SAÜ. Fen Bil. Der. 17. Cilt, 3. Sayı, s. 301-306, 2013 SAU J. Sci. Vol 17, No 3, p. 301-306, 2013

Genelleştirilmiş bulanık esnek cebirsel yapılar

Hacı Aktaş[1*], Özlem Bulut[1]

[1*]Erciyes Üniversitesi Fen Fakültesi Matematik Bölümü Kayseri
[2]Milli Eğitim Bakanlığı Ekin Özlü ÇPL Maraş

07.01.2013 Geliş/Received, 17.04.2013 Kabul/Accepted

ÖZET

Bu çalışmada genelleştirilmiş bulanık esnek kümeler üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek grup ve genelleştirilmiş bulanık esnek halka tanımlamaları yapılmış ve bu kavramlara ait temel bazı özellikler verilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Esnek kümeler, genelleştirilmiş bulanık esnek kümeler, genelleştirilmiş bulanık esnek gruplar, genelleştirilmiş bulanık esnek halkalar.

AMS-Matematik Konu Sınıflandırma Numarası: 08A72, 03E72.

Generalized fuzzy soft algebraic structures

ABSTRACT

In this study we define generalized fuzzy soft group and fuzzy soft ring on generalized fuzzy soft sets and give some properties of these concepts.

Keywords: Soft sets, generalized fuzzy soft sets, generalized fuzzy soft groups, generalized fuzzy soft rings.

AMS-Mathematical Subject Classsification Number: 08A72, 03E72.

* Sorumlu Yazar / Corresponding Author

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Bulanık Küme kavramı ilk kez 1965 yılında Zadeh[1] tarafından tanımlanmıştır. Bulanık küme kavramı, belirsizliklerin anlatımı ve belirsizliklerle çalışılabilmesi için kurulmuş katı bir matematik düzen olarak açıklanabilir ve belirsizliğin bir tür biçimlenişi ve formüllendirilmesidir. Bir çeşit çok-değerli küme kuramıdır.

Bulanık küme üzerinde ilk cebirsel yapı, üyelik fonksiyonu kullanılarak, 1971 yılında A. Rosenfeld[2] tarafından 'fuzzy groups' olarak yayımlanan makalesinde verildi. Bulanık gruplar kullanılarak daha karmaşık bulanık cebirsel yapılar olan bulanık halkalar ve bulanık idealler 1982 yılında Liu[3,4] tarafından çalışılmıştır.

Belirsizliklerin yol açtığı problemleri çözmek için Molodtsov[5] esnek küme teorisi olarak adlandırılan farklı bir yaklaşım önermiştir. Esnek küme teorisi olarak adlandırılan bu yaklaşım diğer yaklaşımlardaki zorluklardan tamamen ayrılmıştır. Esnek küme teorisi çeşitli alanlarda uygulamalar için zengin bir potansiyele sahiptir ve bunların bazıları Molodtsov' un çalışmalarında gösterilmiştir. Daha sonra Maji ve arkadaşları[6] esnek kümeler üzerinde esnek kümelerin birleşimi, kesişimi, AND ve OR gibi çeşitli küme işlemleri tanımlamışlardır.

Esnek kümeler üzerinde ilk cebirsel yapı Aktaş ve Çağman[7] tarafından "soft sets and soft groups" isimli makale ile tanımlamış ve esnek grupların temel özellikleri verilmiştir. Maji tarafından bulanık esnek kümeler BCK-BCI cebirleri üzerine uygulandı. Jun[8] bulanık esnek cebirleri ve bulanık esnek idealleri tanımladı ve temel özelliklerini inceledi. Feng ve arkadaşları[9] esnek yarı halka kavramını ifade ettiler ve esnek kümeler için mevcut olan özellikleri yarı halka yapısına uyarladılar. Acar ve arkadaşları[10] esnek halkalar için temel kavramları verdiler. Ali ve arkadaşları[11] esnek kümeler için bilinen birleşim ve kesişim gibi cebirsel yapıları yeniden düzenleyerek esnek kümelerde yeni ifadeler oluşturdular.

2001 Yılında Maji ve arkadaşları[12] bulanık küme ve esnek kümenin birleşimi olan bulanık esnek küme kavramını tanımlamışlar ve uygulamalarını vermişlerdir. Aygünoğlu ve Aygün[13], Aktaş ve Çağman[7] tarafından tanımlanan esnek grupların bir genelleştirmesi olan bulanık esnek grubu tanımlayarak karakteristik özelliklerini incelemiştir.

