Süleyman Demirel Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
Y.2008, C.13, S.1 s.111-131.

BİREYSEL EMEKLİLİK FONLARINDA FON YAPILARININ KARMA DENEMELER YÖNTEMİ İLE İNCELENMESİ[1]

EXAMINING THE STRUCTURE OF FUNDS BY MIXTURE EXPERIMENTS METHOD IN PRIVATE PENSION FUNDS

Yrd.Doç.Dr.Bahadtin RÜZGAR[*]

ÖZET

Bireysel emeklilik fonlarının içerikleri çeşitli yatırım araçlarının belirli oranlarda kullanılmasından oluşmaktadır. Bu özellikleri ile fonlar, karma (karışım) denemeler için uygun bir yapı oluşturmaktadırlar. Karma denemeler, karışımı oluşturan bileşenlerin miktarlarına bağlı olmaksızın, oranlarına bağlı olan denemelerdir. Bu çalışmada, Karma denemeler yöntemi ile fonu oluşturan yatırım araçları bileşenlerinin bağıl oranları kullanılarak, bazı matematiksel denklem formları ile fonu oluşturan yatırım araçlarının bağlılığı modellenmiştir.

ABSTRACT

We can define the private pension plans as the combination of ratios of various investment instruments. With these properties, the structures of funds can be applicable for mixture experiments method that uses percentages of components, not the quantities. In this work, the mixture experiments method was used for modeling investment instruments of funds with mathematical equations.

Bireysel emeklilik fonları, Karma denemeler, Çoklu regresyon, Scheffé modelleri, Varyans büyütme faktörü (VIF)
Private pension plans, Mixture experiments, Multiple regression, Scheffé models, Variance inflation factor (VIF)

1. GİRİŞ

Günlük yaşamımızda hemen hemen her alanda sık sık kullandığımız bileşenler topluluğu, istatistik literatürüne 1953 yılında karma denemeler olarak Quenouille ile girmiş, ancak gerçek tanımı ilk olarak 1958'de Scheffé tarafından yapılmıştır. Yaşamımızın her alanında kullandığımız nesneler

1

* Marmara Üniversitesi Bankacılık Sigortacılık Yüksekokulu Aktuerya Bölümü Öğretim Üyesi

çeşitli maddelerin belirli oranlarda karışımından oluşmaktadır. Örneğin, sabun, ekmek, benzin, yatırım portföyü, bireysel emeklilik fonu vb. gibi. Karma denemeler nesneyi oluşturan bileşenlerin miktarlarına değil, bağıl oranlarına bağlı denemelerdir. Herhangi bir yatırım portföyü hangi miktarda olursa olsun, bir bütün olarak düşünülüp içeriğini oluşturan yatırım araçlarının bağıl oranları ile ele alındığında, yapısal olarak bir karma deneme modeli için uygun bir durum oluşturmaktadır.

Ekonomik ve sosyal yaşantımıza Eylül 2003'te giren Bireysel Emeklilik Sistemi (BES) yapısal durumu ile içerikleri farklı yatırım enstrümanlarından oluşan fonlardan oluşmaktadır. Bir bireysel emeklilik yatırımcısı, yaptırdığı bireysel emeklilik ile yatırımlarını çeşitli fonlara yatırarak değerlendirebilir. Bunun yanında bireysel emeklilik şirketleri oluşturdukları fonlar ile yatırımları çeşitli piyasa enstrümanları aracılığı ile değerlendirmektedirler. Bireysel emeklilik şirketlerince çıkarılan bireysel emeklilik fonları (Ocak 2005 itibarı ile 81 adettir.), fon iç tüzüklerinde belirtilen oranlar doğrultusunda piyasadaki yatırım araçlarından oluşmaktadır. Örneğin, bir şirketin bireysel emeklilik için, İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonunun içeriği; Türk Hisse Senetleri en az % 80, en fazla % 100, Kamu Borçlanma Senetleri en az % 0, en fazla % 20, Türk Özel Sektör Borçlanma Senetleri en az % 0, en fazla % 20, Ters Repo en az % 0, en fazla % 20, Repo en az % 0, en fazla % 10, Vadeli Mevduat (TL) en az % 0, en fazla % 10, Vadesiz Mevduat (TL) en az % 0, en fazla % 10, Vadeli Mevduat (Döviz) en az % 0, en fazla % 10, Vadesiz Mevduat (Döviz) en az % 0, en fazla % 10, Borsa Para Piyasası İşlemleri en az % 0, en fazla % 20 ve Yatırım Fonu Katılma Belgeleri en az % 0, en fazla % 10 dan oluşmaktadır. Ayrıca bu fon için fon endeks kapsamındaki varlıklara fon portföyünün en az % 80'ini yatırır ve baz alınan endeks ile fonun birim pay değeri arasında en az % 90 korelasyon sağlamayı hedefler. Örneğin, Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım fonunun içeriği ise; Kamu Borçlanma Senetleri en az % 0, en fazla % 100, Ters Repo en az % 0, en fazla % 100 ve Borsa Para Piyasası İşlemleri en az % 0, en fazla % 20 den oluşmaktadır. Bu yapıları ile bakıldığında portföyler, bireysel emeklilik fonları gibi yatırım araçlarının karma denemeler için son derece uygun yapılar oldukları görülmektedir. Bu çalışmada bir şirkete ait İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu ve Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu karma denemeler için uygulama olarak incelenmiştir.

2. KARMA DENEMELER

Karma denemeler, karışımı oluşturan bileşenlerin (değişkenlerin) miktarlarına bağlı olmaksızın, bileşenlerin (değişkenlerin) bağıl oranlarını kullanan modellerdir. Scheffé tarafından (1958) önerilen karma denemelerin amacı, kalite karakteristiğini ya da yanıtı (y), karışım oranları terimleri cinsinden (x değişkenleri) temsil edecek bir modeli (genellikle polinom) bulmaktır. Karma denemelerde değişkenler bileşenlerden oluşmaktadır. Bir karışım q bileşenden oluştuğunda, x_i i-inci bileşenin oranını göstermek üzere

$$0 \leq x_i \leq 1 \quad i = 1,2,3,...,q \quad \text{ve} \quad \sum_{i=1}^{q} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_q = 1 \quad (1)$$

olmak zorundadır[2, 3]. (1) koşulu, karma denemelerde oranlar üzerindeki temel kısıttır. Bu durumda ele alınan deney bölgesi q-1 boyutlu bir simplekstir. Karışımı oluşturan değişkenlerin oranları toplamı 1 olduğundan x_i'lerin herhangi birindeki bir değişim deney bölgesinde en azından bir bileşenin değişmesine neden olacaktır. Karma denemeyi oluşturan değişken sayısı sadece 1 ise bu modele tek bileşenli karma model ya da saf karma model denir. Karma modeller üzerinde çalışmanın iki nedeni vardır. Birincisi, karışımı oluşturan maddelerin hangi orandaki karışımlarının en iyi olduğunu belirlemektir. İkincisi ise, karışımı oluşturan bileşen oranlarını değiştirerek tüm sistem için en iyi ya da optimum durumu belirlemektir.

