

# TOPRAK DOLGU BARAJLARDAKİ SIZMA OLAYININ SONLU ELEMANLAR MODELİ

**Mahmud GÜNGÖR**

Pamukkale Üniversitesi, Mühendislik Fak., İnşaat Mühendisliği Böl. DENİZLİ

## ÖZET

Bilindiği gibi biriktirme yapısı olan barajlar, haznelerinde milyarlarca m<sup>3</sup> su tutabilmektedirler. Bu sebeple yapının stabilitesini tehdit eden sızma olayının iyi incelenmesi gerekir. Bu çalışmada, toprak dolgu barajların haznelerinden sızan sudan dolayı, baraj gövdesinde ve tabanında meydana gelen akım olayı nümerik olarak incelenmiştir. Bunun için olayın sonlu elemanlar modeli kurulmuş, yazılan bilgisayar programı yardımıyla tüm alan için matematiksel bağıntı çözülmüş, baraj gövdesi ve tabanındaki akimin, hız ve potansiyel dağılımı elde edilmiştir. Böylece, daha önce grafik metod olan ve elle çizilen akım ağı yardımıyla bulunan boşluk suyu ve sızma basıncı miktarları sonlu elemanlar yöntemiyle elde edilen hız ve potansiyel değerleriyle daha hassas olarak bulunabilecektir.

**Anahtar Kelimeler:** Baraj, Sızma, Sızma Hızı, Potansiyel, Sonlu Elemanlar Metodu.

## THE FINITE ELEMENT MODEL OF LEAKAGE PHENOMENA UNDER THE SOIL DAMS

### ABSTRACT

Dams can store billions and billions m<sup>3</sup> of water in their reservoirs. So leakage phenomenon which threatens the stability of building should be well examined. In this paper, flow that occurs in the dam's body and at the bottom of dam as a result of leaking water from the earth filled dam's reservoir is examined numerically. For this purpose, the finite elements model of the phenomenon has been set up with the help of a computer program, the mathematical equation for whole area was calculated, velocity and potential distribution of the flow in the dam's body and at the bottom were obtained. The values of pore water and leak pressure which were previously calculated by graphical method and hand drawn flow net can be obtained more precisely by the use of velocity and potential values obtained by finite element method which is used in this study.

**Keywords:** Dam, leakage, leakage velocity, potential, finite element solution

## 1. GİRİŞ

Su mühendisliğinde önemli problemlerden birisi de hiç şüphesiz zemin içindeki suyun durumunun ve hareketinin bilinmesidir. Su yapılarının planlanması ve projelendirilmesi aşaması, inşaa edilecek olan yapının sağlamlığı ve dolayısıyla ekonomik ömrü için çok önemlidir. Haznede biriken suyun, gövde ve tabana sızması açısından özellikle toprak dolgu barajların projelendirilmesine ve uygulamasına özen gösterilmelidir. Bu hususta, projecileri en çok düşündüren olay, baraj gövdesindeki boşluk suyu ve sızma basıncı miktarlarının, yapının inşasından sonra,

projede hesaplandığı gibi çıkıp çıkmayacağı ve bu sebeple baraj gövdesi ve tabanında borulanmanın olup olmayacağı bilinmesidir.

Bu sebepten dolayı yapılan çalışmada böylesi geçirimli ortamlarda meydana gelen akım olayının matematiksel modeli yapılmıştır. Daha sonra bu model, nümerik yöntem olan sonlu elemanlar metoduyla çözülmüş, örnek olarak da teorik olarak boyutlandırılmış bir toprak dolu baraj göz önüne alınmıştır.

## 2. YAPILAN MODELİN GEREKLİLİĞİ

Birçok mühendislik problemleri gibi, zemin içindeki su hareketi de oldukça kompleks yapıdadır. Bu sebepten çözümü de oldukça zordur. Bu durumda, esas problemi daha kolay anlaşılabilir alt problemlere indirgemek suretiyle çözmek, sonrada bu çözümleri süperpoze ederek esas problemin çözümünü elde etmek en akilci yol olmaktadır (Güngör 1989).

