

BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA İLE SÜT ENDÜSTRİSİNDE BİR UYGULAMA¹

A CASE STUDY AT DAIRY INDUSTRY WITH FUZZY LINEAR PROGRAMMING

Dr. Mehmet Fatih DEMİRAL²

ÖZET

Bu çalışmada, süt endüstrisindeki optimizasyon imkanları arasında üretim planlama alanında bir uygulama yapılmıştır. Bu problemde süt arzı ve süt ürünleri talepleri belirsiz olduğundan dolayı bulanık doğrusal programlama modeli kullanılmıştır. Araştırma sonuçları bulanık doğrusal programlama modelinin doğrusal programlama modeline göre daha gerçekçi olduğunu ve bulanık modelin işletme açısından daha karlı olacağını göstermektedir. Bulanık modelden elde edilen kar ile 2011 yılı üretim karı kıyaslandığında, yeni karın önceki yılın karına göre %36 daha fazla olduğu ortaya çıkmıştır.

ABSTRACT

In this study, an application was done in production planning among several optimization opportunities at dairy industry. The fuzzy linear programming model was used in this problem because of the uncertain supply of milk and demand of dairy products. The results of the study showed that the fuzzy linear programming model is more realistic than linear programming model and more profitable in terms of the firm. When the profit gained from the fuzzy model is compared with the profit in 2011, it is revealed that the new profit is 36% much more than the previous year's profit.

Anahtar Kelimeler: Süt Endüstrisi, Üretim Planlama, Doğrusal Programlama, Bulanık Doğrusal Programlama.

Key Words: Dairy Industry, Production Planning, Linear Programming, Fuzzy Linear Programming.

GİRİŞ

Ulusal ve uluslararası pazar süt ürünleri için oldukça rekabetçidir. Bu durum süt firmalarının üretimlerini optimize etmelerini ve satışlarını

¹ Bu çalışma Demiral (2012) kaynağındaki doktora tezi temel alınarak hazırlanmıştır.

² Süleyman Demirel Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, İşletme Bölümü, fatihdemiral@sdu.edu.tr

arttırarak pazarda tutunmalarını gerektirmektedir. Pazardaki birçok işletme tedarik edilecek süt miktarının belirsiz olmasından dolayı süt ürünleri üretimlerinde çeşitli zorluklarla karşılaşmaktadır. Süt tedarığının mevsimlere, aylara ve hatta günlere göre değişiklik göstermesi işletmelerin gelen süt ürünleri taleplerini karşılamalarını zorlaştırmaktadır. İşletmeler genellikle üretim adetlerini ticari firmalarla yapılan anlaşmalara göre belirlemektedir. Süt tedarığının yeterli olmaması durumunda anlaşmalar fesh edilebilmekte veya daha maliyetli olarak üretim ikinci bir işletmeye yaptırılmaktadır (Guan ve Philpott: 2011).

Gelişmekte olan ülkelerde süt ürünleri tüketimi ve talebindeki dalgalanmalar yüksek oranlarda olurken, gelişmiş ülkelerde tüketici taleplerindeki değişimler daha yavaş olmaktadır. Süt ürünleri üreticileri üretimlerini gerçekleştirirken, süt ürün taleplerindeki bu belirsizlikleri göz önüne almak durumundadırlar. Karar alma taleplerindeki belirsizliklerden dolayı zorlaşmaktadır. İşletmeler doğru ve optimal bir üretim planına sahip olabilmek için tüketici taleplerindeki bu belirsizlikleri de modellemek durumundadırlar (Jouzani vd., 2013).

Bu çalışmada, uygulama yapılan işletmeye işlenmek üzere gelen süt miktarı belirli bir aralıkta değişmektedir. Buna ek olarak işletmeden talep edilen süt ürünleri adetleri de belirli aralıklarda değişim göstermektedir. İşletme yöneticilerinin doğru ve rasyonel üretim kararları alabilmeleri için arzındaki ve süt ürün taleplerindeki bu belirsizlikleri göz önüne almalarına bağlıdır. Bu sebeple, çalışmada bu belirsizlikleri göz önüne alıp daha gerçekçi sonuçlar verebilecek olan bulanık doğrusal programlama modeli kullanılmıştır. Ayrıca çalışmada kullanılan model işletmeden fazla talep olması durumunda üretilecek bazı ürünlerin üretim adetlerini de belirlemektedir. Bu yönüyle çalışmada önerilen model, arz ve taleplerdeki belirsizliklere çözüm getiren bir model olmaktadır.

1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Doğrusal programlama George B. Dantzig tarafından ilk defa 1947 de önerildikten sonra günümüze kadar oldukça geniş bir alanda uygulama imkanı bulmuştur. Doğrusal programlama matematiksel programlama olarak da bilinen tamsayılı programlama, doğrusal olmayan programlama, stokastik programlama, kombinatoriyal optimizasyon, network akış maksimizasyonu gibi alanlarda doğrusal olmayan ve tamsayılı uzantılara sahiptir (Dantzig ve Thapa, 1997:1).

Doğrusal programlama, amaç fonksiyonu ve kısıtların, karar değişkenlerinin doğrusal fonksiyonu olarak yazıldığı matematiksel programlamanın özel bir alanıdır. Bir doğrusal programlama modelinde amaç fonksiyonu sistemin etkinliğinin bir ölçümünü veren kârın en büyüklenmesi, maliyetin en küçüklenmesi gibi hedefler biçiminde ifade edilir. Pratik hayatta neredeyse her zaman bu türden amaçlar zaman, para vb. kaynak kısıtları tarafından sınırlanır. Doğrusal programlama probleminde kısıtlar doğrusal

eşitlik ya da eşitsizlikler biçiminde yazılırlar (Bakır ve Altunkaynak, 2003: 21).

Günümüzde binlerce değişkenli ve binlerce kısıtlı problemler, bilgisayar yardımıyla çözülebildiğinden, doğrusal programlamanın uygulama alanı sadece kıt kaynakların dağıtımı ile sınırlı kalmamış, diğer birçok alanda da önemli uygulamaları olmuştur. Bu konuda aşağıdaki liste verilebilir (Öztürk, 2009: 37-38):

- 1- Personel programlaması
- 2- Beslenme (diyet) problemleri
- 3- Üretim planlaması ve envanter kontrolü
- 4- Ulaştırma ve lojistik problemleri
- 5- Atama problemleri
- 6- Hava kirliliğinin kontrolü
- 7- Sermaye bütçeleme problemi
- 8- Kısa dönemli finansal planlama
- 9- Dinamik yatırım planlaması
- 10- Reklam seçimi problemleri
- 11- Portföy seçimi problemi
- 12- Karışım problemleri

Özgüven (2008) üretim planlama ile ilgili çalışmalarında farklı talep merkezlerinin herbir döneme ait taleplerini farklı fabrikaların üretimlerinden karşıladığı doğrusal programlama modelleri kurgulamıştır.

Doğrusal programlama modeli ile ifade edilebilen bir problem, aynı zamanda kaynakların amaca göre en uygun şekilde kullanımını planlama problemidir. Bu nedenle, tekniğin kullanılabilmesi için belirli varsayımların bulunması gerekmektedir. Bunlar (Sarıaslan, 1990: 56-57):

- Doğrusallık
- Sınırlılık
- Toplanabilirlik
- Negatif Olmama

şeklinde sayılmaktadır.

