

# FARKLI ORTAMLAR İÇİN JONES–MUELLER MATRİS HESAPLAMASI

Sebahaddin ALPTEKİN<sup>1</sup>, Haluk ŞAFAK<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Kırşehir Anadolu Öğretmen Lisesi , e-mail: [sebalptekin@yahoo.com](mailto:sebalptekin@yahoo.com), <sup>2</sup>Selçuk Üniversitesi Fen Fakültesi Fizik Bölümü

## ÖZET

Işığın Kutuplanma temsili çeşitli yöntemlerle belirlenebilir. Işık izotropik bir ortamda ilerlerken kutuplanma durumunda herhangi bir değişme söz konusu değildir. Bu durumda, ışığın soğurulmasından dolayı sadece şiddetinde bir azalma söz konusudur. Fakat, eğer ışık anizotropik bir ortam boyunca ilerlerse kutuplanma durumları kayda değer bir biçimde değişir. Bu çalışmada Anizotropik ortam boyunca ilerleyen ışığın kutuplanma temsili 2x2'lik Jones matrisi ile temsil edildi [1]. Ancak kısmen kutuplanmış ışığın kutuplanma gösterimi 4x4'lük Mueller matrisi ile temsil edilmiştir. Mueller matrisi herhangi bir anizotropik ortamda ilerleyen ışığın temel özelliklerin belirler.

**Anahtar kelimeler:** Mueller Matris; Jones Matris; Kutuplanma(polarizasyon); Stokes vektörleri; Çift kırıcılık; İki renklilik

## JONES-MULER MATRIX CALCULATION FOR DIFFERENT MEDIUM

### ABSTRACT

Polarization representation of light can be performed by various methods. As the light propagates through any isotropical medium, there has been no changes in its polarization properties. In this case, only its intensity can be attenuated by the absorption processes. But, if the light passes through an anizotropical ambient, its polarization situation may also be changed dramatically. In this study, the polarization representation of totally polarized light has been given by a 2x2 Jones matrix [1]. However, the polarization schema of partly polarized light has been presented by a 4x4 Mueller matrix. The Mueller matrix that characterizes the fundamental properties of any anizotropical medium which the light propagates inside it.

**Keywords:** Mueller Matrix, Jones matrix, Polarization, Stokes vectors, birefringence, dichroism

### 1.GİRİŞ

Işığın kutuplanmasının temsili sağlayan yöntemlerin birçoğu 19.yüzyılda ortaya çıkmıştır. Fakat polarimetrik optiğin gelişimi, lazer ve fiber optik gibi sofistike teknolojik sistemlerin gelişiminden itibaren başlar. Yine benzer şekilde elektromagnetizmadaki polarimetrik bilginin kullanımı; radar taraması, telekomünikasyon sistemleri(fiber optik) [2], astronomi, tıp [3], biyoloji, biyokimya, ve sualtı araştırması [4] gibi değişik araştırma alanlarında geniş olarak gerçekleştirilmiştir.

Bir elektromagnetik dalga ve homojen ortam arasındaki etkileşme Jones formalizmi ile ifade edilebilir. R. Clark Jones, 1941 ve 1948 yılları arasında optiksel sistemlerin dönüşümü için yeni bir hesaplama yöntemi geliştirmiştir. Jones formalizmi, kutuplanma durumunun vektörel doğasını temel alarak, gelen ışığın, elektrik alan vektörüne bağlı kompleks vektörel uzayda, 2x2'lik bir matris ile kutuplanma operatörünü tanımlamıştır. Jonesformalizmi ışığın tamamen kutuplandığı durumlarda uygulanabilir, kısmen kutuplanma durumlarında uygulanamaz.

Fakat, bu hesaplama tamamen kutuplanmış olan ışığın optik sistemler tarafından depolarize edilmesini sağlayamaz. Depolarize ortamlar, ışığın kutuplanmasını engelleyen veya kutuplu ışığı kutupsuz ışığa dönüştüren ortamlardır. Bu yüzden bu metodun uygulama alanı sınırlıdır.

