

DOĞRUSAL OLMAYAN ELEKTRONİK DEVRELERİN BOND GRAF İLE MODELLENMESİ

Mustafa TÜRK, Arif GÜLTEN

Özet- Bu çalışmada, önce bond graf modelini kullanan ve dinamik sistemlerin simülasyonu için geliştirilen BOMAS paket programı ile literatürde Chua devresi olarak adlandırılan ve oldukça zengin kaotik davranışlar sergileyen elektronik osilatörün simülasyonu yapılmıştır. Simülasyonda, doğrusal olmayan direncin karakteristiği parça-parça doğrusallaştırılarak ideal anahtarlar içeren eşdeğer devre modeli kullanılmıştır. Daha sonra Chua devresi deneysel olarak gerçekleştirilerek gerekli sonuçlar alınmıştır. Son olarak simülasyon sonuçları ile deneysel sonuçların bir karşılaştırılması yapılmıştır.

Anahtar Kelimeler- Kaos, Chua Devresi, Bond Graf Modeli, Anahtarlama Devreleri, Parça-parça Doğrusallaştırma.

Abstract- In this study, an electronic chaotic oscillator known as Chua circuit, which exhibits variety chaotic behaviours, is simulated with BOMAS program that is developed for simulation of dynamics systems. This program is uses bond graph model of the system. An equivalence circuit of the non-linear resistor for bond graph model is obtained with ideal switches, using piece-wise linearization. Chua circuit is experimentally implemented and obtained results are compared with numerical results.

Key Words- Chaos, Chua Circuit, Bond Graph Model, Switched Circuits, Piecewise Linearization.

I. GİRİŞ

Kaotik sistemler, başlangıç şartlarına duyarlı, en az üçüncü dereceden ve doğrusal olmayan bir eleman içeren sistemler olarak bilinirler [1]. Kaotik işaretlerin güç spektrumları gürültü benzeri bir spektral çözünürlüğe sahip olduğundan dolayı yapılarında tahmin edilemezlik vardır [2]. Bu özelliklerinden dolayı daha önceleri pratik şartlarda kaos ile karşılaşmış ama bunların devreye dışarıdan etkiyen bir gürültü olduğu düşünülerek bunların elimine edilmesi yoluna gidilmiştir.

Yüksek performanstaki bilgisayarların devre simülasyonunda kullanılmaya başlanması ile dışarıdan herhangi bir bozucu sinyal olmadan incelenen sistemlerde bunların devrenin kendi öz dinamiği tarafından ortaya çıkan davranışlar (deterministic oscillation) olduğu anlaşılmıştır. Daha sonra periyodik olarak zorlanan varaktor diod elemanlı devre, PLL devresi ve Chua devresi gibi sistemlerde de bu davranışlar pratik ortamlarda da görülmüş ve buna kaos denilmiştir [3-4]. Kaosun günümüzde, lazerlerin gücünün artırılmasında, elektronik devrelerin çıkışlarının senkronize edilmesinde, kimyasal reaksiyonlardaki osilasyon kontrolünde, sağlıklı hayvan kalplerindeki düzensiz kalp atışlarının kararlı hale getirilmesinde, beyin dalgalarının incelenmesinde, görüntü sıkıştırma ve haberleşme gizliliğinde elektronik mesajların çözülmesi gibi çok farklı ve çok yaygın kullanım alanı vardır. Bu nedenle kaotik davranışların incelenmesi için teorik ve pratik bir çok model önerilmiştir [1, 5-7].

Görüldüğü üzere son yıllarda yapılan çalışmalar ile doğrusal olmayan sistemleri hem teorik hem de pratik olarak incelemek oldukça önem kazanmıştır. Özellikle doğrusal olmayan devre elemanı içeren elektrik devrelerinin analizi ve yapılarındaki karmaşıklık yeni bilim dallarına ön ayak olmuştur. Bunun sonucu olarak bir çok yeni analiz metodu geliştirilmiştir [8]. Bu metotlardan birisi de parça-parça doğrusallaştırma tekniğidir [4]. Bu yaklaşımda doğrusal olmayan elemanlar, doğrusal olan, zamanla değişmeyen elemanlar ve ideal anahtarlar ile modellenenlerdir. Bu yaklaşımın öneminin artması ile günümüzde anahtarlar sistem simülasyonunda oldukça yaygın olarak kullanılan devre elemanları haline gelmiştir [9].

Bond graf da sistem modellemek için kullanılan metotlardan birisidir. Bond graf tekniği, klasik topolojik düzlem graflarından daha üstündür. Çünkü karmaşık yapıdaki bir fiziksel sistem, bond graf metodu ile gözlemsel ve geometrik teknikler kullanılarak kolaylıkla modellenenlerdir [10]. Ayrıca kapıların bir başka kapı ile kontrol edilmesi durumunda da bond graf yöntemi oldukça avantaj sağlar. Bond graf modelinden elde edilmesi ile değişik enerji modundaki sistemler

(karmaşık yapıli sistemler) tek bir modele dönüşür ve bu model üzerinden rahatlıkla işlem yapılabilir. Sistemdeki enerji alış verişi model üzerinde ilk bakışta açıkça görülür, bu da tasarımcıya oldukça kolaylık sağlar.

Bond graf tekniği kullanılarak anahtar tanımlanmasında çok değişik yöntemler kullanılır [11-12]. Geliştirilen doğrusal olmayan direnç modeli için anahtar yapıları kullanıldı. Bu çalışmada anahtarlar, fiziksel sistemlere oldukça uygun olan ideal akım ve gerilim kaynakları kullanılarak modellendi.

Çalışmanın ikinci bölümünde bond graf tekniğinin dinamik sistemlerin modellenmesinde kullanımından bahsedildi. Üçüncü bölümde doğrusal olmayan direnç için anahtarlamalı bir model elde edilerek bu modelin örnek bir uygulaması gerçekleştirildi. Örnek devre olarak kaotik davranışların incelenmesinde kullanılan Chua devresinden faydalandı. Bu bölümde ayrıca bu devrenin dinamiğinden ve deneysel olarak kaosu elde edilmesinden bahsedildi. Chua devresinin bond graf modeli çıkartılarak geliştirilen doğrusal olmayan modelin davranışları incelendi. Dördüncü bölümde ise kullanılan modellemenin avantajlarından ve elde edilen simülasyon sonuçlarının deneysel sonuçlarla uyumluluğundan bahsedildi.