Standard formdaki bir doğrusal modelin tanımlamasında kullanılacak semboller ve sembollerin açıklamaları aşağıda belirtilmiştir:

x : Doğrusal modelin çözümü (Karar Değişkeni)

c : Karar Değişkeni Katsayısı

A : Doğrusal Modelin Katsayılar Matrisi

A^T : A matrisinin transpozesi

π : Dual modelin çözümü

b : Doğrusal modelin sağ taraf sabitleri matrisi

b^T : b matrisinin transpozesi

c^T : c matrisinin transpozesi

Standard formdaki bir linear modelin matematiksel tanımlamasında $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \dots, x_n \geq 0$ değerleri ve aşağıdaki koşulları sağlayan bir amaç fonksiyonu değeri ($Min z$) bulunur (Dantzig ve Thapa, 1997:7):

$$c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n = z(\text{Min})$$

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_n$$

Yukarıdaki ifade vektör matrisi notasyonunda yazılacak olursa:

$$\text{Min} \quad c^T x = z$$

$$\text{Kısıtlar} \quad Ax = b, \quad A: m \times n$$

$$x \geq 0.$$

Bir doğrusal modelin standard formdaki dualinin matematiksel tanımlamasında $\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_m$ değerleri ve aşağıdaki koşulları sağlayan bir amaç fonksiyonu ($maks.v$) bulunur (Dantzig ve Thapa, 1997:7):

$$b_1\pi_1 + b_2\pi_2 + \dots + b_m\pi_m = v \text{ (Maks.)}$$

$$a_{11}\pi_1 + a_{21}\pi_2 + \dots + a_{m1}\pi_m \leq c_1$$

$$a_{12}\pi_1 + a_{22}\pi_2 + \dots + a_{m2}\pi_m \leq c_2$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$\dots$$

$$a_{1n}\pi_1 + a_{2n}\pi_2 + \dots + a_{mn}\pi_m \leq c_m$$

Yukarıdaki ifade vektör matrisi notasyonunda yazılacak olursa:

$$\text{Maks.} \quad b^T \pi = v$$

$$\text{Kısıtlar} \quad A^T \pi \leq c, \quad A: m \times n$$

Doğrusal programlama modelleri ile optimum çözümün ortaya konulmasının yanında, çözüm sonucunda birçok ilişki ve bilgiye de ulaşılmaktadır. Örneğin bir faaliyetin indirgenmiş maliyeti hakkında da bilgi sahibi olunabilir.

2. BULANIK DOĞRUSAL PROGRAMLAMA

Bulanık mantık, bir bulanık küme mantığına dayanır ve ilk olarak Lofti A. Zadeh (1965) tarafından tanımlanmıştır. Bulanık küme, kümeye aitlik derecesi *üyelik değeri* ile tanımlanmış olan kümeyi ifade eder. Klasik küme kavramında bir eleman bir kümenin üyesidir veya değildir. Bulanık mantıkta küme aitlik derecesi, 0 ile 1 arasında değişir. 0 kümeye ait olmamayı, 1 ise kesin olarak o kümenin üyesi olmayı gösterir. Küme aitlik derecesi üçgen, yamuk, Gauss eğrisi gibi standart fonksiyonlarla tanımlanabildiği gibi çok farklı fonksiyonlarla da tanımlanabilir (Ergülen ve Kazan, 2007: 110).

Yukarıda da ifade edildiği gibi bulanık mantık üyelik derecesinde kesin bir kanıt bulunmadığı durumlarda mutlak olarak alternatif kararlar değerlendirilerek amaca en uygun olan seçenek seçilir. Alternatif kararların fazlalığı karar vericinin işini zorlaştırmaktadır. Bu nedenle karar verici karar verirken gerçekleşme olasılığı en yüksek ve amacına en uygun olan kararları seçmek zorundadır. Gerçekleşme olasılığı en yüksek olayların seçiminde bir alternatif çözüm yolu olarak bulanık mantık kullanılabilir (Ergülen ve Kazan, 2007: 110).

Bulanık mantığın geçerli olduğu iki durum söz konusudur. Bunlardan birincisi, incelenen olayın çok karmaşık olması ve bununla ilgili yeterli bilginin bulunmaması durumunda kişilerin görüşlerine ve değer yargılarına yer verilmesidir. İkincisi ise, insan muhakemesine, kavrayışlarına ve kararlarına ihtiyaç gösteren durumlardır. Bulanık mantık ile karşılaşılan her türlü problemin karmaşık olsa bile çözülebileceği anlamı çıkarılamaz.

Ancak en azından insan düşüncelerinin incelenen olayla ilgili olarak bazı sözel çıkarımlarda bulunması dolayısıyla en azından daha iyi anlaşılabilceği sonucu çıkarılabilir (Şen, 1999: 9).

Bulanık doğrusal programlama, bulanık mantık ve doğrusal programlamanın birleşimi olup, klasik doğrusal programlamanın genişletilmiş halidir. Bulanık doğrusal programlama, doğrusal programlama yöntemi kullanılarak çözümlenebilen problemlere karar süreçlerinde görülen belirsizlik dâhil edildiğinde kullanılan bir yöntemdir (Çevik ve Yıldırım, 2010: 18).

Zimmermann (1976) çalışmasında bulanık doğrusal programlama modelinin genel halini ifade etmiştir:

$$\text{Max } z \cong cx$$

$$Ax \cong b$$

$$x \geq 0$$

Doğrusal programlama modelinden farklı olarak, bulanık doğrusal programlama modelinde bulanıklık simgesi (\cong) konulur. Yukarıdaki ifade de x ve b vektör iken, A ise uygun boyuttaki kısıt katsayıları matrisidir.

Rommelfanger (1996) çalışmasında bulanık doğrusal programlamanın, matematiksel programlamanın çok geniş bir alanda uygulamaya sahip özel bir hali olduğunu ifade etmiştir. Bulanık doğrusal programlamanın başlıca uygulama alanları (Rommelfanger, 1996: 523):

- 1-Su arzı planlaması
- 2-Arazi yapısı optimizasyonu
- 3-Ağ yerleşke problemi
- 4-Proje yatırımı
- 5-Anapara varlık fiyatlama modeli
- 6-Hava kirliliği regülasyon problemi
- 7-Toplam üretim planlama problemi
- 8-Makine Optimizasyon Problemleri
- 9-Optimal Sistem Tasarımı
- 10-Üretim Çizelgeleme
- 11-Ulaştırma Problemi

Bilgen ve Özkarahan (2006) çalışmalarında bulanık doğrusal programlamayı çok modlu dağıtım planlama problemine uygulamışlardır. Çalışmada biri doğrusal, ikisi bulanık doğrusal olmak üzere 3 model önerilmiştir. Problemin matematiksel modelinde amaç fonksiyonu ve kısıtlar farklı şekillerde ifade edilmişlerdir. Bulanık doğrusal modellerde λ yerine λ_1 ve λ_2 gibi iki tane doyum değişkeni kullanılmıştır. Bu değişkenler sırasıyla en az doyurulacak kısıtların doyurulma derecesini, diğeri ise en fazla doyurulacak kısıtların doyurulma derecesini ifade etmektedir. Bulanık

doğrusal modellerde bulunan sonuçlar doğrusal modelden elde edilen sonuçlara göre oldukça üstündür. Diğer bir ifadeyle, dağıtım probleminde toplam maliyet bulanık doğrusal modellerde daha düşük çıkmaktadır (Bilgen ve Özkarahan, 2006: 42-44).

Ertuğrul ve Tuş (2007) çalışmalarında interaktif bulanık doğrusal programlamayı bir tekstil firmasında uygulamışlardır. Bu çalışmada araştırmacılar interaktif sistemle etkileşim içerisinde olup, bulanık programlamanın sonuçlarını memnuniyet derecesini yükseltecek şekilde değiştirebilme imkanına sahiptirler. Bu sistemde karar vericinin bazı parametreleri sisteme yeniden girerek sistemden sürekli geri dönüşüm alması sağlanır. Araştırmacılar çalışmalarında bulanık doğrusal programlamanın yaklaşımları olan Zimmermann, Werners, Chanas ve Verdegay yaklaşımlarını uygulama üzerinde karşılaştırmışlardır. Karşılaştırma sonuçları, farklılıkların modellerin üyelik fonksiyonlarında olduğunu göstermektedir (Ertuğrul ve Tuş, 2007).

