

ORTOTROPİK ZİNCİR YAN PLAKALARINDA GERİLME YIĞILMASI KATSAYILARININ HESAPLANMASI

Muzaffer TOPCU

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Çamlık/Denizli

ÖZET

İzotrop ve ortotropik kompozit malzemeden yapılmış transmisyon zincirleri yan plakasında meydana gelen gerilme yığılması katsayıları sonlu elemanlar metodu ile hesaplanmıştır. İzotrop ve farklı özelliklere sahip ortotropik kompozit (cam-epoksi, boron-epoksi ve grafit-epoksi) zincir yan plakasında gerilme yığılması katsayıları, aynı adımlı üç değişik geometri için elde edilmiştir. Ayrıca her üç tip zincir yan plakaları kompozitin takviye açısını 0° ve 90° olarak, gerilme yığılması katsayılarındaki değişim incelenmiştir. Sonlu elemanlar metoduyla (SEM) elde edilen gerilmeler strain-gauge ölçümleriyle kontrol edilmiştir.

Anahtar Kelimeler : Gerilme yığılması katsayısı, Zincir yan plakası, Kompozit malzeme, SEM

CALCULATION OF STRESS CONCENTRATION FACTOR ON THE ORTHOTROPIC ROLLER CHAIN LINK PLATE

ABSTRACT

The stress concentration factors for transmission roller chain link plates made of isotropic and orthotropic composite materials have been calculated used the finite element method. The stress concentration factors investigated for three different composite materials (fiber-glass, boron-epoxy, graphite-epoxy) and isotropic roller chain link plate and three different geometry. The composite materials of reinforcement angles are fixed 0 and 90 degree. The stress concentration factors the made of different composite materials and several geometry have been compared and controlled by the fotoelastic experiment.

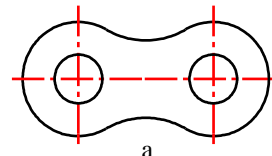
Key Words : Stress concentration factor, Roller chain, Composite materials, FEM

1. GİRİŞ

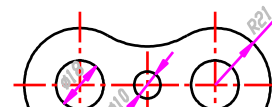
Transmisyon zincirleri güç ve hareket aktarımında kullanılan makina elemanlarından. Makina parçalarının mukavemeti parçanın malzeme özelliğine ve geometresine bağlıdır. Makina elemanının sürekliliğini bozan delik, çatlak, çentik, gerilmelerin dağılımını da bozar. Yani, makina elemanının emniyetli kesitini belirleyen maksimum gerilmelerden daha büyük gerilmeler meydana gelmesine sebep olur. Bu yüzden makina tasarımcıları için göz önüne alınan parametrelerin en önemlilerinden birisi de gerilme yığılması katsayılarıdır. Boyutlandırma, çentik ya da delik civarında meydana gelen gerilmeyi temsil eden

gerilme yığılması katsayılarının bilinmesi gerekmektedir. Teorik gerilme yığılması katsayısı K_t , eğilme ya da eksenel kuvvet için $K_t = \sigma_{max}/\sigma_o$, burulma için $K_t = \tau_{max}/\tau_o$ olarak ifade edilebilir. Burada σ_o ve τ_o , sırasıyla çekme ve burulmada ortalama gerilme olup, eksenel normal kuvvetin zayıf kesite oranı olarak alınabilir (Bogy, 1975; Hellan, 1984).

Gerilme yığılması katsayısı, önemine binaen bir çok araştırmacı tarafından ele alınmıştır. Çekme ve eğilmeye maruz U ve V çentikli levhalarda gerilme yığılması katsayıları sonlu elemanlar metodu ile



a



belli kritik kesitlerin incelenmesine imkan verir. Diğer bir yaklaşım da Lamé'nin düzlem gerilme için çözümüdür (Timoshenko ve Goodier, 1970). Düzlem gerilme durumunda, gerilme ve şekil değiştirmeler arasında

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon\} \quad (1)$$

bağıntısı mevcuttur. [D] matrisine elastik sabitler matrisi adı verilir. İzotrop malzemeler için E elastisite modülü ve ν poisson oranı biliniyorsa elastik sabitler matrisi aşağıdaki gibi tanımlanabilir:

$$D_{ij} = \frac{1}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} \lambda+2G & \lambda & 0 \\ \lambda & \lambda+2G & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix} \quad (2)$$

Şekil 1. Transmisyon zinciri yan plakaları

incelenmiştir (Peterson, 1953, Kosmatka ve ark., 1990, Turgut, 1992). Zade, (1979) ve Kin (1984) tarafından transmisyon zincirlerinde gerilme yığılmaları, deneysel olarak araştırılmıştır.