Genelleştirilmiş bulanık esnek küme, Maji ve Arkadaşları[12] tarafından tanıtılan bulanık esnek küme kavramının genişletilmesi ile Majumdar ve Samanta[15] tarafından çalışılmıştır.

Bu çalışmada genelleştirilmiş bulanık esnek kümeler üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek grup ve genelleştirilmiş bulanık esnek halka tanımlamaları yapılmış ve bu kavramlara ait temel bazı özellikler verilerek ispatları yapılmıştır.

2. GENEL KAVRAMLAR (PRELIMINARIES)

Tanım 2.1: $U=\{x_1,x_2,\dots,x_n\}$ evrensel küme ve $E=\{e_1,e_2,\dots,e_n\}$ parametrelerin kümesi olsun. Burada (U,E) ikilisi esnek kümedir. $F:E\to I^U$ ve $\mu:E\to I=[0,1]$ tanımlı dönüşüm olsun. Burada I^U, U' nun bütün bulanık alt kümelerinin koleksiyonudur. $F_\mu: E\to I^U\times I$ dönüşümü aşağıdaki gibi tanımlanan bir fonksiyondur. $f_e\in I^U$ olmak üzere $F_\mu(e)=(f_e,\mu(e))$' dir.

F_μ' ye (U,E) esnek evrensel kümesi üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek küme denir.

Burada her e_i parametresi için $F_\mu(e_i)=(f_{e_i},\mu(e_i))$, sadece U' nun elemanlarının f_{e_i}' deki üyelik derecesini belirtmez, aynı zamanda $\mu(e_i)$ ile gösterilen böyle bir aitliğin mümkün olma derecesini belirtir[15].

Tanım 2.2: F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek küme olsun. Eğer

(i) μ ,δ' nın bulanık alt kümesi
(ii) $\forall e\in E$ için f_e, g_e' nin bulanık alt kümesi

şartları sağlanıyorsa F_μ' ye G_δ' nın genelleştirilmiş bulanık esnek alt kümesidir denir ve $F_\mu\subseteq G_\delta$ ile gösterilir[15].

Tanım 2.3: F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek küme olsun. Eğer $\forall e\in E$ için $\delta(e)=\mu^c(e)$ ve $g_e=(f_e)^c$ ise G_δ' ya F_μ' nün tümleyeni denir ve $(F_\mu)^c=G_\delta$ ile gösterilir[15].

Tanım 2.4: F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek küme olsun. F_μ ve G_δ kümelerinin birleşimi $H_v: E\to I^U\times I$, $H_v(e)=(h_e,v(e))$ olmak üzere $F_\mu \,\tilde{\cup}\, G_\delta=H_v$ ile tanımlanır. Burada $h_e=\max\{f_e,g_e\}$ ve $v(e)=\max\{\mu(e),\delta(e)\}$' dir[15].

Tanım 2.5: F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek küme olsun. F_μ ve G_δ kümelerinin kesişimi

$H_v: E\to I^U\times I$, $H_v(e)=(h_e,v(e))$

olmak üzere $F_\mu \tilde{\cap} G_\delta = H_v$ ile tanımlanır. Burada $h_e=\min\{f_e, g_e\}$ ve $v(e)=\min\{\mu(e),\delta(e)\}$' dir[15].

Tanım 2.6: $\Phi_\theta: E \to I^U \times I$ ve $\Phi_\theta(e)=(\vartheta_e,\theta(e))$ ile tanımlansın. Burada $\forall e \in E$ için $f_e=\bar{0}$ ve $\theta(e)=0$ ise genelleştirilmiş bulanık esnek kümeye genelleştirilmiş boş bulanık esnek küme denir ve Φ_θ ile gösterilir[15].

Tanım 2.7: $\tilde{A}_{(\alpha)}: E \to I^U \times I$ ve $\tilde{A}_{(\alpha)}(e)=(A_e,\alpha(e))$ ile tanımlansın. Burada $\forall e \in E$ için $A_e=\bar{1}$ ve $\alpha(e)=1$ ise genelleştirilmiş bulanık esnek kümeye bir genelleştirilmiş mutlak bulanık esnek küme denir ve $\tilde{A}_{(\alpha)}$ ile gösterilir[15].

