

HEDEF PROGRAMLAMADA GRAFİK ÇÖZÜM YÖNTEMİ

Oğuzhan YAZAR, Hüseyin KOCAMAN

Özet- Lineer programlama üzerinde yapılan çalışmalar ilerledikçe yeni kavramlar ve sistematipler ortaya konmuştur. Bunlardan biri de Hedef Programlamadır. Şöyle bir problem olsun. Ankara'da yeni bir havaalanı inşa etmek için fizibilite çalışmaları yapılsın. Burada bir çok çatışan hedef ve ilişki vardır. Çalışma, havaalanının kapasitesini, muhitin ulaşılabilirliğini, trafik akış planını, milli prestij için mimari stili, hemen yakınında oturanlar için gürültü seviyesini vs. düşünmek zorundadır. Dolayısıyla lineer programlama bu tür karar analizleri için yeterli değildir. İşte bu sorunları çözmek veya çözüme yaklaşmak için bütün bu amaçları göz önünde bulunduran bir hedef programına ihtiyaç duyulmuştur. Hedef Programlama gittikçe önemi artan bir programlama olarak hayatın bir çok kesitinde kullanılmaktadır.

Anahtar kelimeler: Hedef, programlama, hedef programlama

Abstract – New concepts and systematic have been put forward as the studies on linear programming have developed. One of them is 'goal programming'. Suppose the government is studying the feasibility of constructing a new airport in Ankara. Here, there are many conflicting objectives and interests. The study must consider the capacity of the airport, accessibility of the location, traffic-flow planning, architectural style for the national prestige, noise level for the nearby residents and so on. Obviously, linear programming is not generally suitable for such decision analysis. Here, to overcome such problems or to approach to the solution, a goal programming considering all these objectives is required. In time, becoming increasingly important, goal programming is now being used in many fields of life.

Keywords: Goal, programming, goal programming

O. Yazar, H. Kocaman; SAÜ, Fen- Edebiyat Fak. Matematik Bl.

I. PROGRAMIN GENEL FORMÜLASYONU

Amaç fonksiyonu: $\text{Min } [\sum (d_i^- + d_i^+)]^{\text{min}}$

Kısıtlayıcılar:

$$g_k(\underline{x}) \leq 0, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

$$f_i(\underline{x}) + d_i^- - d_i^+ = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$d_i^- - d_i^+ = 0, \quad \forall_i$$

Burada b_i 'ler ($i = 1, 2, \dots, m$) karar verici (KV) tarafından amaçlar için belirlenen $W + P_{j+1} > P_j$ olacak hiçbir büyük W sayısının olmadığı kabul edilir. Bu yöntemle çözüme ulaşmada önce $h_1(d^-, d^+)$ en küçüklenir. En küçük değeri $h_1 = h_1^*$ olsun. Daha sonra $h_2(d^-, d^+)$ en küçüklenir. Fakat her halükarda h_1, h_1^* dan büyük olamaz. Böylece daha az önemli olarak nitelenen başarıma fonksiyonu, daha önemli başarıma fonksiyonunun zararına tatmin edilemez. Bu süreç $h_1(d^-, d^+)$ en küçüklenene kadar devam eder.

II. LİNEER HEDEF PROGRAMLAMASI

Çok amaçlı karar verme problemi en genel halde

$$\max [f_1(\underline{x}), f_2(\underline{x}), \dots, f_m(\underline{x})]$$

$$g_k(\underline{x}) \leq b_k, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

$$\underline{x} \geq 0$$

\underline{x} , n- boyutlu karar değişkeni vektörüdür. Aynı problem bir lineer hedef programlaması olarak aşağıdaki şekilde formüle edilebilir. Amaç fonksiyonu;

$$\min Z = [h_1(d^-, d^+) + h_2(d^-, d^+) + \dots + h_m(d^-, d^+)]$$

Hedef denklemleri;

$$g_k(\underline{x}) + d_k^- - d_k^+ = b_k, \quad k = 1, 2, \dots, p$$

$$f_i(\underline{x}) + d_{k,i}^- - d_{k,i}^+ = b_i, \quad i = 1, 2, \dots, m$$

$$d_j^- \cdot d_j^+ = 0, \quad \forall_j$$

$$d_j^-, d_j^+ \geq 0, \quad \forall_j$$

Yukarıdaki hedef denklemlerini sağlayan ve karar ortamının belirlediği hedef denklemlerle b_k , karar vericinin orijinal amaçlar için belirlediği hedef değerlerden b_i , sapmaları ifade eden başarıma fonksiyonları $h_i(d^-, d^+)$ nın oluşturduğu yeni amaç fonksiyonunu Z , en küçük çözüm $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ bulunacaktır. Bir hedef programlama probleminin formülasyonunun temel adımlarının özetleyelim.