Kompozit malzemelerin mukavemet/ağırlık oranının yüksek, korozyona dayanımının iyi olması ve bunun yanısıra daha bir çok avantajlarından dolayı başta uzay ve gıda sanayi olmak üzere hemen hemen her endüstri sahasında kullanımı sürekli olarak artmaktadır. Kompozit malzemeler, kullanım yerinin özelliğine bağlı olarak gerektiğinde izotrop malzemelere tercih edilmektedir. Kompozit malzemelerden yapılan yapı ve makina elemanlarında da gerilme yığılmalarına sebep olacak kusurlu bölgelerin (delik, çentik vb.) bulunması kaçınılmazdır. İzotrop malzemelere göre yapısı farklı olduğu için, özellikle bu malzemelerden yapılmış makina elemanlarının ele alınıp gerilme analizlerinin ve gerilme yığılması faktörlerinin incelenmesinin mühendislik açısından önemi büyüktür.

Bu çalışmada, izotrop ve tek yönde takviye edilmiş kompozit malzemelerden yapılmış transmisyon zincirleri yan plakası (Şekil 1), çalışma şartlarına uygun olarak deliklerinden etki eden çekme kuvveti ile yüklenerek, meydana gelen gerilme dağılımları ve delik civarında teorik gerilme yığılması K_t değişik geometriler için sonlu elemanlar metodu kullanılarak hesaplanmıştır.

2. PROBLEMİN TANIMI

Transmisyon zincirlerinde gerilme analizi iki şekilde ele alınmıştır. Bunlardan biri; plakanın kalın eğrisel konsol giriş olarak ele alınmasıdır (Antenescu ve Dix 1975). Ancak, bu şekildeki bir yaklaşım sadece

Burada;

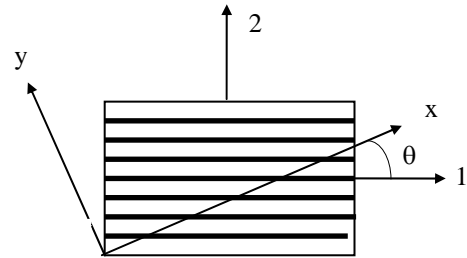
$$\lambda = \nu E / [(1 + \nu) (1 - 2\nu)]$$

ve

$$G = E / 2(1 - \nu)$$

olarak bilinmektedir. G, kayma modülü olarak adlandırılır. Ortotropik kompozit malzemelerde düzlem gerilme hali için elastik sabitler matrisi dört bağımsız değişkenle tarif edilir. Ortotropik kompozit malzemelerde elastisite modülü her doğrultuda aynı değere sahip olmadığı için Şekil 2'de verilen tek doğrultuda takviye edilmiş kompozit malzeme için mühendislik sabitleri sırasıyla; E_1 ve E_2 1 ve 2 doğrultularındaki elastisite modüllerini, ν_{12} ve ν_{21} poisson oranlarını, G_{12} 'de kayma modülünü ifade etmektedir.

Asal malzeme doğrultuları 1 ve 2 eksenleri ile tanımlanan ortotropik kompozit malzemenin üzerine uygulanmakta olan gerilmeler θ açısı kadar farklı x ve y doğrultusunda olduğunda malzemenin elementer mekaniğinden faydalanarak



Şekil 2. Ortotropik malzeme

transformasyon denklemleri yazılması gerekir. Buna göre, herhangi bir doğrultuda dönüştürülmüş elastik sabitler matrisi şu şekilde yazılabilir:

$$n = \sin\theta \quad m = \cos\theta \quad \text{olmak üzere,}$$

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) n^2 m^2 + Q_{22} n^4$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) m^2 n^2 + Q_{12} (n^4 + m^4)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) n^2 m^2 + Q_{22} m^4$$

$$\bar{Q}_{21} = Q_{12}$$

$$\bar{Q}_{13} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) nm^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) n^3 m$$