3. GENELLEŞTİRİLMİŞ BULANIK ESNEK CEBİRSEL YAPILAR (GENERALIZED FUZZY SOFT ALGEBRAIC STRUCTURES)

Rosenfeld[2] tarafından bulanık gruplar kavramının, Aktaş ve Çağman[7] tarafından esnek gruplar kavramlarının tanımlanması ve bu kavramların çeşitli araştırmacılar tarafından çalışılması ile bulanık kümeler ve esnek kümeler üzerinde birçok cebirsel yapı tanımlanarak bu yapıların özellikleri incelenmiştir. Bu bölümde Majumdar ve Samanta[15] tarafından tanımlanan genelleştirilmiş bulanık esnek kümeler kullanılarak genelleştirilmiş bulanık esnek grup ve bulanık esnek halka kavramını tanımlayarak bazı özelliklerini inceleyeceğiz.

3.1. Genelleştirilmiş Bulanık Esnek Gruplar (Generalized Fuzzy Soft Groups)

Tanım 3.1.1: F_μ, (U,E) esnek evrensel kümesi üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek küme olsun. Eğer $\forall e \in E$ için $\mu(e)>0$ ve

(i) $\forall e \in E$ için ve $\forall x,y \in U$ için $f_e(xy) \geq \min\{f_e(x), f_e(y)\}$
(ii) $\forall x \in U$ için $f_e(x)=f_e(x^{-1})$

şartları sağlanıyor ise F_μ' ye (U,E) esnek evrensel kümesi üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek grup denir.

Örnek 3.1.2: $U=\{e,a,b,ab\}$, Klein'ın 4-lü grubu olmak üzere $E=\{e_1,e_2,e_3\}$ ve $\mu: E \to I=[0,1]$ fonksiyonu $\mu(e_1)=0{,}1$, $\mu(e_2)=0{,}4$, $\mu(e_3)=0{,}6$

olarak tanımlansın.

$f_{(e_1)}(ab)=0{,}4$, $f_{(e_1)}(a)=0{,}4$, $f_{(e_1)}(b)=0{,}6$, $f_{(e_1)}(e)=0{,}5$

$f_{(e_2)}(ab)=0{,}5$, $f_{(e_2)}(a)=0{,}6$, $f_{(e_2)}(b)=0{,}5$ $f_{(e_2)}(e)=1$

$f_{(e_3)}(ab)=0{,}8$, $f_{(e_3)}(a)=0{,}9$, $f_{(e_3)}(b)=0{,}8$, $f_{(e_3)}(e)=0{,}6$

olarak tanımlansın ve $\forall x \in U$ için $x^2=e$ olsun.

$\forall e \in E$ için $\mu(e)>0$ olmalı. $\mu(e_1)=0{,}1 \geq 0$, $\mu(e_2)=0{,}4 \geq 0$, $\mu(e_3)=0{,}6 \geq 0$ olduğundan bu şart sağlanır.

F_μ' nün genelleştirilmiş bulanık esnek grup olması için $\forall e \in E$ ve $\forall x,y \in U$ için $f_e(xy) \geq \min\{f_e(x), f_e(y)\}$ olduğunu göstermeliyiz. $e_1 \in E$ ve

$a,b \in U$ için $f_{(e_1)}(ab)=0{,}5 \geq \min\{f_{(e_1)}(a), f_{(e_1)}(b)\}=\min\{0{,}4,0{,}6\}=0{,}4$.

$a,e \in U$ için $f_{(e_1)}(ae)=f_{(e_1)}(a)=0{,}4 \geq \min\{f_{(e_1)}(a), f_{(e_1)}(e)\}=\min\{0{,}4,0{,}5\}=0{,}4$.

$b,e \in U$ için $f_{(e_1)}(be)=f_{(e_1)}(b)=0{,}6 \geq \min\{f_{(e_1)}(b), f_{(e_1)}(e)\}=\min\{0{,}6,0{,}5\}=0{,}5$.

$ab,a \in U$ için $f_{(e_1)}(aba)=f_{(e_1)}(aab)=f_{(e_1)}(a^2 b)=f_{(e_1)}(b)=0{,}6 \geq$

$\min\{f_{(e_1)}(ab), f_{(e_1)}(a)\}=\min\{0{,}4,0{,}4\}=0{,}4$.