Bu tip yapıların stabilite tahkiklerinde en kritik durum, yapının membainda su kotunun kret kotuyla eşdeğer olması, mansabının ise boş olduğu durumdur. Bu sebeple sızma hesaplarında yapının membaindaki su kotunun krette, mansabındaki su kotunun da yapının temelindeki geçirimli zemin tabakası tamamen doygun halde bulunduğu zeminin üst yüzeyinde olduğu kabul edilmektedir. Yapı tabanı, tamamen suya doygun olduğundan boşluk basıncı, boşluk suyu basıncına eşittir. (Güngör 1994)

Toprak dolgu barajların gövdesindeki ve tabanındaki sızma suyu akımı, geçirimli zeminin komplike yapısı içerisinde meydana gelen viskoz bir sivi akımdır. Suyun sıkışamaz olduğu kabul edilirse zemin içindeki su hareketinin izahı için Navier-Stokes ve Süreklilik denklemlerinin yanısıra sınır şartlarını da bu denklemlere ilave etmek gerekir. Olayları mikroskopik bir görüşle açıklamaya çalışan bu denklemlerin zemin içindeki suya tatbikinde ilk karşılaşılan zorluk sınır şartlarının ifade edilmesidir. Halbuki, (Jacob 1950) ve (Slichter 1898)'in yaptıkları çalışmalardan, yeraltı suyunun hareket ettiği zemin boşluklarının cidarlarını matematik bağıntılarla ifade etmenin imkansız olduğu anlaşılmaktadır.

## 3. ÇALIŞMANIN AMACI

Bu çalışmanın amacı, sızmadan dolayı su tutan yapıların gerek gövdesinde ve gerekse altında meydana gelen boşluk suyu ve sızma basıncı değerlerinin bulunmasında kullanılan hız bileşenlerini ve potansiyel değerlerini, diğer çözüm yöntemlerine göre daha hassas bir yöntem olan sonlu elemanlar metoduyla bulmaktır.

Barajlar ve bağlamalar gibi su tutan biriktirme ve kabartma yapılarındaki sızma basıncı hesaplarında, varsa memba ve mansap palpaşları civarı ile yapının alt kısmında ve gövdesinde gelişen olaylar oldukça önemli olduğundan, bu kısımlar daha hassas ve daha az kabuller yapılarak incelenmelidir. Bunun içinde özellikle grafik metotla elde edilen sonuçlara göre oldukça hassas denilebilecek sonlu elemanlar yaklaşımı kullanılmıştır.

Nümerik çözümde bilinmeyen sayısı artıkça elle çözüm güçleşmekte hatta imkansız hale gelmektedir. Ancak, günümüzde mevcut kapasiteli bilgisayar yardımıyla bu

tür problemlerde ortaya çıkan lineer denklem sistemlerinin matris formunda ifadesi ve çözümü artık mümkündür.

## 4. YERALTI SU HAREKETİNİN TEORİK OLARAK İNCELENMESİ

Sınır şartlarının belirlenmesi, diferansiyel denklemleri çözmek için ilk adım olduğuna göre yeraltı suyu hareketini Navier-Stokes ve süreklilik denklemlerinden ibaret olan denklem takımıyla çözmek imkansızdır.

Şu halde yeraltı suyu akımını ifade eden diğer bir bağıntıya ihtiyaç vardır. Bu bağıntı, Darcy tarafından verilen amirik ifadedir. Darcy kanununa uyduğu kabul edilen permanant iki boyutlu yeraltı suyu akımlarında hareket doğrultusuna paralel düzlemler arasından sızan suya yanlardan su girmemesi veya yanlara su gitmemesi ve debinin sabit kabul edilmesi durumunda hız potansiyeli (1) bağıntısındaki gibi olur.

$$\phi = k \cdot h \quad (1)$$

Bu tür potansiyel akımların Laplace Operatörü olarak bilinen diferansiyel denklemi sağladığı bilinmektedir.

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (2)$$

Bu denklemin çözümü birbirini dik kesen iki eğri ailesi verir. Akım çizgileri ile potansiyel çizgilerden oluşan bu iki eğri ailesinin teşkil ettiği ortogonal ağa, **akım ağı** denmektedir..

Akim ağının elde edilmesinde matematiksel yol, model deneyleri ve grafik metod kullanılır. Bu ağ yardımıyla yeraltı suyu akımında akımın debisi, hidrolik eğim ve boşluk suyu basıncı hesaplanabilmektedir.