## 2. MATEMATİKSEL METOT

Bir ışığın kutuplanma durumu anizotropik ortamda yayılma boyunca sürekli olarak değişir. Işık tamamen kutuplanmış, ortam lineer ve non-depolarize ise sadece yayılma yönündeki kutuplanma bileşeni

$$\frac{dE(z)}{dz} = NE(z) \quad (2.1)$$

birinci derece lineer diferansiyel denklem ile ifade edebilir. Burada E 2x1'lik matris ışığın Jones vektörü, z yayılma yönünde alınan yoldur ve N ortamın optiksel özelliklerini ifade eden 2x2'lik kompleks bir matristir. Bununla birlikte ortam depolarize olduğunda veya ışık kısmen kutuplandığında bu ifade uygulanamaz duruma gelir. Bir sistemin Jones matrisi bilindiğinde Mueller ve Jones matrisleri arasındaki genel ilişkiyi kullanarak Mueller matrisi elde edebilir [4,5]. Tek bir non-depolarize optiksel ortam için Mueller matrisi M, Jones matrisi J ile aşağıdaki gibi ilişkilendirilir:

$$M = A(J \otimes J^*)A^{-1} \quad (2.2)$$

burada  $\otimes$  doğrudan çarpımı gösterir.  $J^*$ , J' nin kompleks eşleniğidir.

### 2.1. Doğrudan çarpım (Kronecker çarpımı)

Doğrudan çarpım, matrislerin çarpımı için geliştirilen bir yöntemdir. Bu yöntemde göre eğer A bir m x m matris ve B bir n x n matris ise bu iki matris arasındaki doğrudan çarpım;

$$A \otimes B = C \quad (2.3)$$

şeklinde ifade edilir. C bir mn x mn matristir ve matris elemanları

$$C_{\alpha\beta} = A_{ij}B_{kl} \quad (2.4)$$

şeklinde verilir. Burada  $\alpha$  ve  $\beta$  değerleri

$$\alpha = n(i-1)+k, \quad \beta = n(j-1)+l$$

şeklinde tanımlanır. Örneğin, eğer A ve B her ikisi de 2x2 şeklinde matris ise, bu matrislerin doğrudan çarpımı;

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B \\ a_{21}B & a_{22}B \end{bmatrix}$$

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & a_{12}b_{11} & a_{12}b_{12} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & a_{12}b_{21} & a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} & a_{21}b_{12} & a_{22}b_{11} & a_{22}b_{12} \\ a_{21}b_{21} & a_{21}b_{22} & a_{22}b_{21} & a_{22}b_{22} \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

şeklinde olur. Yukarıda verilen (2.2) denklemindeki A ve  $A^{-1}$  değerleri;

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix}, \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

ve bu matrisler; yani  $A^{-1}=(1/2)A^T$  şeklinde tanımlanan matrislerdir.

Tamamen kutuplanmış ışığın, homojen ve lineer ortam için ilerlemesini temsil eden (2.1) diferansiyel denklemi,  $E(z) = \exp(Nz).E(0)$  şeklinde bir üstel çözüme sahiptir. Burada E(0),  $z = 0$ 'da Jones vektörün başlangıç değerine karşılık gelir. Optiksel sistemin Jones matrisi genel olarak  $J=\exp(Nz)$  şeklinde üstel bir operatör ile verilir. N matrisini tanımlamak için Jones tarafından önerilen temsile göre yedi temel optiksel parametreler dikkate alınır [6-11].

Bu optiksel parametreler  $\alpha$  izotropik soğurma,  $\eta$  lineer kırıcılık,  $\beta$  lineer iki renklilik,  $\gamma$  lineer iki renklilik x y eksenleri arasında  $45^\circ$ 'lik açı yapan eksen boyunca,  $\delta$  dairesel iki renklilik,  $\mu$  dairesel çift kırıcılık,  $\nu$  lineer çift kırıcılık x y eksenleri arasında  $45^\circ$ 'lik açı yapan eksen boyunca, burada izotropik kırıcılık sıfır Mueller matrisine karşılık geldiğinden dikkate alınmadı. Bu parametreleri kullanarak en genel diferansiyel Jones matrisi [12,13]

$$N = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \alpha + k_1 & k_2 - ik_3 \\ k_2 + ik_3 & \alpha - k_1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