Kumar vd. (2011) çalışmalarında bazı kaynak noktalarından diğer kaynak noktalara, kaynak noktalarından talep noktalarına veya bazı talep noktalarından diğer talep noktalarına taşıma problemini bulanık doğrusal programlama ile modellemişlerdir. Önerilen bulanık doğrusal model uygulamalarda dengelenmemiş ulaştırma problemlerini kolaylıkla dengelemekte, uygulama sonuçları anlamlı çıkmakta ve kesin optimal sonuçlar bulunabilmektedir. Araştırmacılar bu modeli bir problem üzerinde uygulamışlardır. Sonuçlar karar vericilere ve yöneticilere, en az maliyeti, çıkabilecek olası maliyeti ve en yüksek maliyeti vermektedir (Kumar vd., 2011).

Vasant (2003) çalışmasında bulanık doğrusal programlamayı üretim planlama alanına uygulamıştır. Araştırmacı, çalışmada gerçek Dünya'da karşılaşılabilecek belirsizlikleri doğru bir şekilde matematiksel olarak ifade edebildiğinden dolayı modifiye edilmiş lojistik üyelik fonksiyonunu kullanmıştır. Araştırmacı doyum derecesinin ($\lambda = \mu$), belirsizlik parametresi ve karlılıkla nasıl değiştiğini çalışmasında belirtmiştir. Sonuçlar belirsizlik arttıkça, karlılığın düştüğünü göstermektedir. Bu durum aynı zamanda gerçek hayatta da karşılaşılan bir sonuçtur. Bunun yanında, sonuçlar doyum derecesinin karlılıkla doğrusal bir ilişkide olmadığını, yüksek doyum derecesinde yüksek karlılık elde edebilmek için belirsizliğin düşük düzeyde olması gerektiğini ortaya koymuştur (Vasant, 2003).

Sakawa vd. (2001) çalışmalarında iki amaçlı bir bulanık doğrusal modeli üretim ve atama probleminde uygulamışlardır. Çalışmada amaçlardan her ikisi için ayrı ayrı ve birlikte çözüm yapılarak en karlı çözüm bulunmaya çalışılmıştır. Araştırmada en uygun model ortaya konulmuştur. Bu modelde amaçlardan biri için, birinci doyum derecesi alt değeri kısıt olarak belirtilmiş olup aynı anda diğer amaç yani ikinci doyum derecesi maksimum yapılmıştır (Sakawa vd., 2001).

3. ÖNERİLEN MODEL

Leewattanayingyong ve Ritvirool (2007) çalışmalarında süt endüstrisi üretim planlamada uygulanan bir tamsayılı doğrusal programlama modeli önermişlerdir. Bu çalışmada önerilen model ise bu modelden farklı olarak üretilen ürünlerin farklı fiyatlarda satılabileceği durumu ve ürün taleplerinin belirli aralıklarda değişebileceği durumu modelleyebilmektedir. Uygulama yapılan üretim planlama modelinde işletmeyle ilgili bilgiler *işletmeye ait veriler* başlığında verilmiştir. Bu kısımda, modelde kullanılan değişkenler açıklanmış, daha sonra ise kısıtlar ve amaç fonksiyonu verilmiştir.

Notasyon:

İndeks

- i : Süt ürünleri veya süt ürün çeşitleri ($i=1,2,3,\dots,n$)
 ia : i ürün çeşidi için normal üretim
 ib : i ürün çeşidi için talep fazlası üretim

Karar Değişkenleri

- X_{ia} : i ürünü için normal üretim adedi (günlük)
 X_{ib} : i ürünü için talep fazlası üretim adedi (günlük)
 Y_i : $\begin{cases} 1 & i \text{ ürün çeşidi üretiliyorsa} \\ 0 & i \text{ ürün çeşidi üretilmiyorsa} \end{cases}$
 Z_i : $\begin{cases} 1 & i \text{ ürün çeşidi için indirimli satış varsa} \\ 0 & i \text{ ürün çeşidi için indirimli satış yoksa} \end{cases}$

Parametreler

- C_i : i ürün çeşidinin birim maliyeti
 S_{ia} : i ürün çeşidinin normal satış fiyatı
 S_{ib} : i ürün çeşidinin indirimli satış fiyatı
 RM : işletmede işlenen toplam çiğ süt miktarı (litre)
 D_i : i ürün çeşidi için talep alt değeri
 D_{ia} : i ürün çeşidi için talep üst değeri
 D_{ib} : i ürün çeşidi için talep fazlası değeri
 Cap_i : i ürün çeşidini işleyen makine kapasitesi

R_i : i ürün çeşidi için gerekli çiğ süt miktarı (litre)

Yukarıda verilen tanımlamalar ve notasyonlar ışığında önerilen model:

$$\text{Enb.} \left(\sum_{i=1}^n X_{ia} * S_{ia} + \sum_{i=1}^n X_{ib} * S_{ib} \right) - \left(\sum_{i=1}^n (X_{ia} + X_{ib}) * C_i \right) \dots\dots\dots(1)$$

Kısıtlar:

$$\sum_{i=1}^n (X_{ia} + X_{ib}) * R_i \leq RM, \dots\dots\dots(2)$$

$$X_{ia} \geq D_i * Y_i, \dots\dots\dots(3)$$

$$X_{ia} \leq D_{ia} * Y_i$$

$$X_{ia} \geq D_{ia} * Z_i$$

$$X_{ib} \leq D_{ib} * Z_i$$

$$X_{ia} + X_{ib} \leq Cap_i * Y_i, \dots\dots\dots(4)$$

$$\forall X_{ia}, X_{ib} \geq 0 \text{ ve } X_{ia}, X_{ib} \in \text{Tamsayı}, \dots\dots\dots(5)$$

$$\forall Y_i, Z_i \geq 0 \text{ ve } Y_i, Z_i \in \{0,1\}, \dots\dots\dots(6)$$

Amaç fonksiyonu (1) nolu ifade kârı maksimum yapmaya çalışmaktadır. İfade (2) ürünler için gerekli çiğ süt miktarını, işletmede işlenilen çiğ süt miktarına eşitlemektedir. (3) nolu grup kısıtlarında verilen ifadede işletmede i ürünü için günlük üretilen ürün adedinin o ürün için günlük talebi karşılamakta olduğu anlatılmaktadır. Yine bu grup kısıtlarından 1. ve 2. kısıtlar alt ve üst talep değerleri içerisinde üretilen miktarları göstermektedir. 3. ve 4. kısıtlar ise Z_i , 0-1 karar değişkenini modele ve kısıtlara dâhil ederek talep fazlası üretimde indirimli satışın gerçekleşip gerçekleşmeyeceğini ifade etmektedir. (4) nolu kısıt işletmede üretilen ürün adedinin o ürünü işleyen makine kapasitesini geçemeyeceğini belirtmektedir. (5) ve (6) nolu kısıtlar ise karar değişkenleri ile ilgili koşullardır.

Yukarıda (1), (2) ve (4) nolu ifadelerde $(X_{ia} + X_{ib})$ ifadesi yer almıştır. Bu ifade i ürün çeşidi için toplam üretim miktarını belirtmektedir. Diğer bir ifadeyle bir ürün için toplam üretilen miktar o ürün için normal üretim adediyle talep fazlası üretilen ürün adedi toplamına eşittir. Bu ifadede eğer *talep fazlası satış söz konusu değilse* o ürün için talep fazlası *üretim değişkeni* ($X_{ib} = 0$) alınarak model kurgulanır ve çözüme devam edilir. Uygulama kısmında da bu durum göz önünde bulundurularak, bir üründe talep fazlası satış söz konusu değilse, talep fazlası üretim de söz konusu olamayacağından ($X_{ib} = 0$) alınmıştır. Bu durumda karar değişkeni olarak X_{ia} normal üretim miktarı değişkeni kullanılır.

Yukarıdaki notasyonlarda C_i i ürün çeşidinin *birim maliyeti* bir ürün için aynı olduğundan başka bir ifade gerekli olmamıştır. Aynı şekilde R_i i ürün çeşidi için gerekli *çiğ süt miktarı* (litre) ve Cap_i i ürün çeşidini işleyen *makine kapasitesi* (günlük) bir ürün için aynı olduğundan başka bir notasyona gerek duyulmamıştır.

