

X- IŞIN FOTOGRAMETRİSİNİN ORTOPEDİDE ÜÇ BOYUTLU KULLANIMI İÇİN MATEMATİK MODELLER

Fevzi KARSLI, Türkay TÜDEŞ

Karadeniz Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Jeodezi ve Fotogrametri Mühendisliği Bölümü, Trabzon

ÖZET

Son yıllarda yapılan bilimsel çalışmalarda, çeşitli meslek disiplinleri bir çok konuda ortak çalışma yolunu seçmekte ve bu disiplinlerin bilimsel alanda birbirlerine ihtiyacı olduğu açıktır. Özellikle fotogrametri ile tıp bilim dallarının ortaklaşa bazı bilgileri kullandıkları gözlenmektedir. Tıpta, fotogrametrinin kullanılması gün geçtikçe yaygın bir hale gelmektedir. Tıpta ve buna paralel olarak daha çok ortopedi alanında kullanılan fotogrametri, esasları itibariyle klasik fotogrametri teknikleriyle hemen hemen aynı kabul edilebilir. Belirgin fark olarak, tıpta x-ışınlarının kullanılması gerçeği ortaya çıkmaktadır. X-ışın fotogrametrisinde kullanılan matematik modeller, herhangi bir ortopedik (canlı ya da cansız) parçaya çekilen röntgen filmleri yardımıyla, şeklin yeniden geometrik olarak üç boyutlu oluşturulmasında temel teşkil ederler.

Anahtar Kelimeler : X-ışınları, X-ışın fotogrametrisi, Radyograf

MATHEMATIC MODELS FOR THE USE OF X - RAY PHOTOGRAMMETRY WITH THREE - DIMENSIONAL IN ORTHOPEDIA

ABSTRACT

In the presents, many scientical reports have been done by scientific groups. It is obvious that in scientific works, the groups need each other at any time. Especially, relation between photogrammetry and medical science have been observing on using the same information. Using photogrammetry in medical science is becoming common. The basic rules of x-ray photogrammetry in this field are the same as conventional photogrammetry. Also, x-ray techniques are being used in this field. The mathematic models used in x-ray photogrammetry forms the object as three-dimensional geometric with the röntgen film exposed to the part of orthopedic.

Key Words : X-rays, X-ray photogrammetry, Radiograph

1. GİRİŞ

Son yıllarda fotogrametrinin çeşitli meslek gruplarının problemlerine çözüm olmaya başladığı gerçeği ortaya çıkmaktadır. Jeodezi dışındaki alanlarda kullanılan fotogrametri genelde yakın resim (close-range) fotogrametrisi olup, bu alanlarda x-ışın teknikleri kullanılmaktadır. Fotogrametrinin yaygın olarak kullanıldığı alanlardan bir tanesi tıp bilimidir. Tıptaki fotogrametri uygulamaları, genelde insan vücudunun belirli kısımlarının biçim

ve boyutlarının çeşitli ölçmelerle belirlenmesi ve söz konusu kısımların zamanla değişiminin incelenmesinden ibarettir. Bu alanda kullanılan fotogrametrinin temeli stereo fotogrametri ilkelerine dayanmaktadır. Ayrıca teknik olarak bu sistemi x-ışınları desteklemektedir. Çekim yapılacak materyalin hareketli olması durumunda, resim çekimi eş zamanlı (simultaneous) olarak bir çift resim makinesi ile yapılır. Hareketli olmadığı durumlarda çekimler farklı zamanlarda yapılabilir. Yine ağız ve diş yapıları, deri üzerindeki lekelerin

büyüklüğü, bacak ve kollardaki hareketlerin ve büyümenin takibi ve incelenmesi x-ışın fotogrametrisi yardımıyla yapılabilmektedir. Bacaktaki yaraların kenar kalınlığı, derinliği, alanı ve hacminin stereo x-ışın fotogrametrisi ile tespit edilmesi tedavi için güvenilir bir kaynak oluşturmaktadır. Kafanın doğrudan ölçülmesi zor bir işlem olması ve genel şeklinin çok karışık olması nedeniyle, fotogrametri bu alanda da ön plana çıkmıştır. Bu nedenle diş hekimleri, göz uzmanları ve estetik uzmanları için yakın resim fotogrametrisi önem kazanmaktadır.