Karma denemelerde çoğu zaman karışımı oluşturan değişkenlerin değişim aralığı 0 ile 1 arasında olmayabilir. Bazı ya da tüm değişkenler için [0,1] aralığından, daha dar bir aralıkta değişkenlerin alt ve üst kısıtları olabilir. Örneğin, i-inci bileşene ait x_i değişkeni üzerinde böyle bir kısıtlama söz konusu ise, L_i i-inci bileşene ait alt sınır, U_i i-inci bileşene ait üst sınır olmak üzere

$$0 \leq L_i \leq x_i \leq U_i \leq 1 \quad (2)$$

şeklinde yazılabilir. Bu kısıtlamalar ayrıca sistemi oluşturan bileşenlerin lineer kombinasyonları şeklinde de olabilir. j-inci durumdaki değişkenler arasındaki koşulda, K_j lineer kombinasyonlardaki kısıtların alt sınırı ve M_j lineer kombinasyonlardaki kısıtların üst sınırı olmak üzere,

$$K_j \leq b_{1j}x_1 + b_{2j}x_2 + ... + b_{qj}x_q \leq M_j \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir[4], [5].

Scheffé karma denemelerinin yanıt yüzeylerini modellemek için çeşitli derecelerde kanonik polinomlar geliştirilmiştir. Tam simpleks bölgesi üzerinde gösterilen yanıt yüzeyi ile polinom denklemi arasındaki uyumu sağlamak için, noktaları tüm simpleks çarpan uzayına eşit olarak yayılan bir tasarım doğal bir seçimdir. Bir simpleks üzerinde noktaların bir düzgün uzayda dağılımlarından oluşan sıralı düzen kafes (lattice) olarak adlandırılır. Kafes, noktaların sıralanmasından söz etmek için kullanılmaktadır. Ayrıca, kafes bir özel polinom denklemine karşılık gelebilir. Örneğin, simpleksi q

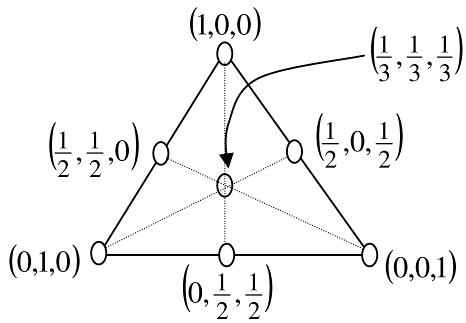
2 B. R. Crosier, "Mixture Experiments: Geometry and Pseudocomponents" Technometrics, Vol. 26, 1984, 209
3 S. H. Steiner and M. Hamada, "Making Mixture Robust to Noise Factors and Mixing Measurement Errors", Journal of Quality Technology, Vol. 29, 1997, 442 www.stats.uwaterloo.ca/~shsteine/papers/mix.pdf
4 G. F. Piepel, "Defining Consistent Regions in Mixture Experiments", Technometrics, Vol. 25, 1983, 97
5 Orkun Coşkuntuncel ve H. Erol, "Karma Denemelerde, Tasarımlarda ve Modellerde Kötü Koşulluluk Problemi", Yüksek Lisans Tezi, 2001:1-2, www.fbe.cu.edu.tr/2001%20 MAKALE/KARMA20DENEMELERDE.pdf., 10.02.2005.

bileşenli m'inci dereceden bir polinom denklemine uydurmak için, bileşen oranlarına (4) ile tanımlanan {q,m} simpleks kafesi karşılık gelir. Her bir bileşenlerin oranları (m+1 eş uzaklıktaki değerleri) 0'dan 1'e kadar değerler alır. Yani {q,m} simpleks kafes

$$x_i = 0, \quad 1/m, \quad 2/m, \quad ..., \quad 1 \qquad i = 1,2,3,...,q \tag{4}$$

bileşenlerin bütün olası karışımlarından oluşmaktadır. (4) oranları her bir bileşen için olağandır. Ancak {q,m} simpleks kafeste karışımlar m bileşenden oluşmaktadır. Örneğin {3,2} simpleks kafes tasarımında bileşen oranları x_i=0, ½, 1 i=1, 2, 3 şeklinde oluşmaktadır. Noktalar (x_1,x_2,x_3) şeklinde gösterilmek üzere {3,2} simpleks kafesi Şekil 1. ile gösterilmiştir.

Şekil 1: {3,2} Simpleks kafes tasarımı



{q,m} simpleks kafesinde tasarım noktalarının sayısı $\binom{q+m-1}{m}$ kombinasyonunun sayısına eşit olacaktır[6]. Bir {q,m} simpleks kafesinin noktalarından toplanmış gözlem değerlerine uygulanabilir en genel m'inci dereceden denklem formu aşağıdaki şekilde gösterilebilir.

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i \le j}^{q} \sum^{q} b_{ij} x_i x_j + \sum^{q} \sum_{i \le j \le k}^{q} \sum^{q} b_{ijk} x_i x_j x_k + ... \tag{5}$$

Scheffé (1958)'de yaptığı çalışmalarında genel olarak bilinen regresyon denklemi üzerine $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_q = 1$ kısıtlamasını getirerek {q,m} simpleks kafesi için uygun kanonik polinomları bulmuştur. Örneğin m=1 için (5) denklemi,

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i \tag{6}$$

6 U. K. Akay, "Karma Denemelerde Tasarımların ve Modellerin Karşılaştırılması", Yüksek Lisans Tezi, 2003, 15-17.

şeklindedir. Bu denklemde $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_q = 1$ ile b_0 teriminin çarpılması sonucu elde edilen yeni denklem,

$$y = b_0\left(\sum_{i=1}^{q} x_i\right) + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i = \sum_{i=1}^{q} b_i^{*} x_i \qquad (7)$$

olur. Burada bütün i=1, 2, 3, …, q için $b_i^{*}=b_0+b_i$ dir. (7) denklemindeki terimlerin sayısının q olması durumunda {q,1} kafesindeki noktaların sayısı bulunmuş olur. q değişkenli ikinci dereceden polinom,

$$y = b_0 + \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i=1}^{q} b_{ii} x_i^{2} + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j \qquad (8)$$

dir. Eğer (8) denkleminde b_0, $x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_q = 1$ ile çarpılır ve ilgili terim yerine $x_i^{2} = x_i x_i = x_i\left(1 - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq 1}} x_j\right)$ ifadesi konur ise m=2 için,

$$y=\sum_{i=1}^{q}(b_0+b_i+b_{ii})x_i - \sum_{i=1}^{q} b_{ii} x_i \sum_{j\neq 1}^{q} x_j + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j = \sum_{i=1}^{q} b_i^{*} x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij}^{*} x_i x_j \qquad (9)$$

dir. Benzer şekilde üçüncü dereceden bir {q,3} polinomu veya tam kübik polinom,

$$y=\sum_{i=1}^{q} b_i^{*} x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij}^{*} x_i x_j + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} c_{ij} x_i x_j (x_i - x_j) + \sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}\sum^{q} b_{ijk}^{*} x_i x_j x_k \qquad (10)$$

