Süleyman Demirel Üniversitesi,
Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi,
16-1(2012), 109-115

Bazı Normallik Testlerinin 1.Tip Hataları ve Güçleri Bakımından Kıyaslanması

Nurcan YILDIRIM[1], Fikri GÖKPINAR[*1]
[1]*Gazi Üniversitesi, Fen Fakültesi, İstatistik Bölümü /ANKARA*
Alınış Tarihi:28.10.2011, Kabul Tarihi:13.04.2012

Özet: İstatistiksel bir modelin uyum iyiliği gözlenen bir veri setinin istatistiksel modele uyumluluğunu test eder. Bu çalışmada, uyum iyiliği testlerinden Kolmogorov- Smirnov, Anderson-Darling, Jarque Bera testleri ve Zhang(2002) Esteban ve diğ.(2007) tarafından verilen testler tanıtılmıştır. Ayrıca bu testlerin testin gücü bakımından hangi durumlarda birbirlerine göre daha iyi oldukları belirlenmiştir. Bu testler (-∞,∞) ve (0, ∞) aralığında çeşitli simetrik ve simetrik olmayan dağılımlar altında kıyaslanmıştır.

Anahtar Kelimeler : Kolmogorov- Smirnov testi, Anderson-Darling testi, Zhang testleri, Jarque Bera testi, Esteban ve diğerleri testleri

Comparison of Type-One Errors and Powers of Some Normality Tests

Abstract: The goodness of fit of a statistical model tests how well it fits a set of observations. In this study, some goodness of fit tests called Kolmogorov- Smirnov, Anderson- Darling, Jarque Bera tests and also the tests given by Zhang(2002), Esteban et al.(2007) are investigated. In addition, a power comparison is made to determined which tests under what circumstances they are superior to the others. These test are compared under symmetrical and nonsymmetrical distributions over (-∞,∞) and (0, ∞).

Keywords : Kolmogorov- Smirnov test , Anderson-Darling test, Zhang tests, Jarque Bera test, Esteban et. al test.

Giriş

Birçok Parametrik testlerin uygulanabilmesi için örneklerin geldikleri yığınların dağılımlarının normal olması önemli bir varsayımdır. Diğer bir ifade ile örneğin geldiği yığının dağılımı normal değilse bu parametrik testlerin kullanılması doğru olmaz.

n hacimli bir örneğin normal dağılımdan gelip gelmediğini belirlemek için yapılacak bir testte yokluk ve karşıt hipotezler;

H_0 : Örnek normal dağılıma sahip yığından alınmış

H_1 : Örnek normal dağılıma sahip yığından alınmamış

şeklinde kurulur. H_0 hipotezinin H_1 hipotezine karşı testi 'Uyum İyiliği Testi' olarak adlandırılır. Diğer bir ifade ile uyum iyiliği testlerinde n hacimli örneğin H_0' da belirtilen dağılımdan gelip gelmediği incelenir.

Uyum iyiliği testlerinin amacı, verilerin varsayılmış bir dağılımdan ne kadar saptığını bir ölçü birimi yardımı ile ölçmek ve bu farkı yokluk hipotezi altındaki dağılımdan elde edilen değerle kıyaslamaktır.
1930 yıllarından itibaren uyum iyiliği testleri üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Pearson (1900), Kolmogorov-Smirnov (1933-1939), Cramer von Mises (1928), Anderson-Darling (1952), Lilliefors (1967), Kuiper (1962), Zhang (2002) uyum iyiliği testleri üzerine çalışmış önemli araştırmacılardan bazılarıdır (Damico 2004). Son yıllarda ise ve Zhang (2002), Esteban vd. (2007), Jiménez-Gameroa, vd. (2009), Zamanzade ve Arghami (2011) gibi araştırmacılar tarafından alternatif testler önerilmiştir.