X-ışın fotogrametrisinin, anormal yüzlerin cerrahi olarak düzeltilmesinde, damak biçimlerinin belirlenmesinde, gebelik sırasında omurganın deformasyonunun belirlenmesinde de katkıları olduğu açıktır. Ayrıca el yüzeyinin haritasının çıkarılması, vücuda yerleştirilen protezlerin zamanla değişiminin incelenmesi stereo x-ışın fotogrametrisi ile yapılabilmektedir.

Bütün bu işlemlerin yapılabilmesi için film çekim aşamasında ve sonrasında bir takım fiziksel kabuller yapılmakta ve matematiksel modeller kurulmaktadır. Bu çalışmada daha çok bu matematik modellerin gerçekleşmesini sağlayacak sistem ve matematik modeller üzerinde durulacaktır.

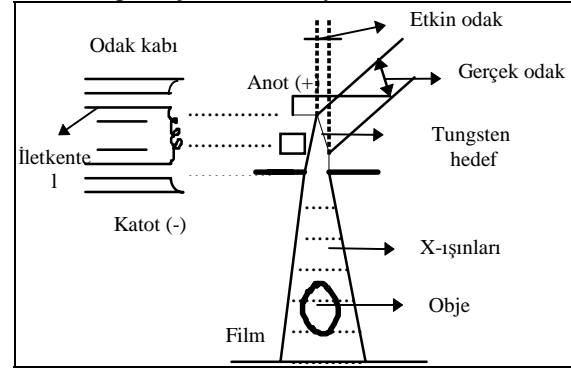
2. X - IŞIN FOTOGRAMETRİSİ

X-ışın fotogrametrisi, bir odak noktasından çıkan ve obje üzerinden geçerek film üzerine (radyograf) iz düşürülen x-ışınlarının merkezi projeksiyonudur (Moffitt and Mikhaıl 1980). Ortopedik bir parçanın matematiksel ve fiziksel verilerinin elde edilmesi ve bu verilerden üç boyutlu görüntülerin çıkarılması ancak x-ışın fotogrametrisi ile sağlanır. X-ışın fotogrametrisi için gerek ve yeter şart, ölçü sistemini kurmak ve x-ışın filmlerini çekmektir.

X-ışın filmlerine literatürde shadowraps veya radiograps denilmektedir (Karara, 1987). Tek x-ışın fotoğraflarından sadece iki boyutta bilgi edinileceğinden, üçüncü boyutta da bilgi sahibi olmak için % 50 veya daha fazla bindirmeli çift x-ışın filmleri çekilir. Böylece stereo x-ışın fotogrametrisinin gerçekleşmesi sağlanır.

X-ışın fotogrametrisi için gerekli olan x-ışınları, x-ışın tüpünde üretilerek nesne üzerine gönderilirler. Bu tüpte, ışınların çıkış kaynağı yani perspektif merkezi bir anottur. X-ışınları elektriksel ve manyetik alanlardan etkilenmezler ve 0.04° A - 100° A arasında dalga boyuna sahiptirler. Film

çekiminde bu ışınların kullanılmasının en önemli nedeni sağlık açısından emniyetli olmalarıdır.



Şekil 1. X-ışın tüpü

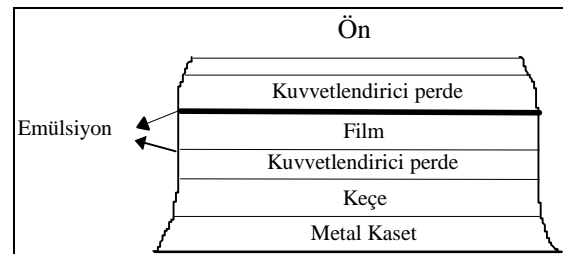
Bir x-ışın tüpünün diyagramı Şekil 1'de gösterilmektedir.

Tüpte bulunan odak noktasının büyüklüğü, görüntünün çözümü olması için küçük odaksal noktalarla ilişki kurulacağından önem arz etmektedir.