$ab,b \in U$ için $f_{(e_1)}(abb)=f_{(e_1)}(ab^2)=f_{(e_1)}(a)=0{,}4 \geq$

$\min\{f_{(e_1)}(ab), f_{(e_1)}(b)\}=\min\{0{,}4,0{,}6\}=0{,}4$.

$e_2$ve e_3 parametreleri için de bu şartın sağlandığı benzer şekilde gösterilebilir.

Klein'in 4-lü grubunda her elemanın tersi kendisine eşit olduğundan $\forall x \in U$ için $f_e(x)=f_e(x^{-1})$ şartı da sağlanır.

O halde (i) ve (ii) şartları sağlandığından $F_\mu=(f_e,\mu(e))$ genelleştirilmiş bulanık esnek gruptur.

Teorem 3.1.3: F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek grup olsun. Bu takdirde $F_\mu \tilde{\cap} G_\delta$, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek gruptur.

İspat. F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek grup olduğundan $\forall e \in E$ için $\mu(e)>0$ ve $\delta(e)>0$' dır. $F_\mu \tilde{\cap} G_\delta=H_v$ olsun.

Buna göre $H_v=(h_e,v(e))$' dir. $v(e)=\min\{\mu(e),\delta(e)\}>0$' dır.

Ayrıca $\forall e \in E$ ve $\forall x,y \in U$ için $h_e(xy) \geq \min\{f_e(xy), g_e(xy)\}$' dir. f_e ve g_e bulanık grup olduklarından

$h_e(xy)=\min\{f_e(xy),g_e(xy)\}\geq\min\{\min\{f_e(x),f_e(y)\},\min\{g_e(x),g_e(y)\}\}=\min\{\min\{f_e(x),g_e(x)\},\min\{f_e(y),g_e(y)\}\}=\min\{h_e(x),h_e(y)\}$ elde edilir.

$\forall x\in U$ için $h_e(x)=h_e(x^{-1})$ olduğunu göstermeliyiz. $h_e=\max\{f_e,g_e\}$ ve F_μ ve G_δ iki genelleştirilmiş bulanık esnek grup olduğundan

$h_e(x)=\max\{f_e(x),g_e(x)\}=\max\{f_e(-x),g_e(-x)\}=h_e(-x)$ olur.

O halde bulanık alt grup şartları sağlandığından $F_\mu \tilde{\cap} G_\delta$, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek gruptur.

Tanım 3.1.4: F_μ ve G_δ, (U,E) esnek evrensel kümesi üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek grup olsun. Eğer

(i) μ,δ' nın bulanık alt kümesi
(ii) $\forall e\in E$ için f_e, g_e' nin bulanık alt grubu
ise F_μ' ye G_δ' nın genelleştirilmiş bulanık esnek alt grubu denir.

Örnek 3.1.5: Örnek 6.1.2' de (U,E) üzerinde verilen F_μ genelleştirilmiş bulanık esnek grubu verilsin. (U,E) üzerinde G_δ genelleştirilmiş bulanık esnek grubu aşağıdaki şekilde tanımlansın

$\delta(e_1)=0{,}5$, $\delta(e_2)=0{,}7$, $\delta(e_3)=0{,}9$ olarak tanımlansın.

$g_{e_1}(ab)=0{,}5$, $g_{e_1}(a)=0{,}5$, $g_{e_1}(b)=0{,}7$, $g_{e_1}(e)=0{,}6$

$g_{e_2}(ab)=0{,}7$, $g_{e_2}(a)=0{,}8$, $g_{e_2}(b)=0{,}7$, $g_{e_2}(e)=1$

$g_{e_3}(ab)=0{,}9$, $g_{e_3}(a)=0{,}9$, $g_{e_3}(b)=1$, $g_{e_3}(e)=0{,}8$

μ,δ' nın bulanık alt kümesi olduğunu göstermeliyiz. $\forall e\in E$ için

$\delta(e_1)=0{,}5\geq\mu(e_1)=0{,}1$, $\delta(e_2)=0{,}7\geq\mu(e_2)=0{,}4$, $\delta(e_3)=0{,}9\geq\mu(e_3)=0{,}6$ olduğundan μ,δ' nın bulanık alt kümesidir.

$\forall e\in E$ ve $\forall x\in U$ için $g_{e_1}(x)\geq f_{e_1}(x)$ olduğu da görülebilir.