Günümüzde en çok yaygın olarak kullanılan uyum iyiliği testleri, Jarque-Bera, Anderson Darling, Shapiro-Wilks, Ki-Kare ve Kolmogorov-Smirnov uyum iyiliği testleridir. Normallik testleri birçok araştırmacı tarafından birbirleri ile testin gücü bakımından kıyaslanmıştır. Son yıllarda yapılan bazı çalışmalar aşağıdaki gibidir.

Seier (2002), çeşitli örnek genişliklerinde ve çeşitli dağılımlar altında normallik testlerini deneysel I. tip hata ve güç bakımından karşılaştırmıştır. Yapılan bu çalışmada Anderson-Darling testinin Kolmogorov-Smirnov testinden daha güçlü olduğu sonucuna varılmıştır.
Mendes ve Pala (2003), Shapiro-Wilk, Lilliefors ve Kolmogorov-Smirnov testlerini 1. tip hata ve güçlerini karşılaştırmışlardır. Bu simülasyon çalışması sonunda Shapiro-Wilk testinin en güçlü test olarak ortaya çıktığını sunucuna varmışlardır.

Yazıcı ve Yolacan (2007), normallik testlerinin deneysel 1. tip hata ve gücünü çeşitli örnek genişliklerinde ve çeşitli dağılımlar altında karşılaştırmışlardır. Normal dağılmış yığınların simülasyon çalışmasında normallik testleri içinde Anderson-Darling testinin güçlü olduğunu bildirmişlerdir.
Noughabi ve Arghami (2011) Kolmogorov Smirnov, Anderson Darling, Kuiper, Jarque Bera, Cramer von Mises, Shapiro Wilk, and Vasicek testlerini farklı dağılımlar altında testin gücü bakımından kıyaslamıştır. Farklı tip alternatif dağılımlar için farklı testlerin daha güçlü olduğu sonucuna varmışlardır.

Yap and Sim(2011) simetrik ve simetrik olmayan uzun ve kısa kuyruklu dağılımlar altında Shapiro Wilks, Kolmogorov Smirnov, Lilliefors test, Cramer von Mises, Anderson Darling, D'Agostino Pearson, Jarque Bera ve Ki-Kare testlerini güçleri bakımından kıyaslamışlardır.

**fikri@gazi.edu.tr*

Shapiro Wilks ve Anderson Darling Testlerinin daha güçlü olduğu sonucuna varmışlardır.
Bu çalışmada, Kolmogorov- Smirnov (1933-1939), Anderson-Darling (1952), Zhang (2002), Jarque Bera (1987) ve Esteban vd. (2007) tarafından önerilen uyum iyiliği testleri incelenmiştir. Ayrıca bu test istatistikleri deneysel 1.tip hata olasılığı ve testin gücü bakımından farklı dağılım şekilleri altında simülasyon yoluyla 1. Tip hata ve testin gücü değerleri bakımından karşılaştırılmış ve elde edilen sonuçlar yorumlanmıştır.

Uyum İyiliği Testleri

Dağılım fonksiyonu $F(x),\ x \in R$ olan bir yığından n hacimli bir rassal örnek $X_1, X_2, ..., X_n$ olsun.

$F_0(x)$ yokluk hipotezin de belirtilen dağılım fonksiyonu, $F_n(x)$ örnekten elde edilen deneysel dağılım fonksiyonunu göstermektedir.

Kolmogorov- Smirnov Uyum İyiliği Testi

A.N. Kolmogorov (1933) ve N.V. Smirnov (1939) tarafından oranlama ya da eşit aralıklı düzeyde ölçülen değişkenler için geliştirilmiş uyum iyiliği testidir. Kolmogorov testi ve Smirnov testi benzerlik nedeniyle Kolmogorov-Smirnov (KS) uyum iyiliği testi olarak da bilinmektedir. Bu test yokluk hipotezinde belirtilen dağılım fonksiyonu $F_0(x)$ ile tüm x'ler için örneğin dağılım fonksiyonu olan $F_n(x)$ arasındaki mutlak farklara dayanır. Test istatistiği,

$$D = \sup_x |F_n(x) - F_0(x)|$$

şeklindedir.