1. Sapma değişkenleri ile beraber hedeflerin belirlenmesi
2. Hedeflerin önem derecelerine göre sıralanması
3. Sapma değişkenleri ve önem sırasını dikkate alarak amaç fonksiyonunun belirlenmesi

ÖRNEK: Bir tekstil şirketi döşemelik ve sıradan giyim kumaşı olmak üzere 2 tip kumaş üretmektedir. Döşemelik kumaş mobilya üreticilerinden gelen taleplerle üretilirken, giyim kumaşı mağazalara dağıtılmaktadır. Her iki kumaşın da üretim hızları aynıdır; (1000 m/s). Pazarlama bölümü bir haftalık satış tahminini döşemelik kumaş için (birim uzunluk başına) kâr 2,5 (x 1 000 000) TL., giyimlik kumaş için 1,5 (x 1 000 000) TL. dir. Problemin maksimum kâr etmek gibi tek amacı olduğu varsayımı altında formülasyon;

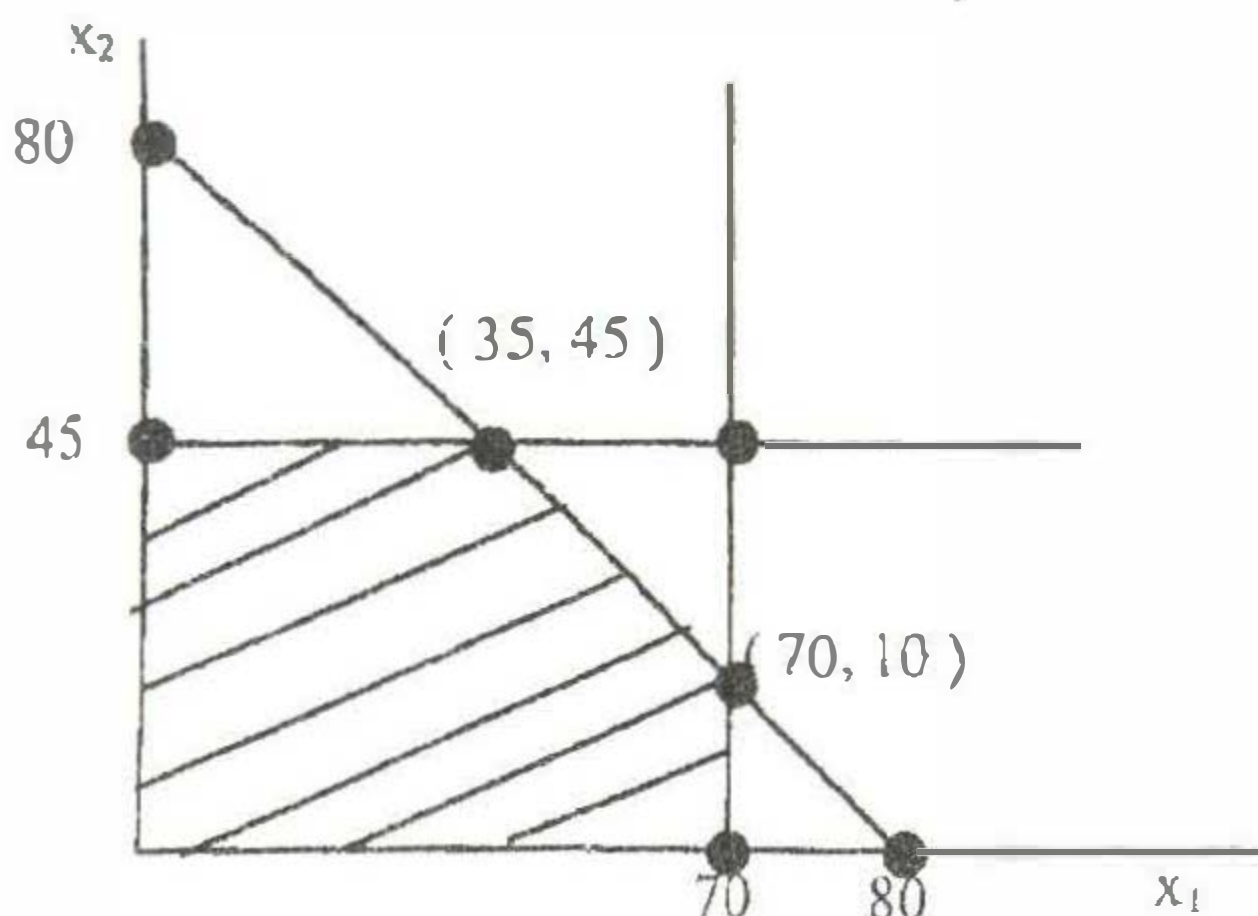
$$\max Z = 2500 x_1 + 1500 x_2$$

$$x_1 + x_2 \leq 80$$

$$x_1 \leq 70$$

$$x_2 \leq 45$$

$$x_1, x_2 \geq 0$$



ŞEKİL 1

$(x_1, x_2) = (70, 10)$ için $\max Z = 190\,000$ (x1 000 000) TL.dir. Bu klasik bir lineer problemidir ve çözümü gerek simplex yöntemle gerek grafik yöntemle kolayca yapılabilir. Şirket başkanı, normal üretim kapasitesini aşan bir talep olduğunda fazla mesai uygulayarak talebi karşılamaktadır. Ayrıca maliyeti arttırdığı düşüncesi ile haftada 10 saatten fazla mesai vermek istememektedir. Dolayısıyla bir diğer amacımız