Bu ağın çizilmesinde bugüne kadar genellikle grafik metot kullanılmaktadır. Grafik metotda ise akım ağı, her bir ağ hücresi yaklaşık kare biçimli olacak şekilde elle çizilmektedir. Sonra da çizilen bu grafik yardımıyla sızıntı hesapları yapılmakta ve yaklaşık neticeler elde edilmektedir.

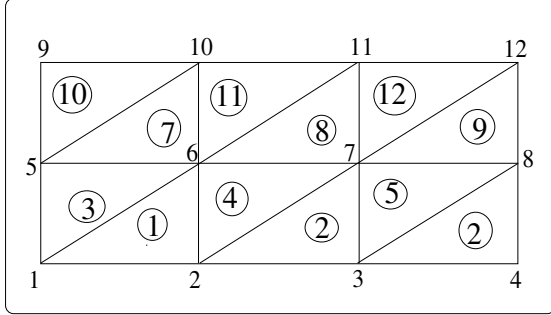
Grafik olarak çizilen akım ağı yardımıyla elde edilen bu değerler, nümerik metotlarla da bulunabilmektedir. Nitekim, Phalkun ve Paramsoty (1986) sonlu farklar metoduyla serbest yüzeyli ve kararlı akımlarda toprak dolgu baraj altında sızan su için bir çalışma yapmışlardır.

## 5. SONLU ELEMANLAR METODUNUN GEÇİRİMLİ ORTAMLARA UYGULANIŞI

Sonlu elemanlar metodu nümerik çözüm yöntemlerindedir. Bu metotda incelenecek bölge, belli

büyükükte ve boyutta sonlu sayıda elemanlara ayrılır ve elemanların birbirlerine bağılı oldukları düğüm noktaları ile temsil edilir. Burada baraj tabanı iki boyutlu olarak incelenmiştir. baraj tabanı sonlu sayıda üçgen elemana bölünmüştür. Üçgen elemanlar ve temsili düğüm noktalarının teşkili Şekil 1.'de görülmektedir.

Gerçekte sürekli ortamlarda elemanlar arası bağlantı noktalarının sayısı sonsuzdur. Sonlu elemanlar metoduyla bu sonsuz sayıdaki bağlantı noktaları, sonlu bir sayıya indirgenir.



Şekil 1. Bir Alanın Sonlu Sayıda Üçgen Elemana Bölünmesi ve Düğüm Noktalarının Teşkili

Çözüm bölgesi elemanları sanki bu noktalardan birbirine bağılımış gibi düşünülür. Bu bağlantı noktalarının çokluğu oranında da yapılan çözümdeki hata oranı küçülür. Fakat bu sayının sayısal çözümlerde getireceği zorluk da aşıkardır. Ancak, günümüzde bilgisayarlar yardımıyla bu zorluk ortadan kaldırılmıştır.

Bu metodun önemli bir özelliği de tüm problemi temsil etmek üzere, herbir elemanın ayrı ayrı formüle edilebilmesidir. Geçirimli ortamlardaki akımların çözümü gibi oldukça komplike olan problemler, bu sayede basit bir probleme dönüştürülür.

Sonlu elemanlar metodunun bir probleme uygulanması esnasında aşağıdaki işlemler sirasiyla uygulanır.

- Sürekli ortam hayali çizgilerle sonlu sayıda elemana ayrılır. Ancak elemanların geometrisi, ortamın fiziki yapısına uygun seçilmelidir (Şekil 2.).
- Her elemanın rijitlik matrisi oluşturulur.
- Çözümü aranan sürekli ortamın sınır şartları belirlenir.
- Bu şartlar altında sistemin rijitlik matrisi teşkil edilir. (Nath 1974)
- $[K].\{\alpha\}=\{\phi\}$  şeklinde teşkil edilen rijitlik matrisinin çözümüyle her eleman için potansiyel ve hız dağılımı bulunur.