Anderson-Darling Uyum İyiliği Testi

Anderson ve Darling (1952), Kolmogorov- Smirnov testini uyarlayarak *Anderson-Darling (AD)* test istatistiğini önermişlerdir. Buna göre, test istatistiği;

$$A^2 = -\frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[\begin{array}{l}\left(i-\frac{1}{2}\right)\log\left\{F_0(x_{(i)})\right\} \\ +\left(n-i+\frac{1}{2}\right)\log\left\{1-F_0(x_{(i)})\right\}\end{array}\right] - n$$

biçiminde elde edilir.

Zhang Uyum İyiliği Testi

Zhang (2002) tarafından bu testlere alternatif olarak uyum iyiliği testleri geliştirilmiştir. Zhang test istatistikleri Z_K ve Z_A olmak üzere aşağıda verildiği gibidir.

$$\mathbf{Z_K} = \max_{1\le i\le n}\left(\begin{array}{l}\left(\mathbf{i}-\frac{1}{2}\right)\log\left\{\dfrac{\mathbf{i}-\frac{1}{2}}{\mathbf{nF_0(X_{(i)})}}\right\} \\ +\left(\mathbf{n}-\mathbf{i}+\frac{1}{2}\right)\log\left[\dfrac{\mathbf{n}-\mathbf{i}+\frac{1}{2}}{\mathbf{n}\left\{1-\mathbf{F_0(X_{(i)})}\right\}}\right]\end{array}\right)$$

$$Z_A = -\sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\log\{F_0(X_{(i)})\}}{n-i+\frac{1}{2}} + \frac{\log\{1-F_0(X_{(i)})\}}{i-\frac{1}{2}}\right]$$

Jarque Bera Uyum İyiliği Testi

Jarque ve Bera (1980-1981) tarafından önerilen Jarque-Bera (JB) test istatistiği ;

$$JB = \frac{n}{6}\left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4}\right)$$

şeklindedir. Burada n örnek sayısı (veya genellikle serbestlik derecesi); S örnek çarpıklık ölçüsü, K örnek basıklık ölçüsü olmak üzere, S ve K değerleri

$$S = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^3}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right)^{3/2}}$$

$$K = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4} = \frac{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^4}{\left(\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2\right)^{2}}$$

şeklinde elde edilir.

Esteban ve diğerleri Uyum İyiliği Testleri

Esteban ve diğerleri (2007) tarafından geliştirilen Esteban ve diğerleri uyum iyiliği testleri $S^1_{n,A}$, $S^1_{n,B}$, $S^1_{n,C}$ olmak üzere aşağıda verildiği gibidir.

$$S_{n,A}^{1}=\max\left\{\frac{1}{n^{2}},S_{n,A}^{1*},(F_{0}(X_{(n)})-1)^{2}\right\}$$

olmak üzere

$$S_{n,A}^{1*}=max_{i=1,\ldots,n-1}\left[max\left\{\begin{array}{l}\left(F_{0}(X_{(i)})-\frac{i}{n}\right)^{2}\\ ,\left(F_{0}(X_{(i)})-\frac{i+1}{n}\right)^{2}\end{array}\right\}\right]$$

$$S_{n,B}^{1}=n\sum_{i=1}^{n-1}\left[F_{0}^{2}(X_{(i)})\ln\frac{i+\frac{1}{2}}{i-\frac{1}{2}}\right.$$
$$\left.-(1-F_{0}(X_{(i)}))^{2}\ln\frac{n-i-\frac{1}{2}}{n-i+\frac{1}{2}}\right]$$

$$S_{n,C}^{1}=n\sum_{i=1}^{n-1}\left(F_{0}(X_{(i)})-\frac{i+\frac{1}{2}}{n}\right)^{2}$$

şeklinde ifade edilir.