II. BOND GRAF

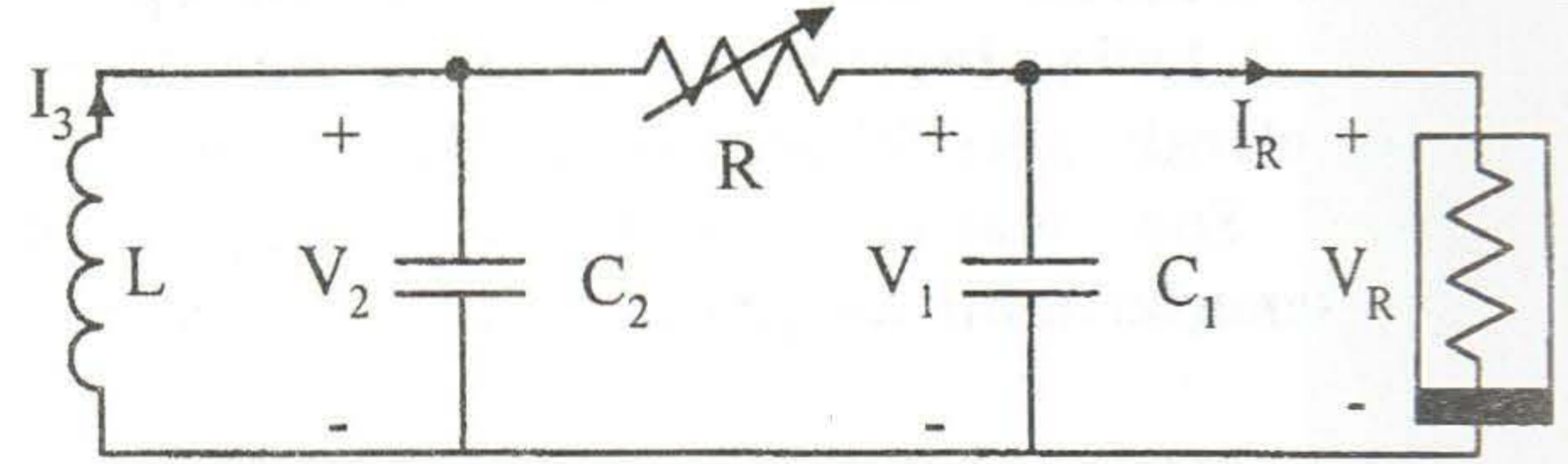
Elektrik devrelerinin ve fiziksel sistemlerin modellenmesi için bir çok yöntem vardır. Durum ve çıkış denklemlerinin bulunması için günümüzde değişik formülasyon yöntemleri ve bilgisayar programları geliştirilmiştir. Bu yöntemler genellikle belli bir devreden yola çıkılarak uygulanmaktadır. Sistemlerin analoji yardımıyla devresi çizilerek bu yöntemleri uygulamak da mümkün olur [13].

Elektriksel olmayan sistemlerin bond graf modelleri ise ya sisteme bakılarak doğrudan ya da elektriksel analog karşılığı bulunduktan sonra elde edilebilir. Bu işlem, ortak çaba değişkenleri (paralel çok kapılılar) 0-kapısı, ortak akış değişkenleri (seri çok kapılılar) 1-kapısı şeklinde işaretlenerek yapılır. Daha sonra kapılar enerji akış yönü göz önüne alınarak bir yarım okla birleştirilir. Bu kapılara bağlı aktif ve pasif elemanlar da enerji alış verişi göz önüne alınarak yarım oklarla bond grafa yerleştirilir. Yarım okların uçlarındaki kesik (kozalite) çizgiler de çizilerek bond graf tamamlanır. İki eleman birbirine bağlandığında sürekli güç alış verişi mevcuttur. Çünkü güç iki yönde de akacaktır ve güç değişkenlerini tanımlamak için işaretlerle ilgili kesin kurallar da bulunmalıdır. Bond graf dilinde güç değişkenleri, çaba değişkenleri (e) ve akış değişkenleri (f) olarak adlandırılır. Bir porta doğru akan veya o porttan dışarı doğru akan güç, çaba ve akış değişkenlerinin çarpımı olarak ifade edilebilir.

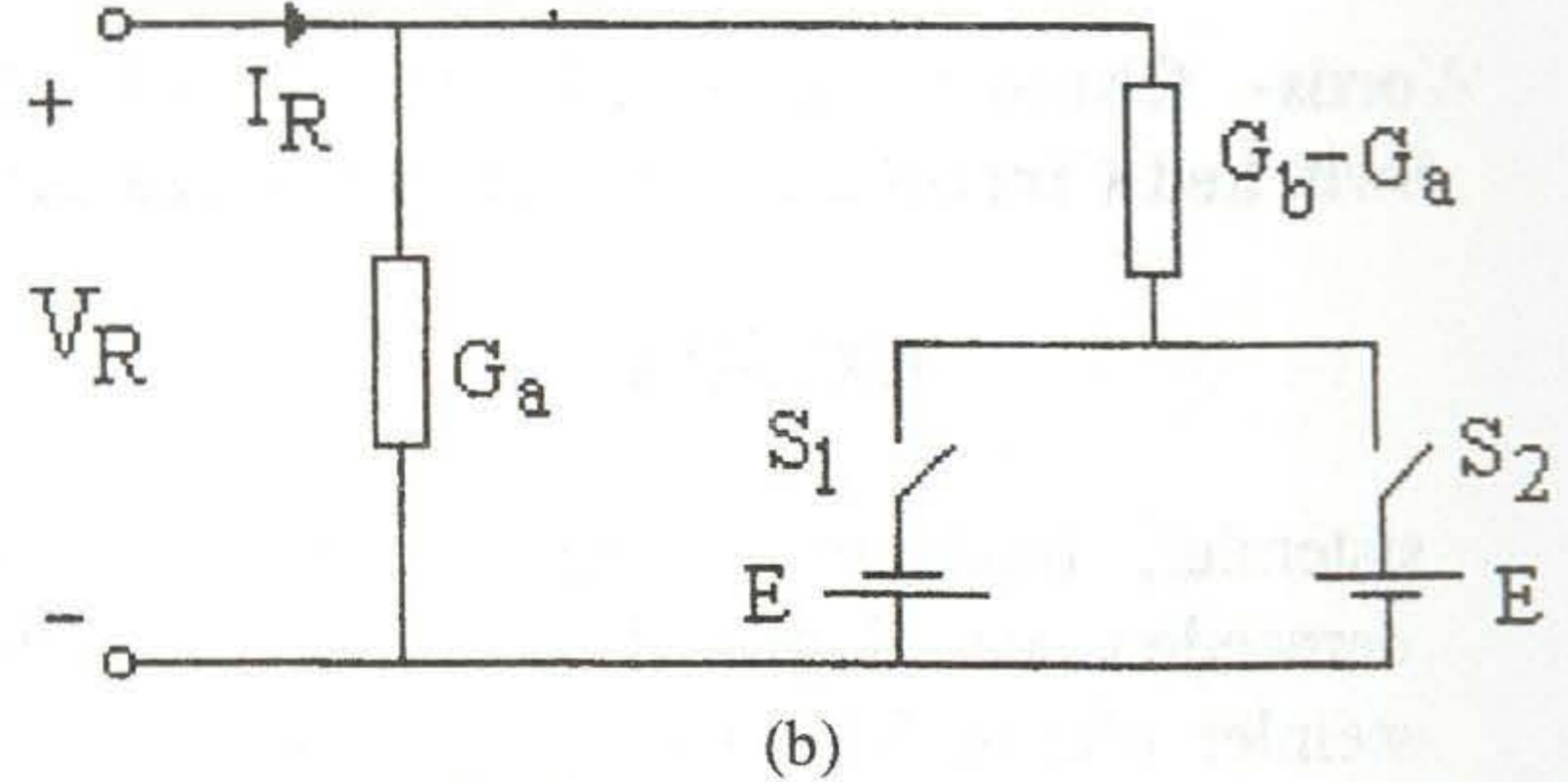
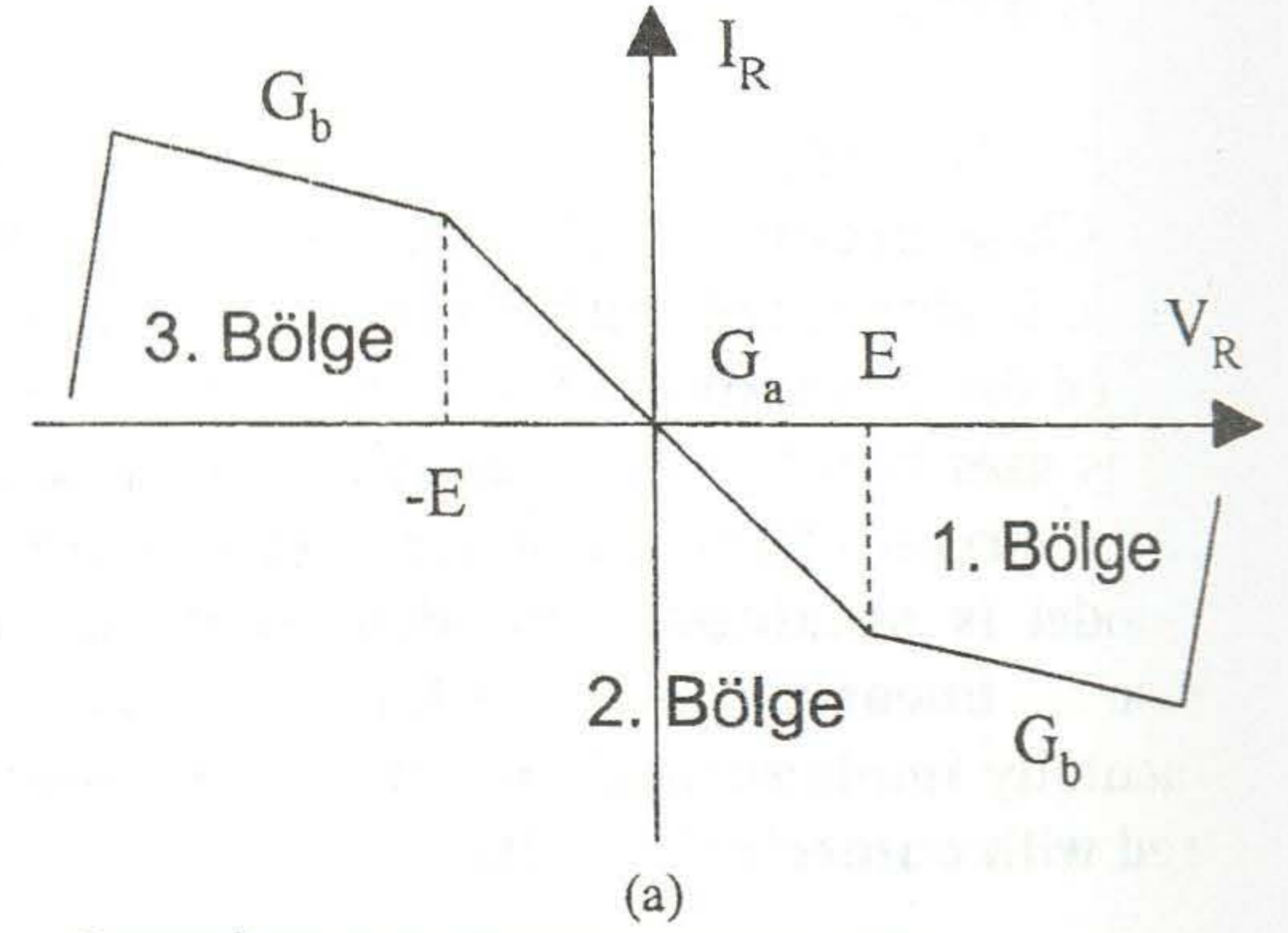
Elektriksel sistemlerde gerilim, çaba değişkeni, akım ise akış değişkenidir. Dinamik bir sistemde çaba ve akış değişkenleri ve buradan da güç zamanla değişecektir. Bond grafda güç değişkenlerinden başka diğer türde değişkenler de sistemleri tanımlamak için kullanılabilir. Bunlar momentum $P(t)$ ve yer değiştirme $q(t)$ olarak adlandırılır. Momentum çabanın zamana göre entegrali ve yer değiştirme ise akışın entegralidir. Elektriksel sistemde P momentumu akış değişkeni, yer değiştirme ise q yükü olacaktır.

