



Fonksiyonel Değişimli Çekirdeğe Sahip Üç Tabakalı Silindirik Kabukların Parametrik Titreşimi

Abdullah AVEY*1, İbrahim YILDIZ¹

¹Süleyman Demirel Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 32200, Isparta

(Alınış Tarihi: 05.03.2015, Kabul Tarihi: 25.03.2015)

Anahtar Kelimeler

FDÇ
Üç tabakalı silindirik kabuk
Parametrik titreşim
Kritik eksenel yük

Özet: Bu çalışmada, çekirdeği fonksiyonel değişimli malzemelerden (FDM'ler) ve dış katmanları zenginleştirilmiş seramik ve metalden oluşan üç tabakalı silindirik kabukların statik ve zamana bağlı periyodik değişen yükler etkisi altında parametrik titreşimi incelenmektedir. Ara eleman olarak kullanılan fonksiyonel değişimli (FD) çekirdek ve zenginleştirilmiş metal ve seramikten oluşturulan dış tabakalardan oluşan üçlü sistemin analitik modeli sunulmaktadır. Fonksiyonel değişimli çekirdeğe (FDÇ'e) sahip sandviç silindirik kabukların statik ve zamana bağlı periyodik değişen eksenel basınç yükleri altında dinamik stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri türetilmektedir. Temel denklemler, Galerkin Yöntemi uygulanarak Mathieu-Hill denklemine dönüştürülmekte ve çözülerek FDÇ üç tabakalı silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri, frekans parametresi ve kritik statik yük için ifadeler elde edilmektedir. Bu ifadelerden pür seramik, pür metal ve pür FD silindirik kabuklar için uygun ifadeler özel olarak elde edilmektedir. Son olarak kararsızlık bölgelerinin sınırlarına, FD çekirdek çeşitlerinin ve hacim kesir bileşenleri değişiminin, kabuk karakteristikleri ve çekirdek-kabuk kalınlıkları oranı değişiminin etkileri kapsamlı bir şekilde incelenmektedir. Elde edilen sonuçlar açık literatürde bulunan sonuçlarla karşılaştırılarak doğruluğu teyit edilmektedir.

Parametric Vibration of Three-Layered Cylindrical Shells with Functionally Graded Core

Keywords

FGM core
Three-layered cylindrical shell
Parametric vibration
Critical axial load

Abstract: In this study, the parametric vibration of three-layered cylindrical shells with functionally graded (FG) core is investigated. Firstly, analytical models of an FG core, which uses the intermediate member and outer sheath layers of the cylindrical shell formed from metal-rich and ceramic-rich represented as ternary systems. The governing equations of three-layered cylindrical shells with an FG core are derived and are reduced Mathieu-Hill equation by using Galerkin method. The expressions for non-dimensional frequency, critical axial load and boundaries of instability regions of three-layered cylindrical shell with an FG core are found. The expressions for non-dimensional frequency parameter, critical axial load and boundaries of instability regions are obtained for the monolayer FGM, pure metal and pure ceramic cylindrical shells, as a special case. Finally, the effects of variations of volume fractions, shell characteristics and variations of the thickness of a core on the values of critical parameters of three-layered cylindrical shells made of different types of FG core are studied numerically. Comparisons are made with the available studies in the open literature to validate this study.

1. Giriş

Kompozit sandviç kabuk ve paneller havacılık, uzay araçları ve uçaklarda yapı elemanı olarak kullanıldığında değişik dinamik yükler etkisine maruz

kalmaktadır. Sandviç yapılarda kullanılan çekirdek eleman yapının genel işlevine çok önemli etki etmektedir. Her bir çekirdek türü kendine özgün avantajlara sahip olmasına rağmen, yeni çekirdek türlerinin oluşturulması ara yüzlerde ortaya çıkan

sorunların çözümünde önemli rol oynar. Günümüz teknolojisinde, yeni nesil sandviç yapılarda çekirdek olarak fonksiyonel değişimli malzeme (FDM) kullanılmaktadır. FDM çekirdek, sandviç yapının yüzey katmanları ile çekirdeği arasında meydana gelen termal ve kalan gerilmelerin azaltılmasını sağlar ki buda yapının güvenilirliği ve emniyetini artırır (Anderson, 2003).

FDM'ler, gelişmiş homojen olmayan kompozitlerin bir grubu olup, genelde seramik ve metal karışımından oluşmaktadır. FDM'lerin mekanik özellikleri, yani Young modülü, Poisson oranı ve yoğunluğu kalınlık doğrultusunda sürekli olarak değişmektedir. FDM'lerin oluşum tarihi ve üretim teknikleri ile ilgili kapsamlı bilgiler Suresh ve Mortensen (1998) ve Miyamoto vd. (1999) çalışmalarında sunulmaktadır. Pür FDM'lerin hacim kesir fonksiyonları genelde kuvvet ve üstel fonksiyonlar olarak modellenmektedir (Miyamoto vd., 1999). Ara yüzlerdeki ani değişimler sonucunda oluşan gerilme konsantrasyonları göz önüne alınarak FDM'lerin mekanik özelliklerini tanımlamak için Pitakthapanaphong ve Busso, (2002) çalışmasında önerilen kuvvet kuralının nispeten değiştirilmiş sürümü, sunulan çalışmanın analizler kısmında kullanılmaktadır.

Dairesel silindirik kabuklar uzay, nükleer, inşaat vs gibi pek çok mühendislik alanlarının, önemli unsuru olup bina tonozları, ısı eşanjörleri, uçak gövdeleri, füze ve uzay araçları, yapısal ve yapısal olmayan araç elemanları, tanklar, boru hatları vs olarak kullanılmaktadır. Sandviç yapı elemanlarının ağırlığının artması onların dayanım gücü ve emniyet katsayısını azaltmakta ve beraberinde bazı sorunların ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Yapı elemanlarının ağırlıklarının azaltılması için gösterilen çabalar, genelde yapılarda oluşan titreşimden kaynaklanan sorunlarının artmasını önlemek amacı taşımaktadır. Bu nedenlerden dolayı zamana bağlı periyodik yükler etkisi altındaki silindirik kabukların parametrik titreşim problemlerinin ele alınması çok önemlidir. Silindirik kabukların parametrik titreşim problemi ilk olarak Bolotin (1956) ve Yao (1965) tarafından incelenmiştir. Bu çalışmaların ardından homojen kabukların zamana bağlı periyodik yükler etkisi altında yayınlar ortaya çıkmıştır (Radwan ve Genin, 1978). Daha sonra Birman (1988) tarafından Yao (1965) çalışması genelleştirilerek, yüksek mertebeden kabuk teorisi kullanılarak ortotrop kalın silindirik kabukların zamana bağlı periyodik yükler etkisi altındaki parametrik kararsızlığı incelendi. Periyodik yükler etkisi altında olan silindirik kabukların parametrik titreşimini inceleye bilmek için önce hareket denklemleri Mathieu-Hill denklemler sistemine indirgenir. Bu sistemin dinamik stabilitesi değişik yöntemlerle analiz edilebilir (Ng vd., 1998; Lam ve Ng, 1998). Günümüzde homojen kompozit kabukların parametrik kararsızlığı

bilgisayar yöntemleri kullanılarak da incelenmektedir (Pellicano, 2011; Bepalova ve Urusova, 2013).