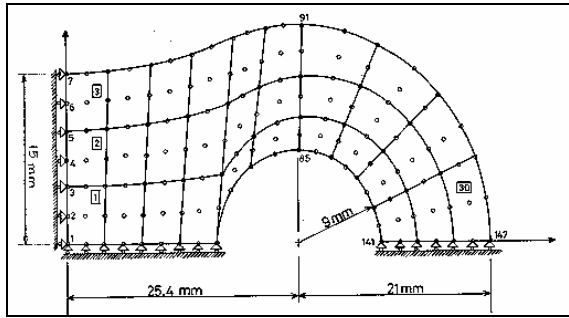
$$\bar{Q}_{23} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) n^3 m + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66}) nm^3$$

$$\bar{Q}_{33} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) n^2 m^2 + Q_{66} (n^4 + m^4)$$

3. SONLU ELEMAN FORMÜLASYONU

İncelenen problemin geometrisi ve yükleme durumu iki eksene göre simetrik olduğu için izotrop, 0° ve 90° takviyeli kompozit yan plaka için problemin 1/4'lük kısmının sonlu eleman modelinin hazırlanıp incelenmesi yeterli olmaktadır (Şekil 3). Takviye açısının 0° ve 90° arasındaki ara değerleri için simetri bozulduğundan kompozit yan plakanın tamamının sonlu eleman modelinin kurulması gerekmektedir (Topcu, 1991).

İncelenen bölge izoparametrik dörtgen elemanlara bilgisayarla otomatik olarak bölünmüştür. Eleman kenarları üzerinde üç düğüm, tüm elemanda dokuz düğüm vardır. Elemanların düğüm numaralanması bant genişliği, en az olacak şekilde ayarlanmaya çalışılmıştır. Düzlem gerilme durumunda her düğümün serbestlik derecesi iki olduğundan, bir düğümün yer değiştirmesi iki ayrı fonksiyon olarak tanımlanır.



Şekil 3. Zincir plakasının 1/4'lük kısmının sonlu eleman modeli

$$u = \sum_{i=1}^n N_i u_i \quad v = \sum_{i=1}^n N_i v_i \quad (4)$$

Burada u ve v sırasıyla x ve y yönündeki yer değiştirmeleri, u_i ve v_i ise eleman düğüm deplasmanlarını ifade etmektedir. N_i düğüme ait şekil fonksiyonu, n bir elemandaki toplam düğüm sayısıdır. Düzlem gerilme probleminde, yer değiştirmeler ile birim şekil değiştirmeler arasında

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5)$$

bağıntısı olduğu bilinmektedir (Timeshenko ve Goodier, 1970).

Sonlu elemanlar metodu ile yer değiştirmeleri hesaplayabilmek için dış kuvvetle, yer değiştirmeler arasında bir bağıntı kurmamız gerekmektedir. Minimum potansiyel enerji ilkesinden yararlanarak eleman rijitlik matrisi ve bunlar toplanarak sistem rijitlik matrisi hesaplanabilir.

$$[K] = \int \int [B] [D] [B]^T (det) \, dr \, ds \quad (6)$$

{F} dış kuvveti, yan plakada yüzey boyunca delikten etki ettiği için bunu delik civarındaki düğümlere uygun şekilde dağıtmak gerekmektedir. Dış kuvvetin delikteki dağılımı elastisite teorisinde;

$$\bar{F} = (2P \cos\theta) / \pi R \quad (7)$$

şeklinde verilmektedir (Timeshenko ve Goodier, 1970). Burada P iç basınç, R ise delik çapıdır. Transmisyon zinciri yan plakasında deliğe etki eden kuvvet, matris notasyonu ile gösterilirse;

$$\{F\} = \int N^T \{P\} \, ds \quad (8)$$

şeklinde düğümlere etki eden x ve y yönlerindeki F_x , ve F_y dış kuvvetlerini buluruz.