O halde F_μ, G_δ' nın genelleştirilmiş bulanık esnek alt grubudur.

Tanım 3.1.6: $\tilde{A}_\alpha: E\to I^U\times I$ ve $\tilde{A}_\alpha(e)=(A_e,\alpha(e))$ ile tanımlansın. Burada $\forall e\in E$ için $A_e=\bar{1}$ ve $\alpha(e)=1$ ve A_e bir bulanık grup ise $\tilde{A}_\alpha$' ya genelleştirilmiş mutlak bulanık esnek grup denir.

Önerme 3.1.7: F_μ, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek grup ve $\tilde{A}_\alpha$ genelleştirilmiş mutlak bulanık esnek grup olmak üzere aşağıdaki önermeler doğrudur.

$F_\mu \tilde{\cap} F_\mu$,F_μ' nün bir genelleştirilmiş bulanık esnek alt grubudur.

$F_\mu \tilde{\cap} \tilde{A}_\alpha$,F_μ' nün bir genelleştirilmiş bulanık esnek alt grubudur.

$F_\mu \tilde{\cup} \tilde{A}_\alpha$ genelleştirilmiş bulanık esnek gruptur.

İspat: (i) $F_\mu \tilde{\cap} F_\mu=H_v$ olsun. $H_v(e)=(h_e,v(e))$ ve $\forall e\in E$ için $h_e=\min\{f_e,f_e\}=f_e$ ve $v(e)=\min\{\mu(e),\mu(e)\}=\mu(e)$' dir. $\forall e\in E$ için

$\forall e\in E$ için $\mu(e)\geq\mu(e)$' dir.

$\forall e\in E$ için f_e, f_e' nin bulanık alt grubudur.

O halde (i) ve (ii) şartları sağlandığından $F_\mu \tilde{\cap} F_\mu$,F_μ' nün bir genelleştirilmiş bulanık esnek alt grubudur.

(ii) $F_\mu \tilde{\cap} \tilde{A}_\alpha=H_v$ olsun. $H_v(e)=(h_e,v(e))$ ve $\forall e\in E$ için $h_e=\min\{f_e,A_e\}=\min\{f_e,1\}=f_e$ ve $v(e)=\min\{\mu(e),\alpha(e)\}=\min\{\mu(e),1\}=\mu(e)$' dir. $\forall e\in E$ için

$\forall e\in E$ için $\alpha(e)=1\geq\mu(e)$' dir.

$\forall e\in E$ için f_e, A_e' nin bulanık alt grubudur.

O halde (i) ve (i) şartları sağlandığından $F_\mu \tilde{\cap} F_\mu,\tilde{A}_\alpha$' nin bir genelleştirilmiş bulanık esnek alt grubudur.

(iii) Tanım 5.1.6 ve Tanım 6.1.1 kullanılarak kolay bir şekilde ispatlanır.

Tanım 3.1.8 (U,E) birim esnek grup ve F_μ, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek grup ise F_μ' ye genelleştirilmiş birim bulanık esnek grup denir.

3.2 Genelleştirilmiş Bulanık Esnek Halkalar (Generalized Fuzzy Soft Rings)

Tanım 3.2.1: F_μ, (U,E) evrensel kümesi üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek küme olsun. Eğer $\forall e\in E$ için $\mu(e)>0$ ve

(i) $\forall x,y \in R$ için $f_a (x-y) \geq \min\{\llbracket f \rrbracket_a (x), \llbracket f \rrbracket_a (y)\}$

(ii) $\forall x,y \in R$ için $f_a (xy) \geq \min\{\llbracket f \rrbracket_a (x), \llbracket f \rrbracket_a (y)\}$

şartları sağlanıyor ise F_μ'ye (U,E) esnek evrensel kümesi üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek halka denir.

Örnek 3.2.2 $Z_3=\{0,1,2\}$ halkası, $E=\{e_1,e_2,e_3\}$ parametrelerin kümesi ve $\mu:E \rightarrow I=[0,1]$ fonksiyonu

$\mu(e_1)=0{,}5$, $\mu(e_2)=0{,}3$, $\mu(e_3)=0{,}7$

olarak tanımlansın.