Yeni nesil kompozitlerin mühendisliğin değişik alanlarında sık şekilde kullanılmaya başlaması, pür FDM'lerden oluşan kabukların titreşim ve stabilite davranışlarının incelenmesine yönelik ilgiyi daha da artırmıştır. FDM kabuklarla ilgili ilk çalışmalar serbest titreşim ve stabilite probleminin çözümüne yöneliktir (Loy vd., 1999; Sofiyev, 2003). Pür FDM'lerden oluşan silindirik kabuklar üzerine yapılmış olan çalışmalar içinde, en ilgi çekici konulardan biri de parametrik titreşim problemlerinin çözümleri için yapılan girişimlerdir (Ng vd., 2001; Yang ve Shen, 2003). Bugünün teknolojisi, FD çekirdekli sandviç plak ve kabukların daha kolay üretilmesini ve kullanılmasını sağlamış, bu tür yapı elemanlarının titreşim ve stabilite davranışlarının incelenmesine yeni olanaklar tanımış ve sonuçta söz konusu alanlarda yeni yayınların ortaya çıkmasına vesile olmuştur (Sofiyev, 2007; Li vd., 2010; Woodwar ve Kashtalyan, 2011; Sburlati, 2012; Bui vd., 2013).

Yapılan kapsamlı literatür taraması, dış katmanları seramik ve metalden oluşan ve FD çekirdeğe sahip üç tabakalı silindirik kabuğun statik ve zamana bağlı periyodik değişen eksenel yükleme durumları için parametrik titreşim probleminin henüz yeteri kadar incelenmediği gerçeğini ortaya koymuştur. Bu konu ile ilgili açık literatürde sadece bir çalışma mevcuttur (Sofiyev ve Kuruoğlu, 2015). Sunulan çalışmada söz konusu problemin çözümü detaylı bir şekilde ele alınmaktadır.

Birçok mühendislik uygulamalarında en önemli ve en çok karşılaşılan işlemlerden birisi, farklı sıcaklıklardaki, iki veya daha fazla akışkan arasındaki ısı değişimidir. Bu değişimi sağlayan cihaza ısı değiştiricisi denir (Genceli, 1999). Isı değiştiricileri, kimyasal ve proses endüstrilerinde buharlaştırma, yoğunlaştırma, sterilize etme, damıtmak, pastörize etme, kısımlara ayırma, kristalize etme, veya sıvı akışını ve kimyasal reaksiyon oranlarını kontrol etme gibi birçok işlemlerde kullanılmaktadır (Selbaş vd., 2006).

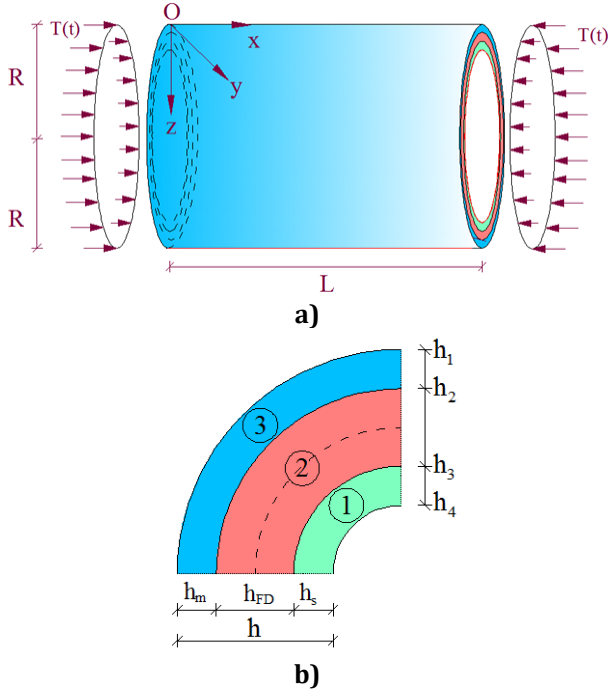
Çoğunlukla ısı değiştiricilerinde akışkanlar, birbirleriyle karışmadan ısı geçişinin doğrudan yapıldığı genellikle metal malzeme olan katı bir yüzey ile birbirinden ayrılırlar. Bu tip ısı değiştiricileri yüzeyli veya reküperatif olarak adlandırılır (Genceli, 1999).

2. Materyal Metot

2.1. Problemin Formülasyonu

Dış yüzeyi metal ve iç yüzeyi seramikle kaplı FD çekirdekli silindirik kabuk ve onlara ait notlar Şekil 1'de sunulmaktadır. Koordinat sistemi orijin silindirik kabuğun sol ucunda ve FD çekirdeğin

referans yüzeyinde seçilmekte, x ve y eksenleri ana ve çevresel doğrultularda, z eksenine ise söz konusu iki eksene dik olarak Şekil 1a'da olduğu gibi yönelmektedir. Seramik tabakanın kalınlığı h_s , metal tabakanın kalınlığı h_m , FD çekirdeğin kalınlığı h_{FD} olup seramik ve metalle kaplı FD çekirdekli silindirik kabuğun genel kalınlığı $h = h_m + h_s + h_{FD}$ 'dir. Silindirik kabuğun yarıçapı R , uzunluğu L ve $h_1 = -h/2, h_2, h_3, h_4 = h/2$ olup katman kalınlığını belirleyen sabitlerdir (Şekil 1b).



Şekil 1. a) Zamana bağlı değişen yük etkisi altındaki FD çekirdekli üç tabakalı silindirik kabukta koordinat sistemi, **b)** tabakaların diziliş şekli: (1)seramik, (2)FDÇ, (3)metal

Dış yüzeyi metal ve iç yüzeyi seramik tabaka bulunan FD çekirdekli silindirik kabuk zamana bağlı periyodik değişen eksenel yük etkisi altında olup aşağıdaki gibi ifade edilmektedir (Ng vd., 1998):

$$T_x^0 = T_0 + T_t \cos Pt \quad (1)$$

Burada, T_x^0 başlangıç momentlerin sıfır olduğu duruma karşı gelen sığ kuvvet, T_0 statik eksenel yük, T_t zamana bağlı harmonik değişken eksenel yükün genliği, P yükün frekansı (birim rad/sn) ve t zamandır.

2.2. Üçlü Sistemde Fonksiyonel Değişimli Malzemenin Analitik Modellenmesi

FDM'lerde hacim kesir oranı, uzay koordinatlarının bir fonksiyonu olup, bileşenlerin özellikleri, sıcaklığa bağlı olarak aşağıdaki gibi değişmektedir (Touloukian, 1967; Koizumi, 1997):

$$F = \bar{F}_1 V_1 + \bar{F}_2 V_2 \quad (2)$$

Burada \bar{F}_1 ve \bar{F}_2 , sırasıyla, FDM silindirik kabuğun seramik ve metal yüzeylerinin ısıya bağlı malzeme özellikleri; V_1 ve V_2 sırasıyla, FDM 'nin seramik ve metal hacim bileşenleri olup şu bağıntı sağlanır:

$$V_1 + V_2 = 1 \quad (3)$$

Literatürde metal ve seramik hacim bileşenleri kuvvet ve üstel fonksiyonlar olarak değişik şekillerde ifade edilmektedir (Bkz., Reddy ve Chin, 1998; Shen, 2009). Sunulan çalışmada kullanılan, Pitakthapanaphong ve Busso (2002) makalesinde seramik hacim bileşeni için önerilen kuvvet fonksiyonları aşağıdaki gibidir:

$$1. \text{ Doğrusal: } V_1(Z) = Z + 0.5, Z = z/h_{FD} \quad (4.1)$$

$$2. \text{ Kuadratik: } V_1(Z) = (Z + 0.5)^2 \quad (4.2)$$

$$3. \text{ Ters Kuadratik: } V_1(Z) = 1 - (0.5 - Z)^2 \quad (4.3)$$

$$4. \text{ Kübik: } V_1(Z) = 3(Z + 0.5)^2 - 2(Z + 0.5)^3 \quad (4.4)$$

FD çekirdekli silindirik kabuğun iç ve dış tabakalarının temas yüzeylerinde V_1 seramik hacim kesir bileşeni $z = -h_2$ olduğunda sıfıra ve $z = h_3$ olduğunda ise bire eşit olur (Bkz., Pitakthapanaphong ve Busso, 2002):