## 5.1 Çözümde Bilinen Sınır Şartları ve Kabuller

- Geçirimli zeminin üst yüzeyindeki potansiyel, baraj membainda geçirimli zemin kalınlığı ile su yükü toplamına, baraj mansabında ise geçirimli zemin kalınlığına eşittir.
- Kenar yüzeyler, geçirimsiz bir duvarla yalıtılmış olup, bu temsili yalıtım geçirimli ortamda hız ve potansiyel dağılımının tesbiti için gereklidir.
- İncelenecek bölgenin yüzeyinde ve tabanında, toprak dolgu baraj içinde sızma hattı boyunca ve **cut-off** denilen temsili yan duvarlarda geçirimsiz yüzeye dik doğrultudaki potansiyel değişimi ve hız bileşeni sifıra eşittir.
- Metodun gereği, elemanları bölmede de süreklilik gerektiğinden bölgedeki arakesit durumundaki düşey kesitlere %01 mertebesinde bir eğim verilerek süreksizlik önlenmiştir.
- Baraj membainda, mansabında, tabanında, özellikle palplanş yakınlarında çözümün daha hassas olması için üçgen elemanlar daha küçük tutulmuştur. Diğer kısımlarda; yatayda ve düşeyde barajdan uzaklaşildikçe hız dağılımı aşırı farklılık göstermediğinden elemanların büyük tutulmasında bir mahzur görülmemiştir.
- Zemin homojen kabul edildiğinden, baraj haznesinde su yükü, gözenekli ortam üzerinde üniform dağılımlı olarak alınmıştır.

## 5.2 Sızma Olayının Sonlu Eleman Modeli

Zemin içindeki su akımının potansiyel akım teorisine uyduğu kabul edilerek, sızma olayı genelde iki boyutlu olarak formüle edilir. (Craig 1978)

Hız potansiyeli yalnız homojen ortamlarda geçerli olduğundan baraj tabanı ve baraj gövdesi homojen kabul edilip Laplace Denklemi uygulanmıştır.

$$\phi = d + h \quad y = d \quad (\text{Membra}) \quad (3)$$

$$\phi = d \quad y = d \quad (\text{Mansap}) \quad (4)$$

Dirichlet sınır şartları ve sinirin geriye kalan kısmı için Neuman sınır şartları;

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad x = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad x = L \quad (6)$$

ile



$$\phi_m = \alpha_1 + \alpha_2 x_m + \alpha_3 y_m \quad (12c)$$

Burada,  $\phi_i, \phi_j, \phi_m$  değerleri sırasıyla i, j, ve m düğümlerindeki  $\phi$  hiz potansiyeli değerleridir. (12) Denklem sistemi matris formunda yazılırsa;

$$\begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & y_1 \\ 1 & x_2 & y_2 \\ 1 & x_3 & y_3 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \quad (13)$$

olur. Veya, (13) bağıntısı kısaca denklem (14) formuna getirilebilir.

$$\{\alpha\} = [C]^{-1} * \{\phi\} \quad (14)$$

(11) Bağıntısından potansiyelin diferansiyeli olan yatay ve düşey hiz bileşenleri yazılır ve düzenlenirse, (15) bağıntısı elde edilir.

$$\{V\} = \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} \quad (15)$$

Geçirimli ortamlarda genellikle yatay permabilite, düşey permeabilitenin 3 katı veya daha fazlası olarak alınır. Bu nedenle (10) denkleminde  $k_x, k_y$  nin belli oranlarına eşit kabul edilerek,  $k'$  lar dışarı alınıp denklem yeniden düzenlenir,  $u = -\alpha_2$  ve  $v = -\alpha_3$  ifadeleri de denkleme yerleştirilirse, denklem (16) elde edilir.

$$\chi = \frac{1}{2} k [\alpha_2^2 + \alpha_3^2] \iint_{e_i} dx dy \quad (16)$$

Burada  $\iint_{e_i} dx dy$  bir elemanın alanıdır (A). Elemanın tamamında oluşan potansiyel miktarı için (16) denklemini elemanın hacmi boyunca integre edilir ve b kalınlığı tüm elemanda sabit kabul edilerek (17) denklemini yeniden yazılırsa;

$$\chi = \frac{1}{2} b.k.A. [\alpha_2^2 + \alpha_3^2] \quad (17)$$

(14) Denkleminde  $[C]^{-1} = T$  alınır ve denklem matris formunda yazılırsa denklem (18) elde edilir.

$$\begin{Bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} \quad (18)$$

Denklem (18), denklem (17) de yerine konursa (19) bağıntısını verir.