ile temsil edilebilir. Burada  $k_1 = \beta + \eta i$ ,  $k_2 = \gamma - \nu i$  ve  $k_3 = \delta + \mu i$  ortamın net çift kırıcılığını ve net iki renkliliğini temsil eden  $\mathbf{x} = \{\beta, \gamma, \delta\}$  ve  $\mathbf{y} = \{\eta, -\nu, \mu\}$  şeklinde tanımlanan üç boyutlu iki vektördür. Bu vektörlerin  $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y}$  skaler çarpımı çift kırıcılık ve iki renklilik arasındaki ilişkiyi karakterize eder. Eğer bu çarpımın değeri sıfıra eşit ise  $\mathbf{x}$  ve  $\mathbf{y}$  vektörleri birbirine diktirler ve sonuçta bu vektörler arasında ilişki yoktur.

Çift kırıcılığın ve sanal kısmı ortamın iki renkliliğine karşılık gelir. Jones matrisini hesaplamak için yaygın biçimde Sylvesterin metodu kullanılır [14,15,16]. Bu metotta  $J = \exp(Nz)$  denklemin, Sylvesterin determinantına göre çözümü,

$$\det \begin{vmatrix} 1 & \lambda_1 & \exp(\lambda_1) \\ 1 & \lambda_2 & \exp(\lambda_2) \\ I & N & \exp(Nz) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.8)$$

şeklinde olur. Burada  $I$  birim matris,  $\lambda_1$  ve  $\lambda_2$   $N$ 'nin öz değerleridir.  $N$ 'nin öz değerleri  $\det |N - \lambda I| = 0$  karakteristik denklemden bulunabilir. Denklem(2.7) den  $N$  değerini yerine koyup, gerekli işlemleri yapıldığında

$$\det \frac{1}{2} \begin{vmatrix} \alpha + k_1 - 2\lambda & k_2 - ik_3 \\ k_2 + ik_3 & \alpha - k_1 - 2\lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (2.9)$$

$$\frac{1}{2} [(\alpha - 2\lambda + k_1)(\alpha - 2\lambda - k_1) - (k_2 - ik_3)(k_2 + ik_3)] = 0 \quad (2.10)$$

$$\frac{1}{2} [(\alpha - 2\lambda)^2 - k_1^2 - (k_2^2 - (ik_3)^2)] = 0 \quad (2.11)$$

$$(\alpha - 2\lambda)^2 = k_1^2 + k_2^2 + k_3^2 \quad (2.12)$$

Denklem (2.12),  $\lambda_1 = \frac{\alpha + k}{2}$  ve  $\lambda_2 = \frac{\alpha - k}{2}$

formudur ve  $k = |\mathbf{K} \cdot \mathbf{K}|^{1/2}$  ile verilir. Denklem (2.8) çözümlerse Jones matrisi elde edilebilir:

iki köke sahiptir. Burada  $k$   $\mathbf{K}$ 'nin kompleks

$$(\lambda_1 - \lambda_2) \exp(Nz) = \exp(\lambda_1)(N - \lambda_2 I) + \exp(\lambda_2)(\lambda_1 - N) \quad (2.13)$$

$$\exp(Nz) = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2} [\exp(\lambda_1)(N - \lambda_2 I) + \exp(\lambda_2)(\lambda_1 - N)]$$

değerlerini yerine yazıldığında

$$\exp(Nz) = \frac{\exp(\frac{\alpha}{2} z)}{k} \left\{ \frac{\exp(\frac{kz}{2})}{2} \begin{bmatrix} (k + k_1) & (k_2 - ik_3) \\ (k_2 + ik_3) & (k - k_1) \end{bmatrix} + \frac{\exp(-\frac{kz}{2})}{2} \begin{bmatrix} (k - k_1) & (k_2 - ik_3) \\ -(k_2 + ik_3) & (k + k_1) \end{bmatrix} \right\},$$