(2) ve (3) bağıntıları dikkate alındığında dış ve iç yüzeyleri sırasıyla zenginleştirilmiş metal ve zenginleştirilmiş seramikle kaplı FDM silindirik kabuğun Young modülü, Poisson oranı ve yoğunluğu aşağıdaki şekilde ifade edilir:

$$E(Z) = \begin{cases} E_m & (-h/2 =) h_1 \leq z \leq -h_2 \text{ ise} \\ E_{FD}(Z) = E_m + (E_s - E_m)V_1 & -h_2 < z < h_3 \text{ ise} \\ E_s & h_3 \leq z \leq h_4 (= h/2) \text{ ise} \end{cases}$$

$$\nu(Z) = \begin{cases} \nu_m & (-h/2 =) h_1 \leq z \leq -h_2 \text{ ise} \\ \nu_{FD}(Z) = \nu_m + (\nu_s - \nu_m)V_1 & -h_2 < z < h_3 \text{ ise} \\ \nu_s & h_3 \leq z \leq h_4 (= h/2) \text{ ise} \end{cases} \quad (5)$$

$$\rho(Z) = \begin{cases} \rho_m & (-h/2 =) h_1 \leq z \leq -h_2 \text{ ise} \\ \rho_{FD}(Z) = \rho_m + (\rho_s - \rho_m)V_1 & -h_2 < z < h_3 \text{ ise} \\ \rho_s & h_3 \leq z \leq h_4 (= h/2) \text{ ise} \end{cases}$$

Burada E_s, ν_s, ρ_s ve E_m, ν_m, ρ_m , sırasıyla, FD çekirdekli silindirik kabuk yüzeyinin Young modülleri, Poisson oranları ve yoğunlukları olup iç ve dış homojen kaplamalar için kullanılan zenginleştirilmiş seramik ve metalin özellikleri ile aynıdır.

2.3. Temel Denklemlerinin Türetilmesi

İçten seramik ve dıştan metal kaplı FD malzemeden oluşturulan silindirik kabuğun her tabakası Hooke kuralına tabidir ve gerilme-deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar ince kabuk teorisi çerçevesinde aşağıdaki şekilde yazılabilir (Reddy, 2004):

$$\begin{aligned}\sigma_{xx}^{(k)} &= Q_{11}^{(k)} \varepsilon_x + Q_{12}^{(k)} \varepsilon_y, \quad \sigma_{yy}^{(k)} = Q_{12}^{(k)} \varepsilon_x + Q_{11}^{(k)} \varepsilon_y, \\ \sigma_{xy}^{(k)} &= Q_{66}^{(k)} \gamma_{xy}\end{aligned}\quad (6)$$

Burada, $\sigma_{ij}^{(k)}(i, j = x, y)$ ise içten seramik ve dıştan metal kaplı FD silindirik kabuğun uygun tabakalarındaki gerilmeleri ε_x ve ε_y içten silindirik kabuğun referans yüzeyinden z uzaklığındaki yüzeydeki O_x ve O_y doğrultularındaki normal deformasyon bileşenleri, γ_{xy} referans yüzeyinden z uzaklığındaki yüzeydeki kayma deformasyonu olup $k = 1, 2, 3$ tabaka sayısını göstermektedir. $Q_{ij}^{(k)}$, ($ij = 1, 2, 6; k = 1, 2, 3$), FDM, seramik ve metal malzeme özelliklerine bağlı katsayılar olup aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$\begin{aligned}Q_{11}^{(1)} &= \frac{E_s}{1 - \nu_s^2}, \quad Q_{12}^{(1)} = \frac{\nu_s E_s}{1 - \nu_s^2}, \quad Q_{66}^{(1)} = \frac{E_s}{2(1 + \nu_s)} \\ Q_{11}^{(2)} &= \frac{E_{FD}(Z)}{1 - [\nu_{FD}(Z)]^2}, \quad Q_{12}^{(2)} = \frac{\nu_{FD}(Z) E_{FD}(Z)}{1 - [\nu_{FD}(Z)]^2}, \\ Q_{66}^{(2)} &= \frac{E_{FD}(Z)}{2[1 + \nu_{FD}(Z)]} \\ Q_{11}^{(3)} &= \frac{E_m}{1 - \nu_m^2}, \quad Q_{12}^{(3)} = \frac{\nu_m E_m}{1 - \nu_m^2}, \quad Q_{66}^{(3)} = \frac{E_m}{2(1 + \nu_m)}\end{aligned}\quad (7)$$

İçten seramik ve dıştan metal kaplı FD malzemeden oluşturulan silindirik kabuğun temel denklemleri küçük yer değiştirmeler teorisi kullanılarak elde edilecektir. Bir diğer değişle $w \ll h$ eşitsizliği sağlanmaktadır. Tüm kabuk için Kirchhoff-Love hipotezinin geçerli olduğu varsayılmakta, tabakaların birinin diğerine basıncı ihmal edilmekte ve deformasyon sonrası kabuk elastikliğini korumaktadır. Bu varsayımlar dikkate alındığında, yukarıda tanımlanan içten seramik ve dıştan metal ile kaplı FDM silindirik kabuk için referans yüzeyden z uzaklığındaki yüzeyin deformasyon bileşenleri ile referans yüzeyin deformasyon bileşenleri arasındaki bağıntılar aşağıdaki gibi olur (Volmir, 1967):

$$\varepsilon_x = e_x - z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad \varepsilon_y = e_y - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}, \quad (8)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{0xy} - 2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Burada e_x ve e_y içten seramik ve dıştan metal ile kaplı FD çekirdekli silindirik kabuğun referans yüzeyindeki O_x ve O_y doğrultularındaki normal deformasyon bileşenleri ve γ_{xy} referans yüzeydeki kayma deformasyonu ve w radyal yer değiştirme olup eğrilik merkezine doğru yönü pozitif kabul edilmektedir.

Kuvvet ve moment bileşenleri için aşağıdaki ifadeler geçerlidir (Reddy, 2004):

$$(T_{ij}, M_{ij}) = \sum_{q=1}^3 \int_{h_q}^{h_{q+1}} [1, z] \sigma_{ij}^{(k)} dz \quad (i, j = x, y) \quad (9)$$

Burada $T_{ij}(i, j = x, y)$ ve $M_{ij}(i, j = x, y)$ sırasıyla kuvvet ve moment bileşenleridir.

Kuvvet bileşenleriyle Airy gerilme fonksiyonu arasındaki bağıntılar şu şekildedir (Bolotin, 1956):

$$T_x = \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial y^2}, \quad T_y = \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2}, \quad T_{xy} = -\frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x \partial y} \quad (10)$$

Burada $\Phi_1 = \Phi h$ olup Φ Airy gerilme fonksiyonudur.