III. CHUA DEVRESİNİN BOND GRAF MODELİ VE SİMÜLASYONU

Bu çalışmada göz önüne alınan örnek doğrusal olmaya devre şekil 1'de gösterilmiştir. Bu devredeki N elemanının parça-parça doğrusallaştırılmış $I-V$ karakteristiği ve bu karakteristiği temsile eden eşdeğer devre de şekil 2.a ve b'deki gibidir.



Şekil 1. Chua devresi

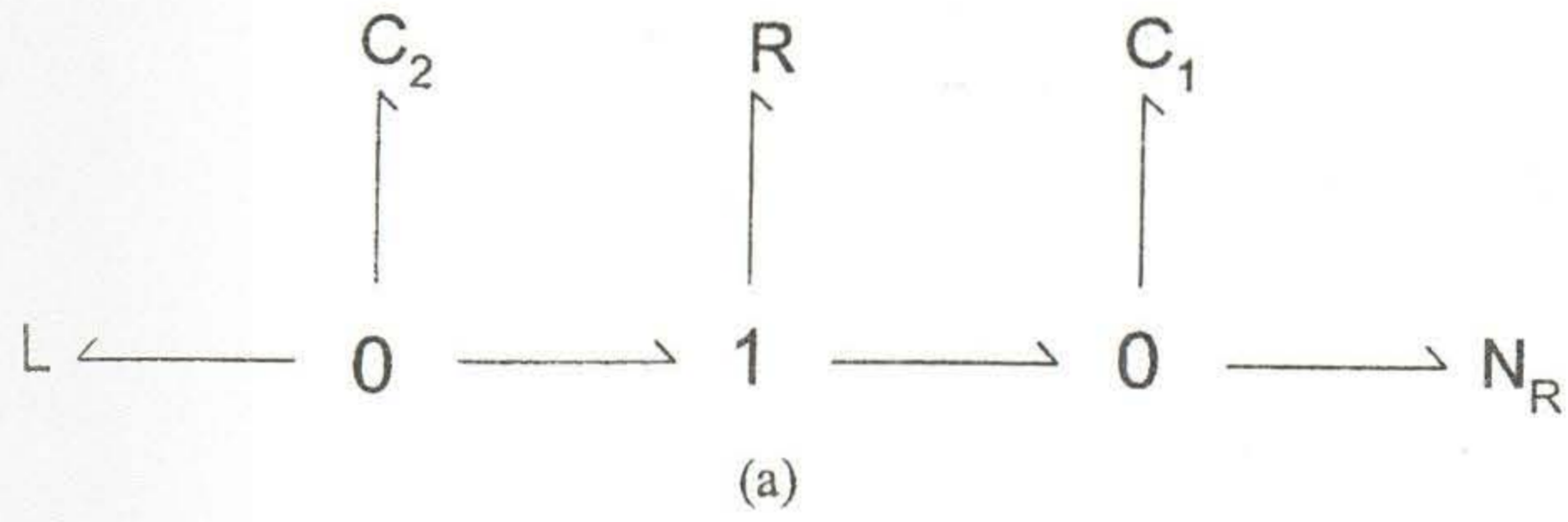


Şekil 2. a) Doğrusal olmayan direncin I-V karakteristiği. b) Karakteristiğe karşılık gelen eşdeğer devre.