Simülasyon Çalışması

Bu bölümde normal dağılıma uygunluk için KS, AD, Z_K, Z_A, JB, $S_{n,A}^{1}$, $S_{n,B}^{1}$, $S_{n,C}^{1}$ uyum iyiliği testleri 1. tip hata ve testin gücü bakımından karşılaştırılmıştır. Normal dağılımdan veri üretilerek testlerin deneysel 1.tip hata olasılıkları, gamma, üstel, lognormal, *t* ve uçdeğer dağılımlarından veri üreterek testlerin güç değerleri simülasyon yoluyla elde edilmiştir. Simülasyon çalışmasında MATLAB R2009A programı kullanılmıştır. Test istatistiklerinden KS, AD, JB testlerin kritik değerleri için hazır tablolar olmasına rağmen bu tablolar belli örnek hacimlerine göre hazırlanmıştır. Z_K, Z_A, $S_{n,A}^{1}$, $S_{n,B}^{1}$, $S_{n,C}^{1}$ test istatistiklerinin dağılımları teorik olarak oluşturulamadığından kritik değerleri elde etmenin teorik bir yolu yoktur. Bu sebepten dolayı Monte Carlo yöntemiyle bu istatistiklerin kritik değerleri elde edilmiştir. Bu tarz çalışmalar için Manly (2006) yılında yaptığı araştırmada anlamlılık düzeyi α=0.01 için 5000, α=0.05 için 2000-3000, ve α=0.10 için 1000 tane rasgele sayı üretmenin yeterli olacağını belirtmiştir. Bu sebeple Monte Carlo yöntemiyle normal dağılımdan 5000 sayı üretilmiş ve bu sayılardan faydalanarak α değerine göre kritik değerler elde edilmiştir. Ayrıca 1. tip hata ve testin gücü değerlerini elde etmek için 5000 tane rasgele sayı üretilmiştir.

Normal dağılım altında $\alpha=0.01$, $\alpha=0.05$ ve $\alpha=0.10$ için testlerin deneysel 1. tip hata olasılıkları elde edilmiş ve Çizelge 1- Çizelge 3' de verilmiştir.

Farklı dağılımlar altındaki testlerin güç değerleri Çizelge 4-Çizelge 6' da elde edilmiştir.

Çizelge 1. $\alpha=0.01$ *iken Normal dağılım altında uyum iyiliği testlerinin deneysel 1.tip hata olasılıkları*

Dağılım	n	D	A^2	Z_K	Z_A	JB	$S'_{n,A}$	$S'_{n,B}$	$S'_{n,C}$
Normal	10	0,0090	0,0094	0,0098	0,0114	0,0116	0,0154	0,0108	0,0134
$N(\mu,\sigma^2)$	20	0,0130	0,0110	0,0114	0,0096	0,0090	0,0142	0,0118	0,0138
	30	0,0130	0,0114	0,0116	0,0112	0,0108	0,0124	0,0110	0,0114
$N(0,1)$	50	0,0102	0,0108	0,0106	0,0096	0,0094	0,0124	0,0106	0,0118
	100	0,0106	0,0092	0,0094	0,0122	0,0106	0,0100	0,0112	0,0090

Çizelge 2. $\alpha=0.05$ *iken Normal dağılım altında uyum iyiliği testlerinin deneysel 1.tip hata olasılıkları*

Dağılım	n	D	A^2	Z_K	Z_A	JB	$S'_{n,A}$	$S'_{n,B}$	$S'_{n,C}$
Normal	10	0,0480	0,0498	0,0480	0,0512	0,0512	0,0522	0,0448	0,0496
	20	0,0482	0,0508	0,0492	0,0482	0,0520	0,0464	0,0488	0,0530
$N(0,1)$	30	0,0446	0,0440	0,0428	0,0480	0,0464	0,0502	0,0502	0,0528
	50	0,0572	0,0538	0,0532	0,0574	0,0532	0,0482	0,0566	0,0460
	100	0,0454	0,0438	0,0466	0,0500	0,0510	0,0496	0,0442	0,0450