(6)-(10) bağıntıları bir arada kullanılarak dinamik stabilite denklemlerinde yerine yazıldığında (Volmir, 1967) bazı işlemlerden sonra aşağıdaki kısmi türevli diferansiyel denklemler elde edilir:

$$\begin{aligned}L_1(\Phi_1, w) &\equiv C_2 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^4} + 2(C_1 - C_5) \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^2 \partial y^2} + C_2 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial y^4} \\ &+ \frac{1}{R} \frac{\partial^2 \Phi_1}{\partial x^2} - C_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} - 2(C_4 + C_6) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ &- C_3 \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} - (T_0 + T_t \cos Pt) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \rho_t \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0\end{aligned}\quad (11)$$

$$\begin{aligned}L_2(\Phi_1, w) &\equiv B_1 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^4} + (2B_2 + B_5) \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial x^2 \partial y^2} \\ &+ B_1 \frac{\partial^4 \Phi_1}{\partial y^4} - (2B_3 - B_6) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} \\ &- B_4 \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0\end{aligned}\quad (12)$$

Burada C_i ve B_i ($i=1,2,\dots,4$) malzeme ve üç tabakalı silindirik kabuk karakteristiklerine bağlı olan katsayılarıdır (Sofiyev ve Kuruoglu, 2015).

3. Araştırma Bulguları

3.1. İçten Seramik ve Dıştan Metal Kaplamalı ve FD çekirdekli Silindirik Kabukların Kritik Parametreleri ve Kararsızlık Bölgeleri İçin İfadelerin Bulunması

FD çekirdekli silindirik kabuğun kenarları basit mesnetli sınır koşullarına tabi olduğundan (11) ve (12) diferansiyel denklemlerinin çözümü aşağıdaki gibi aranır (Volmir, 1967):

$$w = f(t)\sin(\lambda x)\sin(\eta y), \quad \Phi_1 = \varphi(t)\sin(\lambda x)\sin(\eta y) \quad (13)$$

Burada, $f(t)$ ve $\varphi(t)$ zamana bağlı bilinmeyen fonksiyonlar, $\eta = n/R$ olup n çevre doğrultusunda dalga sayısı ve $\lambda = (m\pi)/l$ olup m ana doğrultuda yarım dalga sayısıdır.

(13) ifadeleri $x=0; L$ olduğunda $w = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0$ basit mesnetli sınır koşullarını sağlar. (11) ve (12) denklemlerine Galerkin yöntemi uygulandığında aşağıdaki denklem,

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{1}{\rho_t} \left[\Lambda - T_0 \lambda^2 - \lambda^2 T_t \cos Pt \right] f(t) = 0 \quad (14)$$

elde edilir. Burada şu tanım geçerlidir:

$$\Lambda = \left\{ \left[\frac{1}{R} \lambda^2 - C_2 \lambda^4 - 2(C_1 - C_5) \lambda^2 \eta^2 - C_2 \eta^4 \right] \times \frac{B_4 \lambda^4 + (2B_3 - B_6) \lambda^2 \eta^2 + B_4 \eta^4 + \frac{1}{R} \lambda^2}{B_1 \lambda^4 + (2B_2 + B_5) \lambda^2 \eta^2 + B_1 \eta^4} + C_3 \lambda^4 + 2(C_4 + C_6) \lambda^2 \eta^2 + C_4 \eta^4 \right\} \quad (15)$$

Atalet kuvveti dikkate alınmadığında, yani statik durumda, içten seramik ve dıştan metal kaplı FDM silindirik kabuğun statik kritik eksenel yük için (14) denkleminde özel olarak aşağıdaki ifadeler elde edilmektedir:

$$T_{kr}^{st} = \frac{\Lambda}{\lambda^2} \quad (16)$$

Boyutsuz statik kritik eksenel yük için şu ifade elde edilir:

$$T_{1kr}^{st} = \frac{\Lambda}{\lambda^2 E_0 s h} \quad (17)$$

(14) denklemini şu şekilde yazalım:

$$\frac{d^2 f}{dt^2} + \omega^2 \left[1 - \frac{T_0}{T_{kr}^{st}} - \frac{T_t}{T_{kr}^{st}} \cos Pt \right] f(t) = 0 \quad (18)$$

(18) denklemi periyodik katsayılı diferansiyel denklem olup Mathieu-Hill denklemi adlanır. Eksenel basınç yükü artığında dinamik kararsızlık bölgeleri oluşur. Kararsız çözüm bölgeleri $T = 2\pi/P$ olan T ve $2T$ periyoduna sahip periyodik çözümlere ayrılır. $2T$ periyotlu çözümler daha büyük pratik öneme sahip olup bu kararsız bölgelerin genişliği uygun T periyotlu çözümlerin kararsız bölgelerin genişliğinden genelde büyük olur. Birinci yaklaşımda $2T$ periyotlu periyodik çözümler aşağıdaki şekilde ifade edilebilir:

$$f = a \cos \frac{Pt}{2} + b \sin \frac{Pt}{2} \quad (19)$$

Burada a ve b bilinmeyen sabitlerdir. (22) ifadesi (21) denkleminde yerine yazıldığında, elde edilen cebirsel denklemde üçüncü dereceli terimler dikkate alınmadığında ve $a \neq 0, b \neq 0$ olduğu için, boyutsuz kararsızlık bölgesi sınırları için aşağıdaki ifadeler elde edilir.

$$p_{11} = 4\pi\omega_1 \sqrt{1 - \frac{T_0}{T_{kr}^{st}} - \frac{1}{2} \frac{T_t}{T_{kr}^{st}}} \quad \text{ve} \quad p_{12} = 4\pi\omega_1 \sqrt{1 - \frac{T_0}{T_{kr}^{st}} + \frac{1}{2} \frac{T_t}{T_{kr}^{st}}} \quad (20)$$

Burada ω_1 boyutsuz serbest titreşim frekansı olup şu tanımlar geçerlidir:

$$\omega_1 = R \sqrt{\Lambda(1 - \nu_s^2) \rho_s / E_s \rho_t}, \quad p_{11} = 2\pi R P_{11} \sqrt{\frac{(1 - \nu_s^2) \rho_s}{E_s}}, \quad p_{12} = 2\pi R P_{12} \sqrt{\frac{(1 - \nu_s^2) \rho_s}{E_s}} \quad (21)$$

(20) ifadeleri kullanılarak kararsızlık bölgesinin üst ve alt sınırları bulunur.

3.2. Karşılaştırmalar

Bu kısımda, sunulan yöntemin doğruluğunu kanıtlamak için bir önceki kısımda elde edilen analitik ifadeler kullanılarak literatürde bulunan bazı çalışmalarla karşılaştırmalar yapılmış ve örnek

olarak sunulmuştur. Karşılaştırmalarda (23) ifadesi kullanılmaktadır.

Örnek: Bu örnekte, basit mesnetli bir tabakalı silindirik kabuğun kararsızlık bölgesinin P orijin değerleri Ng vd. (1998) çalışmasındaki uygun değerlerle karşılaştırılmış ve sonuçlar Çizelge 1'de sunulmuştur. Karşılaştırmada T_t zamana bağlı harmonik değişen eksenel yük sıfır kabul edilmektedir. Yani, karşılaştırmada $T_0 = \delta T_{kr}^{st}$ ve $T_t = 0$ ve $\delta = 0.1$ ve 0.2 olarak dikkate alınmıştır. (20) ifadesinden de görüldüğü gibi $T_t = 0$ ise kararsızlık bölgesinin orijin noktaları çakışmaktadır, yani $P_{11} = P_{12}$ olur. Karşılaştırmada kullanılan kabuk karakteristikleri $L/R = 2, R/h = 100$ ve malzeme özellikleri $E = 2.1 \times 10^{11} Pa, \nu = 0.3$ olup Ng vd. (1998) çalışmasından alınmıştır. Sunulan çalışmada kararsızlık bölgesinin $P_{1j} (j = 1, 2)$ orijin için elde edilen değerlerin Ng vd. (1998) çalışmasında elde edilen değerlerle uyum içinde olduğu Çizelge 1'den görülmektedir.