2. 1. X - IŞIN FILMLERİ VE GÖRÜNTÜ ELDE EDİLMESİ

X-ışınının yayılım hareketi çok açık olarak görülmediğinden, fotoğrafik emülsiyonun ortaya çıkarılabilmesi için x-ışın filmleri kullanılır. X-ışın filmi, ışık emici ve x-ışın hassas ışık saçıcı perdenin emülsiyonla ilişkisi sağlanarak çekilir (Turner-Smith et al., 1990).

Normalde bir filmin x-ışınlarını emmesi nispeten az olması sebebiyle, emilme miktarının artırılması için mavi ışık saçan kuvvetlendirici perde kullanılır. Bu perdenin kullanılması durumunda, ortaya çıkacak olan çözünürlük azalması da çift emülsiyonlu film kullanılarak çözülür. Bir film kasetinin kesiti Şekil 2'de gösterilmektedir.

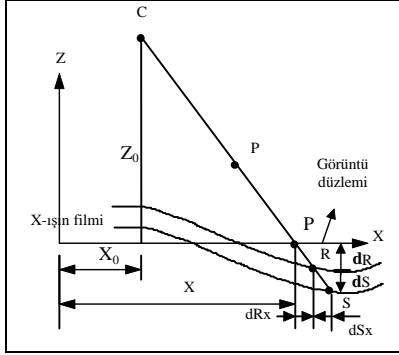


Şekil 2. Bir film kasetinin kesiti

Şekil 2'de, filmi muhafaza etme görevini üstlenen keçenin, düzenli bir yoğunluğa sahip olmaması nedeniyle filmde bir dalgalanma olur. Bunun

neticesinde, düz olmayan (pürüzlü) film ortaya çıkmış olur.

Şekil 3'de C projeksiyon merkezi, (X_0, Y_0) asal noktanın koordinatları, (X, Y) ise P noktasının arazi koordinatlarıdır.

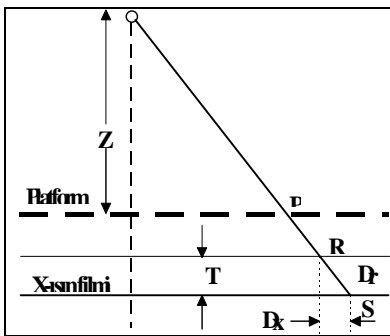


Şekil 3. Film dalgalanması

Dalgalanma sonucunda elde edilen sapma miktarları,

$$\begin{aligned} dR_x &= (X - X_0)dR / Z_0 \\ dR_y &= (Y - Y_0)dR / Z_0 \end{aligned} \quad (1)$$

formülleriyle elde edilir. Bu miktarlar, 26 μm 'den 75 μm 'ye kadar değişmektedir (Karara, 1987). Bu etkileri azaltmak için dar açılı görüntü alınır ya da film önüne özel madenle kaplı 0.25 - 0.5" (inch) kalınlığında bir levha yerleştirilir. Bu levha resim (görüntü) düzlemi olarak kabul edilir. Görüntünün bozuk olmasına sebep olan bir başka etki ise çift emülsiyonun etkisidir. Bu etki tek emülsiyonlu film kullanılarak giderilebilir. Şekil 4'de P noktası iki emülsiyon tabakası üzerinde R ve S noktaları şeklinde görüntülenmektedir (Ghosh, 1979).



Şekil 4. Çift emülsiyonun etkisi

T film kalınlığında radyal yönde oluşan deformasyon bileşenleri,

$$\begin{aligned} \Delta x &= (X - X_0)T / Z_0 \\ \Delta y &= (Y - Y_0)T / Z_0 \end{aligned} \quad (2)$$

şeklinde ifade edilir. Burada,

- Δx ve Δy , Δr uzunluğunun (radyal yönde) x ve y bileşenleri,
- (X, Y) , P noktasının resim koordinatları,
- Z_0 , asal uzaklıktır.

Bu etki, asal uzaklık iki emülsiyon düzleminin ortasına kadar olan uzaklık alınarak ve bileşenlerin sadece yarısı resme etki ettirilerek kısmen giderilir (Verres et al., 1979a).

