurlarsa anlamlı olurlar. Her ne kadar yeni oluşturulan ağlar istenilen duyarlığa uygun yapıda olsalar da ağın duyarlığı, sabit noktaların duyarlığından doğrudan etkilenir. Bu nedenle hem ön görülen duyarlıkları sağlayan yeni jeodezik ağlar oluşturması, hem de eski jeodezik ağların söz konusu duyarlıkları sağlamaları istenir. Bu istekler jeodezik ağların optimizasyon işlemi ile gerçekleştirilebilir. Bu çalışmada jeodezik ağların şekil yönünden optimizasyonunda kullanılabilen yöntemlerden biri olan ardışık dengeleme yöntemi için bir inceleme yapılmıştır.

Bilgisayar hem zaman, hem de işgücü yönünden hesap işlerinde büyük avantajlar sağlamasına rağmen, hesaplamada kullanılan bellek ve zaman çok önemlidir. Ardışık dengeleme yöntemi ile; ilk ölçme planından elde edilen sonuçlara sadece eklenen veya çıkarılan ölçülerle oluşturulan yeni ölçme planının katkıları hesaplanmaktadır.

Bu durumda hesap için kullanılan zamanda ve bellekte çok büyük kazanımlar sağlanabilmektedir. Ölçme planındaki ölçülerin seçilen amaç fonksiyonuna etkileri bu yöntemle araştırılabilmekte ve en uygun ölçme planı belirlenebilmektedir. Jeodezik ağın tasarımı aşamasında, bölgenin haritası ve ölçme koşulları göz önünde bulundurularak yapılabilecek ölçüler belirlenebilir. Bu ölçüler ardışık dengeleme yöntemi ile değerlendirilerek amaç fonksiyonuna katkıları belirlenebilir ve böylece hızlı ve kolay bir biçimde şekil optimizasyonu sonuçlarına ulaşılabilir.

## 6. KAYNAKLAR


Ayan, T. 1981. Jeodezik Ağların Optimizasyonu, Doçentlik Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi İnşaat Fakültesi, İstanbul.

Konak, H. 1995. Yüzey Ağlarının Optimizasyonu, Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Kurt, O. 1996. GPS Ölçülerinin Değerlendirildiği Yermerkezli Üç Boyutlu Jeodezik Ağlarda Duyarlık ve Güven Optimizasyonu, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

Mikhail, E. M. 1982. Obsevations and Least Squares, Purdue University, U. S. A.

Nickerson, B. G. 1979. Interactive Network Design, University of New Brunswick, Department of Surveying Engineering, Tecnical Raport No:6O, Canada.

Öztürk, E. 1982. Jeodezik Ağlarda Güven Ölçütleri ve Ölçme Planının En Uygunlaştırılması, Karadeniz Teknik Üniversitesi Yer Bilimleri Fakültesi Yayın No: 39, Karadeniz Teknik Üniversitesi Basımevi, Trabzon.

Öztürk, E. ve Şerbetçi, M. 1992. Dengeleme Hesabı Cilt III, Karadeniz Teknik Üniversitesi Mühendislik Mimarlık Fakültesi Yayın No : 40, Karadeniz Teknik Üniversitesi Basımevi, Trabzon.

Uzun, Y. 1995. Yersel Yöntemlerle Kurulan Nirengi Ağlarında En Uygun Geometrik Şeklin Tasarımı Üzerine Bir İnceleme, Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.