Çizelge 1. İzotrop silindirik kabuğun enine ve boyuna dalga sayıları için kararsızlık bölgeleri orijin değerleri

Ng vd. (1998)		Sunulan Çalışma		
$T_0 = 0.1T_{kr}^{st}$				
(m,n)	P_{11}	P_{12}	P_{11}	P_{12}
(1,2)	0.65180	0.65180	0.69144	0.69144
(1,3)	0.38623	0.38623	0.39448	0.39448
(1,4)	0.25747	0.25747	0.26213	0.26213
$T_0 = 0.2T_{kr}^{st}$				
(m,n)	P_{11}	P_{12}	P_{11}	P_{12}
(1,2)	0.64844	0.64844	0.65189	0.65189
(1,3)	0.37992	0.37992	0.37192	0.37192
(1,4)	0.247340	0.247340	0.24714	0.24714

3.3. Çeşitli FDM Çekirdekli Silindirik Kabukların Kararsızlık Analizi

Sayısal hesaplar ve görsel sunumlarda Maple 14 bilgisayar programı, Excel ve Auto Cad programları kullanılmaktadır. Sayısal hesaplarda, fonksiyonel değişimli çekirdek (FDÇ) ve tek tabakalı zenginleştirilmiş metal ve seramik silindirik kabukların kararsızlık bölgesi sınırlarını bulmak için (20) ifadeleri kullanılmaktadır. Sayısal analizlerde,

ara eleman olarak metal-seramik karışımı olan iki farklı FDÇ türü kullanılmaktadır:

SUS304/Si₃N₄ veya FDÇ-A ve Ti6Al4V/Si₃N₄ veya FDÇ-B

Sayısal analizlerde, aşağıdaki gibi iki değişik şekilde tasarlanmış sandviç kompozit silindirik kabuklar kullanılmaktadır: SUS304/FDÇ-A/Si₃N₄ ve Ti6Al4V/FDÇ-B/Si₃N₄,

Sandviç kabukların alt tabakası için silikon-nitrat (Si₃N₄) kullanılmaktadır. Sandviç kabukların üst tabakası için paslanmaz çelik (SUS304) veya titanyum-alaşımı (Ti6Al4V) kullanılmaktadır. Zenginleştirilmiş metal (SUS304 veya Ti6Al4V) ve zenginleştirilmiş seramik (Si₃N₄) karışımı olan FDÇ-A ve FDÇ-B'lerin özellikleri Çizelge 2 ve 3'de sunulmaktadır. Çizelge ve şekillerde $T_{t1} = T_t / T_{kr}^{st}$ ve $T_{01} = T_0 / T_{kr}^{st}$ olarak dikkate alınmıştır.

FD silindirik kabukların parametrik kararsızlık analizi farklı tip seramik ve metal kombinasyonlar için yapılacaktır. Birinci grup malzemeler; SUS304/Si₃N₄ veya FDA ile ifade edilen paslanmaz çelik ve silikon-nitrat'ın karışımıdır. İkinci grup ise, Ti6Al4V/ Si₃N₄ veya FDB ile ifade edilen titanyum alaşımı ve silikon-nitrat'ın bir kombinasyonudur. Touloukian (1967) çalışmasında tanımlanan ve önerilen F malzeme özellikleri sıcaklığın bir fonksiyonu şeklinde aşağıdaki gibi ifade edilir:

$$F = F_0 F_{-1} \bar{T}^{-1} + F_0 + F_0 F_1 \bar{T} + F_0 F_2 \bar{T}^2 + F_0 F_3 \bar{T}^3 \quad (22)$$

Burada $F_{-1}; F_0; F_1; F_2; F_3$ katsayıları sıcaklık fonksiyonları olup Kelvin ile ifade edilirler. Çizelge 2 ve 3'de malzeme özellikleri $\bar{T} (K) = 300K$ 'de değerlendirilmiştir. Çizelge 2 ve 3'de sunulan E_0, ν_0, ρ_0 , sırasıyla, hammaddenin Young modülü, Poisson oranı ve yoğunluğu; E_f, ν_f, ρ_f sırasıyla, efektif Young modülü, Poisson oranı ve yoğunluğudur. Çizelge 2 ve 3'de malzeme özellikleri $\bar{T} (K) = 300K$ 'de değerlendirilmiştir.

Çizelge 2. Seramik ve metalin Young modüllerinin (Pa) sıcaklığa bağlı katsayıları (Shen, 2009)

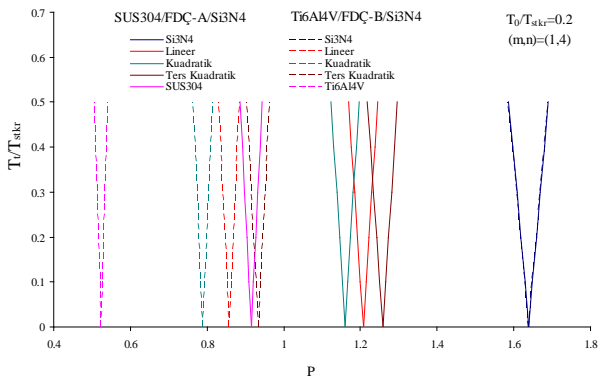
Malzemeler	E_0	E_{-1}	E_1	E_2	E_3	E_f
Silikon Nitrat (Si ₃ N ₄)	3.4843×10^{11}	0	-3.070×10^{-4}	2.160×10^{-7}	-8.946×10^{-11}	3.22271×10^{11}
Titanyum Alaşımı (Ti-6Al-4V)	1.2256×10^{11}	0	-4.586×10^{-4}	0	0	1.05698×10^{11}
Paslanmaz Çelik (SUS304)	2.0104×10^{11}	0	3.079×10^{-4}	-6.534×10^{-7}	0	2.07788×10^{11}

Çizelge 3. Seramik ve metalin Poisson oranlarının sıcaklığa bağlı katsayıları (Shen, 2009)

Malzemeler	ν_0	ν_{-1}	ν_1	ν_2	ν_3	ν_f
Silikon Nitrat (Si_3N_4)	0.2400	0	0	0	0	0.2400
Titanyum Alaşımı (Ti-6Al-4V)	0.2884	0	1.121×10^{-4}	0	0	0.298099
Paslanmaz Çelik (SUS304)	0.3262	0	-2.002×10^{-4}	3.797×10^{-7}	0	0.317756

Seramik ve metalin malzeme yoğunlukları (kg/m^3) ise genellikle sıcaklığa ve konuma bağlı değildir. Bu çalışmada söz konusu durum dikkate alınmıştır. Silikon-nitrat (Si_3Ni_4), titanyum alaşımı ve paslanmaz çelik (SUS304) malzemeler için yoğunluklar sırasıyla $5680 (\text{kg/m}^3)$, $2370 (\text{kg/m}^3)$ ve $4420 (\text{kg/m}^3)$ olarak dikkate alınmaktadır (Bkz., Reddy ve Chin, 1998).