$$\exp(Nz) = \frac{\exp(\frac{\alpha}{2} z)}{k} \quad (2.14)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{\exp(\frac{k}{2} z)}{2} (k + k_1) + \frac{\exp(-\frac{k}{2} z)}{2} (k - k_1) & \frac{\exp(\frac{k}{2} z)}{2} (k_2 - ik_3) - \frac{\exp(-\frac{k}{2} z)}{2} (k_2 - ik_3) \\ \frac{\exp(\frac{k}{2} z)}{2} (k_2 + ik_3) - \frac{\exp(-\frac{k}{2} z)}{2} (k_2 + ik_3) & \frac{\exp(\frac{k}{2} z)}{2} (k - k_1) + \frac{\exp(-\frac{k}{2} z)}{2} (k + k_1) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} k \left( \frac{\exp(\frac{k}{2} z) + \exp(-\frac{k}{2} z)}{2} \right) + k_1 \left( \frac{\exp(\frac{k}{2} z) - \exp(-\frac{k}{2} z)}{2} \right) & (k_2 - ik_3) \left( \frac{\exp(\frac{k}{2} z) - \exp(-\frac{k}{2} z)}{2} \right) \\ (k_2 + ik_3) \left( \frac{\exp(\frac{k}{2} z) - \exp(-\frac{k}{2} z)}{2} \right) & \left( \frac{\exp(\frac{k}{2} z) - \exp(-\frac{k}{2} z)}{2} \right) - k_1 \left( \frac{\exp(\frac{k}{2} z) - \exp(-\frac{k}{2} z)}{2} \right) \end{bmatrix},$$

$$\exp(Nz) = \frac{\exp(\alpha z / 2)}{k} \begin{bmatrix} k \cosh\left(\frac{kz}{2}\right) + k \sinh\left(\frac{kz}{2}\right) & (k_2 - ik_3) \sinh\left(\frac{kz}{2}\right) \\ (k_2 + ik_3) \sinh\left(\frac{kz}{2}\right) & k \cosh\left(\frac{kz}{2}\right) - k \sinh\left(\frac{kz}{2}\right) \end{bmatrix}, \quad (2.15)$$

$$J = \exp(Nz) = \frac{\exp(\alpha z / 2)}{k} \begin{bmatrix} J_1 & J_3 \\ J_4 & J_2 \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

bulunur. Burada J elemanları;

$$J_1 = k \cosh\left(\frac{kz}{2}\right) + k \sinh\left(\frac{kz}{2}\right), J_2 = k \cosh\left(\frac{kz}{2}\right) - k \sinh\left(\frac{kz}{2}\right), J_3 = (k_2 - ik_3) \sinh\left(\frac{kz}{2}\right), \\ J_4 = (k_2 + ik_3) \sinh\left(\frac{kz}{2}\right) \quad (2.17)$$

şeklindedir. (2.2) denklemini kullanarak M Mueller matrisi elde edilirse

$$(J \otimes J^*) = \begin{pmatrix} J_1 J_1^* & J_1 J_3^* & J_3 J_1^* & J_3 J_3^* \\ J_1 J_4^* & J_1 J_2^* & J_3 J_4^* & J_3 J_2^* \\ J_4 J_1^* & J_4 J_3^* & J_2 J_1^* & J_2 J_3^* \\ J_4 J_4^* & J_4 J_2^* & J_2 J_4^* & J_2 J_2^* \end{pmatrix}, \quad (2.18)$$

$$M_j = A.(J \otimes J^*).A^{-1},$$

$$M = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} J_1 J_1^* & J_1 J_3^* & J_3 J_1^* & J_3 J_3^* \\ J_1 J_4^* & J_1 J_2^* & J_3 J_4^* & J_3 J_2^* \\ J_4 J_1^* & J_4 J_3^* & J_2 J_1^* & J_2 J_3^* \\ J_4 J_4^* & J_4 J_2^* & J_2 J_4^* & J_2 J_2^* \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$M = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} J_1 J_1^* + J_3 J_3^* & J_1 J_1^* - J_3 J_3^* & J_1 J_3^* + J_3 J_1^* & i(J_1 J_3^* - J_3 J_1^*) \\ J_1 J_4^* + J_3 J_2^* & J_1 J_4^* - J_3 J_2^* & J_1 J_2^* + J_3 J_4^* & i(J_1 J_2^* - J_3 J_4^*) \\ J_4 J_1^* + J_2 J_3^* & J_4 J_1^* - J_2 J_3^* & J_4 J_3^* + J_2 J_1^* & i(J_4 J_3^* - J_2 J_1^*) \\ J_4 J_4^* + J_2 J_2^* & J_4 J_4^* - J_2 J_2^* & J_4 J_2^* + J_2 J_4^* & i(J_4 J_2^* - J_2 J_4^*) \end{pmatrix},$$