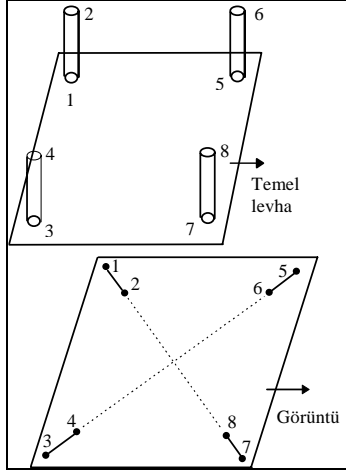
Bütün bu etkilerin yanı sıra, x-ışınının refraksiyonu, odak noktasının bir nokta olmamasından kaynaklanan penumbra ve umbra etkileri, film kalınlığının değişimi ve deformasyonunun da, görüntülerin elde edilmesinde birer etki aracı oldukları söylenebilir. Bu etkiler ihmal edilebilir derecede küçük miktarlar olduklarından dikkate alınmazlar (Moffitt, 1972).

2. 2. X - Işın Sistemlerinin Kalibrasyonu

Radyograflar üzerindeki nicel bilgileri elde edebilmek için, odak uzaklığının konumunun, poz (çekim) anında radyografin düzlemi ile ilişkisinin bilinmesi gerekir. Bu ilişki sonucunda kalibrasyonla iç yöneltme elemanları belirlenmiş olur. Kalibrasyonun amacı, asal noktanın yeri ve asal uzaklığı belirlemektir. Asal nokta, odak uzaklığının film düzlemindeki normal ayağıdır. Odak noktası ile asal nokta arasındaki mesafe ise asal uzaklıktır. Literatürde, asal noktanın yeri ve asal uzaklığı belirleyen birçok yöntem vardır. Ancak bu çalışmada en önemli ve yaygın olan Moffitt'in ana nokta yerleştiricisinden bahsedilecektir.

2. 2. 1. Moffitt'in Ana Nokta Yerleştiricisi

Moffitt'in ana nokta yerleştiricisi, üzerinde dört köşeye yerleştirilmiş 7" (inch) boyunda tüplerin bulunduğu plexiglass bir tabladan ibarettir. Asal noktanın yeri ve asal uzaklığın belirlenebilmesi için, bu levha resim üzerine yerleştirilerek görüntü alınır ve elde edilen doğru denklemleri yardımıyla doğruların kesim noktası (asal nokta) bulunur.



Şekil 5' de gösterilen levha yardımıyla asal noktanın bulunması aşamasında aşağıdaki formüller kullanılır. Resim koordinatları sayısallaştırıcıda ölçüldükten sonra asal noktanın yaklaşık koordinatlarıdır.

$$\begin{aligned} x_0 &= (m_1x_1 - m_3x_2 - y_3 - y_1) / (m_1 - m_3) \\ y_0 &= m_1(x_0 - x_1) + y_1 \end{aligned} \quad (3)$$

şeklinde elde edilir. Burada,

$$\begin{aligned} m_1 &= (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1) \\ m_2 &= (y_4 - y_3) / (x_4 - x_3) \end{aligned} \quad (4)$$

Bu eşitlikler her bir doğru için yazılarak dengelemeli çözüme gidilir. (1-2) doğrusu için eşitlik yazılırsa,

$$\begin{aligned} (y_2 - y_0)Vx_1 + (x_0 - x_2)Vy_1 + (y_0 - y_1)Vx_2 + (x_1 - x_0) \\ Vy_2 + (y_1 - y_2)\Delta x_0 + (x_2 - x_1)\Delta y_0 + (x_2y_0 - x_1y_1 + \\ x_1y_2 - x_2y_1 - x_0y_2 + x_0y_1) = 0 \end{aligned} \quad (6)$$

bağıntısı ortaya çıkar. Bu ifade matris biçiminde gösterilirse,

$$BV + AX + W \quad (7)$$

biçimi elde edilir. Normal denklem çözümünden,

$$\begin{aligned} Dx = -[A^T(BP^{-1}B^T)A]^{-1} A^T(BP^{-1}B^T)^{-1} W \\ \text{ve } (x_0 + \Delta x_0), (y_0 + \Delta y_0) \end{aligned} \quad (8)$$