4. İŞLETMEYE AİT VERİLER

Uygulama yapılan işletme *Isparta Süleyman Demirel Üniversitesi Ünsüt İşletmesidir*. İşletmede toplam çalışan sayısı 12 olup, bir kişi Gıda Mühendisi, bir kişi tekniker, diğerleri ise işçi olarak çalışmaktadır. İşletme, 2008 yılından bu yana 4 yıldır faaliyettedir. İşletme Tablo 1’ de müşteri talepleri ve makine kapasitelerinden görüldüğü üzere *orta büyüklükte* bir gıda işletmesidir. İşletmede üretilen ürünler sırasıyla *ayran, yoğurt, peynir, kaşar peyniri, tereyağı ve kefir*dir. İşletmede paket süt ürün olarak üretilmemektedir. Üretilen ürünlere verilen simgeler sırasıyla, *X1A, X2A, X3A, X4A, X5A, X5B ve X6A* dır.

İşletmeden alınan veriler 3 çizelgede özetlenmiştir. Tablo 1’de, ürün simgeleri, ürün çeşitleri, müşteri talepleri, makine kapasiteleri ve 2011 yılı üretim miktarları bulunmaktadır. Müşteri talepleri belirli değerler arasında değişmektedir. Diğer veriler ise sabittir. İşletmeden alınan veriler *günlük* olarak düzenlenmiştir. İşletmedeki ürünlerden *ayran adet; yoğurt, peynir, kaşar peyniri ve tereyağı paket; kefir ise şişe* olarak satılmaktadır. İşletmede üretilen ürünlerin her biri *tek çeşittir*. Örnek olarak tek tip yoğurt üretimi verilebilir.

Tablo 2’de ürün çeşitleri, ürünlerin birim fiyatları, maliyetleri ve birim satış sonucunda elde edilebilecek ürün kârları bulunmaktadır. Tablo 3’te ise birim ürün başına gerekli çiğ süt miktarları *litre* olarak gösterilmiştir. Toplam işlenen süt miktarı veya işletmeye gelen çiğ süt miktarı ise *4000 ile 5000 litre arasında* değişmektedir. Verilerde bulunan katsayılar ise sabittir. İşletmeden alınan bilgilere göre talep fazlası satış *“tereyağı”* haricinde diğer ürünlerde mümkün olmadığından dolayı bu ürünlerde talep fazlası üretim değişkeni *“0”* olarak alınmıştır. *Bu nedenle bu ürünlerde sadece “ X_{ia} ” değişkeni kullanılmıştır*. Sadece *tereyağında* talep fazlası satış mümkün olmaktadır. Bundan dolayı *tereyağında* üretim değişkeni olarak hem *“ X_{ia} ”* hem de *“ X_{ib} ”* değişkeni kullanılmıştır.

Tablo 1: Modeldeki Değişkenler ve Diğer Veriler (Günlük)

Ürün Simgesi	Ürün Adı	Müşterinin Talebi	Makine Kapasitesi	Üretim Miktarı (2011 yılı)
X1A	Ayran	7000- 10000	15000	8200
2A	Yoğurt	500- 1000	4000	700
X3A	Peynir	50- 100	500	80
X4A	Kaşar Peyniri	50- 100	2000	75
X5A	Tereyağı	20- 50	150	35
X5B	Tereyağı (Talep Fazlası Üretim)	0- 100	150	-
X6A	Kefir	10- 30	150	20

Kaynak: SDÜ Ünsüt İşletmesi, 2012.

Tablo 2: Modeldeki Değişkenlerin Birim Fiyat-Maliyet ve Kâr Değerleri

Ürün Simgesi	Ürün Adı	Birim Fiyat (TL)	Birim Maliyet (TL)	Birim Kâr (TL)
X1A	Ayran	0,25	0,24	0,01
X2A	Yoğurt	2,10	2,00	0,10
X3A	Peynir	6,50	6,25	0,25
X4A	Kaşar Peyniri	11,00	10,00	1,00
X5A	Tereyağı	11,00	9,50	1,50
X5B	Tereyağı (indirimli satış)	10,00	9,50	0,50
X6A	Kefir	4,00	3,50	0,50

Kaynak: SDÜ Ünsüt İşletmesi, 2012.

Tablo 3: İşlenilen Süt Miktarı (Birim Ürün Başına)

	Ayran	Yoğurt	Peynir	Kaşar Peyniri	Tereyağı	Kefir
İşlenilen Süt Miktarı (Litre)	0,20	1,40	6,20	9,50	1,00	1,00

Kaynak: SDÜ Ünsüt İşletmesi, 2012.

5. ÖNERİLEN MODELİN UYGULAMASI

İşletmeye ait 4000 litre süt işleme durumunda model formülasyonu aşağıdaki gibidir:

$$\text{Maks.}(0.01X_{1a} + 0.1X_{2a} + 0.25X_{3a} + X_{4a} + 1.5X_{5a} + 0.5X_{5b} + 0.5X_{6a}) \dots \dots \dots (1)$$

$$0.2X_{1a} + 1.4X_{2a} + 6.2X_{3a} + 9.5X_{4a} + X_{5a} + X_{5b} + X_{6a} \leq 4000 \dots \dots \dots (2)$$

$$X_{1a} \geq 7000 \dots \dots \dots X_{1a} \leq 10000 \dots \dots \dots (3)$$

$$X_{2a} \geq 500 \dots \dots \dots X_{2a} \leq 1000$$

$$X_{3a} \geq 50 \dots \dots \dots X_{3a} \leq 100$$

$$X_{4a} \geq 50 \dots \dots \dots X_{4a} \leq 100$$

$$X_{5a} \geq 20 \dots \dots \dots X_{5a} \leq 50$$

$$X_{5a} \geq 50 * Z_5$$

$$X_{5b} \leq 100 * Z_5$$

$$X_{6a} \geq 10 \dots \dots \dots X_{6a} \leq 30$$

$$X_{1a} \leq 15000 \dots \dots \dots (4)$$

$$X_{2a} \leq 4000$$

$$X_{3a} \leq 500$$

$$X_{4a} \leq 2000$$

$$X_{5a} + X_{5b} \leq 150$$

$$X_{6a} \leq 150$$

$$\forall x_{ia}, x_{ib} \geq 0, \text{ tamsayı}$$

$$z_i \in \{0,1\} \dots \dots \dots (5)$$

Yukarıdaki model süt işleme problemine ait toplam süt işleme miktarının 4000 litre olduğu durumda oluşturulmuş modeldir. Amaç fonksiyonu (1) nolu ifade net kazancı maksimum yapmaktadır. 5.ürün olan tereyağında talep fazlası satış ancak tereyağının satış fiyatında 1 TL. lik indirimle mümkün olmaktadır. Bu durum modelde amaç fonksiyonunda ve kısıtlarda iki değişken ile (X_{5a} ve X_{5b}) ifade edilmiştir. X_{5a} tereyağının normal üretimini, X_{5b} ise tereyağının talep fazlası üretimini belirtmektedir. (2) nolu kısıt olan süt işleme kısıtında sağ taraf sabiti 4000 litre alınmıştır. (3) nolu grup kısıtlarında üretim adetlerinin müşteri taleplerine göre

belirlendiği ifade edilmektedir. Ayrıca tereyağının normal satış fiyatındaki üretim adedi en fazla 50 olduğu için $X_{5a} \leq 50$ kısıtı da modelde yer almıştır. (4) nolu grup kısıtları makine kapasite kısıtlarıdır. Son grup kısıtlar ise karar değişkenleri ile ilgili kısıtlardır. Bütün ürünler üretildiği için Y_i karar değişkenleri 1 alınmıştır. Z_i karar değişkeni ise sadece tereyağı için, talep fazlası üretimin olup olmayacağına veya diğer bir ifadeyle indirimli satışın gerçekleşip gerçekleşmeyeceğine göre 0-1 değer almaktadır. Eğer *tereyağında* talep fazlası üretim yapılıyorsa başka bir deyişle indirimli satış gerçekleşiyorsa " Z_5 " 1 değerini almakta, $X_{5a} = 50$ olmakta ve $X_{5b} \leq 100$ kısıtı çalışmaktadır. Aksi durumda sadece $X_{5a} \leq 50$ kısıtı çalışmakta ve $X_{5b} = 0$ olmaktadır.