$$= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} J_1 J_1^* + J_3 J_3^* + J_4 J_4^* + J_2 J_2^* & J_1 J_1^* - J_3 J_3^* + J_4 J_4^* - J_2 J_2^* \\ J_1 J_1^* + J_3 J_3^* - J_4 J_4^* - J_2 J_2^* & J_1 J_1^* - J_3 J_3^* - J_4 J_4^* + J_2 J_2^* \\ J_1 J_4^* + J_3 J_2^* + J_4 J_1^* + J_2 J_3^* & J_1 J_4^* - J_3 J_2^* + J_4 J_1^* - J_2 J_3^* \\ i(J_1 J_4^* + J_3 J_2^* - J_4 J_1^* - J_2 J_3^*) & i(J_1 J_4^* - J_3 J_2^* - J_4 J_1^* + J_2 J_3^*) \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} J_1 J_3^* + J_3 J_1^* + J_4 J_2^* + J_2 J_4^* & i(J_1 J_3^* - J_3 J_1^* + J_4 J_2^* - J_2 J_4^*) \\ J_1 J_3^* + J_3 J_1^* - J_4 J_2^* - J_2 J_4^* & i(J_1 J_3^* - J_3 J_1^* - J_4 J_2^* + J_2 J_4^*) \\ J_1 J_2^* + J_3 J_4^* + J_4 J_3^* + J_2 J_1^* & i(J_1 J_2^* - J_3 J_4^* + J_4 J_3^* - J_2 J_1^*) \\ i(J_1 J_2^* + J_3 J_4^* - J_4 J_3^* - J_2 J_1^*) & -J_1 J_2^* + J_3 J_4^* + J_4 J_3^* - J_2 J_1^* \end{bmatrix}$$

ve gerekli düzenlemeler sonucu

$$M = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(E_1 + E_2 + E_3 + E_4) & \frac{1}{2}(E_1 - E_2 - E_3 + E_4) & F_{13} + F_{42} & -G_{13} - G_{42} \\ \frac{1}{2}(E_1 - E_2 + E_3 - E_4) & \frac{1}{2}(E_1 + E_2 - E_3 - E_4) & F_{13} - F_{42} & -G_{13} + G_{42} \\ F_{14} + F_{32} & F_{14} - F_{32} & F_{12} + F_{34} & -G_{12} + G_{34} \\ G_{13} + G_{32} & G_{14} - G_{32} & G_{12} + G_{34} & F_{12} - F_{34} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

$$E_i = J_i J_i^* = |J_i|^2, \quad F_{ij} = F_{ji} = \text{Re}(J_i J_j^*) = \text{Re}(J_j J_i^*),$$

$$G_{ij} = -G_{ji} = \text{Im}(J_i^* J_j) = -\text{Im}(J_j^* J_i),$$

$$i, j = 1, 2, 3, 4$$

(2.20)

matrisi elde edilir. Burada

$$C = \begin{bmatrix} 0 & \beta & \gamma & \delta \\ \beta & 0 & \mu & \nu \\ \gamma & -\mu & 0 & \eta \\ \delta & -\nu & -\eta & 0 \end{bmatrix}, \quad C^{-1} = \frac{1}{\tau\Omega} \begin{bmatrix} 0 & \eta & -\nu & \mu \\ \eta & 0 & -\delta & \gamma \\ -\nu & \delta & 0 & -\beta \\ \mu & -\gamma & \beta & 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

matrislerdir.  $\Omega \geq 0$  ve  $\tau \geq 0$  ışığın yayıldığı ortamın çift kırıcılık ve iki renklilik vektörlerini temsil eder.