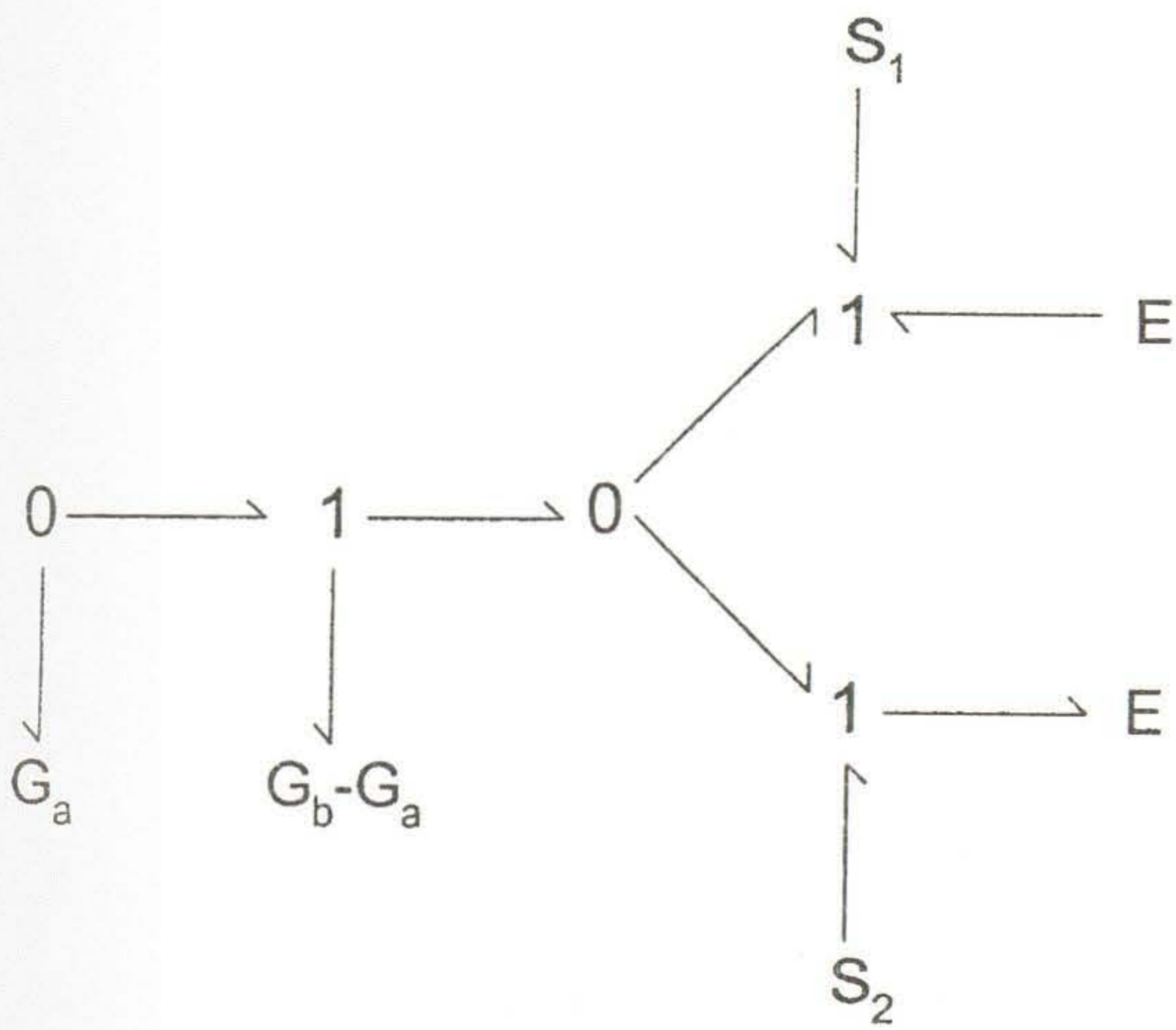
Şekil 2.a'daki karakteristiği sağlayan şekil 2.b'de eşdeğer devrede, S_1 ve S_2 anahtarlarının üç farklı konum için şekil 2.a'daki karakteristik elde edilebilmektedir.

Bu çalışmada kullanılan anahtarlar başlangıçta pozisyonlarda seçildi. Elde edilen bond graf verileri [12]'de verilen BOMAS programına girildi. Program

farklı anahtar durumları göz önüne alınarak sistemin simülasyon sonuçları elde edildi. Chua devresinin ve geliştirilen doğrusal olmayan direncin bond graf modelleri şekil 3.a'da ve şekil 3.b'de gösterildiği gibi elde edildi.



(a)



(b)

Şekil 3.a) Chua devresinin ve b) doğrusal olmayan direncin bond graf modeli.

Şekil 1'deki devrede kullanılan elemanlar ve şekil 2.a'daki doğrusal olmayan direncin parametreleri $L=18\text{mH}$, $C_1=10\text{nF}$, $C_2=100\text{nF}$, $R=0-2\text{K}\Omega$, $G_a=-0.7576\text{mS}$, $G_b=-0.4091\text{mS}$, $E=\pm 1\text{V}$ şeklinde seçilmiştir. Bond graf modelinden durum denklemlerinin elde edilmesi [12]'de anlatıldığı gibidir. BOMAS programında faz uzay diyagramı gösterimini elde etmek için çıkış büyüklükleri V_{C1} ve V_{C2} olarak tanımlanmıştır. Bu durumda BOMAS programı ile elde edilen durum uzay gösterimi aşağıdaki gibi olur.

1. Bölge (S_1 açık, S_2 kapalı)

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_3 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -55.5556 & 0 \\ 1.10^7 & -5.10^3 & 5.10^3 \\ 0 & 5.10^4 & 9.0909.10^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -4.24210^4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

2. Bölge (S_1 ve S_2 açık)

$$\begin{bmatrix} \dot{I}_3 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -55.5556 & 0 \\ 1.10^7 & -5.10^3 & 5.10^3 \\ 0 & 5.10^4 & -5.10^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