İşletmeye gelen süt miktarının *5000 litre* olduğu durumda model formülasyonunda yalnızca (2) nolu ifadede sağ taraf sabiti 5000 olarak değişmektedir. Diğer ifadeler ise aynen kalmaktadır. Bu durumda (2) nolu ifade aşağıdaki gibi olmaktadır:

$$0.2X_{1a} + 1.4X_{2a} + 6.2X_{3a} + 9.5X_{4a} + X_{5a} + X_{5b} + X_{6a} \leq 5000 \quad \dots\dots\dots(2)$$

Model, işletmeye gelen süt miktarının *4000* ve *5000 litre* olduğu durumlarda WINQSB paket programında çözülmüştür. *4000 litre* süt işleme durumunda Tablo 4'teki üretim değerlerinden görüldüğü üzere; günlük üretim, ayrandan 7004 adet, yoğurttan 828 paket, peynirden 50 paket, kaşar peynirinden 100 paket, tereyağından 50 adet normal, $X_{5b} = 100$ adet talep fazlası olmak üzere toplam 150 paket, kefirde ise 30 şişe olduğunda işletmenin kârı *405.34 TL* olmaktadır.

$$\begin{aligned} \mathbf{K\hat{a}r} &= 7004*0.01+828*0.1+50*0.25+100*1+50*1.5+100*0.5+30*0.5 \\ &= \mathbf{405.34 TL.} \end{aligned}$$

5000 litre süt işleme durumunda Tablo 4'teki üretim değerlerinden görüldüğü üzere; günlük üretim, ayrandan 9994 adet, yoğurttan 1000 paket, peynirden 76 paket, kaşar peynirinden 100 paket, tereyağından 50 adet normal, $X_{5b} = 100$ adet talep fazlası olmak üzere toplam 150 paket, kefirde ise 30 şişe olduğunda işletmenin kârı *458.94 TL* olmaktadır.

$$\begin{aligned} \mathbf{K\hat{a}r} &= 9994*0.01+1000*0.1+76*0.25+100*1+50*1.5+100*0.5+30*0.5 \\ &= \mathbf{458.94 TL} \end{aligned}$$

Tablo 4: Uygulamanın Sonuçları

Karar Değişkeni	İşlenen Süt 4000 Litre ise Üretim Değerleri	İşlenen Süt 5000 Litre ise Üretim Değerleri	Birim Kâr
X1A	7004	9994	0.01
X2A	828	1000	0.1
X3A	50	76	0.25
X4A	100	100	1
X5A	50	50	1.5
X5B	100	100	0.5
X6A	30	30	0.5
Z5	1	1	0

6. ÖNERİLEN BULANIK DOĞRUSAL MODEL

Bu çalışmada bulanık doğrusal model yaklaşımlarından *Zimmermann* yaklaşımı kullanılmıştır. *Zimmermann* (1978) çalışmasında bulanık doğrusal modelin amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunu aşağıdaki gibi ifade etmiştir :

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } c^T x > Z^1 \text{ ise} \\ 1 - \frac{Z^1 - c^T x}{Z^1 - Z^0} & ; \text{eğer } Z^0 \leq c^T x \leq Z^1 \text{ ise} \\ 0 & ; \text{eğer } c^T x < Z^0 \text{ ise} \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

(1) nolu ifadede Z^1 amaç fonksiyonunun alabileceği en yüksek değeri belirtirken, Z^0 ise amaç fonksiyon alabileceği en düşük değeri ifade etmektedir. Uygulamada bu değerler işletmede işlenen süt miktarlarına, 4000 ve 5000 litre olarak, göre belirlenmişlerdir.

(2) nolu ifade *Zimmermann* yaklaşımına göre uygulamanın amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonunu belirtmektedir:

$$\mu_0(x) = \begin{cases} 1 & ; \text{eğer } c^T x > 458,94 \text{ ise} \\ 1 - \frac{458,94 - c^T x}{53,6} & ; \text{eğer } 405,34 \leq c^T x \leq 458,94 \text{ ise} \\ 0 & ; \text{eğer } c^T x < 405,34 \text{ ise} \end{cases} \dots\dots\dots(2)$$

(2) nolu ifadede $\lambda = \mu_0(x)$ olup amaç fonksiyon değeridir. Bulanık doğrusal modelde enbüyüklenecek değer λ olup kar fonksiyonunun doyum derecesidir.

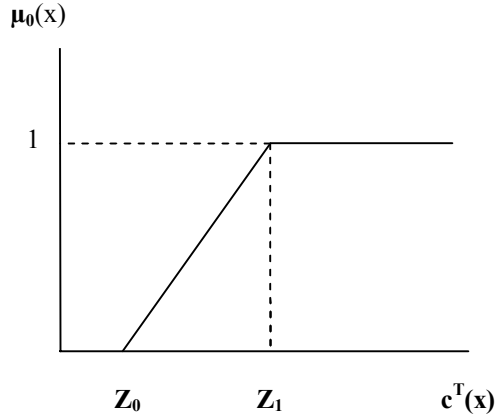
Wiedey ve Zimmermann (1978) çalışmalarında bulanık doğrusal modelin bulanık kısıtlarının üyelik fonksiyonunu aşağıdaki gibi ifade etmişlerdir:

$$\mu_i(x) = \left\{ \begin{array}{ll} 1; \text{ eğer} & (Ax)_i < b_i \\ 1 - \frac{(Ax)_i - b_i}{p_i}; \text{ eğer} & b_i \leq (Ax)_i \leq b_i + p_i \\ 0; \text{ eğer} & (Ax)_i > b_i + p_i \end{array} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

(3) nolu ifade yeniden düzenlenirse, $(Ax)_i + \lambda p_i \leq b_i + p_i$ ifadesi elde edilir. Bu ifadede p_i kısıtların alt ve üst değerleri arasındaki farkı, diğer bir ifadeyle kısıtların tolerans değerlerini belirtmektedir. Bu ifadede ise $\lambda = \mu_i(x)$ kısıtların tolerans değerlerinin kullanılma oranını göstermektedir.

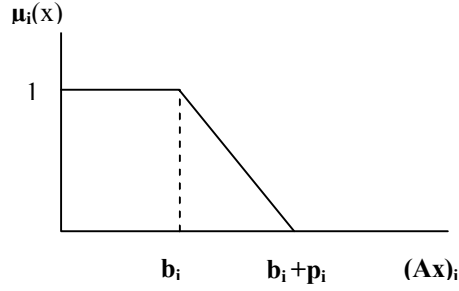
Şekil 1 ve 2' de Zimmermann yaklaşımına göre düzenlenen (1) ve (3) nolu ifadeler, sırasıyla bulanık amaç ve kısıt fonksiyonları, gösterilmektedir.

Şekil 1. Amaç Fonksiyonunun Bulanıklaştırılması



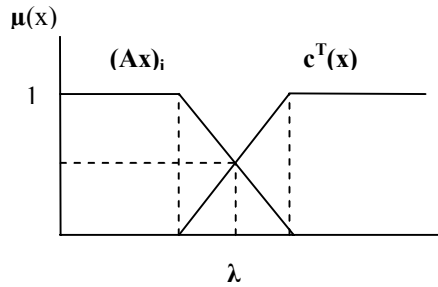
Şekil 1'de 4000 ve 5000 litre süt arzı için bulunan değerler sırasıyla Z_0 ve Z_1 değerleri 0 ve 1 üyelik değerlerini almaktadır. Amaç fonksiyonu $c^T(x)$ ise bu değerler arasında bulanıklaştırılmaktadır. Amaç fonksiyonunun kabul edilen Z_1 en büyük değeri sınır olmak kaydıyla bulanıklaştırmada kullanılan üyelik fonksiyonu üçgen üyelik fonksiyonu olmaktadır.