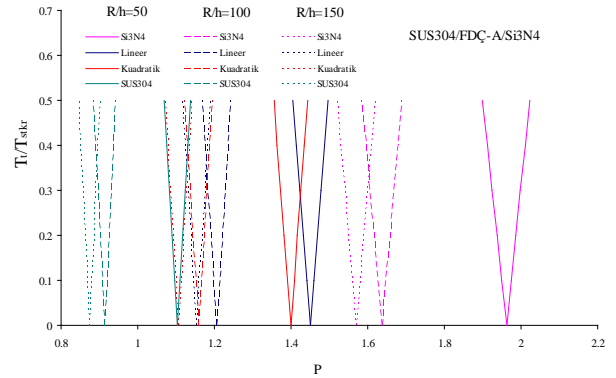
Şekil 2'de iki çeşit FDÇ-A ve FDÇ-B çekirdekli sandviç kabuklar ve zenginleştirilmiş metal ve seramik silindirik kabukların kararsızlık bölge sınırlarının T_t/T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı sunulmaktadır. Sandviç silindirik kabuk parametreleri aşağıdaki gibi dikkate alınmıştır: $L/R=2$; $R/h=100$; $h/h_{FD}=2$. SUS304/FDÇ-A/ Si_3N_4 ve Ti6Al4V/FDÇ-B/ Si_3N_4 sandviç silindirik kabukların kararsızlık bölgesi sınırlarının P_{11} ve P_{12} değerleri kendi aralarında kıyaslandığında en küçük değer SUS304/FDÇ-A/ Si_3N_4 kabukta olduğu gözlenmiştir. FDÇ-A ve FDÇ-B çekirdekli sandviç kabuklar kendi aralarında kıyaslandığında kompozisyonel profillerin kararsızlık bölgesi sınırlarına etkisi FDÇ-B çekirdekli kabukta daha belirgin olduğu tespit edilmiştir. SUS304/FDÇ-A/ Si_3N_4 sandviç kabuklarda kompozisyonel profilin en fazla etkisi kuadratik durumda olup %30.11 ve en az etki ters kuadratik durumda ortaya çıkar ve %23.82' dir. Ti6Al4V/FDÇ-B/ Si_3N_4 sandviç kabuklarda kompozisyonel profilin en fazla etkisi %51.83 olup kuadratik durumda ve en az etki %42.54 olup ters kuadratik durumda ortaya çıkar.



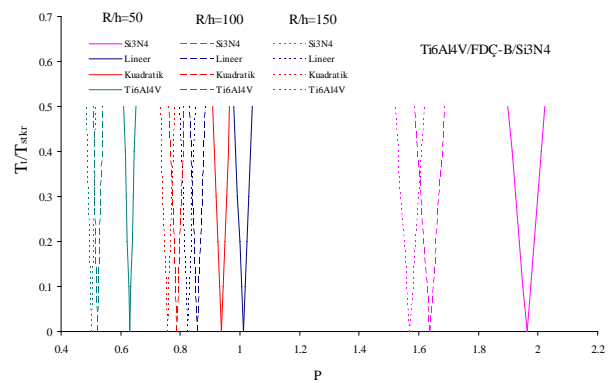
Şekil 2. FDÇ-A ve FDÇ-B çekirdekli sandviç, zenginleştirilmiş metal ve seramik silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri sınırlarının T_t / T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı

Şekil 3 ve 4'de FDÇ-A ve FDÇ-B çekirdekli sandviç kabuklar, zenginleştirilmiş SUS304, Ti6Al4V ve Si_3N_4 silindirik kabukların kararsızlık bölge sınırlarının

değişik R/h için T_t / T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı sunulmaktadır. Sandviç silindirik kabuk parametreleri ve dalga sayıları şu şekildedir: $L/R=2$; $h/h_{FD}=2$; $T_{01}=0.2$; $(m,n)=(1,4)$. SUS304/FDÇ-A/ Si_3N_4 ve Ti6Al4V/FDÇ-B/ Si_3N_4 silindirik kabukların kararsızlık bölgesinin sınır değerleri kendi aralarında kıyaslandığında en küçük değer Ti6Al4V/FDÇ-B/ Si_3N_4 kabukta olduğu gözlenmiştir. FDÇ-A ve FDÇ-B çekirdekli sandviç kabuklar kendi aralarında kıyaslandığında kompozisyonel profillerin kararsızlık bölgesi sınırlarına etkisi FDÇ-A çekirdekli sandviç kabukta daha belirgindir. SUS304/FDÇ-A/ Si_3N_4 sandviç kabuklarda kompozisyonel profilin en fazla etki %28.67 olup kuadratik durumda ve en az etki %23.28 olup ters kuadratik durumda ortaya çıkar. Ti6Al4V/FDÇ-B/ Si_3N_4 sandviç kabuklarda kompozisyonel profilin en fazla etkisi %52.26 olup kuadratik durumda ve en az etkisi %44.28 olup ters kuadratik durumda ortaya çıkar.

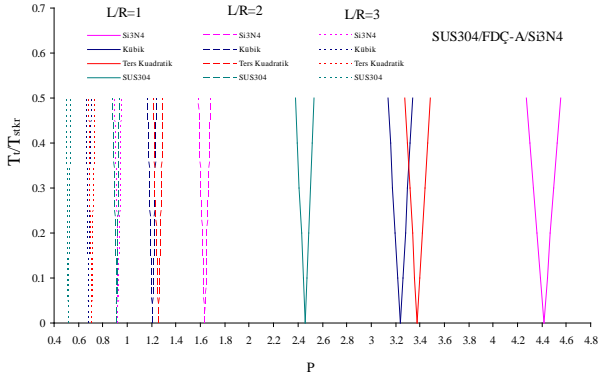


Şekil 3. FDÇ-A çekirdekli sandviç, metal ve seramik silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri sınırlarının T_t / T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı

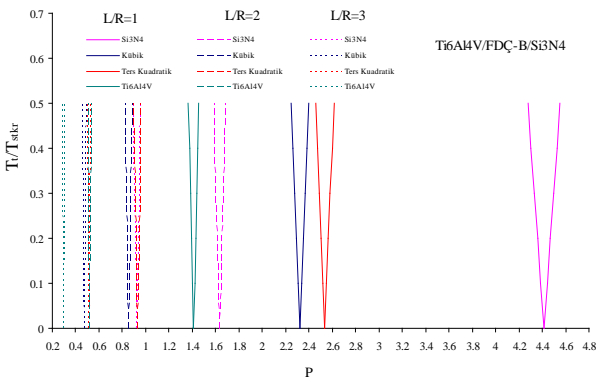


Şekil 4. FDÇ-B çekirdekli sandviç, metal ve seramik silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri sınırlarının T_t / T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı

Şekil 5 ve 6'da SUS304/FDÇ-A/Si₃N₄ ve Ti6Al4V/FDÇ-B/Si₃N₄ sandviç kabukların iki değişik (kübik ve ters kuadratik) profili için ve zenginleştirilmiş SUS304, Ti6Al4V ve Si₃N₄ silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri sınırlarının değişik L/R için T_t/T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı sunulmaktadır. Sandviç silindirik kabuk parametreleri aşağıdaki gibi dikkate alınmıştır: $R/h=100$; $h/h_{FD}=2$; $T_{01}=0.2$; $(m,n)=(1,4)$. SUS304/FDÇ-A/Si₃N₄ ve Ti6Al4V/FDÇ-B/Si₃N₄ sandviç silindirik kabukların kararsızlık bölgesinin sınır değerleri kendi aralarında kıyaslandığında en küçük değer Ti6Al4V/FDÇ-B/Si₃N₄ kabukta olduğu gözlenmiştir. FDÇ-A ve FDÇ-B çekirdekli sandviç kabuklar kendi aralarında kıyaslandığında kompozisyonel profillerin kararsızlık bölgesi sınırlarına etkisi FDÇ-A çekirdekli sandviç kabukta daha belirgin olduğu görülmüştür. $L/R=3$ olduğunda silindirik kabuklarda kararsızlık bölgesinin alanı küçülmektedir.