şeklinde olur. Özel kübik polinomlar için $c_{ij}x_ix_j(x_i-x_j)$ terimleri incelenmez. Bu durumda özel kübik polinom,

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i^{*} x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij}^{*} x_i x_j + \sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}\sum^{q} b_{ijk}^{*} x_i x_j x_k \qquad (11)$$

şeklinde olur. Burada b_i^{*}, b_{ij}^{*}, b_{ijk}^{*} parametrelerindeki yıldızlar kaldırılıp tüm {q,m} polinomları için b_i, b_{ij}, b_{ijk} parametreleri ve ε hata terimi kullanılır ise (7), (9), (10) ve (11) denklemleri,

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \varepsilon \qquad (12)$$

$$y = \sum_{i=1}^{q} b_i x_i + \sum_{i<j}^{q}\sum^{q} b_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad (13)$$

$$y=\sum_{i=1}^{q}b_i x_i+\sum_{i<j}^{q}\sum^{q}b_{ij}x_i x_j+\sum_{i<j}^{q}\sum^{q}c_{ij}x_i x_j\left(x_i-x_j\right)+\sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}\sum^{q}b_{ijk}x_i x_j x_k+\varepsilon \quad (14)$$

$$y=\sum_{i=1}^{q}b_i x_i+\sum_{i<j}^{q}\sum^{q}b_{ij}x_i x_j+\sum^{q}\sum_{i<j<k}^{q}\sum^{q}b_{ijk}x_i x_j x_k+\varepsilon \quad (15)$$

olacaktır. Burada hata terimi ε'nun $\varepsilon \sim N\left(0,\sigma^2\right)$ olduğu ve karışımı oluşturan faktörlerden bağımsız olduğu varsayılmaktadır. Bir kanonik polinomlardaki parametre sayısı Tablo 1.'de görülmektedir[7, 8].

Tablo 1: Kanonik polinomlarda terim sayısı

q bileşen sayısı	**1.dereceden polinom**	**2.dereceden polinom**	**3.dereceden polinom**	**Özel 3.dereceden polinom**
2	2	3	-	-
3	3	6	10	7
4	4	10	20	14
5	5	15	35	25
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
Q	q	$\frac{q(q+1)}{2}$	$\frac{q(q+1)(q+2)}{6}$	$\frac{q\left(q^2+5\right)}{6}$

Karma denemelerde polinomlar genellikle ek kısıtlara maruz kaldıklarında iç ilişki ya da kötü koşulluluk olarak bilinen istenmeyen durumlar ortaya çıkar. Bağımsız değişkenler arasında çoklu iç ilişkinin oluşmasının temel olarak 3 nedeni vardır.

i. Deney tasarımında yeterince planlama yapılmamıştır ya da araştırma zayıf gözlemsel verilerden oluşmaktadır.

ii. Bağımsız değişkenlerin kuvvetleri (x_1^2, x_2^2, ... gibi) ya da çarpımları (x_1x_2, x_2x_3, ... gibi) gibi matematiksel işlemler sonucu oluşturulan yeni değişkenlerle ortaya çıkan modellerin seçilmesinden oluşmaktadır.

iii. Bağımsız değişkenler üzerindeki kısıtlamalardan oluşmaktadır.

Eğer, karma denemelerde, bağımsız değişkenler arasında iç ilişki varsa regresyon denkleminin katsayıları beklenenden daha büyük çıkar. Ayrıca tahmin edilen parametrelerin işareti beklenenden farklı olabilir ve bu parametreler modelin yapısında küçük değişikliklere büyük tepkiler verirler. İç ilişki olan modellerde, y bağımlı değişkeninin, x_i bağımsız değişkenlere göre Scheffé karma modellerinden yararlanarak bulunan R^2 değeri büyüktür. Gorman (1970) $R^2<0,99$ ise iç ilişkinin problem olmadığını belirlemiştir. Regresyon denkleminde $1-R^2$ tolerans payı diğer değişkenlerle açıklanamayan değişkenlerin varyanslarının oranıdır. İç ilişkiyi gösteren

---

7 C. Özler ve L. Şenyay, "Karışım Deneyleri Üzerine Bir İnceleme", IV. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 1999, 964.

8 J. A. Cornell, "Experiments With Mixtures", Second Edition, New York, John Wiley & Sons, 1990, 24-27.

diğer bir parametre Marquardt (1970)[9] tarafından önerilen varyans büyütme faktörü (VIF) dir. Varyans büyütme faktörleri VIF'ler Scheffé karma modelinde bağımsız değişkenler matrisi x için $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanlarıdır ($VIF=1/(1-R^2_i)$). VIF'lerin herhangi birinin 10'dan büyük olması durumunda en küçük kareler kestiricilerinin kullanılması ile elde edilen tahminlerin kararlı olmadıkları (VIF<10 için en küçük kareler kestiricilerinin geçerli olduğu) bunun yerine alternatif modellerin oluşturulması gerektiği ya da alternatif tahmin edicilerin kullanılması gerektiği belirtilmiştir. Diğer bir deyişle, bağımsız değişkenler matrisi x için $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları toplamının değişken sayısının 10 katından küçük olması gerekir. Gorman'ın (1970)[10] $R^2>0{,}99$ ile belirttiği iç ilişki VIF>100 ile aynı anlama gelmektedir. İç ilişkinin varlığını gösteren bir diğer ifade $(x'x)$ matrisinin öz değerleridir. Sıfırdan farklı öz değerlerin sayısı matrisin rankını verir. $(x'x)$ matrisinin öz değerlerinden biri sıfıra eşit ise $(x'x)$ matrisi singülerdir (det $(x'x)$ =0) ve x değişkenleri arasında lineer bağımlılık, yani $\sum_{i=1}^{q} a_i x_i = 0$ kısıdı vardır. λ_i öz değerleri $(\lambda_i < 0{,}001)$ çok küçük ise yine değişkenler arasında iç ilişki vardır. Öz değerler elde edildikten sonra, en büyük öz değer ile en küçük öz değerin oranına $x'x$ matrisinin koşul sayısı denir (koşul sayısı=$\lambda_{mak}/\lambda_{min}$). Belsley ve ark. (1980) koşul sayısının 25'ten küçük olması durumunda iç ilişkinin olmadığını, aksi halde araştırılması gereken durumun söz olduğunu belirtmişlerdir. Genel olarak koşul sayısı 100'den küçük ise, çoklu iç ilişki probleminin önemli boyutlarda olmadığı, 100 ile 1000 arasında ise, güçlü bir iç ilişki probleminin olduğu, 1000'den büyük ise çok ciddi bir iç ilişki probleminin olduğu söylenir[11, 12].