Şekil 2. Kısıtların Bulanıklaştırılması



Şekil 2’ de kısıt fonksiyonlarının alt değerleri b_i ve üst değerleri $b_i + p_i$ değerlerine göre üyelik dereceleri sırasıyla 1 ve 0 dır. Kısıt fonksiyonlarının bulanıklaştırma işlemi Şekil 2’ de görülen üçgen üyelik fonksiyonuna göre yapılmaktadır. Bulanıklaştırılan her bir kısıtın bir üyelik derecesi olmaktadır.

Şekil 3. Bulanık Amacın Belirlenmesi



Bulanık amaç fonksiyonu *tek bir çıktı değişkeninden* “ λ ” olduğu için çıkarım yöntemlerinden *Sugeno* çıkarım yöntemi kullanılmıştır. Bulunan sonuçlar kesin sayısal neticeler içerdiğinden dolayı, bu çıkarım yönteminde durulaştırma işlemine ihtiyaç duyulmamaktadır. Şekil 3’ ten görüldüğü üzere *Zimmermann yaklaşımına* ve *Sugeno çıkarım yöntemine* göre amaç fonksiyonu $c^T(x)$ ve kısıt fonksiyonları $(Ax)_i$ ’ leri aynı anda sağlayan tek bir λ amaç değeri bulunmaktadır. Bulunan bu λ amaç değerine karşılık olarak da bir $c^T(x)$ (kar değeri) ve sırasıyla diğer kısıtların alacağı değerler bulunur.

(1), (2) ve (3) nolu bulanık amaç ve kısıt ifadeleri doğrultusunda kurgulanan bulanık doğrusal model aşağıda görülmektedir:

$$\text{Maks. } \lambda \dots\dots\dots(1)$$

$$(0.01X_{1a} + 0.1X_{2a} + 0.25X_{3a} + X_{4a} + 1.5X_{5a} + 0.5X_{5b} + 0.5X_{6a}) - 53,6\lambda \geq 405,34 \dots\dots\dots(2)$$

$$0.2X_{1a} + 1.4X_{2a} + 6.2X_{3a} + 9.5X_{4a} + X_{5a} + X_{5b} + X_{6a} + 1000\lambda \leq 5000 \dots\dots\dots(3)$$

$$X_{1a} + 3000\lambda \leq 10000 \dots\dots\dots(4)$$

$$X_{2a} + 500\lambda \leq 1000$$

$$X_{3a} + 50\lambda \leq 100$$

$$X_{4a} + 50\lambda \leq 100$$

$$X_{5a} \leq 50$$

$$X_{5a} \geq 50 * Z_5$$

$$X_{5b} \leq 100 * Z_5$$

$$X_{6a} + 20\lambda \leq 30$$

$$X_{1a} \leq 15000 \dots\dots\dots(5)$$

$$X_{2a} \leq 4000$$

$$X_{3a} \leq 500$$

$$X_{4a} \leq 2000$$

$$X_{5a} + X_{5b} \leq 150$$

$$X_{6a} \leq 150$$

$$\forall x_{ia}, x_{ib} \geq 0, \text{ tamsayı} \dots\dots\dots(6)$$

$$z_i \in \{0,1\}$$

$$\lambda \geq 0, \lambda \leq 1; \text{ sürekli bir değişken}$$

Yukarıdaki model süt işleme problemine ait kısıtların ve amaç fonksiyonunun bulanıklaştırılmasıyla oluşturulmuş modeldir. Amaç fonksiyonu (1) λ değişkenini maksimum yapmaktadır. (2) nolu kısıt olarak amaç fonksiyonunun diğer bir ifadeyle kâr fonksiyonunun bulanık hali yazılmıştır. Bu kısıtta günlük kârın 53,6 TL'lik kısmı bulanıklaştırılmıştır. Diğer bir ifadeyle, 4000 litre süt işleme durumundaki kâr üzerine 53,6 TL daha günlük kâr elde edilebilir. (3) nolu kısıt olan süt işleme kısıtında sağ taraf sabiti bulanıklaştırılmıştır. Bu kısıt 4000 ile 5000 litre süt işleme durumları arasında günlük 1000 litre fark olduğunu anlatmaktadır. Diğer bir ifadeyle toplam işlenen süt miktarının 4000 ile 5000 litre arasında değiştiğini söylemektedir. (4) nolu grup kısıtlarında yine müşteri talepleri bulanıklaştırılma yoluna gidilmiştir. Ayrıca tereyağı talebi bulanıklaştırılmamıştır. Çünkü tereyağında talep fazlası satış mümkün olabildiğinden dolayı talep 50 paket ile sınırlı kalmayıp 150 pakete kadar çıkabilmektedir. (5) nolu grup kısıtları makine kapasite kısıtlarıdır. Son grup

kısıtlar ise karar değişkenleri ile ilgili kısıtlardır. Bütün ürünler üretildiği için Y_i karar değişkenleri 1 alınmıştır. λ değişkeni sürekli bir değişken olup 0-1 arasında değer almaktadır. Z_i karar değişkeni ise sadece tereyağı için, talep fazlası üretimin olup olmayacağına veya diğer bir ifadeyle indirimli satışın gerçekleşip gerçekleşmeyeceğine göre 0-1 değer almaktadır. Eğer *tereyağında* talep fazlası üretim yapılıyorsa başka bir deyişle indirimli satış gerçekleşiyorsa " Z_5 " 1 değerini almakta, $X_{5a} = 50$ olmakta ve $X_{5b} \leq 100$ kısıtı çalışmaktadır. Aksi durumda sadece $X_{5a} \leq 50$ kısıtı çalışmakta ve $X_{5b} = 0$ olmaktadır.

λ değişkeni bulanık amaç ve bulanık kısıtlayıcıların aynı anda sağlanma derecesini göstermektedir. Bu nedenle, amaç fonksiyonunun üyelik fonksiyonu ile kısıtların ortak başarımlar derecesinin kesişim kümesini hesaplamak λ değişkeninin değerini vermektedir (Tuş, 2006: 162,167). Bulanık doğrusal modelde λ , talep ve süt miktarı üst sınırlarından belirli bir oranda aşağıda olunmasını sağlamak ve aynı oranda kârın artırılmasını sağlayarak bir denge oluşturmaktadır. Diğer bir ifadeyle lamda işletmenin uygun miktarla üretimle kârı artırmasını sağlamaktadır. Uygulamadan görüldüğü üzere 4000 ve 5000 litre süt işleme durumlarında olduğu gibi gelen süt miktarı belirli ise bulanık model kullanılmadan çözüm yapılmaktadır. Diğer durumlarda, gelen süt miktarı belirsiz ise, bulanık model kullanılarak çözüm yapılmaktadır.

7. BULANIK DOĞRUSAL MODELİN SONUÇLARI

WINQSB paket programı yardımıyla çözüldüğünde bulanık doğrusal model için Tablo 5'deki üretim değerleri bulunur. Sonuçlardan görüldüğü üzere *günlük üretim*, ayrandan 9149 adet, yoğurttan 858 paket, peynirden 85 paket, kaşar peynirinden 85 paket, tereyağından 50 paket normal, 100 adet talep fazlası, kefirde 24 şişe olduğunda önerilen bulanık modele göre işletmenin kârı 420.54 TL olmaktadır.

Tablo 5: Önerilen Bulanık Doğrusal Modelin Sonuçları

Karar Değişkeni	Çözüm Değeri	Birim Kâr	Toplam Katkı
X1A	9149	0	0
X2A	858	0	0
X3A	85	0	0
X4A	85	0	0
X5A	50	0	0
X5B	100	0	0
X6A	24	0	0
Z5	1	0	0
LAMDA	0.2836	1	0.2836

Bulanık modele göre günlük işlenen süt miktarı ve elde edilen kâr hesaplandığında:

$$\begin{aligned} \text{İşlenen Süt Miktarı} &= 0.2*9149+1.4*858+6.2*85+9.5*85+1*50+1*100+1*24 \\ &= \mathbf{4539.5 \text{ Litre}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Kâr} &= 0.01*9149+0.1*858+85*0.25+85*1+50*1.5+100*0.5+24*0.5 \\ &= \mathbf{420.54 \text{ TL.}} \text{ olarak bulunur.} \end{aligned}$$

8. BULGULAR

Bulanık Doğrusal Programlama Modeli, kısıtların kesin olarak belirlenemediği, amaç ve kısıtların bir takım yaklaşık değerler içerdiği durumlarda optimal çözümü bulmada hızlı, esnek ve etkili bir yöntemdir.