Şekil 5. FDÇ-A çekirdekli sandviç, metal ve seramik silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri sınırlarının değişik L/R için T_t/T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı



Şekil 6. FDÇ-B çekirdekli sandviç, metal ve seramik silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri sınırlarının değişik L/R için T_t/T_{kr}^{st} oranına bağlı dağılımı

Çizelge 4'de SUS304/FDÇ-A/Si₃N₄ ve Ti6Al4V/FDÇ-B/Si₃N₄ sandviç kabuklar, zenginleştirilmiş SUS304, Ti6Al4V ve Si₃N₄ tek tabakalı silindirik kabukların kararsızlık bölgesi sınırları değişik T_t/T_{kr}^{st} oranı için h/h_{FD} oranına bağlı dağılımı sunulmaktadır. Sandviç silindirik kabuk parametreleri aşağıdaki gibi dikkate alınmıştır: $R/h=100$; $L/R=2$; $T_{01}=0.2$; $(m,n)=(1,4)$. Sandviç kabuklarda FDÇ-A ve FDÇ-B çekirdekler lineer, kuadratik, kübik ve ters kuadratik profillerden oluşur. h/h_{FD} oranı 1.1'den 5'e kadar arttığında SUS304/FDÇ-A/Si₃N₄ sandviç silindirik kabukların kararsızlık bölgesinin sınır değerleri artar, Ti6Al4V/FDÇ-B/Si₃N₄ sandviç silindirik kabukların kararsızlık bölgesinin sınır değerleri azalır.

Metal/FDÇ/Seramik silindirik kabukların kararsızlık bölgesinin sınır değerleri Si₃N₄ kabuğun uygun değerleri ile kıyaslandığında kompozisyonel profillerin kararsızlık bölgesi sınırlarına etkisi çok önemli olup h/h_{FD} oranı arttığında önemli derecede azalır. Örneğin, SUS304/FDÇ-A/Si₃N₄ silindirik kabukların kararsızlık bölgesi sınırlarının P_{11} ve P_{12} değerleri zenginleştirilmiş Si₃N₄ silindirik kabuğun uygun değerleri ile kıyaslandığında ve FDÇ-A çekirdek lineer, kuadratik, kübik ve ters kuadratik değiştiğinde kararsızlık bölgesi sınırları değerlerine profilin etkisi $h/h_{FD}=1.1$ olduğunda sırasıyla %26.44, %31.71, %26.37 ve %20.57 ve $h/h_{FD}=5$ olduğunda %26.27, %27.44, %26.27 ve %25.08 olmaktadır. Ti6Al4V/FDÇ-B/Si₃N₄ silindirik kabukların kararsızlık bölgesi sınırlarının değerleri seramik (Si₃N₄) kabuğun P_{11} ve P_{12} değerleri ile kıyaslandığında ve FDÇ-B çekirdek lineer, kuadratik, kübik ve ters kuadratik değiştiğinde kararsızlık bölgesi sınırları değerlerine etki $h/h_{FD}=1.1$ olduğunda sırasıyla %47.44, %55, %47.52 ve %38.41 ve $h/h_{FD}=5$ olduğunda ise %47.69, %49.4, %47.7 ve %45.92 olmaktadır.

Çizelge 4. FDC-A ve FDC-B çekirdekli sandviç, metal ve seramik kabukların kararsızlık bölgeleri sınırlarının değişik T_t / T_{kr}^{st} için h/h_{FD} oranına bağlı dağılımı

SUS304/FDC-A/Si ₃ N ₄													
h/h_{FD}	Pür Seramik			Lineer		Kvadratik		Kübik		Ters Kvad.		Pür Metal	
	T_{t1}	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂
1.1	0	1.639	1.639	1.206	1.206	1.119	1.119	1.207	1.207	1.302	1.302	0.915	0.915
	0.1	1.629	1.649	1.198	1.213	1.112	1.126	1.199	1.214	1.294	1.310	0.909	0.921
	0.3	1.608	1.669	1.183	1.228	1.098	1.140	1.184	1.229	1.277	1.326	0.898	0.932
	0.5	1.587	1.689	1.167	1.243	1.084	1.154	1.168	1.244	1.260	1.342	0.886	0.943
2	0	1.639	1.639	1.208	1.208	1.160	1.160	1.208	1.208	1.258	1.258	0.915	0.915
	0.1	1.629	1.649	1.200	1.215	1.153	1.167	1.200	1.215	1.250	1.266	0.909	0.921
	0.3	1.608	1.669	1.185	1.230	1.138	1.182	1.185	1.230	1.234	1.281	0.898	0.932
	0.5	1.587	1.689	1.169	1.245	1.123	1.196	1.170	1.245	1.218	1.297	0.886	0.943
5	0	1.639	1.639	1.208	1.208	1.189	1.189	1.208	1.208	1.228	1.228	0.915	0.915
	0.1	1.629	1.649	1.201	1.216	1.182	1.197	1.201	1.216	1.220	1.236	0.909	0.921
	0.3	1.608	1.669	1.185	1.231	1.167	1.211	1.185	1.231	1.205	1.251	0.898	0.932
	0.5	1.587	1.689	1.170	1.245	1.151	1.226	1.170	1.246	1.189	1.266	0.886	0.943
Ti6Al4V/FDC-B/Si ₃ N ₄													
h/h_{FD}	Pür Seramik			Lineer		Kvadratik		Kübik		Ters Kvad.		Pür Metal	
	T_{t1}	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂	P ₁₁	P ₁₂
1.1	0	1.639	1.639	0.862	0.862	0.738	0.738	0.860	0.860	1.009	1.009	0.525	0.525
	0.1	1.629	1.649	0.856	0.867	0.733	0.742	0.855	0.865	1.003	1.016	0.521	0.528
	0.3	1.608	1.669	0.845	0.878	0.724	0.751	0.844	0.876	0.990	1.028	0.515	0.534
	0.5	1.587	1.689	0.834	0.888	0.714	0.760	0.833	0.887	0.977	1.040	0.508	0.541
2	0	1.639	1.639	0.859	0.859	0.790	0.790	0.858	0.858	0.934	0.934	0.525	0.525
	0.1	1.629	1.649	0.853	0.864	0.785	0.795	0.853	0.863	0.929	0.940	0.521	0.528
	0.3	1.608	1.669	0.842	0.875	0.775	0.805	0.842	0.874	0.917	0.952	0.515	0.534
	0.5	1.587	1.689	0.831	0.885	0.765	0.814	0.831	0.884	0.905	0.963	0.508	0.541
5	0	1.639	1.639	0.857	0.857	0.829	0.829	0.857	0.857	0.886	0.886	0.525	0.525
	0.1	1.629	1.649	0.852	0.863	0.824	0.834	0.852	0.862	0.881	0.892	0.521	0.528
	0.3	1.608	1.669	0.841	0.873	0.814	0.845	0.841	0.873	0.869	0.903	0.515	0.534
	0.5	1.587	1.689	0.830	0.884	0.803	0.855	0.830	0.884	0.858	0.914	0.508	0.541