$f_{(e_1)}(0)=0{,}4$, $f_{(e_1)}(1)=0{,}3$, $f_{(e_1)}(2)=0{,}3$

$f_{(e_2)}(0)=0{,}5$, $f_{(e_2)}(1)=0{,}2$, $f_{(e_2)}(2)=0{,}2$

$f_{(e_3)}(0)=1$, $f_{(e_3)}(1)=0{,}8$, $f_{(e_3)}(2)=0{,}8$

olarak tanımlansın.

$\forall e \in E$ için $\mu(e)>0$ olmalı. $\mu(e_1)=0{,}5 \geq 0$, $\mu(e_2)=0{,}3 \geq 0$, $\mu(e_3)=0{,}7 \geq 0$ olduğundan bu şart sağlanır.

F_μ' nün genelleştirilmiş bulanık esnek halka olması için $\forall e \in E$ ve $\forall x,y \in U$ için $f_e (x-y) \geq \min\{f_e (x),f_e (y)\}$ olduğunu göstermeliyiz. $e_1 \in E$ ve $0,1 \in U$ için

$f_{(e_1)}(0-1)=f_{(e_1)}(-1)=f_{(e_1)}(2)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(0),f_{(e_1)}(1)\}=\min\{0{,}4, 0{,}3\}=0{,}3$.

$1,0 \in U$ için $f_{(e_1)}(1-0)=f_{(e_1)}(1)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(1),f_{(e_1)}(0)\}=\min\{0{,}3, 0{,}4\}=0{,}3$.

$0,2 \in U$ için $f_{(e_1)}(0-2)=f_{(e_1)}(-2)=f_{(e_1)}(1)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(0),f_{(e_1)}(2)\}=\min\{0{,}4, 0{,}3\}=0{,}3$.

$2,0 \in U$ için $f_{(e_1)}(2-0)=f_{(e_1)}(2)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(2),f_{(e_1)}(0)\}=\min\{0{,}3, 0{,}4\}=0{,}3$.

$1,2 \in U$ için $f_{(e_1)}(1-2)=f_{(e_1)}(-1)=f_{(e_1)}(2)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(1),f_{(e_1)}(2)\}=\min\{0{,}3, 0{,}3\}=0{,}3$.

$2,1 \in U$ için $f_{(e_1)}(2-1)=f_{(e_1)}(1)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(2),f_{(e_1)}(1)\}=\min\{0{,}3, 0{,}3\}=0{,}3$.

$e_2$ve e_3 parametreleri için de bu şartın sağlandığı benzer şekilde gösterilebilir.

$\forall x,y \in R$ için $f_a (xy) \geq \min\{\llbracket f \rrbracket_a (x), \llbracket f \rrbracket_a (y)\}$ olduğunu göstermeliyiz. $e_1 \in E$ ve

$0,1 \in U$ için $f_{(e_1)}(0.1)=f_{(e_1)}(0)=0{,}4 \geq \min\{f_{(e_1)}(0),f_{(e_1)}(1)\}=\min\{0{,}4, 0{,}3\}=0{,}3$.

$1,0 \in U$ için $f_{(e_1)}(1.0)=f_{(e_1)}(0)=0{,}4 \geq \min\{f_{(e_1)}(1),f_{(e_1)}(0)\}=\min\{0{,}3, 0{,}4\}=0{,}3$.

$0,2 \in U$ için $f_{(e_1)}(0.2)=f_{(e_1)}(0)=0{,}4 \geq \min\{f_{(e_1)}(0),f_{(e_1)}(2)\}=\min\{0{,}4, 0{,}3\}=0{,}3$.

$2,0 \in U$ için $f_{(e_1)}(2.0)=f_{(e_1)}(0)=0{,}4 \geq \min\{f_{(e_1)}(2),f_{(e_1)}(0)\}=\min\{0{,}3, 0{,}4\}=0{,}3$.

$1,2 \in U$ için $f_{(e_1)}(1.2)=f_{(e_1)}(2)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(1),f_{(e_1)}(2)\}=\min\{0{,}3, 0{,}3\}=0{,}3$.

$2,1 \in U$ için $f_{(e_1)}(2.1)=f_{(e_1)}(2)=0{,}3 \geq \min\{f_{(e_1)}(2),f_{(e_1)}(1)\}=\min\{0{,}3, 0{,}3\}=0{,}3$.

$e_2$ve e_3 parametreleri için de bu şartın sağlandığı benzer şekilde gösterilebilir.