Bu çalışmada uygulamanın yapıldığı işletme, amaç fonksiyonuna yönelik bir tolerans vermemiş, sadece kısıtlarla ilgili tolerans değerleri vermiştir. *Amaç fonksiyonu toleransı, amaç fonksiyonunun alabileceği değer aralığıdır (Enbüyük amaç değeri ile enküçük amaç değeri arasındaki fark).* Bu nedenle 4000 ile 5000 litre süt işleme durumunda çözüm yapılarak amaç fonksiyonunun alt ve üst değerleri elde edilmiş ve amaç fonksiyonu toleransı belirlenmiştir. Kısıtlarla ilgili tolerans değerleri ise taleplerin alt ve üst sınırlarının farkı olarak alınmıştır. İşletme verilerinden hareketle oluşturulan bulanık doğrusal modelde λ değişkeni 0.2836 değerini almıştır.

İşletme 2011 yılındaki kendi uygulamalarında bir günde ayrandan 8200 adet, yoğurttan 700 paket, peynirinden 80 paket, kaşar peynirinden 75 paket, tereyağından 35 paket, kefirde 20 şişe üreterek $Z=309.5 \text{ TL}$ kâr elde etmiştir.

$$\begin{aligned} Z &= 8200*0.01+700*0.1+0.25*80+75*1+35*1.5+20*0.5 \\ &= \mathbf{309.5 \text{ TL}} \end{aligned}$$

Bu çalışma ile önerilen modelin optimum çözüm sonucunda ise, söz konusu işletmenin verilerinden yola çıkarak günlük kârını maksimum kılacak üretim planı, normal veya talep fazlası ve bunlardan ne kadar üretilmesi gerektiği belirlenmiştir. Bulanık modele göre, firma kârını maksimum yapabilmesi için günde, ayrandan 9149 adet, yoğurttan 858 paket, peynirde 85 paket, kaşar peynirinden 85 paket, tereyağından 50 adet normal, 100 adet talep fazlası paket ve kefirde 24 şişe üretmelidir. Böylelikle, firmanın maksimum kârı bulanık modele göre **420.54 TL** olmaktadır.

Tablo 6: Modellerin Karşılaştırmalı Kar Değerleri

	2011 yılı Üretim Değerlerine göre Elde Edilen Kâr	4000 Litre Süt İşleme Durumunda Elde Edilen Kâr	Bulanık Modele Göre Elde Edilen Kâr	5000 Litre Süt İşleme Durumunda Elde Edilen Kâr
KÂR (günlük)	309,5 TL.	405,34 TL.	420,54 TL.	458,94 TL.

$$\% \text{değeri} = \frac{420,54 - 309,5}{309,5} * 100 = 36$$

Tablo 6' ye göre bulanık modelden elde edilen kâr ile 2011 yılı üretim kârı kıyaslanırsa yaklaşık %36 daha fazla kâr elde edilebilir. Bu verimlilik artışı ve üretim adetleri göz önünde bulundurularak, işletme Tablo 6'deki sonuca göre üretim planına devam edebilir.

İşletmeye ait veriler kısmında da belirtildiği üzere uygulama yapılan işletme çalışan sayısı, makina kapasiteleri ve ürün talepleri itibarıyla *orta büyüklükte* bir işletmedir. Araştırma sonucunda, işletme yöneticileriyle görüşüldüğünde, orta büyüklükte bir işletme için elde edilen net karların ve net karlar arasındaki farkların anlamlı olduğu ortaya çıkmıştır.

9. SONUÇ VE ÖNERİLER

Sütün işleme safhasında firmalar ürün çeşitliliğini ve pazarlama olanaklarını üretim planlama bölümü ile işbirliği içerisinde girerek yapmalıdır. Üretim planlama bölümünde firma mühendisleri, geliri maksimum maliyetleri minimum yapacak planlama modelleri oluşturmalıdır. Ayrıca üretim kısıtları da kaynakların etkin bir şekilde kullanımına olanak verecek şekilde düzenlenmelidir. Böylelikle üretim süreci verimliliği ve kârlılığı göz önüne alan bir süreç olarak ortaya çıkacaktır.

Çalışmada, taleplerin ve süt işleme miktarının belirsiz olmasından dolayı bulanık doğrusal programlama modeli kullanılmıştır. Bulanık doğrusal programlama modeli amaç fonksiyonunun ve bazı kısıtların bulanıklaştırılmasıyla oluşturulan bir modeldir. Bu modelle, üretimde hangi ürünlerden ne miktarda üretilmesi gerektiği sorusuna cevap bulunmuştur. Bulanık doğrusal programlama modeli ile çıkan sonuçlar süt işleme miktarının (4000-5000 litre aralığı) ve işletme karının (405,34-458,94) belirli bir aralıkta ve makul olmasından dolayı, yöneticilere ve karar vericilere daha gerçekçi bir bakış açısı sağlamıştır. Diğer bir ifadeyle bulanık model, süt arzı, ürün talepleri ve işletme karı konusunda *belirsizlik koşullarında* bu değerlerin alabileceği optimum değerleri bulmakta yardımcı olmaktadır. *Bu anlamda söz konusu işletmenin süt işleme miktarının ve taleplerin belirli olması olmaması durumunda kurulan ve uygulaması yapılan modellere göre üretim yapması önerilir.* Sonuç olarak işletmenin yeni model ve uygulamalara göre üretim yapması kârlılığını ve verimliliğini arttıracaktır.

KAYNAKÇA

1. BAKIR, Mehmet Akif ve Bülent Altunkaynak (2003), *Tamsayılı Programlama: Teori, Modeller ve Algoritmalar*, Nobel Yayın Dağıtım, Ankara.
2. BİLGİN, Bilge ve İrem Özkarahan (2006), “Fuzzy Linear Programming Approach to Multi- Mode Distribution Planning Problem”, *Knowledge Based Intelligent Information and Engineering Systems*, Vol. 4251 pp.37-45.
3. ÇEVİK, Osman ve Yasemin Yıldırım, (2010), “Bulanık Doğrusal Programlama ile Süt Ürünleri İşletmesinde Bir Uygulama”, *Karamanoğlu Mehmetbey Üniversitesi Sosyal ve Ekonomik Araştırmalar Dergisi*, C. 12, S.18, ss.15-26.
4. DANTZIG, George Bernard ve Mukund Narain Thapa (1997), *Linear Programming: Introduction*, Springer, Secaucus, NJ, USA.
5. DEMİRAL, Mehmet Fatih, (2012), *Süt Endüstrisinde Optimizasyon İmkanları ve Bir Uygulama*, Yayınlanmamış Doktora Tezi, S.D.Ü. Sosyal Bilimler Enstitüsü, Isparta.
6. ERGÜLEN, Ahmet ve Halim Kazan (2007), “Taşımacılık Sektörünün İşleyiş Süreci, Bulanık Dağıtım Probleminin Tamsayılı Doğrusal Programlama Model Denemesi”, *ZKÜ Sosyal Bilimler Dergisi*, C. 3, S. 6, ss. 109-125.
7. ERTUĞRUL, İrfan ve Ayşegül Tuş (2007), “İnteraktif Fuzzy Linear Programming and an Application Sample at a Textile Firm”, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, Vol.6, No. 1, pp. 29-49.
8. GUAN, Zhibin ve Andrew Bryan Philpott (2011), “A Multistage Stochastic Programming Model For the New Zealand Dairy Industry”, *International Journal of Production Economics*, Vol.134, No:2, pp.289-299.
9. JOUZDANI Javid, Seyed Jafar Sadjadi, Mohammad Fathian (2013), “Dynamic Dairy Facility Location and Supply Chain Planning Under Traffic Congestion and Demand Uncertainty : A Case of Tehran, *Applied Mathematical Modelling*”, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2013.03.059>
10. KUMAR, Amit, Amarpreet Kaur ve Anila Gupta (2011), “Fuzzy Linear Programming Approach for Solving Fuzzy Transportation Problems with Transshipment”, *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, Vol. 10, No. 2, pp.163-180.
11. LEEWATTANAYINGYONG, Kan ve Apichai Ritvirool (2007), Production Planning in the Milk Industry Using Integer Linear Programming, *The IE Network Conference*.
12. ÖZGÜVEN, Cemal (2008), *Doğrusal Programlama ve Uzantıları: Model Kurma Örnekleri*, Detay Yayıncılık, Ankara.