Çizelge 3. $\alpha = 0.10$ *iken Normal dağılım altında uyum iyiliği testlerinin deneysel 1.tip hata olasılıkları*

Dağılım	n	D	A^2	Z_K	Z_A	JB	$S'_{n,A}$	$S'_{n,B}$	$S'_{n,C}$
Normal	10	0,0972	0,1032	0,0994	0,1030	0,0976	0,1050	0,1094	0,1044
	20	0,1056	0,1122	0,1084	0,1084	0,1046	0,0992	0,1030	0,0982
$N(0,1)$	30	0,1064	0,1040	0,1050	0,0978	0,0928	0,0962	0,1016	0,1044
	50	0,0918	0,0978	0,1002	0,1054	0,1028	0,0980	0,1088	0,1070
	100	0,1044	0,1002	0,1074	0,1054	0,0998	0,0974	0,0974	0,1014

Çizelge 1-3'de n=10, 20, 30, 50, 100 olmak üzere anlamlılık düzeyleri $\alpha = 0.01$, $\alpha = 0.05$ ve $\alpha = 0.10$ iken testlerin deneysel 1. tip hata olasılıkları elde edilmiştir. Buna göre tüm örnek çaplarında testlerin deneysel 1. tip hata olasılıklarının verilen anlamlılık düzeyine oldukça yakın sonuçlar verdiği gözlenmektedir.

Çizelge 4. $(0,\infty)$ *aralığında simetrik olmayan dağılımlara karşı uyum iyiliği testlerinin güçleri*

Dağılım	n	D	A^2	Z_K	Z_A	JB	$S'_{n,A}$	$S'_{n,B}$	$S'_{n,C}$
Gamma (3,1)	10	0,1238	0,1500	0,1230	0,1630	0,1474	0,1938	0,1950	**0,2478**
	20	0,2344	0,3316	0,2908	0,3790	0,3128	0,3364	0,3596	**0,4660**
	30	0,3252	0,4596	0,4456	0,5516	0,4422	0,4520	0,4718	**0,6074**
	50	0,5350	0,7334	0,7610	**0,8284**	0,6776	0,6410	0,7516	0,7946
	100	0,8218	0,9660	0,9882	**0,9934**	0,9644	0,8918	0,9770	0,9726
Gamma(1/3,1)	10	0,6974	0,8414	0,8008	0,8688	0,6354	0,7802	0,8252	**0,8802**
	20	0,9688	0,9948	0,9974	0,9972	0,9314	0,9772	0,9952	0,9956
	30	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000	0,9912	0,9994	1,0000	1,0000
	50	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	100	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	10	0,3034	0,4244	0,3416	0,4620	0,3452	0,4074	0,4422	0,5300
	20	0,5762	0,7732	0,7936	0,8378	0,6192	0,7130	0,7948	0,8526
	30	0,7850	0,9384	0,9682	0,9700	0,8284	0,8674	0,9496	0,9584
	50	0,9570	0,9960	0,9994	0,9984	0,9776	0,9650	0,9980	0,9950
	100	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Dağılım	n	D	A^2	Z_K	Z_A	JB	$S'_{n,A}$	$S'_{n,B}$	$S'_{n,C}$
Lognormal(0,1)	10	0,4642	0,5888	0,5014	0,6190	0,5126	0,5608	0,6154	**0,6812**
	20	0,7796	0,9010	0,8974	0,9250	0,8214	0,8454	0,9060	**0,9366**
	30	0,9306	0,9852	0,9918	0,9918	0,9526	0,9548	0,9876	0,9920
	50	0,9944	0,9998	1,0000	1,0000	0,9986	0,9960	1,0000	0,9998
	100	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
Lognormal(0,2)	10	0,8196	0,9038	0,8708	0,9182	0,7952	0,8702	0,9044	**0,9356**
	20	0,9910	0,9984	0,9990	0,9990	0,9814	0,9934	0,9986	0,9984
	30	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	0,9994	1,0000	1,0000	1,0000
	50	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
	100	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Çizelge 5. $(-\infty,\infty)$ *aralığında simetrik dağılımlara karşı uyum iyiliği testlerinin güç değerleri*