Ele alınan veri kümesi için karma deneme modelleri ile çoklu regresyon modelleri karşılaştırması yapılır ise, veri kümesine bir çoklu regresyon modelinin uygulanabilmesi için, veri kümesinin aşağıdaki 4 varsayımı sağlaması gerekir.

i. y bağımlı değişkeni $y \sim N(\mu_y, \sigma^2)$ parametreli normal dağılım göstermelidir.

ii. Bağımsız değişkenler ($x_1, x_2, ..., x_n$) hatasız ölçülmüş olmalı ve aralarında çoklu doğrusal bağımlılık, yani iç ilişki (multicollinearity) bulunmamalıdır.

---

9 D. W. Marquart, "Generilazed Inverses Ridge Regression Biased Linear Estimation and Nonlinear Estimation", Technometrics, Vol. 12, 1970, 591-612.

10 J. W. Gorman, "Fitting Equations to Mixture Data with Restraints on Compositions", Journal of Quality Technology, Vol. 2, 1970, 186-194.

11 Coşkuntuncel, 3-4.

12 Cornell, 475,487.

iii. Hata terimleri (ε) sıfır ortalamalı ve σ^2 varyanslı normal dağılıma sahip olmalıdır ($\varepsilon \sim N(0, \sigma^2)$).

iv. Veri kümesinde gözlemler arasında ardışık bağımlılık (otokorelasyon) bulunmamalıdır.

Bu koşuları sağlamayan veri kümesine çoklu regresyon analizi uygulanamaz[13, 14].

Çoklu regresyon denkleminin katsayılarının α=0,05 anlam düzeyinde anlamlılığı sınandığında p<0,05 için değişkenlerin önemli, p>0,05 için değişkenlerin önemsiz olduğuna karar verilir. Çoklu regresyon denklemi ile birlikte standart hatalar, t-değerleri (H_0:B=0), p değerleri ve α=0,05 anlam düzeyinde değişkenlerin katsayılarının anlamlılık sınamaları bulunduğunda çoklu regresyon ile ilgili önemli bilgilere ulaşılmış olur. Bununla birlikte verilere uygun modelin açıklayıcılık yüzdesi olan R^2 nin 1'e yakın ve yukarıdaki karma denemeler için geçerli olan kuralların çoklu regresyon içinde geçerli olması, modeldeki iç ilişkisinin varlığının da göstergesidir. F değeri, y bağımlı değişkeni ile bağımsız değişkenler (x_1, x_2, ..., x_n) arasındaki ilişkiyi açıklamada önemli bir bulgudur.

Veri kümesine bir çoklu regresyon modelinin uygulanabilmesi için öncelikle y bağımlı değişkeninin normal dağılıma sahip olması gereklidir. Normallik testi için bazı testler yapılabilir. Bunlardan birincisi, çarpıklık ve basıklık katsayılarını bulup normal dağılımın çarpıklık (çk=0) ve basıklık (bk=3) katsayıları ile karşılaştırmaktır. İkincisi, y değerlerine Kolmogorov-Smirnov testini uygulamaktır. Üçüncüsü, y değerleri için Ki-Kare uygunluk testini yapmaktır. Dördüncüsü, Sharpiro-Wilk W testi ve beşincisi Anderson-Darling testi uygulamaktır. Bunların dışında normallik için daha başka testlerde yapılabilir. Çoklu regresyonda oluşan iç ilişki için (multicollinearity) geçerli kurallar, karma denemelerde iç ilişkinin belirlenmesi için geçerli kurallarla aynıdır. Dolayısıyla karma denemelerde iç ilişkiyi belirlemek için bulunan varyans büyütme faktörü (VIF), öz değerler (λ_i) ve koşul sayıları çoklu regresyon modelleri içinde bulunmalıdır. Ayrıca karma denemelerde iç ilişkinin varlığı için geçerli olan varyans büyütme faktörü, öz değer ve koşul sayısının özellikleri, çoklu regresyon modelleri için de geçerlidir. Ayrıca çoklu iç ilişkinin olmaması için hata terimleri (ε) dağılımının normal dağılım olması gerekir. Yukarıda belirtilen normallik testleri hata terimleri için de geçerlidir. Son olarak, veri kümesinde gözlemler arasında ardışık bağımlılık (otokorelasyon) olmamalıdır. Ardışık bağımlılık standardize hataların (standardize hatalar, her birimin hatasının regresyon denkleminin standart hatasına bölünmesi ile (ε_i/S) elde edilir.) bağımsız değişkene veya zamana göre çizilen grafikleri veya Durbin-Watson testi ile ortaya çıkarılır. DW testi "H_0:R=0" ve "H_1:Veriler 1. dereceden ardışık bağımlıdır" hipotezini test etmeyi amaçlamaktadır. DW istatistiği,

---

[13] Özdamar, K., "Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi 1", 5. Baskı, Eskişehir, Kaan Kitapevi, 2004, 541-557.

[14] Orhunbilge, N., "Uygulamalı Regresyon ve Korelasyon Analizi", İstanbul, İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayınları, Avcıol Basım-Yayın, 1996, 175-206.

$$d = \frac{\sum_{i=2}^{n} (\varepsilon_i - \varepsilon_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2} \tag{16}$$

değeri ile hesaplanır[15, 16]. Model 2, Model 3, Model 5 ve Model 6'da birinci satır regresyon denklemini, ikinci satır değişkenlere ait katsayıların standart hatalarını, üçüncü satır t-değerlerini (H_0: B=0), dördüncü satır p değerlerini ve beşinci satır α=0,05 anlam düzeyinde H_0 hipotezi ile ilgili kararı göstermektedir.

3. UYGULAMA

Bireysel emeklilik fonları (Ocak 2005 itibarı ile 81 adettir.), iç tüzüklerinde belirttikleri kriterler doğrultusunda yatırım araçlarını kullanmaktadırlar. Fonları yöneten fon yöneticileri iç tüzükte belirtilen kısıtlar dışında fonlardaki birikimleri kullanamazlar. Bireysel emeklilik fonları için yapılan değerlendirmelerde, aylık fon içeriklerine yapılan yatırımların % lik oranları hesaplanmakta ve iç tüzük doğrultusunda yatırım yapılıp yapılmadığı araştırılmaktadır. Bireysel emeklilik gözetim merkezi, bireysel emeklilik fonları ile ilgili denetim ve gözetimi yapmaktadır.

Bu çalışmada, bir bireysel emeklilik şirketine ait 2 adet bireysel emeklilik fonunun ilk kurulduğu Eylül 2003'ten Ocak 2005'e kadar ay sonu birimsel fon fiyatı ile fonu oluşturan yatırım araçlarının bağıl oranları kullanılarak karma denemeler yöntemi ile modelleri kurulmuştur. Tablo 2.'de *İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu* için ay sonu birimsel fon fiyatları ile bu fona yapılan yatırımların oranları gösterilmiştir. Fon iç tüzüğüne göre İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonuna yapılan yatırımların değerlendirildiği yatırım araçlarına; Ters Repo en az % 0, en fazla % 20, Türk Hisse Senetleri en az % 80, en fazla % 100, BPP en az % 0, en fazla % 20 ve Kuponlu Devlet Tahvili en az % 0, en fazla % 20 oranları arasında yatırım yapılabilir. Ayrıca yapılan yatırımların toplamı % 100'ü oluşturmalı, yatırıma yönelmemiş bir oran olmamalıdır. Bu koşullar altında Scheffé karma modelleri için geliştirilen Design-Expert paket programı ile çözümler yapılabilir[17].