Rijitlik matrisi, dış kuvvet ve deplasmanlar arasındaki ilişki;

$$\{F\} = [K] \{U\} \quad (9)$$

şeklinde ifade edilir. Bu lineer denklem sistemi Gauss eliminasyon yöntemiyle çözümlenerek, deplasmanlar bulunur, buradan da gerilmeler hesaplanır.

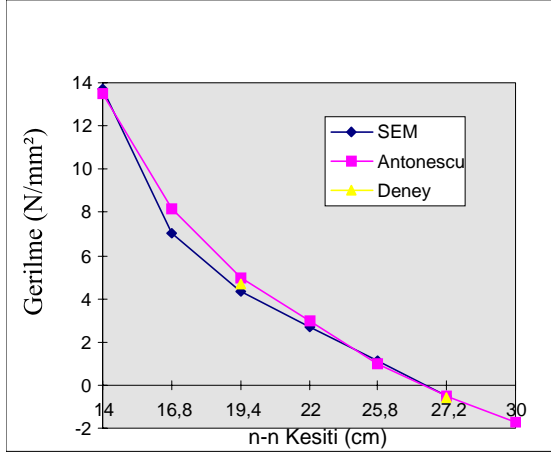
4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada, zincir baklası yan plakalarında meydana gelen gerilmeler Tablo 1'de mekanik özellikleri verilen kompozit malzemeler için sonlu elemanlar metodu kullanılarak hesaplanmıştır.

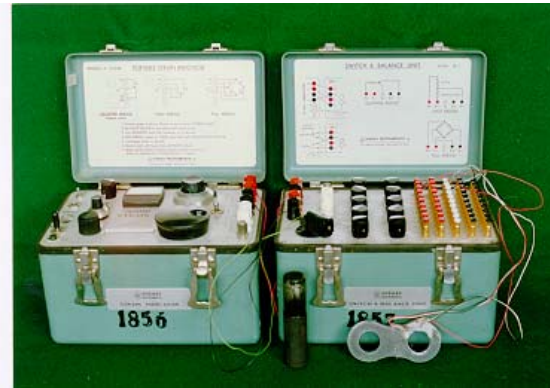
Tablo 1. İzotrop ve % 60 Cam Takviyeli Kompozit Malzemelerin Mühendislik Sabitleri

Malzeme	E_1 (N/mm ²)	E_2 (N/mm ²)	G_{66} (N/mm ²)	ν_{12}
İzotrop (Çelik)	210000	210000	80000	0.30
Cam- Epoksi	76000	5500	2300	0.34
Kevlar- Epoksi	38600	8270	4140	0.26
Grafit- Epoksi	181000	10300	7170	0.28

Zincir yan plakasında hesaplanan gerilmelerin doğruluğunu göstermek için, hem literatürde (Antonescu ve Dix, 1979) verilen teorik çalışmalarla karşılaştırılmış (Şekil 4), hem de strain-gauge ölçümleri ile kontrol edilmiştir (Şekil 5).



Şekil 4. Yan plakanın n-n kesitinde hesaplanan gerilmeler.



Şekil 5. Strain-gauge ile ölçme

Yan plakalar üç değişik geometride alınmış, bunlarda meydana gelen gerilmeler ve teorik gerilme yığılması katsayıları hesaplanmıştır. Ayrıca, Şekil 1.a'da verilen geometride ilave delik açılarak (Şekil

1.b) gerilme yığılması katsayılarının değişimi incelenmiştir. Şekil 4'de yapılan sonlu eleman çözümü ile (Antonescu ve Dix, 1979) çözümü ve strain-gauge ölçümleri karşılaştırıldığında gerilme değerlerinin birbirine % 0.5 gibi bir hata ile yaklaştıkları görülmüştür.

Tablo 2 incelendiğinde gerilme yığılması katsayıları arasında % 5-8 arasında bir hata ile nümerik çözüm uyum içindedir. Deneysel sonuçların daha az hata ile birbirine yaklaştıkları görülmüştür. Nümerik çözümde 147 düğüm ile çözüm yapılmıştır. Burada düğüm sayıları artırılırsa daha yakın sonuçlar elde edilebilir.