Dağılım	n	D	A^2	Z_K	Z_A	JB	$S'_{n,A}$	$S'_{n,B}$	$S'_{n,C}$
t_1	10	0,5764	0,6130	0,5786	0,5764	0,5878	0,4072	**0,6042**	0,4694
	20	0,8500	0,8846	0,8610	0,8504	0,8668	0,7840	**0,8900**	0,8394
	30	0,9406	0,9620	0,9498	0,9376	0,9482	0,9188	**0,9638**	0,9512
	50	0,9950	0,9968	0,9940	0,9930	0,9950	0,9928	**0,9976**	0,9962
	100	1,0000	1,0000	1,0000	0,9998	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
t_2	10	0,2712	0,3036	0,2800	0,2924	**0,3192**	0,1984	**0,3134**	0,2272
	20	0,4686	0,5422	0,5182	0,5286	**0,5766**	0,4022	**0,5758**	0,4662
	30	0,5918	0,6798	0,6466	0,6600	**0,7140**	0,5284	**0,7048**	0,6178
	50	0,7834	0,8646	0,8300	0,8434	**0,8886**	0,7524	**0,8734**	0,8394
	100	0,9568	0,9830	0,9678	0,9748	**0,9866**	0,9534	0,9824	0,9764
t_3	10	0,1614	0,1904	0,1694	0,1904	**0,2176**	0,1176	0,1860	0,1392
	20	0,2622	0,3328	0,3072	0,3454	**0,4012**	0,2130	0,3690	0,2720
	30	0,3438	0,4404	0,4212	0,4564	**0,5202**	0,2986	0,4656	0,3780
	50	0,4832	0,6006	0,5790	0,6140	**0,6852**	0,4374	0,6162	0,5384
	100	0,7324	0,8510	0,8142	0,8522	**0,9042**	0,7002	0,8596	0,8116
t_{20}	10	0,0618	0,0618	0,0610	0,0634	**0,0688**	0,0528	0,0562	0,0556
	20	0,0574	0,0674	0,0640	0,0736	**0,0818**	0,0590	0,0746	0,0604
	30	0,0602	0,0650	0,0682	0,0808	**0,0914**	0,0566	0,0622	0,0590
	50	0,0658	0,0742	0,0802	0,0954	**0,1148**	0,0696	0,0832	0,0764
	100	0,0692	0,0842	0,0982	0,1164	**0,1536**	0,0686	0,0882	0,0792
t_{30}	10	0,0510	0,0576	0,0516	0,0562	**0,0586**	0,0480	0,0550	0,0574
	20	0,0524	0,0616	0,0586	0,0666	**0,0736**	0,0496	0,0662	0,0560
	30	0,0526	0,0544	0,0638	0,0636	**0,0722**	0,0550	0,0644	0,0576
	50	0,0546	0,0580	0,0666	0,0768	**0,0900**	0,0564	0,0636	0,0522
	100	0,0560	0,0676	0,0748	0,0902	**0,1140**	0,0632	0,0652	0,0714

Çizelge 6. $(-\infty,\infty)$ *aralığında simetrik olmayan dağılımlara karşı uyum iyiliği testlerinin güç değerleri*