(12) denklemine uygun Scheffé karma modelini Model 1. ile gösterir ve en iyi modeli bulmak için ay sonu birimsel fon fiyatına çeşitli dönüşümler uygular isek, dönüşümler sonunda Model 1.'in R^2 ve düzeltilmiş R^2 değerleri ile dönüşümler Tablo 3.'de verildiği gibi bulunmuştur.

---

[15] Özdamar, K., 542.

[16] Orhunbilge, N., 175-178.

[17] Design-Expert Software, Educational Version 6.0, Stat-Ease, Inc., ISBN: 0-471-39411-4, October 2000.

Tablo 2. İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu

Aylar	Ay Sonu Birimsel Fon Fiyatı (y)	Ters Repo (x_1)	Hisse Senetleri Türk (x_2)	BPP (x_3)	Kuponlu Devlet Tahvili (x_4)
Eylül 2003	11267,00	0,0800	0,9200	0,0000	0,0000
Ekim 2003	10603,00	0,1353	0,8647	0,0000	0,0000
Kasım 2003	9821,00	0,1306	0,8694	0,0000	0,0000
Aralık 2003	12414,00	0,0812	0,9188	0,0000	0,0000
Ocak 2004	11491,00	0,0000	0,9121	0,0879	0,0000
Şubat 2004	12478,00	0,0000	0,9244	0,0756	0,0000
Mart 2004	13177,00	0,0000	0,9532	0,0468	0,0000
Nisan 2004	11687,00	0,0000	0,8575	0,1425	0,0000
Mayıs 2004	11209,00	0,0000	0,9059	0,0941	0,0000
Haziran 2004	11944,00	0,0000	0,9302	0,0698	0,0000
Temmuz 2004	12813,00	0,0000	0,9481	0,0519	0,0000
Ağustos 2004	13321,00	0,0021	0,9458	0,0000	0,0521
Eylül 2004	14226,00	0,0000	0,9483	0,0517	0,0000
Ekim 2004	14790,00	0,0000	0,9475	0,0525	0,0000
Kasım 2004	14505,00	0,0000	0,9304	0,0696	0,0000
Aralık 2004	16038,00	0,0000	0,9468	0,0532	0,0000

Kaynak: http://www.akportfoy.com.tr/t/spk/aylikrapor/ae5.PDF

Tablo 3: Ay sonu birimsel fon fiyatına yapılan dönüşümlere göre Model 1. için bulunan R^2 ve düzeltilmiş R^2 değerleri

Dönüşümler	Dönüşüm formu	R^2	Düzeltilmiş R^2	Parametreler
Lineer	$y^* = y$	0,605	0,506	k=0
Kare kök	$y^* = \sqrt{y + k}$	0,626	0,533	k=0
Doğal Logaritma	$y^* = \ln(y + k)$	0,647	0,558	k=0
10 Tabanında Logaritma	$y^* = \log_{10}(y + k)$	0,647	0,558	k=0
Ters Kare Kök	$y^* = \frac{1}{\sqrt{y + k}}$	0,666	0,582	k=0
Ters	$y^* = \frac{1}{y + k}$	**0,684**	**0,605**	k=0, n = -1

Tablo 3.'e göre R^2 ve düzeltilmiş R^2 değerleri en yüksek değeri oluşturan model ay sonu birimsel fon fiyatına *Ters Dönüşüm* uygulanarak bulunan modeldir. Yeni bağımlı değişkeni (1/fon fiyatı) olarak tanımlayarak Scheffé karma denemeleri için (12) denklemi ile tanımlanan birinci dereceden Scheffé karma modelini uygular isek;

Model 1:

$$\mathbf{1/y = 0{,}000331 * x_1 + 0{,}0000625 * x_2 + 0{,}000103 * x_3 + 0{,}000109 * x_4}$$
$$(0{,}0000073) \quad (0{,}0000053) \quad (0{,}0000092) \quad (0{,}0000293)$$

denklemi bulunmuş olur. Bu model için R^2 = 0,684 ve düzeltilmiş R^2= 0,605 dir. R^2<0,99 olduğu için iç ilişki önemli değildir. x bağımsız değişkenler matrisinden elde edilen $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları toplamı 23,42 (23,42<40) ve katsayılar matrisinin koşul sayısı 13,71 (13,71<25) dir. Dolayısıyla Model 1. İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu için koşul kısıtları altında uygun bir model oluşturmaktadır.

Tablo 2.'de verilen İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu değerlerinin koşul kısıtları dikkate alınmaksızın, yapılan yatırımların sonucunda ay sonu birimsel fon fiyatlarının oluştuğu düşünülerek çoklu regresyon modeli kurulabilir mi? sorusuna yanıt aradığımızda durumun farklı bir boyut sergilediğini görürüz. Modeli öncelikle herhangi bir dönüşüm uygulamadan sabit terimsiz bir çoklu regresyon modeli olarak tanımlar isek yapılan istatistiksel işlemler sonucunda Model 2 elde edilir.

Model 2:

$$\mathbf{y = -25326{,}74 * x_1 + 15449{,}17 * x_2 - 17053{,}55 * x_3 - 23755{,}07 * x_4}$$

(9087,53)	(939,4462)	(11436,83)	(28062,91)
(-2,7870)	(16,4450)	(-1,4911)	(-0,8465)
(0,01644)	(0,0000)	(0,16175)	(0,41384)
(H_0 red)	(H_0 red)	(H_0 kabul)	(H_0 kabul)