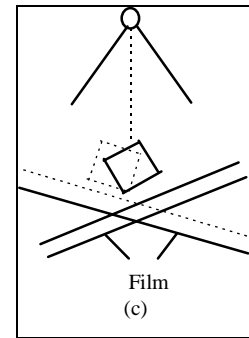
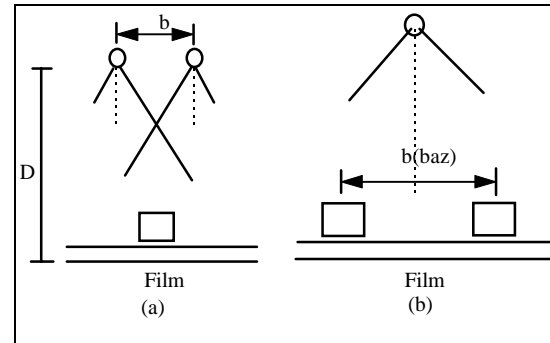
bağıntısıyla asal noktanın koordinatları elde edilir. Asal uzaklık ise, tüplerin üzerindeki markaların görüntü uzaklığından ve tüp yüksekliklerinden hesaplanır (Karara, 1987).

2. 2. 2. Hedef Materyal

X-ışın fotogrametrisinde hedef materyal nesneye bağlıdır. Hedefin görüntüde ayırt edilebilmesi için, nesneden daha büyük atom numarasına sahip olması gerekir. Normal bir röntgen filminde kemik yapılarının daha net gözükmemesinin sebebi de kemiğin atom numarasının diğer kısımların atom numaralarından daha büyük olmasıdır. Genelde hedef materyal olarak insanlarda çelik top, protezlerde ise çelik halkalar kullanılır. Bu top ve halkaların çapı 1mm' dir.

2. 3. Stereo X - Işın Fotogrametrisi

Stereo radyografları ortaya çıkarmak için iki farklı perspektif merkezinden iki ayrı görüntü alınmalıdır. Böylece üç boyutlu görüntü elde edilmiş olur. Görüntü alma işlemi farklı şekillerde olabilmektedir. Perspektif merkezi sabit tutulup cisim hareket ettirilebilir (Şekil 6-b), cisim sabit tutulup perspektif merkezi hareket ettirilebilir (Şekil 6-a) ya da cismin bulunduğu film düzlemi eğilebilmektedir (Şekil 6-c). Eğilme açısı 5° ile 7° arasındadır (Slama, 1980). Radyografların kalitesi baz oranına bağlıdır ki bu oranda yaklaşık 1:10 veya daha az olmalıdır. Şekil 6'da radyografların üç ayrı çekim durumları gösterilmektedir.



Şekil 6. Stereo radyograflar

2. 3. 1. Radyografların Ölçümü

Genel olarak, radyografları ölçmek için dört yöntem kullanılmaktadır. Bu yöntemler,

1. Monoküler modda bir komparator kullanarak,
2. Stereoskopik modda bir stereo komparator kullanarak,
3. Stereoskopik modda bir stereometre alet kullanarak,
4. Stereoskopik modda bir stereo değerlendirme aleti kullanılarak yapılan ölçmelerdir (Slama, 1980).

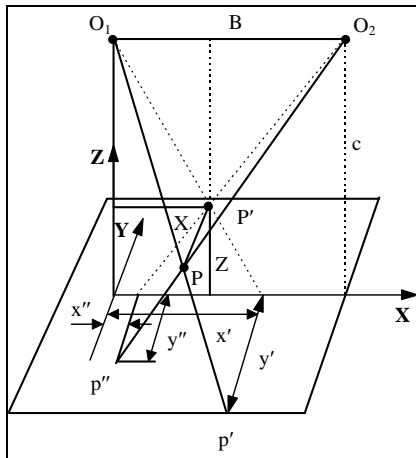
Radyografları ölçecek olan aletin kapasitesi film boyutlarını (46 × 36 cm) kapsayacak şekilde yeterli olmalıdır. Orjinal olarak radyografları ölçen alet Zeiss Str-3 x-ışın komparatorudur. Bu alet 40 × 40 cm boyutundaki filmleri, x ve y koordinatlarını 0.1 mm, paralaksarı ise 0.01 mm inceliğinde ölçebilmektedir. Ayrıca radyograflar sayısallaştırıcılarda da ölçülebilmektedirler.

3. MATEMATİKSEL MODELLER

X-ışın fotogrametrisinde kullanılan bir kaç matematiksel model vardır. Bu modellerin esas amacı noktaların ve anotların (perspektif merkezi) konumlarını bir koordinat sisteminde belirlemektir. Bu çalışmada sadece iki matematik modelden söz edilecektir.