Dağılım	n	D	A^2	Z_K	Z_A	JB	$S'_{n,A}$	$S'_{n,B}$	$S'_{n,C}$
Uçdeğer(0,1)	10	0,1168	0,1370	0,1174	**0,1428**	0,1366	0,0108	0,0358	0,0080
	20	0,1994	0,2714	0,2362	**0,3072**	0,2968	0,0136	0,1852	0,0380
	30	0,2882	0,3952	0,3594	**0,4528**	0,4172	0,0562	0,3552	0,1150
	50	0,4362	0,5958	0,5732	**0,6710**	0,6100	0,1570	0,5956	0,2928
	100	0,7338	0,8924	0,8790	**0,9400**	0,9156	0,5288	0,9104	0,7226
Uçdeğer(0,3)	10	0,1152	0,1392	0,1182	**0,1492**	0,1482	0,0166	0,0450	0,0120
	20	0,1972	0,2760	0,2348	**0,3158**	0,2928	0,0194	0,1890	0,0422
	30	0,2902	0,4014	0,3624	**0,4682**	0,4212	0,0530	0,3516	0,1144
	50	0,4318	0,5914	0,5640	**0,6732**	0,6134	0,1628	0,5930	0,2980
	100	0,7376	0,8888	0,8726	**0,9308**	0,9056	0,5346	0,9076	0,7284

Çizelge 4'te gamma, üstel ve lognormal dağılımları için testlerin güç değerlerinin elde edilmiştir. $(0,\infty)$ aralığında simetrik olmayan bu dağılımlara karşı tüm test istatistiklerinin güç değerlerinin oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Özellikle örnek çapı 50 ve daha fazla ve lognormal dağılımından üretilen veriler için tüm test istatistikleri oldukça iyi sonuçlar vermişlerdir. Daha ayrıntılı olarak incelediğimizde özellikle küçük örnek çaplarında $S'_{n,C}$ test istatistiği diğer test istatistiklerine göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu söylenebilir. Bununla birlikte Z_A test istatistiğinin büyük örnek çaplarında diğer testlere göre daha yüksek testin gücü değerlerine sahip olduğu söylenebilir.

Çizelge 5'i incelediğimizde de t_1 dağılımları altında testlerin güç değerleri elde edilmiştir. Buna göre t_1 dağılımı alındığında $(-\infty,\infty)$ aralığında simetrik dağılımlara karşı tüm test istatistiklerinin oldukça iyi sonuçlar verdiği söylenebilir. Özellikle örnek çapı 20 ve daha fazla iken $S'_{n,B}$ ve A^2 test istatistikleri diğer test istatistiklerine göre daha yüksek güç değerlerine sahiptir.

t_2 dağılımı alındığında özellikle örnek çapı 50 ve daha fazla iken *JB* ve $S'_{n,B}$ test istatistiklerinin diğer testlere göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. t dağılımının serbestlik derecesi arttıkça JB testinin gücünün daha yüksek olduğunu bununla birlikte tüm testlerin gücünün düştüğünü görmekteyiz. bunun sebebi t dağılımın serbestlik derecesi arttıkça normal dağılıma yakınsamasıdır.

Çizelge 6 incelendiğinde uçdeğer dağılımları alındığında, testlerin güç değerleri Çizelge 3.6.' da elde edilmiştir. Buna göre, uçdeğer dağılımları için $(-\infty,\infty)$ aralığında simetrik olmayan dağılımlara karşı örnek büyüklüğü arttıkça Z_A test istatistiğinin diğer testlere göre daha yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir. Ayrıca *JB* ve $S'_{n,B}$ test istatistiklerinin de oldukça iyi sonuçlar verdiği gözlenmektedir.

Sonuç

Bu çalışmada normal dağılım için Kolmogorov- Smirnov, Anderson-Darling, Zhang, Jarque Bera ve Esteban ve diğerleri uyum iyiliği testleri incelenmiş ve simülasyon yolu ile karşılaştırılmıştır. Buna göre, bu test istatistiklerinin deneysel 1. tip hata olasılıkları ve testin gücü bakımından karşılaştırılmaları yapılmıştır. Deneysel 1. tip hata olasılıkları bakımından incelenen tüm testlerin oldukça iyi sonuçlar verdiği gözlenmiştir.