şeklinde olur. Bu model için, R^2=0,9936, düzeltilmiş R^2=0,9920 dir. F istatistiği F(4,12)=467,18, p=0,000 dir. Bu model, y (fon fiyatı) ile x_1, x_2, x_3 ve x_4 değişkenleri arasındaki ilişkiyi açıklamada önemli bir modeldir. Bu model için x_1 ve x_2 değişkenlerinin katsayıları önemli (p<0,05), x_3 ve x_4 değişkenlerinin katsayıları önemsiz (p>0,05) bulunmuştur. y bağımlı değişkeni, çarpıklık (çk=1,1914, p=0,2335 ve H_0 kabul) ve basıklık (bk=-0,0747, p=0,9405 ve H_0 kabul) katsayıları açısından normal dağılıma sahiptir. Ayrıca, y bağımlı değişkeni, Kolmogorov-Smirnov (=0,0944), Shapiro-Wilk W (=0,9789) ve Anderson-Darling (=0,1852) testleri içinde normal dağılıma sahiptir. Çoklu iç ilişkiyi incelemek için bulunan varyans büyütme faktörleri (VIF) sırasıyla x_1 için 2,212593, x_2 için 0,009530, x_3 için 2,463406 ve x_4 için 1,457207 dir. λ_i öz değerleri ise, λ_1=1,872794, λ_2=1,435583, λ_3=0,691623 ve λ_4=0,000000 olarak bulunur. Ayrıca koşul sayıları 1, 1,30, 2,71 ve 10000 dir. Bazı koşul sayılarının 1000'den büyük olması çoklu iç ilişki için ciddi bir problemdir. Burada R^2 çok yüksek olduğu halde, varyans büyütme faktörleri 10'dan küçüktür. Fakat, sıfırdan farklı öz değerin 3 ve koşul sayısının 1000 den büyük olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin olduğunu gösterir. Ayrıca, hata terimleri (ε) dağılımının normal dağılım olduğu ve gözlemler arasındaki ardışık bağımlılığı gösteren Durbin-Watson test değerinin (=0,943) kararsız bölgede çıkmasına karşın, standardize hataların zamana göre grafiklerinden otokorelasyon çıkmadığı görülür. Dolayısıyla, Model 2.'nin çoklu regresyon varsayımlarını sağladığı halde, İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu için uygun bir model olmadığı ve başka modellerin araştırılması gerektiği sonucuna varılır.

Tablo 2.'de verilen İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu değerlerinin koşul kısıtları dikkate alınmaksızın, yapılan yatırım araçlarına göre sabit terimli çoklu regresyon modelini ay sonu birimsel fon fiyatına (y) herhangi bir dönüşüm yapmadan uygulandığında, yapılan istatistiksel işlemler sonucunda Model 3. bulunacaktır.

Model 3:

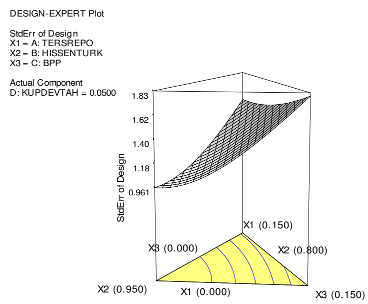
$$\mathbf{y = -\,23755{,}07 - 1571{,}67{*}x_1 + 39204{,}24{*}x_2 + 6701{,}519{*}x_3}$$

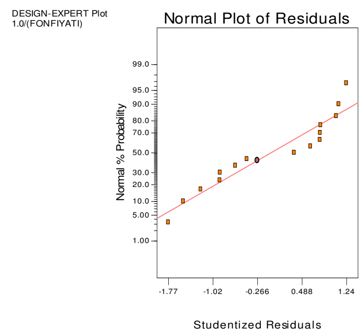
(11436,83)	(7693,13)	(12303,29)	(23814,87)
(-0,8105)	(-0,0602)	(1,3109)	(0,2694)
(0,43486)	(0,95311)	(0,21661)	(0,79259)
(H_0 kabul)	(H_0 kabul)	(H_0 kabul)	(H_0 kabul)

Bu modelde, x_4 değişkeni sistem dışı kalacak ve R^2=0,605 ve düzeltilmiş R^2=0,506 olacaktır. F istatistiği F(3,12)=6,12, p=0,009 dur. Bu model, y (fon fiyatı) ile x_1, x_2 ve x_3 değişkenleri arasındaki ilişkiyi açıklamada önemli bir modeldir. Bu model için x_1, x_2 ve x_3 değişkenlerinin katsayıları önemsiz ($p>0{,}05$) bulunmuştur. y bağımlı değişkeni, çarpıklık (çk=1,1914, p=0,2335 ve H_0 kabul) ve basıklık (bk=-0,0747, p=0,9405 ve H_0 kabul) katsayıları açısından normal dağılıma sahiptir. Ayrıca, y bağımlı değişkeni, Kolmogorov-Smirnov (=0,0944), Shapiro-Wilk W (=0,9789) ve Anderson-Darling (=0,1852) testleri içinde normal dağılıma sahiptir. Çoklu iç ilişkiyi incelemek için bulunan varyans büyütme faktörleri (VIF) sırasıyla x_1 için 16,766, x_2 için 8,854, x_3 için 10,681 ve x_4 için 0,000 dır. λ_i öz değerleri ise, λ_1=1,873, λ_2=1,436, λ_3=0,692 ve λ_4=0,000 olarak bulunur. Ayrıca koşul sayıları 1, 1,30, 2,71 ve 10000 dir. Bazı koşul sayılarının 1000'den büyük olması çoklu iç ilişki için ciddi bir problemdir. Burada R^2 düşük olduğu halde, varyans büyütme faktörlerinden ikisi 10'dan büyüktür. Fakat, sıfırdan farklı öz değerin 3 ve koşul sayısının 1000'den büyük olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin olduğunu gösterir. Ayrıca, hata terimleri (ε) dağılımının normal dağılım olduğu ve gözlemler arasındaki ardışık bağımlılığı gösteren Durbin-Watson test değerinin (=0,943) kararsız bölgede çıkmasına karşın, standardize hataların zamana göre grafiklerinden otokorelasyon çıkmadığı görülür. Dolayısıyla, Model 3.'ün çoklu regresyon varsayımlarını sağladığı halde, İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu için uygun bir model olmadığı ve başka modellerin araştırılması gerektiği sonucuna varılır. Model 2. ve Model 3. için uygulanan çoklu regresyon işlemi ay sonu birimsel fon fiyatına (y) Tablo 3.'teki dönüşümler uygulandığı durumda da benzer sonuçlar vermektedir.

Yatırım araçlarının koşul kısıtlarının alınmadığı durumda tüm bileşenlerin kullanılması durumunda çoklu regresyon modellerinin geçerli olmamasına karşın, birinci dereceden Scheffé karma modelinin geçerli bir çözüm ürettiği görülmektedir. Model 1. için tasarımın standart hataları ve artık terimlerin normal grafiği Şekil 2.'de gösterilmiştir.

Şekil 2: Model 1.'in standart hataları ve artık terimlerin normal grafiği

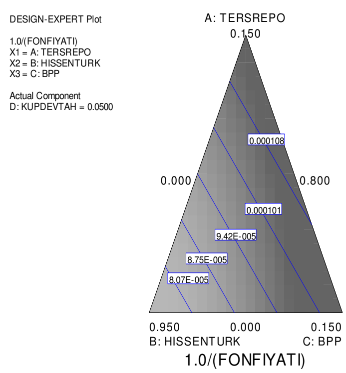


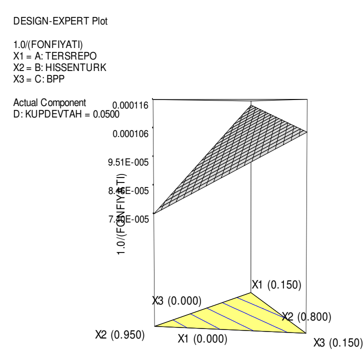


Tasarımın standart hataları Artık terimlerin normal grafiği

Model 1. ile oluşan 1/y (y = ay sonu birimsel fon fiyatı) değerleri için birinci dereceden Scheffé karma modeli yanıt yüzeyi Şekil 3.'de gösterilmiştir.