3. 1. Stereo X - Işın Fotogrametrisinin Normal Alım Durumu

Stereo x-ışın fotogrametrisinin normal alım durumu Şekil 7'de gösterilmektedir. Bu durumda anotların asal eksenleri birbirine paralel ve baza diktirler. Sol anotun bulunduğu nokta (O_1) koordinat sisteminin başlangıcı ve bu nokta ile film düzlemi arasındaki uzaklık asal uzaklıktır (c).



Şekil 7. Normal alım durumu

Bir P noktasının radyograf üzerindeki görüntüsü, sol filmde $P'(x', y')$ ve sağ filmde $P''(x'', y'')$ olarak belirlenir. (x', y') ve (x'', y'') radyograf koordinatları, p paralaksıdır. P noktasının arazi koordinatları (X, Y, Z),

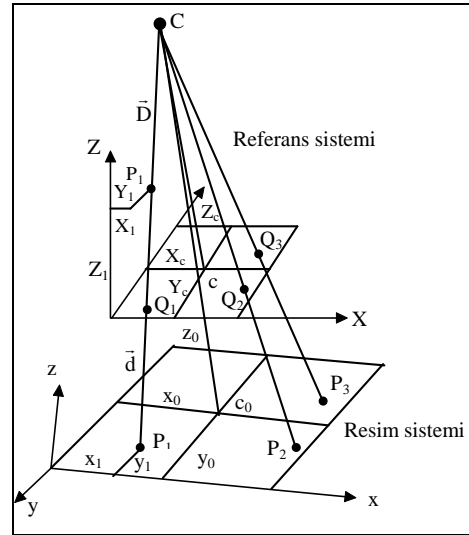
$$\begin{aligned} X &= x'(1 - Z/c) \\ Y &= y'(1 - Z/c) = y''(1 - Z/c) \end{aligned} \quad (9)$$

$$Z = \frac{c \cdot p}{B + p}, \quad p = x'' - x'$$

formülleri ile hesaplanır (Mc Neil, 1966). Böylece cismin, cisim uzayında arazi koordinatları üç boyutta elde edilmiş olur.

3. 2. Genişletilmiş Doğrudaşlık Şartı (Fotogrametrik Sistem)

Fotogrametrik sistemin temeli kollinearite şartına (Collinearity Condition) dayanmaktadır. Ancak x-ışın fotogrametrisi için kollinearite şartı biraz değiştirilmiştir. Fotogrametrik sistemde, fotoğraf sistemi gibi gösterilecek bir radyograf sistemi ve referans sistemi olmak üzere iki sistem kullanılır. Bir perspektif merkezi için sistemin genel geometrisi Şekil 8'de gösterilmektedir. Şekilden de görüldüğü gibi \vec{d} ve \vec{D} vektörleri farklı boyda olmalarına rağmen aynı yönlüdür ve aynı doğru üzerindedirler.



Şekil 8. Analitik x-ışın fotogrametrisinin geometrisi

Kollinearite eşitlikleri genel formda yazılırsa,

$$\begin{aligned} x - x_0 &= -z_0 \left[\frac{M_1 \bar{X}}{M_3 \bar{X}} \right] k \\ y - y_0 &= -z_0 \left[\frac{M_2 \bar{X}}{M_3 \bar{X}} \right] k \end{aligned} \quad (10)$$

biçimi elde edilir. Burada x, y ölçülen radyograf koordinatları, z₀ asal uzaklık ve k ölçek faktörüdür. M ise dönüklük matrisidir ve elemanları aşağıdaki şekildedir.

$$M = \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Ayrıca,

$$\bar{X} = \begin{bmatrix} X - X_c \\ Y - Y_c \\ Z - Z_c \end{bmatrix} \quad (12)$$

dır. Q referans sistemi ile fotoğraf koordinat sistemi arasındaki ilişki,

$$\bar{X}_Q = \frac{1}{k} M^T \bar{x} \quad (13)$$

formülü ile ifade edilir. Burada,

$$\bar{X}_Q = \begin{bmatrix} X_Q - X_c \\ Y_Q - Y_c \\ -Z_c \end{bmatrix}, \quad \bar{x} = \begin{bmatrix} x - x_0 \\ y - y_0 \\ -z_0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