Elde edilen sonuçlar Seier (2002), Mendes ve Pala(2006), Yazıcı ve Yolacan (2007), Noughabi ve Arghami(2011) ile Yap ve Sim(2011) tarafından Kolmogorov- Smirnov, Anderson-Darling, Jarque Bera testleri için elde edilen sonuçlarla örtüşmektedir. Sonuç olarak, (0,∞) arasında değer alan çarpık dağılımlarda testin gücü bakımından değerlendirildiğinde Z_A ve $S'_{n,C}$ test istatistiklerinin, (-∞,∞) aralığında simetrik dağılımlara bakıldığında *JB* ve $S'_{n,B}$ test istatistiklerinin ve (-∞,∞) aralığında simetrik dağılımlara bakıldığında Z_A test istatistiğinin yüksek güç değerlerine sahip olduğu görülmektedir.

Kaynaklar

Anderson Jr.,T.W. ve Darling,D.A, 1952. Asymptotic theory of certain 'goodness-of-fit' criteria based on stochastic processes, Annals of Mathematical Statistics 23, 193-212.

Jarque C.M. and Bera A.K., 1987. A test normality of observations and regression residuals, Int. Stat. Rev. 163–172.

Cramer, H., 1928. On the composition of elementary errors, Skand. Aktuar.11, 141-180.

Damico J., 2004. A new one- Sample Test for Goodness-of Fit , Communications In Statistics Theory And Methods vol, 33,181-193.

Esteban, M.D., Marhuenda, Y.,Morales, D. And Sanchez, A., 2007. Goodness-of Fit Tests. New Goodness-of Fit Tests Based on Sample Quantiles, Communications in Statistics-Simulation and Computation, 36, 631-642.

Jiménez-Gamero, M. D., Alba-Fernández, V., Muñoz-García, J., Chalco-Cano, Y. ,2009. Goodness of fit tests based on empirical characteristic functions. Computational Statistics and Data Analysis 53: 3957–3971.

Kolmogorov, A.N., 1933. Sulla determinazione empirica di une legge di distribuzione. G.Ist.Attuari.83-91.

Kuiper,N.H., 1962. Teste concerning random points on a circle. Proceedings of the Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen, 63 38-47.

Lilliefors, H.W., 1967. On the Kolmogorov-Smirnov test for normality with mean and variance unknown., Journal of the American Statistical Association, 62, 399-402.

Manly B.F.J., 2006. Randomization, Bootstrap and Monte Carlo Methods in Biology, Third Edition, Chapman & Hall.

Mendes, M. and Pala A.,2003. Type I error rate and power of three normality tests. Pak. J. Inform. Technol., 2: 135-139.

Noughabi H.A. and Naser Reza Arghami, 2011. Monte Carlo comparison of seven normality tests, Journal of Statistical Computation and Simulation, 81:8, 965-972

Pearson, K., 1900. On the criterion that a given system of deviations from the probable in the case of a correlated system of variables is such that it can be reasonably supposed to have arisen from random sampling, Philosophical Magazine Series 5, 157-175.

Smirnov, N. V., 1939. On the estimation of the discrepancy between empirical curves of distribution for two independent samples, (Russian) Bulletin of Moscow University, 2, 3-16.

Yap B. W. and Sim C. H., 2011. Comparisons of various types of normality tests, Journal of Statistical Computation and Simulation, 81:12, 2141-2155

Yazıcı, B. and Yolacan, S., 2007. "A comparison of various tests of normality" Journal of Statistical Computation and Simulation, 77: 175-183.

Zamanzade E. and Arghami N.R., 2011. Testing normality based on new entropy estimators, Journal of Statistical Computation and Simulation,DOI: 0.1080/00949655.2011.592984

Zhang, J, 2002. Powerful goodness-of-fit tests based on the likelihood ratio, Journal of Royal Statistiscs Society Series B, 64, 281-294