$$\chi = \frac{1}{2} b.k.A. \left[ (T_{21}\phi_1 + T_{22}\phi_2 + T_{23}\phi_3)^2 + (T_{31}\phi_1 + T_{32}\phi_2 + T_{33}\phi_3)^2 \right] \quad (19)$$

Bu denklemi minimize etmek için,

$$\frac{\partial \chi}{\partial \phi_n} = 0 \quad n = 1,2,3 \quad (20)$$

alınır. Sonuçlar matris formunda yazılırsa;

$$A.b.k. \begin{bmatrix} T_{21}^2 + T_{31}^2 & T_{21}T_{22} + T_{31}T_{32} & T_{21}T_{23} + T_{31}T_{33} \\ T_{21}T_{22} + T_{31}T_{32} & T_{22}^2 + T_{32}^2 & T_{22}T_{23} + T_{32}T_{33} \\ T_{21}T_{23} + T_{31}T_{33} & T_{22}T_{23} + T_{32}T_{33} & T_{23}^2 + T_{33}^2 \end{bmatrix} * \begin{Bmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \\ \phi_3 \end{Bmatrix} = 0 \quad (21)$$

elde edilir.  $\phi$ , çekilerek sonuç bağıntı denklem (22) deki gibi yazılabilir.

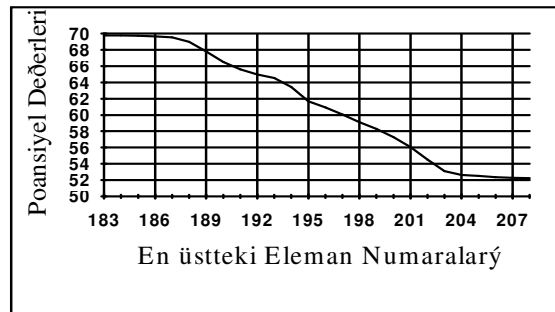
$$\{\phi\} = [K]^{-1} . \{P\} \quad (22)$$

Burada  $[K]$  matrisi rijitlik matrisidir. (Güngör,1989)

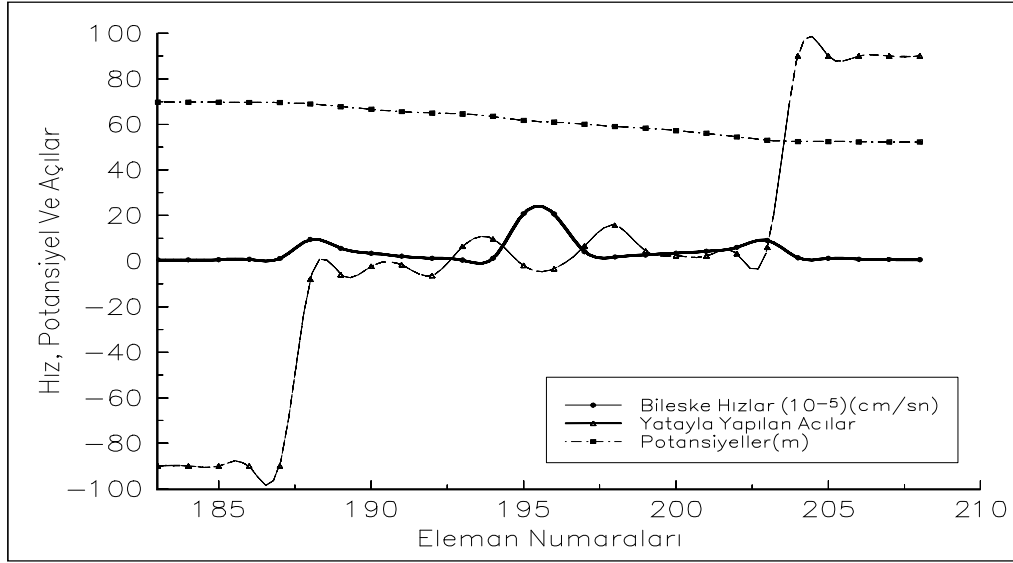
## 6. MODELİN TANIMLANMASI VE BULUNAN DEĞERLER

İncelenen toprak dolgu barajdan 45 m. ileride ve 45 m. geride geçirimsiz fiktif perde ile su giriş ve çıkışı önlenmiştir. Geçirimli zemin kalınlığı 52 m. alınmıştır. Ayrıca baraj merkezine geçirimsiz tabakadan 26 m. yukarıya düşey bir palplanş yerleştirilmiştir

Model içinde sunulan 3 ayrı alternatiften pota 9' a ait kabuller ve özellikler şunlardır: Su yükü 18 m.,  $k_x = 10^{-3}$  m/sn. ve zemin izotropdur. Bu verilere göre çalışma sonucu bulunan değerler şekil 4. ve şekil. 5.'de görülmektedir.