4. Tartışma ve Sonuçlar

Sunulan çalışmada, çekirdeği FDM'lerden ve dış katmanları zenginleştirilmiş seramik ve metalden oluşan üç tabakalı silindirik kabukların parametrik titreşim problemi incelenmektedir. Ara eleman olarak kullanılan fonksiyonel değişimli (FD) çekirdeğin ve zenginleştirilmiş metal ve seramikten oluşturulan dış tabakaların ayrı-ayrı ve üçlü sistem olarak analitik modelleri sunulmaktadır. Sonraki adımda, fonksiyonel değişimli çekirdeğe (FDC'e) sahip sandviç silindirik kabukların statik ve zamana bağlı periyodik değişen eksenel basınç yükleri altında dinamik stabilite ve deformasyon uygunluk denklemleri türetilmektedir. Temel denklemler, Galerkin Yöntemi uygulanarak Mathieu-Hill denklemine dönüştürüldükten sonra çözümlenerek, FDC üç tabakalı silindirik kabukların kararsızlık bölgeleri, frekans parametresi ve kritik statik yük için ifadeler elde edilmektedir. Bu ifadelerden pür seramik, pür metal ve pür FD silindirik kabuklar için uygun ifadeler özel olarak elde edilmektedir. Son olarak kararsızlık bölgelerinin sınırlarına, FD çekirdek çeşitlerinin ve hacim kesir bileşenleri değişiminin, kabuk karakteristikleri ve çekirdek-kabuk kalınlıkları oranı değişiminin etkileri kapsamlı bir şekilde incelenmektedir. Elde edilen sonuçlar açık literatürde

bulunan homojen ve FDM silindirik kabukların sonuçları ile karşılaştırılarak doğruluğu teyit edilmektedir.

Teşekkür

Yazarlar 113M399 No'lu projeye desteği için TÜBİTAK'a ve 3603-YL1-13 No'lu projeye verdiği destekten dolayı Süleyman Demirel Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Yönetim Birimi Başkanlığı'na teşekkürlerini sunar.

Kaynaklar

Anderson, T.A., 2003. A 3-D Elasticity solution for a sandwich composite with functionally graded core subjected to transverse loading by a rigid sphere. *Composite Structures*, 60, 265–274.

Bespalova, E.I., Urusova, G.P., 2013. Dynamic instability of shells of revolution with alternating curvature under periodic loading. *International Applied Mechanics*, 49, 521–527.

- Birman, V., 1988. Parametric vibrations of long cylindrical shells subject to transverse static load. *International Journal of Mechanical Sciences*, 30, 613–623.
- Bolotin, V.V., 1956. *The Dynamic Stability of Elastic Systems*. Gostekhizdat, Moscow, 600pp.
- Bui, T.Q., Khosravifard, A., Zhang, C.H., Hematiyan, M.R., Golub, M.V., 2013. Dynamic analysis of sandwich beams with functionally graded core using a truly meshfree radial point interpolation method. *Engineering Structures*, 47, 90–104.
- Koizumi, M., 1997. FGM Activities in Japan. *Composites Part B Engineering*, 28, 1–4.
- Lam, K.Y., Ng, T.Y., 1998. Dynamic stability analysis of laminated composite cylindrical shells subjected to conservative periodic axial loads. *Composites Part B: Engineering*, 29, 769–785.
- Li, S.R., Fu, X.H., Batra, R.C., 2010. Free vibration of three layered circular cylindrical shells with functionally graded middle layer. *Mechanics Research Communications*, 37, 577–580.
- Loy, C.T., Lam, K.Y., Reddy J.N., 1999. Vibration of functionally graded cylindrical shells. *International Journal of Mechanical Science*, 41, 309–324.
- Miyamoto, Y., Kaysser, W.A., Rabin, B.H., Kawasaki, A., Ford, R.G., 1999. *Functionally Graded Materials: Design, Processing, and Applications*. Kluwer, Massachusetts, 352pp.
- Ng, T.Y., Lam, K.Y., Reddy, J.N., 1998. Parametric resonance of a rotating cylindrical shell subjected to periodic axial loads. *Journal of Sound and Vibration*, 214, 513–529.
- Ng, T.Y., Lam, K.Y., Liew, K.M., Reddy, J.N., 2001. Dynamic analysis of functionally graded cylindrical shell subjected under periodic axial loading. *International Journal Solids and Structures Journal of Sound and Vibration*, 38, 1295–1309.
- Pellicano, F., 2011. Dynamic instability of a circular cylindrical shell carrying a top mass under base excitation: Experiments and theory. *International Journal of Solids and Structures*, 48, 408–427.
- Pitakthapanaphong, S., Busso, E.P., 2002. Self-consistent elastoplastic stress solutions for functionally graded material systems subjected to thermal transients. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50, 695–716.
- Radwan, H.R., Genin, J., 1978. Dynamic instability in cylindrical shells. *Journal of Sound and Vibration*, 56, 373–382.
- Reddy, J.N., Chin, C.D., 1998. Thermo-Mechanical Analysis of Functionally Graded Cylinders and Plates. *Journal of Thermal Stresses*, 21, 593–626.
- Reddy, J.N., 2004. *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells: Theory and Analysis*. Second Ed, CRC Press, 856pp.
- Sburlati, R., 2012. An axisymmetric elastic analysis for circular sandwich panels with functionally graded cores. *Composites: Part B*, 43, 1039–1044.
- Shen, H.S., 2009. *Functionally Graded Materials, Nonlinear Analysis of Plates and Shells*, CRC Press, Florida, 280pp.
- Sofiyev, A.H., 2003. Dynamic buckling of functionally graded cylindrical thin shells under non-periodic impulsive loading. *Acta Mechanica*, 165, 151–163.
- Sofiyev, A.H., 2007. Vibration and stability of composite cylindrical shells containing a FG layer subjected to various loads. *Structural Engineering and Mechanics*, 27, 365–391.
- Sofiyev, A.H., Kuruoğlu N., 2015. Dynamic instability of three-layered cylindrical shells containing an FGM interlayer. *Thin Walled Structures*, 93, 10–21.
- Suresh, S., Mortensen, A., 1998. *Fundamentals of Functionally Graded Materials*. IOM Communications Limited, United Kingdom, London, 168pp.
- Touloukian, Y.S., 1967. *Thermo Physical Properties of High Temperature Solid Materials*. McMillan, New York, 748pp.
- Volmir, A.S., 1967. *Stability of Elastic Systems*. Nauka, Moscow. English Translation: Foreign Tech. Division, Air Force Systems Command. Wright-Patterson Air Force Base, Ohio, AD628508.
- Woodward, B., Kashtalyan, M., 2011. 3D elasticity analysis of sandwich panels with graded core under distributed and concentrated loadings. *International Journal of Mechanical Sciences*, 53, 872–885.
- Yang, J., Shen, H.S., 2003. Free vibration and parametric resonance of shear deformable functionally graded cylindrical panels. *Journal of Sound and Vibration*, 261, 871–893.
- Yao, J.C., 1965. Nonlinear elastic buckling and parametric excitation of a cylinder under axial loads. *Journal of Applied Mechanics*, 32, 109–115.