şeklinde ifade edilir. P noktası ve referans sistemindeki karşılığı olan Q noktası arasındaki ilişki ise,

$$\begin{aligned} X_Q - X_c &= -Z_c (X - X_c) / (Z - Z_c) \\ Y_Q - Y_c &= -Z_c (Y - Y_c) / (Z - Z_c) \end{aligned} \quad (15)$$

biçimindedir. Referans düzleminde Q₁, Q₂, Q₃ olarak belirlenen P_i noktaların fotoğraf düzlemindeki karşılıkları P₁, P₂ ve P₃ dür. Bu noktalar kullanılarak perspektif merkezinin koordinatları (X_c, Y_c ve Z_c) kollinearite eşitliği yardımıyla ya da (15) eşitlikleri yeniden düzenlenerek aşağıdaki şekilde bulunabilir.

$$\begin{aligned} F_e &= ZX_c + (X_Q - X)Z_c - X_Q Z = 0 \\ F_f &= ZY_c + (Y_Q - Y)Z_c - Y_Q Z = 0 \end{aligned} \quad (16)$$

X-ışın görüntülerinin (X_i, Y_i) resim koordinatları, (X'_{Q_i}, Y'_{Q_i}, 0) referans düzlemi koordinatlarına çevrilerek (15) eşitlikleri,

$$\begin{aligned} F'_{e_i} &= Z_i X'_c + (X'_{Q_i} - X_i)Z'_c - X'_{Q_i} Z_i = W_{e_i} \\ F'_{f_i} &= Z_i Y'_c + (Y'_{Q_i} - Y_i)Z'_c - Y'_{Q_i} Z_i = W_{f_i} \end{aligned} \quad (17)$$

bağıntılarıyla EKK ilkesi formunda yazılır. Burada W_{e_i} ve W_{f_i} kapanmalardır. Referans noktalarının koordinatları (X_i, Y_i, Z_i) sabit olarak düşünülürse, perspektif (izdüşüm) merkezinin yaklaşık koordinatları,

$$\begin{aligned} X_c &= X'_c + \Delta X_c \\ Y_c &= Y'_c + \Delta Y_c \\ Z_c &= Z'_c + \Delta Z_c \end{aligned} \quad (18)$$

bağıntıları ile bulunur. Burada X'_{c}, Y'_{c} ve Z'_{c} izdüşüm merkezinin yaklaşık koordinatları, ΔX_c, ΔY_c ve ΔZ_c ise düzeltmelerdir. Ölçülen X'_{Q_i} ve Y'_{Q_i} değerleri de aşağıda formüle edildiği gibi aynı hatalara (v_{x_i}, v_{y_i}) sahiptirler.

$$\begin{aligned} X_{Q_i} &= X'_{Q_i} + v_{x_i} \\ Y_{Q_i} &= Y'_{Q_i} + v_{y_i} \end{aligned} \quad (19)$$

Bilinmeyenlerin elde edilmesi amacıyla (17) eşitliği lineerleştirilirse,

$$\begin{aligned} \frac{\partial F_e}{\partial X_Q} v_x + \frac{\partial F_e}{\partial Y_Q} v_y + \frac{\partial F_e}{\partial X_c} \Delta X_c + \frac{\partial F_e}{\partial Y_c} \Delta Y_c + \frac{\partial F_e}{\partial Z_c} \Delta Z_c \\ + W_{e_i} &= 0 \\ \frac{\partial F_f}{\partial X_Q} v_x + \frac{\partial F_f}{\partial Y_Q} v_y + \frac{\partial F_f}{\partial X_c} \Delta X_c + \frac{\partial F_f}{\partial Y_c} \Delta Y_c + \frac{\partial F_f}{\partial Z_c} \Delta Z_c \\ + W_{f_i} &= 0 \end{aligned} \quad (20)$$

eşitlikleri elde edilir. (20) eşitliği genel formda,

$$BV + AX + W = 0 \quad (21)$$

biçiminde yazılır. Burada parametrelerin karşılıkları matris biçiminde aşağıdaki gibi yazılırlar.