Tablo 2. Gerilme Yığılması Katsayılarının Karşılaştırılması

Plaka Geomtrisi	Teorik Gerilme Yığılma Katsayısı (K_f)		
	Y. Kin'in Sonuçları	SEM	Strain-Gauge
Şekil 1.a	3.6	3.3	3.4
Şekil 1.b $r_3=5$	3.2	3	-
Şekil 1.c	2.5	2.5	2.4

Tablo 3 ve 4'de kompozit malzemenin 0° ve 90° takviye edilmesi durumunda hesaplanan gerilme yığılması faktörleri görülmektedir. Burada 0° takviye edilmiş kompozit malzemelerde hesaplanan gerilme yığılması katsayıları izotropik malzemeye göre % 15-20, 90°de ise % 30-40 daha büyük bulunmuştur. Eğer kompozit malzemenin bir konstrüksiyon yapılmak istenirse 0° takviye edilmiş grafit epoksi kullanılması tercih edilmelidir. Ayrıca Şekil 1.b'de görüldüğü gibi Zincir baklasının tam ortasına ve onun yanlarına açılan ilave deliklerde gerilme yığılması katsayılarını küçülmektedir (Tablo 3, 4).

Tablo 3. 0° Takviye Edilmiş Kompozit Malzemelerde Gerilme Yığılması Faktörleri

Plaka Geomtrisi	Teorik Gerilme Yığılma Katsayısı (K_f)		
	Cam-Epoksi	Boron Ep.	Grafit Ep.
Şekil 1.a	4.50	4.25	4.10
Şekil 1.b	$r_3=4$	3.84	3.72
	$r_3=5$	3.62	3.49
	$r_3=6$	3.28	3.14
Şekil 1.c	2.47	2.33	2.25

Tablo 4 90° Takviye Edilmiş Kompozit Malzemelerde Gerilme Yığılması Faktörleri

Plaka Geomtrisi	Teorik Gerilme Yığılma Katsayısı (K_f)		
	Cam-Epoksi	Boron Ep.	Grafit Ep.
Şekil 1.a	5.04	4.55	4.35
Şekil 1.b	$r_3=4$	4.66	4.43
	$r_3=5$	4.42	4.32
	$r_3=6$	4.25	4.15
Şekil 1.c	3.47	3.35	3.2

5. KAYNAKLAR

Antonescu, N. N. ve Dix, R. C. 1975. Stress in Roller Chain Link Plate. Rev. Roum Sci. Techn.-Mec. Appl., 20 (2), 311-322.

Bathe, K. J. 1982. Finite Element Procedures in Engineering Analysis, New Jersey.

Bogy, D. B. 1975. Solution of the Plane and Problem for a Semi-Infinite Elastic Strip. J. Applied Mathematics and Physics, 26.

Hellan, K. 1984. Introduction to Fracture Mechanics. McGraw-Hill Book Company, 7, 231, 194 New York.

Kin, Y. 1985. Influence of Fretting Wear on the Fatigue of Power Transmission Chains. "Wear of Materials", 114-120. **The Int. Conf. on Wear of Materials Vancouver, B. C. Canada.**

Kosmatka, J. B., Fries, R. H. ve Reinholtz, C. F.

1990. Tension and Bending Stress Concentration Factors in 'U', 'V' and Opposed 'U'-'V' Notches, J. Strain Analysis, 25 (4), 233-240.

Peterson, R. E. 1953. Stress Concentration Design Factor, New York.

Turgut, A. ve Arslan, N. 1992. Kenarlarında 'U' Çentikler Bulunan İzotrop ve Kompozit Levhalarda Gerilme Yığılması Katsayılarının Sonlu Elemanlar Metoduyla Tesbiti. Doğa Türk Mühendislik ve Çevre Bilimleri Dergisi, 16, 123-130.

Topcu, M. 1991. Transmisyon Zincirleri yan Plakalarında Elasto-Plastik Gerilme Analizi. Doktora Tezi, DEÜ-Fen Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Timoshenko, S. P. ve Goodier, J. N. H. 1970. Theory of Elasticity, McGraw-Hill Book Company, New York.

Zade Mamed O. A. 1979. Reduction of Stress Concentration in the Lugs of Roller Chain Plates, 59 (7), 33-34.