3. Bölge (S_1 kapalı, S_2 açık)

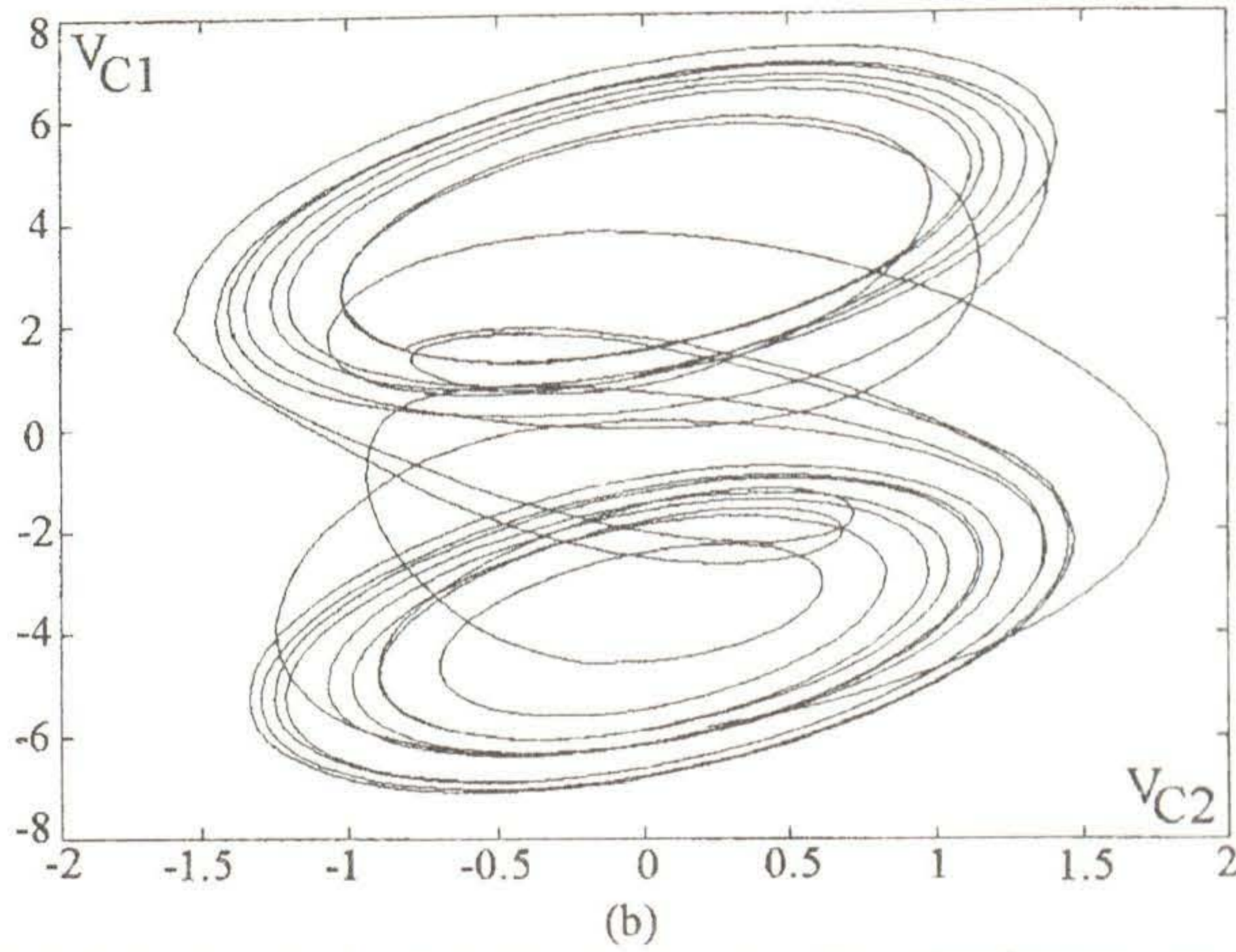
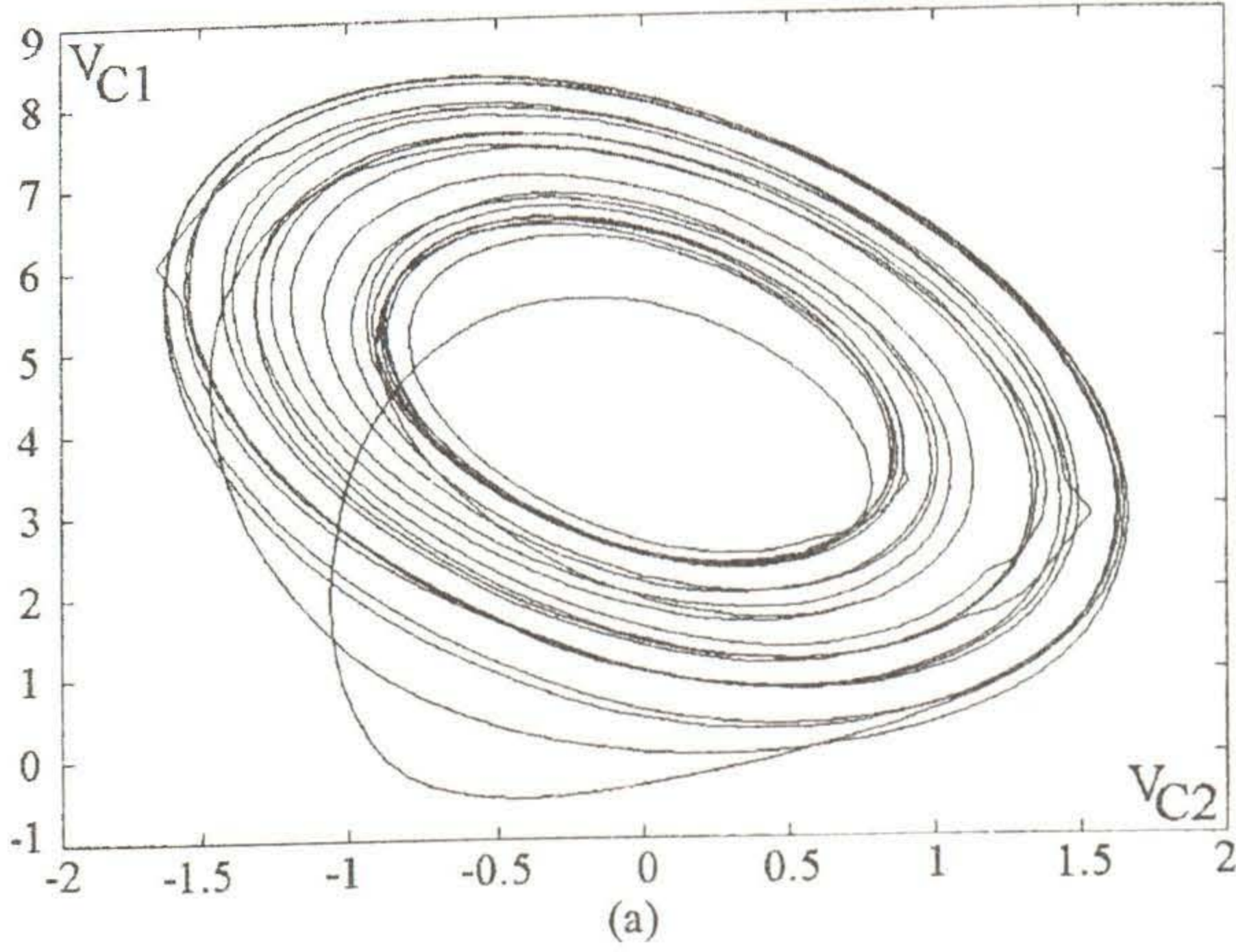
$$\begin{bmatrix} \dot{I}_3 \\ \dot{V}_2 \\ \dot{V}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -55.5556 & 0 \\ 1.10^7 & -5.10^3 & 5.10^3 \\ 0 & 5.10^4 & 9.0909.10^{-5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 4.24210^4 \end{bmatrix},$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_3 \\ V_2 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

Bu işlem yapılırken anahtar pozisyonlarını tanımlayan SSSP matrisi ve başlangıç değerler matrisi (IV) programa aşağıdaki gibi girilmiştir.

$$SSSP = \begin{pmatrix} (1) & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ (2) & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \\ (3) & \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \end{pmatrix}, \quad IV = \begin{bmatrix} 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

Her iki anahtarın kapalı olduğu durum doğrusal olmayan direncin I-V karakteristiğinde herhangi bir bölgeye karşılık gelmediğinden anahtarların bu durumu tanımlanmamıştır. Kullanılan program ile SSSP matrisi yardımı ile verilen üç anahtar pozisyonu için ayrı ayrı durum ve çıkış denklemleri elde edildi. Çözüm aşamasında V_R 'nin $V_R < -E$, $V_R > E$ ve $-E \leq V_R \leq E$ bölgelerinde olma durumuna göre BOMAS programı ile o bölgeye ait olan durum uzay gösterimi kullanılarak diferansiyel denklemler 0-10ms için çözdürülmüştür. Çözüm için dört adımlı Runge-Kutta metodu kullanılmıştır. Çözümde kullanılan adım aralığı $h=0.00001$, başlangıç şartları IV vektöründe gösterildiği gibi $I_L(0)=0\text{A}$, $V_{C1}(0)=4\text{V}$, $V_{C2}(0)=0\text{V}$ şeklinde kabul edilmiştir. Elde edilen sonuçlar durum uzay diyagramı yarımı ile çizdirilmiştir. Devredeki tüm eleman değerleri sabit tutulup şekil 3.a'daki R elemanının değeri 1750Ω değerine getirildiğinde şekil 4.a'daki spiral çekici davranışı elde edildi. Direnç değeri biraz daha azaltılıp 1700Ω değerinde getirildiğinde ise double scroll çekici olarak adlandırılan ve şekil 4.b'de gösterilen kaotik davranış türü elde edildi. Bu sonuçların bir sonraki bölümde incelenen pratik sonuçlarla uyum içinde olduğu görülmüştür.