mesaiyi minimize etmektir. Problem bu şekliyle çatışan amaçlar içerdiğinden doğrusal programlama yöntemleri ile çözmekte zorluklar vardır. Dolayısıyla çözüm için hedef programlama yönteminden yararlanılabilir. Mevcut üretim kısıdı fazla mesai durumu da göz önüne alınarak;

$$x_1 + x_2 > 80$$

olabileceğinden,

$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

şeklinde yazılabilir.

Ayrıca $d_1^- \cdot d_1^+ = 0$ olduğu unutulmamalıdır.

Satış kısıtları;

$$x_1 \leq 70, \quad x_2 \leq 45 \text{ idi.}$$

Sapmalar göz önüne alınırsa bu kısıtlayıcılar;

$$x_1 + d_2^- = 70$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

d_2^- : Döşemelik kumaşta satış hedeflerinin altında gerçekleşen sapma,

d_3^- : Geyimlik kumaşta satış hedeflerinin altında gerçekleşen sapma.

Fazla mesai kısıdı;

Fabrikanın fazla mesaisi 10 saat veya daha aza minimize edilmelidir. Ancak hedef programlama yöntemi kullanılacağından 10 saatin altı ve üstündeki sapmalar da göz önüne alınmalıdır. Böylece mesai kısıdı;

$$d_1^+ + d_{12}^- - d_{12}^+ = 10$$

şeklinde yazılabilir. Döşemelik kumaş ile giyimlik kumaşın kâra katkı oranları 5'e 3'tür. Bu nedenle bu oranlar amaç fonksiyonunda önem veya ağırlık katsayıları olarak alınabilir. Bu durumda problemin genel formülasyonu şu şekilde yapılabilir.