$$\tau = \left\{ \left[ \left( \frac{(\beta^2 + \gamma^2 + \delta^2) - (\eta^2 + \mu^2 + \nu^2)}{2} \right)^2 + (\beta\eta - \nu\gamma + \mu\delta)^2 \right]^{1/2} + \frac{(\beta^2 + \gamma^2 + \delta^2) - (\eta^2 + \mu^2 + \nu^2)}{2} \right\}^{1/2}$$

$$\Omega = \left\{ \left[ \left( \frac{(\beta^2 + \gamma^2 + \delta^2) - (\eta^2 + \mu^2 + \nu^2)}{2} \right)^2 + (\beta\eta - \nu\gamma + \mu\delta)^2 \right]^{1/2} - \frac{(\beta^2 + \gamma^2 + \delta^2) - (\eta^2 + \mu^2 + \nu^2)}{2} \right\}^{1/2} \quad (2.22)$$

denklem (2.21) ve (2.22) kullanılarak (2.19) deki Mueller matrisi yeniden yazılırsa

$$M = \frac{\exp(\alpha z)}{(\tau^2 + \Omega^2)} \times \left\{ \left[ \Omega^2 \cosh(\tau z) + \tau^2 \cos(\Omega z) \right] I + [\cosh(\tau z) - \cos(\Omega z)] C^2 + [\tau \sinh(\tau z) + \Omega \sin(\Omega z)] C + (\tau\Omega) [\Omega \sinh(\tau z) - \tau \sin(\Omega z)] C^{-1} \right\} \quad (2.23)$$

elde edilir. Homojen, lineer ve depolarize olmayan bir ortam boyunca yayılan tamamen kutuplanmış ışığı

incelemek için Jones vektörü ve uygunluk matris formalizmi kullanılabilir [17].

### 3. ÖRNEK HESAPLAMALAR

Mueller matrislerini hesaplamak için ele alınan Jones matrisleri referans [18]'den alınmıştır. Elde edilen Mueller matrisleri referanstaki sonuçlarla uyumludur.

$$j_1 = \begin{bmatrix} 0.725 + 0.1j & -0.054 + 0.015j \\ 0.103 - 0.021j & 0.678 + 0.012j \end{bmatrix}$$

$$M_1 = \begin{bmatrix} 0.999644 & 0.73706 & -0.218472 & 0.004254 \\ 0.57888 & 0.971262 & 0.061872 & -0.047754 \\ 0.222934 & 0.075766 & -0.994854 & -0.016578 \\ -0.011406 & -0.049494 & 0.016578 & -0.971346 \end{bmatrix},$$

$$j_2 = \begin{bmatrix} 0.698 + 0.1j & -0.012 - 0.012j \\ 0.004 + 0.007j & -0.716 - 0.004j \end{bmatrix}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1.000205 & -0.025715 & 0.010984 & 0.009624 \\ -0.025221 & 0.999574 & 0.022520 & 0.023880 \\ -0.011504 & 0.022672 & -0.999560 & 0.005368 \\ -0.010300 & 0.024260 & -0.005368 & -0.999512 \end{bmatrix},$$

$$j_3 = \begin{bmatrix} 0.708 + 0.1j & -0.003 - 0.002j \\ 0.014 + 0.007j & -0.705 - 0.042j \end{bmatrix}$$

$$M_3 = \begin{bmatrix} 1.000311 & -0.002707 & -0.024576 & -0.005862 \\ 0.002243 & 0.999795 & 0.016080 & 0.011526 \\ 0.024222 & 0.015426 & -0.998392 & 0.059458 \\ 0.007344 & 0.012480 & -0.059458 & -0.998168 \end{bmatrix}$$

### 4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Bu çalışmada çift kırıcı ve iki renkli bir ortamda tamamen kutuplanmış ışığın yayılmasını temsil eden 2x2 Jones matrisi Sylvesterin metodu kullanılarak oluşturuldu. Elde edilen Jones matrisi doğrudan çarpım yöntemi ile 4x4 Mueller matrisine dönüştürüldü. Böyle bir formalizm ile kutuplanma durumunun değerlendirilmesi yayılma yörüngesi boyunca kolaylıkla karakterize edilebilir. Bununla birlikte kısmen kutuplanmış veya depolarize ortam için Jones formalizmi uygulanamaz ve onun yerine

Stokes vektörü ve Mueller matris formalizmi kullanılabilir.