Şekil 4. Bond graf tekniği kullanılarak elde edilen simülasyon sonuçları
a)spiral çekici b) Double scroll çekici

IV DENEYSEL OLARAK CHUA DEVRESİNDE KAOSUN ELDE EDİLMESİ

Chua devresi üçüncü dereceden diferansiyel denklemler şeklinde denklem (1-3)'deki gibi ifade edilebilir. Denklem (4)'de doğrusal olmayan direncin parça-parça doğrusallaştırılmış formu verilmiştir.

$$\frac{dI_3}{dt} = -\frac{1}{L}V_2 \quad (1)$$

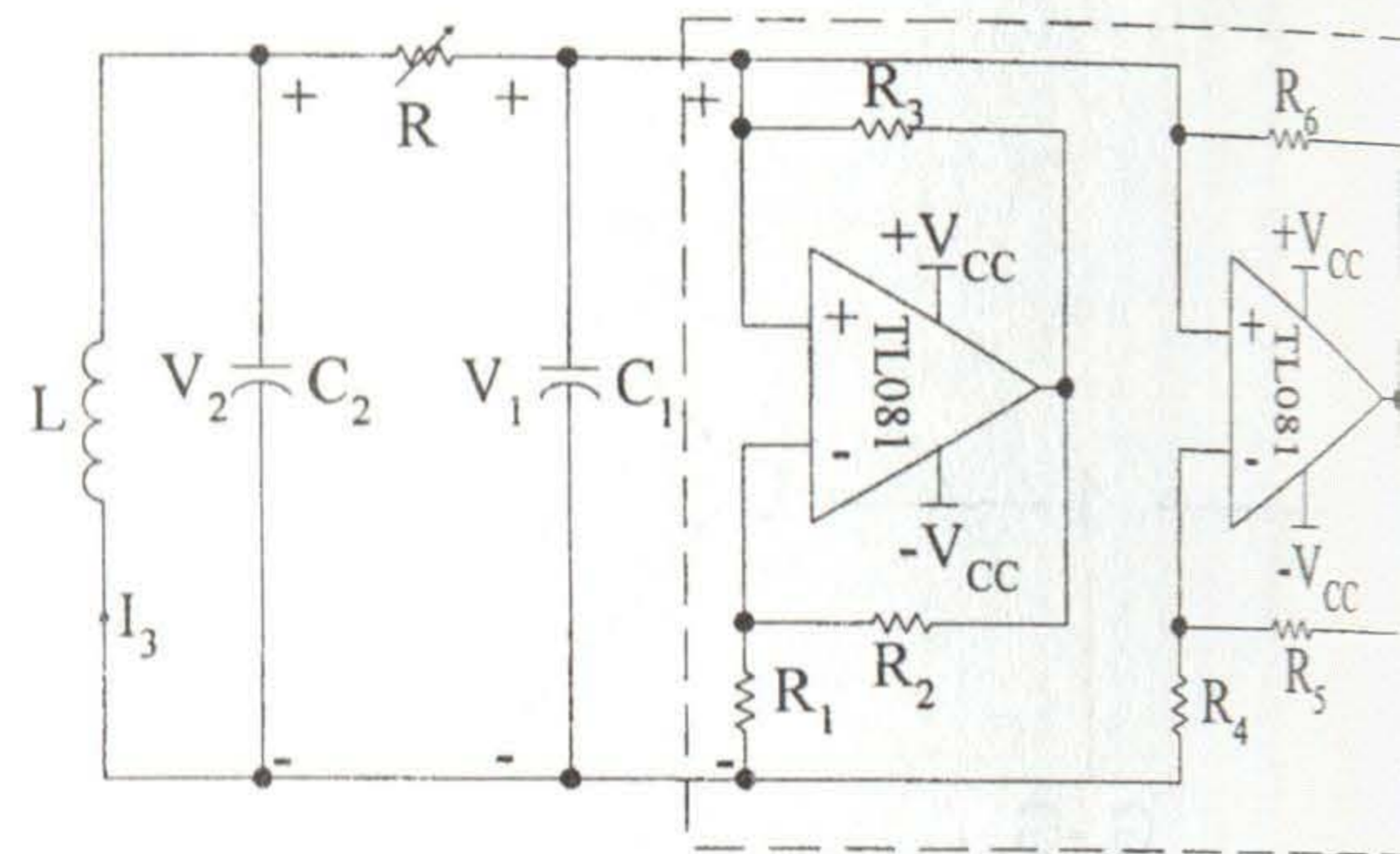
$$\frac{dV_2}{dt} = \frac{1}{C_2}I_3 - \frac{G}{C_2}(V_2 - V_1) \quad (2)$$

$$\frac{dV_1}{dt} = \frac{G}{C_1}(V_2 - V_1) - \frac{1}{C_1}f(V_1) \quad (3)$$

$$f(V_1) = G_b V_1 + \frac{1}{2}(G_a - G_b)[|V_1 + E| - |V_1 - E|] \quad (4)$$

Şekil 5'deki deneysel devre için [1]'de önerilen devre kullanıldı. Fakat devre dizayn edilirken literatürlerde önerilen spesifik devre elemanları kullanılmadan hemen hemen her yerde bulunabilecek devre elemanları ile dizayn edildi. Devrede kullanılan elemanlar ve özellikleri Tablo I'de verildiği gibidir.

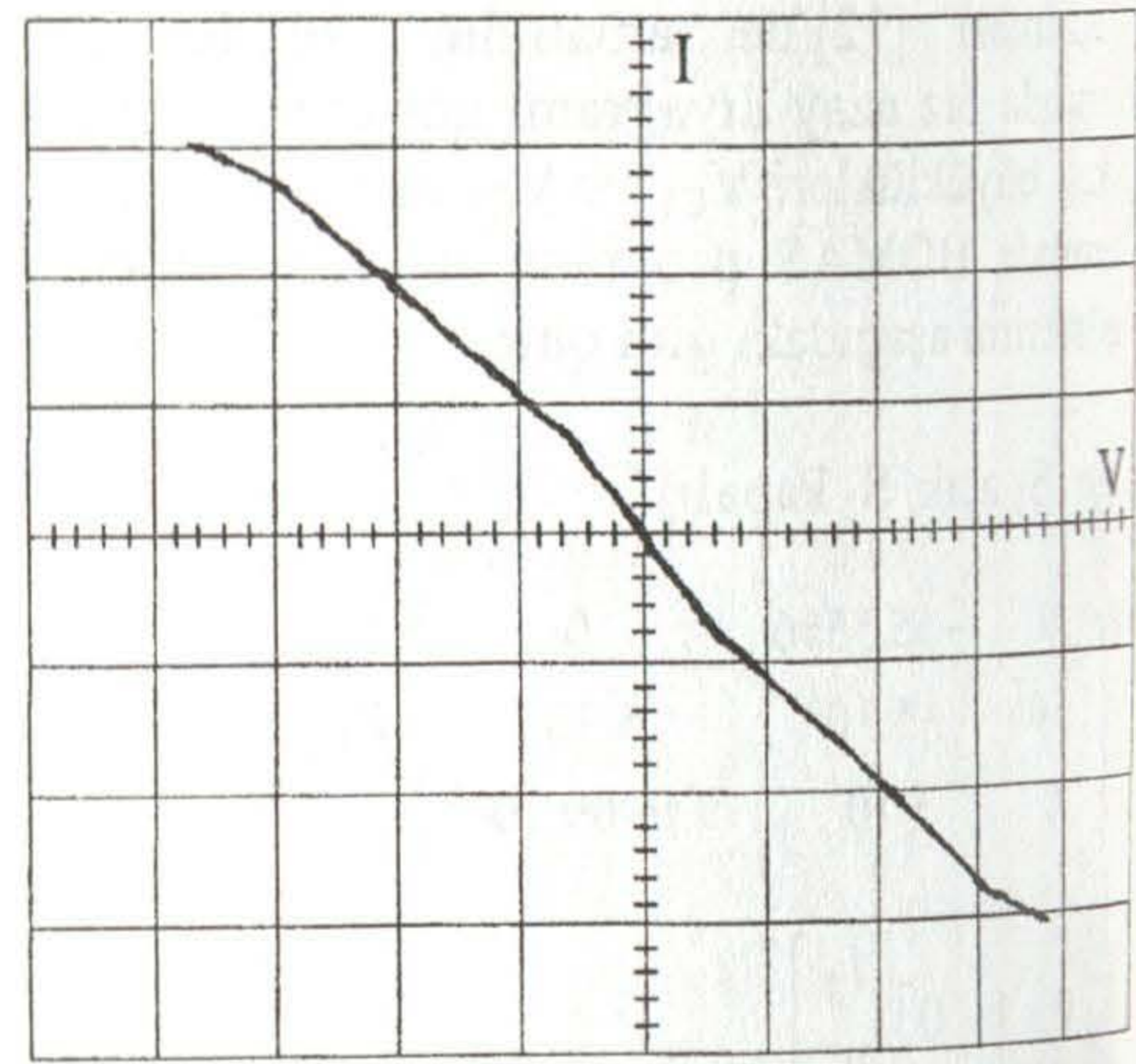
Şekil 5'deki devrede kesikli çizgilerle gösterilen amp'lı alt devre doğrusal olmayan direnci temsil etmektedir ve beslemeleri $\pm 9V$ olup FET girişli oldukları için TL081 tipinde seçilmişlerdir. FET girişli seçilmelerinin nedeni maksimum giriş ofset gerilimi 1 mV civarında olması nedeniyledir. Saturasyon seviyesi ölçüldüğünde yaklaşık olarak $E_{sat}=8.3V$ elde edildi. Şekil 6'da gösterilen ve deneysel olarak elde edilen doğrusal olmayan direnç karakteristiğinde G_a ve G_b olarak adlandırılan doğrusal segmentler ayarlı seçilen R_1, R_2, R_3, R_4 ile istenilen değere getirilebilir ve doğrusal olmayan direncin sistem dinamiği üzerindeki etkileri incelenebilir [14]. Direncin doğrusal parçalarının kırılma noktaları olan E değeri $R_1 E_{sat}(R_1 + R_2) \approx 1V$ şeklinde yaklaşık olarak hesaplanabilir.