$$B = \begin{bmatrix} \bar{B}_1 \\ \bar{B}_2 \\ \cdot \\ \bar{B}_n \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} \bar{A}_1 \\ \bar{A}_2 \\ \cdot \\ \bar{A}_n \end{bmatrix}, W = \begin{bmatrix} \bar{W}_1 \\ \bar{W}_2 \\ \cdot \\ \bar{W}_n \end{bmatrix}, v = \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} DX_c \\ DY_c \\ DZ_c \end{bmatrix}$$

$$\bar{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_e}{\partial X_c} & \frac{\partial F_e}{\partial Y_c} \\ \frac{\partial F_f}{\partial X_c} & \frac{\partial F_f}{\partial Y_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z'_c - Z_i & 0 \\ 0 & Z'_c - Z_i \end{bmatrix}$$

$$\bar{A}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_e}{\partial X_c} & \frac{\partial F_e}{\partial Y_c} & \frac{\partial F_e}{\partial Z_c} \\ \frac{\partial F_f}{\partial X_c} & \frac{\partial F_f}{\partial Y_c} & \frac{\partial F_f}{\partial Z_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_i & 0 & X_{Q_i} - X_i \\ 0 & Z_i & Y_{Q_i} - Y_i \end{bmatrix}$$

$$\bar{W}_i = \begin{bmatrix} F'_{e_i} \\ F'_{f_i} \end{bmatrix}$$

Bu eşitlikler EKK ilkesine göre çözülebilir. Dönüklük matrisi ve teorik izdüşüm merkezi koordinatları bulunduğundan sonra obje uzayı koordinatları uzay önden kestirmeyle hesaplanır (Verres et al., 1979).

4. SONUÇ

Sonuç olarak, fotogrametrinin sadece haritacılık sektöründe hizmet vermeyip, tıp ve diğer bilim dallarında da kullanılabildiği görülmektedir. Özellikle, tıpta ortopedi alanında, çalışmada söz edilen matematik model ve yöntemlerle yaygın bir şekilde uygulanmaktadır. X-ışın fotogrametrisi sistemlerinin tıpta bir tedavi aracı olduğu sonucu da ortaya çıkmıştır. Matematik modellerin iyi sonuç vermesi için kullanılan materyal üzerinde noktaların iyi seçilmesi gerekir. Ayrıca bu modeller yardımıyla ortopedik bir uzvun, üç boyutlu bir modeli yüksek hassasiyetle elde edilebileceği gösterilmiştir. Farklı meslek disiplinlerinin bazı bilgileri ortaklaşa kullanabilecekleri sonucuna da varılmıştır.

Özellikle tıpta herhangi bir materyal üzerinde çalışılması gerektiği durumda, çalışmada söz edilen matematik modellerin istenilen hassasiyeti sağlayacak şekilde kurulması gerçeği otaya çıkmaktadır. Çünkü, kullanılan materyalin hayatıyeti çok önemlidir.

5. KAYNAKLAR

Ghosh, S. K. 1979. X-Ray Photogrammetry, Handbook of Analytical Photogrammetry.

Karara, H. M. 1987. X-Ray Photogrammetry,

Systems, and Applications, Handbook of Non-Topographic Photogrammetry.

Mc Neil, G. T. 1966. X-Ray Stereo Photogrammetry, Photogrammetric Engineering, 32 (6), 993-1004.

Moffit, F. H. 1972. Stereo X-Ray Photogrammetry Applied to Orthodontic Measurements, **Ottawa ISP Congress**, International Archives of Photogrammetry, 19 (5).

Moffitt, F. H., Mikhail, 1980. X-Ray Photogrammetry.

Slama, C. C. 1980. X-Ray Systems and Applications, Manual of Photogrammetry, American Society.

Turner-Smith, A. R., White, S. P., Bulstrode, C. 1990. X-Ray Photogrammetry of Artificial Hip Joints, Close Range Photogrammetry Meets Machine Vision.

Veress, S. A., Lippert, F.G., Hou, M. C. Y., Takamoto, T. 1979. Patellar Tracking Patterns Measurement by Analytical X-Ray Photogrammetry, Journal Biomechanics, (12), 639-650.

Veress, S. A., Lippert, F. G., Takamoto, T. 1979. An Analytical Approach to X-Ray Photogrammetry, Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 43 (12), 1503-1510.