13. ÖZTÜRK, Ahmet (2009), *Yöneylem Araştırması*, Ekin Basım Yayım Dağıtım, Bursa.
14. ROMMELFANGER, Heinrich (1996), “Fuzzy Linear Programming and Applications”, *European Journal of Operational Research*, Vol.92, pp.512-527.
15. SAKAWA, Masatoshi, Ichiro Nishizaki ve Yoshio Uemura (2001), “Interaktive Fuzzy Programming for Two Level Linear and Linear Fractional Production and Assignment Problems: A Case Study”, *European Journal of Operational Research*, Vol. 135, No.1, pp. 142-157.
16. SARIASLAN, Halil (1990), *Kaynak Dağılımında Doğrusal Programlama*, Bilgisayar Uygulamaları ile Genişletilmiş 2. Baskı, Turhan Kitabevi, Ankara.
17. ŞEN, Zekai, (1999), *Mühendislikte Bulanık (Fuzzy) Modelleme İlkeleri*, İ.T.Ü. Uçak ve Uzay Bilimleri Fakültesi, İstanbul.
18. TUŞ, Ayşegül (2006), *Bulanık Doğrusal Programlama ve Bir Üretim Planlamasında Uygulama Örneği*, Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Pamukkale Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Denizli.
19. WIEDEY, G. ve Hans-Jürgen Zimmermann (1978),” Media Selection and Fuzzy Linear Programming”, *The Journal of the Operational Research Society*, Vol. 29, No.11, pp.1071-1084.
20. VASANT, Pandian M. (2003), “Application of Fuzzy Linear Programming in Production Planning”, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, Vol.2, No:3, pp.229-241.
21. ZADEH, Lotfi Askerzade (1965), “Fuzzy Sets”, *Information and Control*, Vol. 8, pp.338-353.
22. ZIMMERMANN, Hans-Jürgen. (1978), “Fuzzy Programming and Linear Programming with Several Objective Functions”, *Fuzzy Sets and Systems*, Vol.1, pp.45-56.
23. ZIMMERMANN, Hans-Jürgen (1976), “Description and Optimization of Fuzzy Systems”, *International Journal of General Systems*, Vol.2, pp.209-215.

EK-1. 4000 Litre Süt İşleme Durumunda Modelin Formülasyonu

$$\text{Maks.}(0.01X_{1a}+0.1X_{2a}+0.25X_{3a}+X_{4a}+1.5X_{5a}+0.5X_{5b}+0.5X_{6a})\dots\dots\dots(1)$$

$$0.2X_{1a}+1.4X_{2a}+6.2X_{3a}+9.5X_{4a}+X_{5a}+X_{5b}+X_{6a}\leq 4000\dots\dots\dots(2)$$

$$X_{1a}\geq 7000\dots\dots,X_{1a}\leq 10000\dots\dots\dots(3)$$

$$X_{2a}\geq 500\dots\dots,X_{2a}\leq 1000$$

$$X_{3a}\geq 50\dots\dots,X_{3a}\leq 100$$

$$X_{4a}\geq 50\dots\dots,X_{4a}\leq 100$$

$$X_{5a}\geq 20\dots\dots,X_{5a}\leq 50$$

$$X_{5a}\geq 50*Z_5$$

$$X_{5b}\leq 100*Z_5$$

$$X_{6a}\geq 10\dots\dots,X_{6a}\leq 30$$

$$X_{1a}\leq 15000\dots\dots\dots(4)$$

$$X_{2a}\leq 4000$$

$$X_{3a}\leq 500$$

$$X_{4a}\leq 2000$$

$$X_{5a}+X_{5b}\leq 150$$

$$X_{6a}\leq 150$$

$$\forall x_{ia},x_{ib}\geq 0,tamsayı$$

$$z_i\in\{0,1\}\dots\dots\dots(5)$$

EK-2. 5000 Litre Süt İşleme Durumunda Modelin Formülasyonu

$$\text{Maks.}(0.01X_{1a}+0.1X_{2a}+0.25X_{3a}+X_{4a}+1.5X_{5a}+0.5X_{5b}+0.5X_{6a})\dots\dots\dots(1)$$

$$0.2X_{1a}+1.4X_{2a}+6.2X_{3a}+9.5X_{4a}+X_{5a}+X_{5b}+X_{6a}\leq 5000\dots\dots\dots(2)$$

$$X_{1a}\geq 7000\dots\dots\dots X_{1a}\leq 10000\dots\dots\dots(3)$$

$$X_{2a}\geq 500\dots\dots\dots X_{2a}\leq 1000$$

$$X_{3a}\geq 50\dots\dots\dots X_{3a}\leq 100$$

$$X_{4a}\geq 50\dots\dots\dots X_{4a}\leq 100$$

$$X_{5a}\geq 20\dots\dots\dots X_{5a}\leq 50$$

$$X_{5a}\geq 50*Z_5$$

$$X_{5b}\leq 100*Z_5$$

$$X_{6a}\geq 10\dots\dots\dots X_{6a}\leq 30$$

$$X_{1a}\leq 15000\dots\dots\dots(4)$$

$$X_{2a}\leq 4000$$

$$X_{3a}\leq 500$$

$$X_{4a}\leq 2000$$

$$X_{5a}+X_{5b}\leq 150$$

$$X_{6a}\leq 150$$

$$\forall x_{ia}, x_{ib} \geq 0, \text{tamsayı}$$

$$z_i \in \{0,1\}\dots\dots\dots(5)$$

EK-3. Bulanık Doğrusal Modelin Formülasyonu

$$\text{Maks } \lambda \dots\dots\dots (1)$$

$$(0.01X_{1a} + 0.1X_{2a} + 0.25X_{3a} + X_{4a} + 1.5X_{5a} + 0.5X_{5b} + 0.5X_{6a}) - 53,6\lambda \geq 40534 \dots\dots\dots (2)$$

$$0.2X_{1a} + 1.4X_{2a} + 6.2X_{3a} + 9.5X_{4a} + X_{5a} + X_{5b} + X_{6a} + 1000\lambda \leq 5000 \dots\dots\dots (3)$$

$$X_{1a} + 3000\lambda \leq 10000 \dots\dots\dots (4)$$

$$X_{2a} + 500\lambda \leq 1000$$

$$X_{3a} + 50\lambda \leq 100$$

$$X_{4a} + 50\lambda \leq 100$$

$$X_{5a} \leq 50$$

$$X_{5a} \geq 50 * Z_5$$

$$X_{5b} \leq 100 * Z_5$$

$$X_{6a} + 20\lambda \leq 30$$

$$X_{1a} \leq 15000 \dots\dots\dots (5)$$

$$X_{2a} \leq 4000$$

$$X_{3a} \leq 500$$

$$X_{4a} \leq 2000$$

$$X_{5a} + X_{5b} \leq 150$$

$$X_{6a} \leq 150$$

$$\forall x_{ia}, x_{ib} \geq 0, \text{ tamsayı} \dots\dots\dots (6)$$

$$z_i \in \{0,1\}$$

$$\lambda \geq 0, \lambda \leq 1; \text{ sürekli bir değişken}$$