Şekil 5. Deneysel olarak Chua devresinin dizayn edilmesi.

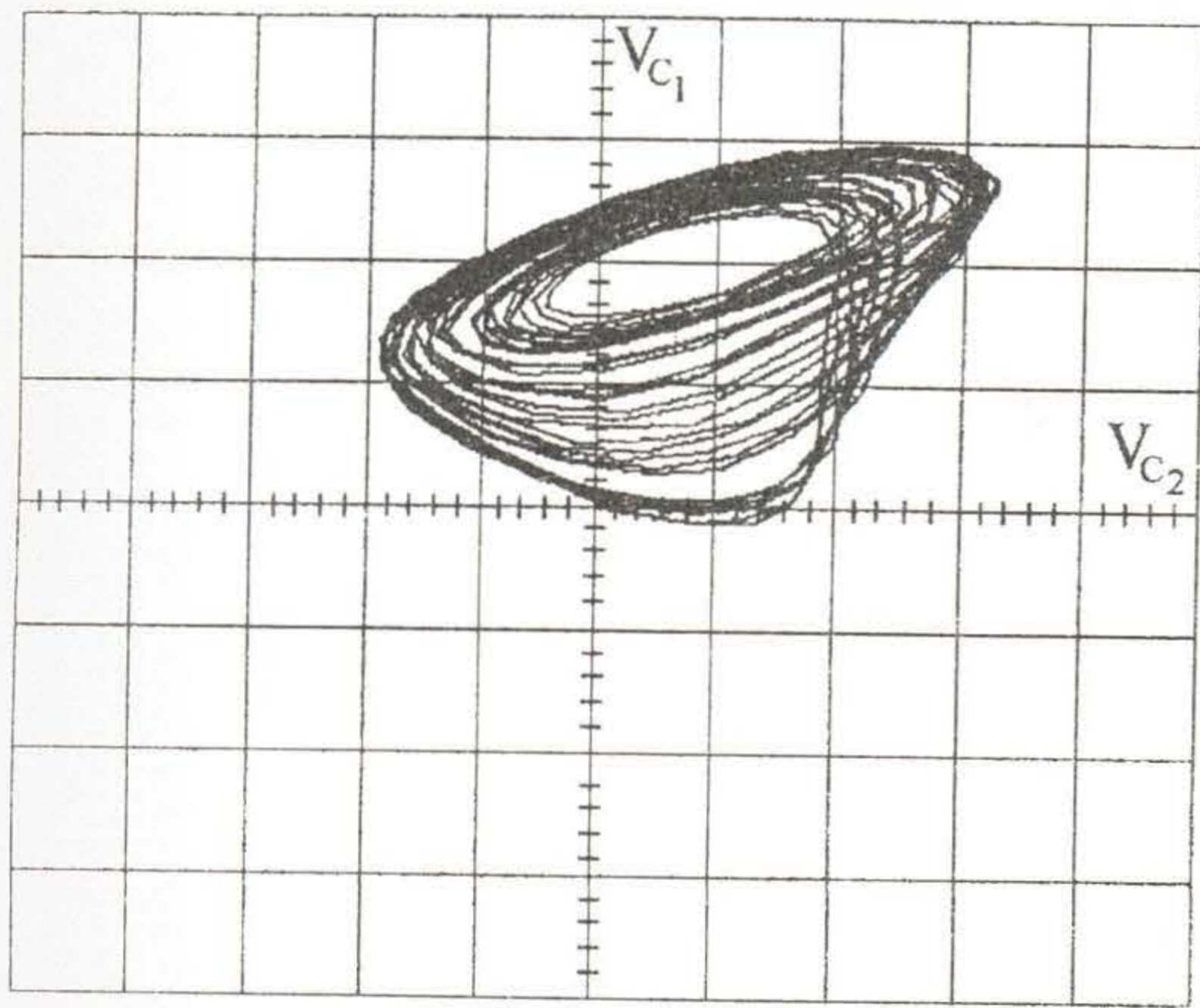
Tablo I. Şekil 5'deki deneysel devrede kullanılan elemanlar.

Eleman	Değer/Tipi	Özellikleri
L	18mH	$\pm\%5$
C ₂	100nF	$\pm\%10$
C ₁	10nF	$\pm\%10$
R	2K Ω	0-2K Ω değişken, $\pm\%10$
R ₁	3.3 K Ω	$\pm\%10$
R _{2, R₃}	22 K Ω	$\pm\%10$
R ₄	2.2 K Ω	$\pm\%10$
R _{5, R₆}	220 Ω	$\pm\%10$
Op-amp	TL081	$R_i=1T\Omega, A_{VD}=50V/mV, V_{offset}=1mV$