(i)ve (ii) şartları sağlandığından f_μ , genelleştirilmiş bulanık esnek halkadır.

Teorem 3.2.3: F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek halka olsun. Bu takdirde $F_\mu \tilde{\cap} G_\delta$, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek halkadır.

İspat. F_μ ve G_δ, (U,E) üzerinde iki genelleştirilmiş bulanık esnek halka olduğundan $\forall e \in E$ için $\mu(e)>0$ ve $\delta(e)>0$' dır.

$F_\mu \tilde{\cap} G_\delta=H_v$ olsun. Buna göre $H_v=(h_e,v(e))$' dir. $v(e)=\min\{\mu(e),\delta(e)\}>0$' dır.

(i) $\forall e \in E$ ve $\forall x,y \in U$ için $h_e (x-y) \geq \min\{h_e (x),h_e (y)\}$ olduğunu göstermeliyiz. $h_e (x)=\min\{f_e (x),g_e (y)\}$ ve f_e ve g_e bulanık grup olduklarından

$h_e (x-y)=\min\{f_e (x-y),g_e (x-y)\} \geq \min\{\min\{f_e (x),f_e (y)\},\min\{g_e (x),g_e (y)\}\}=\min\{\min\{f_e (x),g_e (x)\},\min\{f_e (y),g_e (y)\}\}=\min\{h_e (x),h_e (y)\}$ elde edilir.

(ii) $\forall e \in E$ ve $\forall x,y \in U$ için $h_e (xy) \geq \min\{h_e (x),h_e (y)\}$ olduğunu göstermeliyiz.

$h_e (xy)=\min\{f_e (xy),g_e (xy)\} \geq \min\{\min\{f_e (x),f_e (y)\},\min\{g_e (x),g_e (y)\}\}=\min\{\min\{f_e (x),g_e (x)\},\min\{f_e (y),g_e (y)\}\}=\min\{h_e (x),h_e (y)\}$ elde edilir. (i) ve (ii) şartları sağlandığından $F_\mu \tilde{\cap} G_\delta$, (U,E) üzerinde genelleştirilmiş bulanık esnek halkadır.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

[1] L.A. Zadeh, (1965), Fuzzy Sets, Information and Control 8, 338-353.

[2] A.Rosenfeld, 1971, Fuzzy Groups, J. Math. Anal. Appl. 35, 512-517.

[3] Wang-Jin Liu, (1982), Fuzzy invariant subgroups and fuzzy ideals,Fuzzy Sets and Systems 8, 133-139.

[4] Wang-Jin Liu, (1982), Operations on fuzzy ideals, Fuzzy Sets and Systems 11 31-41.

[5] D. Molodtsov, (1999), Soft set theory-first result, , Comput.Math.Appl. 37 19-31.

[6] P. K. Maji, R. Biswas, A. R. Roy, (2003) Soft set theory, Comput.Math.Appl. 45 555-562.

[7] H. Aktaş, N. Çağman, (2007), Soft sets and soft groups, Inform.Sci. 177, 2726-2735.

[8] Y. B. Jun, (2008), Soft BKC/BKI-algebra, , Comput.Math.Appl. 56, 1408-1413.

[9] F. Feng, Y.B.Jun, X.Zhao, (2008), Soft semirings , Comput.Math.Appl. 56, 2621-2628.

[10] U. Acar, F. Koyuncu ve B. Tanay, (2010), Soft Set Soft Rings, Computers and Mathematics with Applicarions, 59, 3458-3463.

[11] M.I. Ali, F. Feng, X. Liu and W. K. M. Shabir, (2009), On some new operations in soft set theory, Computers and Mathematics with Appl. 57 ,1547-1553.

[12] P. K. Maji, R. Biswas, A. R. Roy, (2001), Fuzzy soft set, Journal of Fuzzy Mathematics 9 (3) 589-602.

[13] A. Aygünoğlu and H. Aygün, (2009), Introduction to Fuzzy soft groups, Computers and Mathematics with Appl. 58, 1279-1286.

[14] S. Subramanian, R. Nagarajan and A. Mohan, (2012),Homomorphic Image of Fuzzy Soft Rings with Supremum Property under Triangular Norms, International Mathematical Forum 7, 6,281-295.

[15] Majumdar and S.K. Samanta, (2010), Generalised Fuzzy Soft Set, Computers and Mathematics with Appl. 57, 1425-1432.