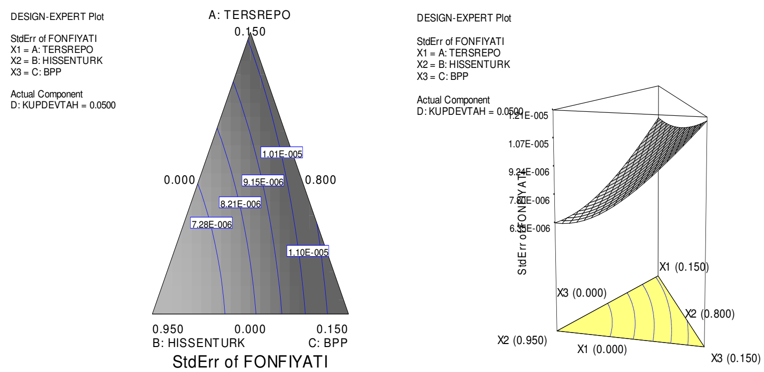
Şekil 3: Ay sonu birimsel fon fiyatının yanıt yüzeyleri





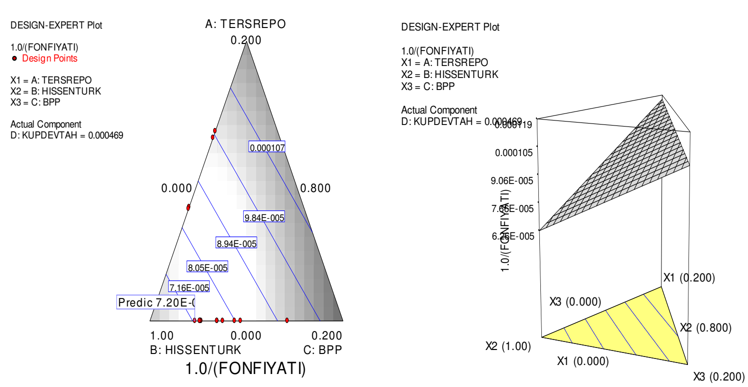
Birinci dereceden Scheffé karma modeli için ay sonu birimsel fon fiyatlarının standart hatalarının yanıt yüzeyleri Şekil 4.'de gösterilmiştir.

Şekil 4: Ay sonu birimsel fon fiyatının standart hatalarının yanıt yüzeyleri



Model 1.'in yapısı altında 1/y 'yi minimum yapmak (y'yi maksimum) için İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonunu oluşturan yatırım araçlarından Ters Repoya en az % 0, en fazla % 13,5, Türk Hisse Senetlerine en az % 85,7, en fazla % 95,3, BPP'ye en az % 0, en fazla % 14,2 ve Kuponlu Devlet Tahviline en az % 0, en fazla % 5,2 oranları arasında yatırım yapılmalıdır. Bu yapılan yatırımların değişim aralığı sonucunda 1/y en az 0,0000624 ve en fazla 0,000102 arasında (y, ay sonu birimsel fon fiyatı için en az 9804 ve en fazla 16025) değerler alacaktır. Optimum olarak ay sonu birimsel fon fiyatını göstermek için oluşan yanıt yüzeyi ve bu yüzey üzerinde daha önceki aylarda yapılan yatırımların gerçekleşme noktaları Şekil 5.'de gösterilmiştir.

Şekil 5: 1/(Ay sonu fon fiyatı) modeli yanıt yüzeyi



Tablo 4.'de *Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu* için ay sonu birimsel fon fiyatları ile bu fona yapılan yatırımların oranları gösterilmiştir.

Tablo 4. Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu

Aylar	**Ay Sonu Fon Fiyatı (y)**	**Hazine Bonosu (x_1)**	**Ters Repo (x_2)**	**Devlet Tahvili (x_3)**	**Kuponlu Devlet Tahvili (x_4)**	**BPP (x_5)**
Eylül 2003	10354,00	0,8414	0,1586	0,0000	0,0000	0,0000
Ekim 2003	10040,00	0,3945	0,3253	0,2802	0,0000	0,0000
Kasım 2003	10190,00	0,4550	0,2248	0,3202	0,0000	0,0000
Aralık 2003	10347,00	0,0000	0,4009	0,5991	0,0000	0,0000
Ocak 2004	10558,00	0,6141	0,1781	0,2078	0,0000	0,0000
Şubat 2004	10722,00	0,5830	0,0935	0,0512	0,2723	0,0000
Mart 2004	10886,00	0,6755	0,0830	0,0923	0,1492	0,0000
Nisan 2004	11069,00	0,6604	0,2213	0,0709	0,0474	0,0000
Mayıs 2004	11313,00	0,4103	0,3521	0,2038	0,0338	0,0000
Haziran 2004	11503,00	0,2222	0,5673	0,1850	0,0255	0,0000
Temmuz 2004	11748,00	0,2081	0,5837	0,2007	0,0075	0,0000
Ağustos 2004	11932,00	0,1856	0,5792	0,2352	0,0000	0,0000
Eylül 2004	12112,00	0,1159	0,5769	0,3072	0,0000	0,0000
Ekim 2004	12297,00	0,2559	0,5551	0,1183	0,0423	0,0284
Kasım 2004	12468,00	0,1774	0,4296	0,1739	0,0689	0,1502
Aralık 2004	12653,00	0,0000	0,4496	0,2104	0,1862	0,1538

Kaynak: http://www.akportfoy.com.tr/t/spk/aylikrapor/ae1.PDF

Fon iç tüzüğüne göre Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonuna yapılan yatırımların değerlendirildiği yatırım araçlarına; Hazine Bonosu en az % 0, en fazla % 100, Ters Repo en az % 0, en fazla % 100, Devlet Tahvili en az % 0, en fazla % 100, Kuponlu Devlet Tahvili en az % 0, en fazla % 100 ve BPP en az % 0, en fazla % 20 oranları arasında yatırım yapılabilir. Ayrıca yapılan yatırımların toplamı % 100'ü oluşturmalı, yatırıma yönelmemiş bir oran olmamalıdır. Bu koşullar altında Scheffé karma modelleri için geliştirilen Design-Expert paket programı ile çözümler yapılabilir.