$$\min Z = P_1 d_1^- + P_2 d_4^+ + 5P_3 d_2^- + 3P_3 d_3^- + P_4 d_1^-$$

$$x_1 + x_2 + d_1^- - d_1^+ = 80$$

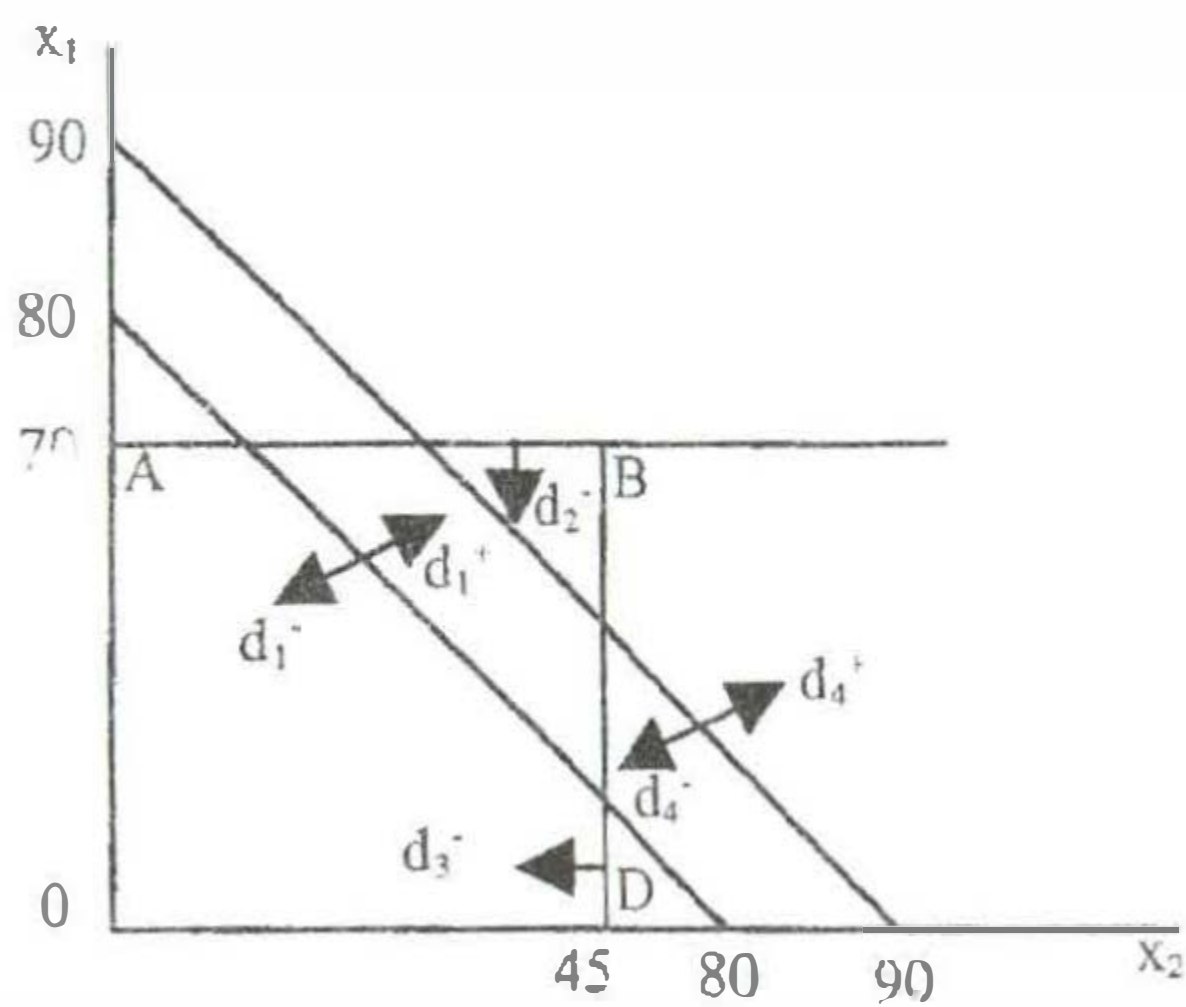
$$x_1 + d_2^- = 70$$

$$x_2 + d_3^- = 45$$

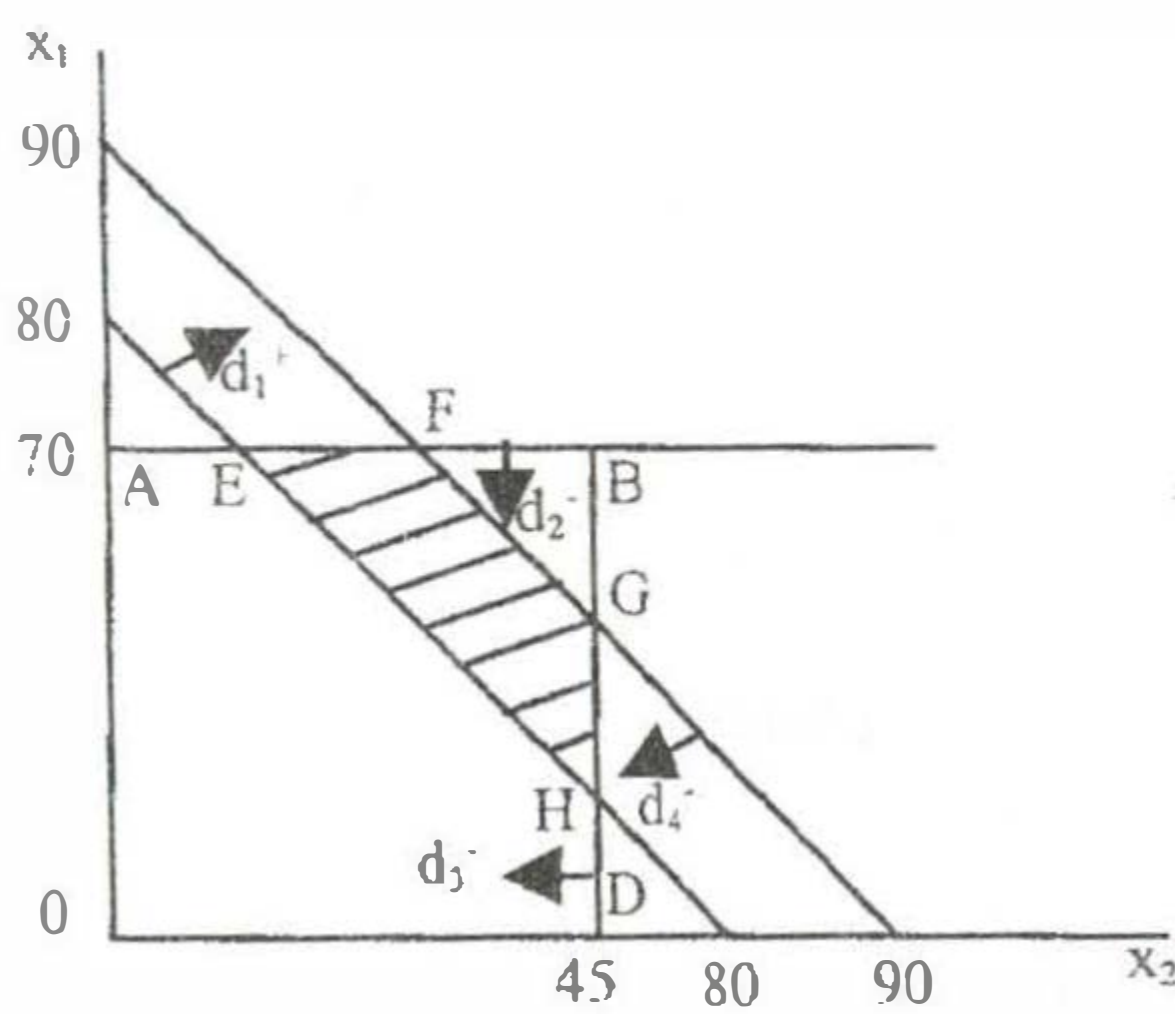
$$x_1 + x_2 + d_4^- - d_4^+ = 90$$

$$x_1, x_2, d_1^-, d_1^+, d_2^-, d_3^-, d_4^-, d_4^+ \geq 0$$

Bu formülasyonun grafiği;



ŞEKİL 2



ŞEKİL 3

80 saat üretimin maksimum kullanılması amaçlandığından d_1^- , 0'a minimize edilir. Bu durumda;

$$x_1 + x_2 - d_1^+ = 80$$

olacaktır. O zaman uygun çözüm alanı Şekil 3'teki EBH alanı olmaktadır. Karar vericinin ikinci amacı fazla mesaiyi 10 saatle sınırlandırmaktır. Bu amacı elde etmek

için uygun çözüm alanı Şekil 3'teki EFGH tarafı bölgesidir.

Üçüncü amaç, optimum satış elde etmektir. Satılabilen maksimum döşemelik kumaş miktarı 70 000 m. dir. Bu satış amacı EF doğrusu üzerinde taralı alan içinde karşılanmaktadır. İkinci olarak giyimlik kumaş için azami satış 45 000 m. dir. Ne var ki bu satış ancak B noktasında elde edilebilir. Bu nokta ise taralı alanın dışındadır. Dolayısıyla ilk iki amaç bu noktada elde edilemez. Geyimlik kumaş için muhtemel maksimum satış doğrunun EF kısmıdır.