Şekil 4. Bulunan Potansiyel Değerlerine Göre X-φ Grafiği



Şekil.5. Sızma Bölgesinin Üst Kismindaki Elemanlarda Hız ve Potansiyel Dağılımları ve Hizin Yatayla Yaptığı Açılar

## 7. SONUÇ

Sonuç olarak şunlar söylenebilir.

1. Potansiyel ve hız dağılımları bakımından en önemli parametreler, zeminin homojen veya non-hojen, izotrop veya anizotrop olması, permeabilite katsayısı ve su yükü olmaktadır.
2. Su yükünün ve  $k_x / k_z$  oranlarının değişimi ile doğru orantili olarak hızlarında değiştiği görülmüştür.
3. X- $\phi$  Grafiğinden palplanşlarda ani yük kayıplarının olduğu, kesit daralma ve genişlemelerinde ise çok büyük mertebede olmadığı, çok az bir ani kayıpla piyezometre çizgisi eğimi değişerek sürekli yük kaybının devam ettiği gözlenmiştir (şekil 4.).
4. Baraj tabanına girişte hizin ani olarak arttığı, sonra da palplanşa kadar giderek tedricen azaldığı gözlenmiştir. Palplanş altında kesit daraldığından dolayı maksimum hıza ulaşıldığı, palplanş sonrası ani bir azalmayla baraj çıkışına kadar tedricen arttığı görülmüştür. Baraj taban çıkışında ise, hizin ani olarak azaldığı ve kısa zaman sonra minimum değere ulaştığı gözlenmiştir (şekil 5.).
5. Öte yandan şekil.5.'teki grafik incelendiğinde baraj tabanındaki sızma olayı incelenirken, baraj menba ve mansabında yaklaşık 10 m. uzakta fiktif cut-off almak yeterli olduğu anlaşılmaktadır.

Bundan sonra bu konuda yapılabilecek çalışmalar arasında zeminin non homojen, izotrop veya anizotrop olduğu, palplanş veya parafuy yerleştirilmeden sızma boyunun menba blanketiyle uzatıldığı durumlarda zemin

türleri değiştirilerek hız, potansiyel ve boşluk suyu basıncı dağılımlarının incelenmesi söylenebilir.

## 8. KAYNAKLAR

- Chuchill, R.V., 1977. Complex Variables and Applications, Mc. Graw-Hill Book Company, Inc, Newyork. U.S.A.Craig, R.F., 1978. Soil Mechanics, Van Nostrand Reinhold, U.S.A.
- Güngör, M., "Bağlamaların Altındaki Sızmadan Dolayı Meydana Gelen Hız ve Potansiyel Dağılımı", Selçuk Üniversitesi, Fen Bilimleri enstitüsü,1989, Konya.
- Güngör, M., 1994. "Geçirimli Zeminlerde Sızma Problemlerinin Sonlu Elemanlar Metodu İle Çözümü", **Celal Bayar Üniversitesi Mühendislik Fakültesi, I.Ulusal İnşaat ve Çevre Sempozyumu, 19-21 Eylül 1994.**
- Jacob, C.E., 1950. Engineering Hydraulics, Chapter V, Editör, H. Rouse John Wiley.
- Nath, B., 1974. Fundamentals of Finite Elements for Engineers, The Athlone Press.
- Phalkun, T., Paramsothy, J., 1986. Steady Flow Calculations for Cutoff Wall Depth Variation, Journal of Geotechnical Engineering, vol. 112, No.11, Nov.
- Slichter, C.S., 1898. "Theoretical Investigation of Motion of Ground Water", **19 th Ann Rept. U.S. Geol. Surv. Part. II.**