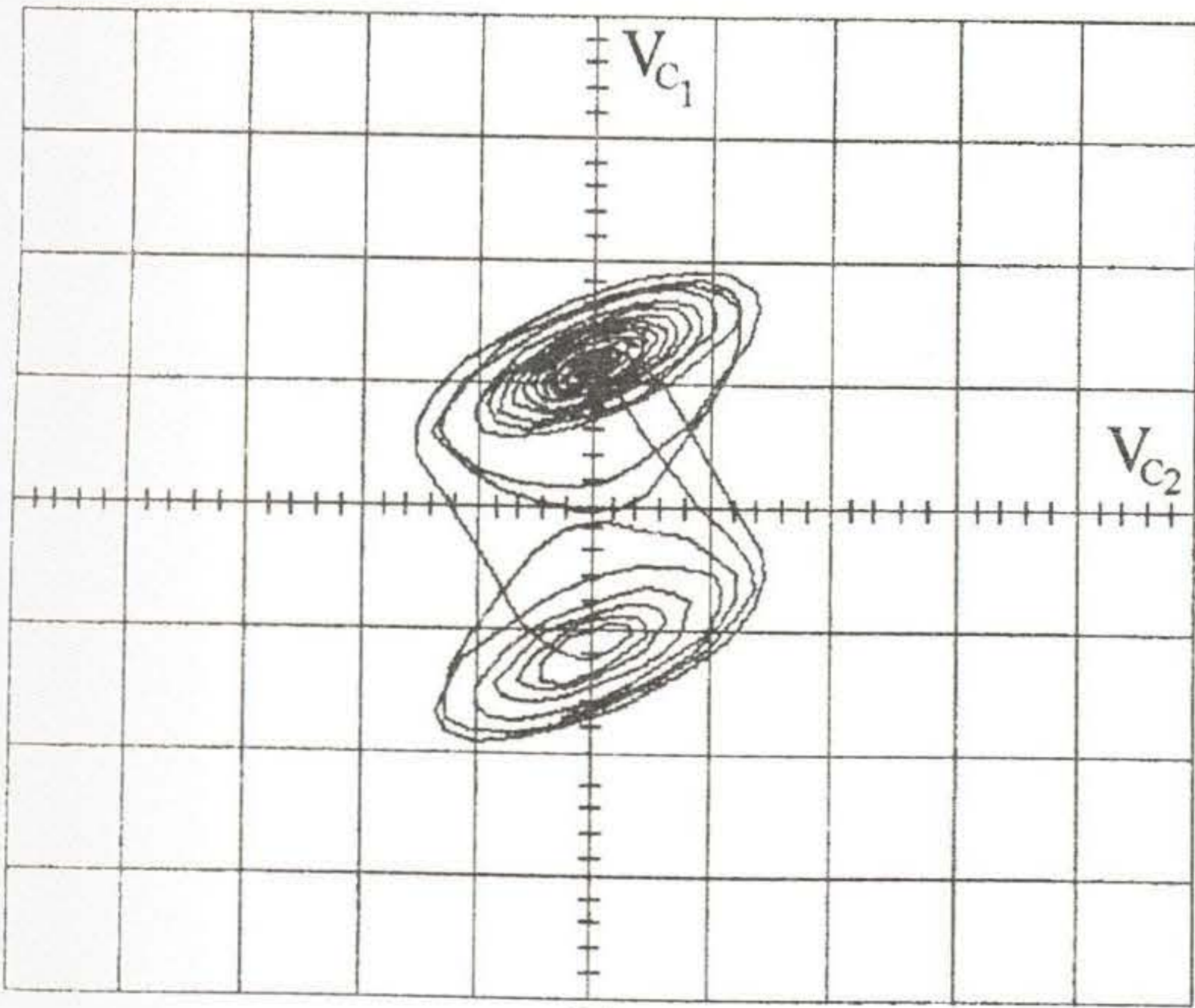


Şekil 6. Deneysel olarak elde edilen doğrusal olmayan direnç karakteristiği(yatay eksen 2V/Kare, Dikey eksen 0.1V/Kare)

Şekil 5'deki devrede çatallaşma parametresi olarak R direnci seçildiğinde bu direncin değişimine göre devre farklı kaotik davranışlar sergiler. Devredeki kaotik davranışlar elde edilirken enerji depolayan devre elemanlarından C_1 üzerindeki gerilim yaklaşık olarak 4V olarak alındı. Şekil 7.a ve 7.b'deki davranışlar C_2 ve C_1 üzerindeki gerilimlerin zaman eksenini ortadan kaldırılarak birbirine göre çizdirilmiş halleridir. R direnci 1800Ω değerine getirildiğinde devre başlangıç şartlarına bağlı limit çevrim olarak adlandırılan davranış şekli elde edildi. R direnci daha azaltılarak sırasıyla 1770Ω değerinde periyot-2, 1760Ω değerinde periyot-4, 1750Ω değerinde şekil 7.a'daki spiral çekici, 1700Ω değerinde şekil 7.b'deki double scroll çekici ve daha çok azaltılarak 1373Ω değerine getirildiğinde ise geniş sınır çevrim davranışlarını sergiler.



(a)



(b)

Şekil 7. Chua Devresinde deneysel olarak elde edilen davranışlar a) spiral çekici. B) Double scroll çekici. (V_{C1} Eksenini $0.2V/Kare$, V_{C2} Eksenini $1V/Kare$).

V. SONUÇ

Bu çalışmada, kaotik davranış gösteren devrelerin bond graf metodu kullanılarak simülasyonu yapılmıştır. Deneysel olarak dizayn edilen devrede literatürlerde belirtilen özel devre elemanları kullanılmadı. Burada ayrıca devredeki doğrusal olmayan elemanlar parça-parça

doğrusallık yaklaşımı kullanılarak zamanla değişmeyen elemanlar ve ideal anahtarlar ile modellenmiştir.

Programda tüm anahtarların açık olduğu tek bir bond graf modeli girilerek anahtarların farklı pozisyonları ile oluşan aralıklara ilişkin bond graf modellerine program içinde girilmiştir. Her bir aralığa ilişkin durum ve çıkış denklemleri elde edilmiştir.

Kullanılan bu modelin kaotik davranışlar gösteren devrelerde uygulanabildiği gösterilmiştir. Elde edilen simülasyon sonuçlarının deneysel sonuçlara oldukça yakın olduğu görülmüştür.

Sonuç olarak, basit ve fiziksel sistemlere uygun anahtar tanımı ile bond graf modeli kullanılarak kaotik devrelerin simülasyonu ilk defa bu çalışma ile yapılmıştır. Bu tip devrelerin bond graf modeli kullanılarak simüle edilebileceği gösterilmiştir.

KAYNAKLAR

- [1] M.P. Kennedy, "Three Steps to Chaos-Part II: Chua's Circuits Primer", IEEE Trans. Circuits Syst., 1993, vol.40, no.10, ss. 657-673
- [2] F. C. Moon, Chaotic And Fractal Dynamics, John Wiley & Sons, NY, 1992.
- [3] J. M. T. Thompson ve H. B. Stewart, Nonlinear Dynamics and Chaos, John Wiley&Sons, Chichester, UK, 1986.
- [4] L.O. Chua, C.A. Desoer ve E.S. Kuh, Linear and Non-linear Circuits, McGraw Hill, New York, 1987.
- [5] W. L. Ditto ve L. M. Pecora, "Mastering Chaos", Scientific American, 1993, August, ss.78-84.
- [6] A. Uçar, M. Türk, F. Ata, "A Practical Realization of Chaos Synchronization For Transmitting Information", The 32nd International Scientific Symposium of the Defense Research Agency, vol. 4, Bucharest-Romania, 2001, pp. 81-88.
- [7] A. Uçar, M. Türk ve F. Ata, "Kaotik Davranışların İncelenmesi İçin Bir Elektronik Prototip Devre", Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi, 2002, (Basılmak üzere kabul edildi.)
- [8] D. P. Atherton, Nonlinear Control Engineering: Describing Function Analysis and Design, Van Nostrand Reinhold, London, 1982.
- [9] Y. Demir, M. Poyraz ve A. Gülten, "Modeling and Simulation of Systems Containing Switches Using Bond Graph Method With a New Switch Definition", 13th Int. Conf. on. Systems Engineering, ICSE'97, 9-12 Sep., 1997, Coventry University, UK, ss.191-194.
- [10] A. Blundell, Bonds Graphs for Modeling Engineering Systems, Ellis Horwood, UK, 1982.
- [11] M. Poyraz, Y. Demir, A. Gülten, ve M. Köksal, "Analysis of Switched Systems Using the Bond Graph Methods", Journal of the Franklin Ins., 1999, vol.336 no.3, ss.379-386.

- [12] Y. Demir, M. Poyraz, M. Köksal, "Derivation of State and Output Equations for Systems Containing Switches and a Novel Definition of a Switch Using the Bond Graph Model", Journal of the Franklin Ins., 1997, vol.334B, no.2, ss.191-197.
- [13] H. M. Paynter, Analysis and Design of Engineering Systems, MIT Press, Cambridge, 1961.
- [14] M. Türk ve A. Uçar, "Doğrusal Olmayan Dirençlerin Kaotik Davranışlara Etkilerinin İncelenmesi ve Deneysel Sonuçlar", Elektrik&Elektronik-Bilgisayar Mühendisliği NEU-CEE 2001 Sempozyum ve Fuarı, 2001, Kıbrıs, ss.281-284.