E (70 000, 10 000), F (70 000, 20 000) olmaktadır. F noktası şirketin üç amacını da karşılayan optimum çözüm noktasıdır.

III.SONUÇ

Lineer programlamanın çok amaçlı karar verme problemlerinde yeterli olmadığı görülmüştür. Hedef programlama yöntemiyle çoklu amaç içeren problemler rahatça ifade edilip amaçlara tam ulaşılmaya da maksimum yaklaşım sağlandığı gösterilmiştir. Örneğin, tekstil şirketinin maliyeti arttırdığı düşüncesiyle 10 saatten fazla mesai vermek istememesi, mesainin belirli bir saatle sınırlandırılması gibi amaçların bir arada olduğu problemi çözmek için hedef programlamanın optimum çözümler verdiği gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] Schubik, Martin, ' Approaches to the Study of Decision - Making Relevant to the Firm.' *In the Making of the Decision: A Reader in Administrative Behavior*, ed. W. J. Gore ve J. W. Dyson , pp.31 -50. Londra: The Press of Glencoe 1964.
- [2] Selznik, Philip. *Leadership in Administration* Evanston , Illinois : Row, Peterson & Co., 1957
- [3] Simon, Herbert A. ' A Behavioral Model of Rational Choice.' *Quarterly Journal of Economics*, vol. 69, no. 1 (Şubat 1955), pp. 99 -118
- [4] Models of Man. New York : John Wiley & Sons, 1957