Mueller matris elemanları; keyfi çift kırıcılık ve iki renklilik durumlarını, Stokes vektörlerini ve ışığın kutuplanma derecesini belirlememize izin verir. Sonuç olarak Mueller matrisinin her elemanı ışığın yayıldığı ortamın optiksel özelliklerinden birine karşılık gelir. Eğer ışık izotropik yarı saydam ortamda ilerlerse, ışığın sadece özelliği değişir ve böyle bir ortamın Mueller matrisi birim matrise eşit olur.

## KAYNAKLAR

- [1]. Alptekin S. (2003), “Farklı dielektrik ve anizotropik ortamların Mueller matrisleri tayini”, *Doktora tezi Selçuk Üniversitesi*
- [2]. Shute, M.W and Brown, C.S (1997), “Polarization model for a helically wound optical fiber”. *J Opt. Soc. Am. A14*: 3251-3261.
- [3]. Bueno, Juan. M. (2001), “Indices of linear polarization for an optical system”, *J. Opt. A: Pure Appl. Opt.*, **3**: 470 – 476.
- [4]. Born, M and Wolf, E (1965), *Principles of optics*, pergamon Press, New-York.  
Cariou, J., Le Jeune, B, Lotrian, J., and Guern Y.(1990), “Polarization effects of seawater and underwater targets”, *Applied Optics*. **29**, 1689-1695
- [5]. Anderson, D.G.M and Barakat, R (1994), “Necessary and sufficient conditions for a Mueller matrix to be derivable from a Jones matrix”, *J. Opt. Soc. Am. A11*: 2305 – 2319
- [6]. Jones, R.C. (1941), “A new calculus for the treatment of optical systems”. *J. Opt. Soc. Am.*, **31**: 500-503,.
- [7]. Jones, R.C. (1942), “A new calculus for the treatment of optical systems”. *J. Opt. Soc. Am.*, **32**: 486-493.
- [8]. Jones, R.C. (1947), “A new calculus for the treatment of optical systems”. *J. Opt. Soc. Am.*, **37**: 107-110.
- [9]. Jones, R.C. (1947), “A new calculus for the treatment of optical systems”. *J. Opt. Soc. Am.*, **37**: 110-112.
- [10]. Jones, R.C. (1948), “A new calculus for the treatment of optical systems, Properties of the N-Matrix”, *J. Opt. Soc. Am.* **38**: 671-685.
- [11]. Jones, R.C. (1941), “A new calculus for the treatment of optical systems”. *J. Opt. Soc. Am.*, **31**, 493-499.
- [12]. Azzam, R.M.A (1978), “Propagation of partially light through anisotropic media with or without depolarization: A differential 4 x 4 matrix calculus”, *J. Opt. Soc. Am.*, **68**: 1756-1767, December 1978
- [13]. Azzam, R.M. A and Bashara, N.M. (1989), *Ellipsometry and Polarized Light*. North- Holland
- [14]. Ogata, K. (1970) , *Modern Control Engineering* (New York: Prentice-Hall)  
Olivard, P. Gerligand, P.Y., Lotrian, J. (1999). “Measurement of optical fibre parameters using an optical polarimeter and Stokes- Mueller formalism”, *J. Phys. D: Appl. Phys.* **32**: 1618-1625
- [15]. Mosino, J.F. Starodumov, A- Barbosa-Garcia, O and Filippov, V.N. (2001), “Propagation of partially polarized light in dichroic and birefringent media”. *J. Opt. B: Quantum and Semiclassical Optics*, **3**: 159-165.
- [16]. Mosino, J.F., Barbosa-Garcia, O., Starodumov, A., Diaz-Torres, L.A., Meneses-Nava :M.A., Vega-Duran, Jose.T. (2000), “Evolution of partially polarized light through non- depolarizing anisotropic media”, *Optic Communacations*, **173**: 57-71
- [17]. Kim, H.Y., Lee, E.H and Kim, B.Y.(1997), “Polarization properties of fiber lasers with twist-induced circular birefringence” . *Appl. Opt.*, **36**: 6764-6769.
- [18]. Elies, P., Cariou, J., Le Jeune, B, Lotrian, J., and Guern Y Roy-Brehonnet, F:Le. and Le Jeune, B (1997), “Experimental investigation of the speckle polarization for a polished aluminium sample” *J.Phys.D: Appl.Phys*: **30**, 29-39