Tablo 5: Ay sonu birimsel fon fiyatına yapılan dönüşümlere göre Model 4. için bulunan R^2 ve düzeltilmiş R^2 değerleri

Dönüşümler	**Dönüşüm formu**	**R^2**	**Düzeltilmiş R^2**	**Parametreler**
Lineer	$y^* = y$	**0,879**	**0,835**	
Kare kök	$y^* = \sqrt{y + k}$	0,875	0,829	k=0
Doğal Logaritma	$y^* = \ln(y + k)$	0,871	0,824	k=0
10 tabanında logaritma	$y^* = \log_{10}(y + k)$	0,871	0,824	k=0
Ters Kare Kök	$y^* = \frac{1}{\sqrt{y + k}}$	0,866	0,817	k=0
Ters	$y^* = \frac{1}{y + k}$	0,861	0,811	k=0, n = -1

Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu için (12) denklemine uygun birinci dereceden Scheffé karma modelini Model 4. ile gösterir ve en iyi modeli bulmak için ay sonu birimsel fon fiyatına çeşitli dönüşümler uygular isek, dönüşümler sonunda Model 4.'ün R^2 ve düzeltilmiş R^2 değerleri ile dönüşümler Tablo 5.'de verildiği gibi bulunmuş olacaktır.

Tablo 5.'e göre R^2 ve düzeltilmiş R^2 değerleri en yüksek değeri oluşturan model ay sonu birimsel fon fiyatına için kendi modelidir. Scheffé karma denemeleri için (12) denklemi ile tanımlanan birinci dereceden Scheffé karma modelini Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonuna uygular isek Model 4 elde edilir.

Model 4:

$$\mathbf{y = 10000*x_1 + 13900*x_2 + 8040*x_3 + 12400*x_4 + 16100*x_5}$$

(284)	(447)	(659)	(1280)	(2150)

şeklinde bulunmuş olur. Bu model için R^2 = 0,879 ve düzeltilmiş R^2= 0,835 dir. R^2<0,99 olduğu için iç ilişki önemli değildir. x bağımsız değişkenler matrisinden elde edilen $(x'x)^{-1}$ matrisinin köşegen elemanları toplamı 51,85 (51,85>50) ve katsayılar matrisinin koşul sayısı 19,21 (19,21<25) dir. Dolayısıyla, Model 4. Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu için koşul kısıtları altında uygun bir model oluşturmaktadır.

Tablo 4.'de verilen Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu değerlerinin koşul kısıtları dikkate alınmaksızın, yapılan yatırımların sonucunda ay sonu birimsel fon fiyatının oluştuğu düşünülerek çoklu regresyon modeli kurulabilir mi? sorusuna yanıt aradığımızda ise durumun tekrar farklı bir boyut oluşturduğunu görürüz. Modeli öncelikle herhangi bir dönüşüm uygulamadan sabit terimsiz bir çoklu regresyon modeli olarak tanımlar isek yapılan istatistiksel işlemler sonucunda Model 5. bulunur.

Model 5:

$$\mathbf{y = 10025{,}26*x_1 + 13871{,}08*x_2 + 8041{,}335*x_3 + 12414{,}4*x_4 + 16139{,}92*x_5}$$

(283,7933)	(446,9453)	(658,8751)	(1282,692)	(2154,38)
(35,3259)	(31,0353)	(12,2046)	(9,6784)	(7,4917)
(0,00000)	(0,00000)	(0,00000)	(0,00001)	(0,00001)
(H_0 red)	(H_0 red)	(H_0 red)	(H_0 red)	(H_0 red)

şeklinde olur. Bu model için, R^2=0,999336 ve düzeltilmiş R^2= 0,9991 dir. F istatistiği F(5,11)=3311,94, p=0,000 dir. Bu model, y (fon fiyatı) ile x_1, x_2, x_3, x_4 ve x_5 değişkenleri arasındaki ilişkiyi açıklamada önemli bir modeldir. Bu model için x_1, x_2, x_3, x_4, ve x_5 değişkenlerinin katsayıları önemli (p<0,05), bulunmuştur. y bağımlı değişkeni, çarpıklık (çk=-1,058, p=0,290 ve H_0 kabul) ve basıklık (bk=0,532, p=0,595 ve H_0 kabul) katsayıları açısından normal dağılıma sahiptir. Ayrıca, y bağımlı değişkeni, Kolmogorov-Smirnov (=0,109), Shapiro-Wilk W (=0,9412) ve Anderson-Darling (=0,3201) testleri içinde normal dağılıma sahiptir. Çoklu iç ilişkiyi incelemek için bulunan varyans büyütme faktörleri (VIF) sırasıyla x_1 için 0,643519, x_2 için 0,812536, x_3 için 1,025417, x_4 için 1,313834 ve x_5 için 1,512015 dir. λ_i öz değerleri ise,

λ_1=2,456404, λ_2=1,501496, λ_3=0,640171, λ_4=0,401929 ve λ_5=0,000000 olarak bulunur. Ayrıca koşul sayıları 1, 1,64, 3,84 ve 10000 dir. Bazı koşul sayılarının 1000'den büyük olması çoklu iç ilişki için ciddi bir problemdir. Burada R^2 çok yüksek olduğu halde, varyans büyütme faktörleri 10'dan küçüktür. Fakat, sıfırdan farklı öz değerin 4 ve koşul sayısının 1000'den büyük olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin olduğunu gösterir. Ayrıca, hata terimleri (ε) dağılımının normal dağılım olduğu ve gözlemler arasındaki ardışık bağımlılığı gösteren Durbin-Watson test değerinin (=1,52) kararsız bölgede çıkmasına karşın, standardize hataların zamana göre grafiklerinden otokorelasyon çıkmadığı görülür. Dolayısıyla, Model 5.'in çoklu regresyon varsayımlarını sağladığı halde, Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu için uygun bir model olmadığı ve başka modellerin araştırılması gerektiği sonucuna varılır.

Tablo 4.'de verilen Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu değerlerinin koşul kısıtları dikkate alınmaksızın, yapılan yatırım araçlarına göre sabit terimli çoklu regresyon modelini ay sonu birimsel fon fiyatına (y) herhangi bir dönüşüm yapmadan uygular isek, yapılan istatistiksel işlemler sonucunda Model 6. elde edilir.

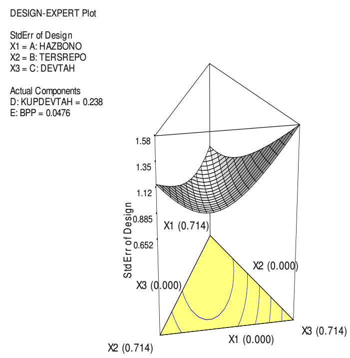
Model 6:

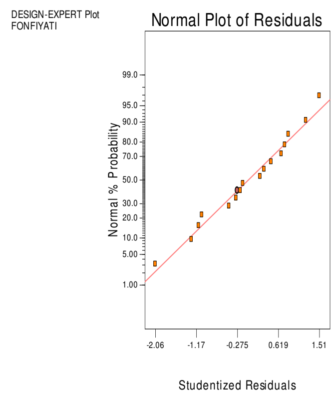
$$\mathbf{y = 16139{,}92 - 6114{,}65 x_1 - 2268{,}84 x_2 - 8098{,}58 x_3 - 3725{,}52 x_4}$$

(2259,53)	(2156,65)	(2470,75)	(2304,61)	(3178,00)
(7,1430)	(-2,8353)	(-0,9183)	(-3,5141)	(-1,1723)
(0,00003)	(0,01769)	(0,38009)	(0,00559)	(0,26825)
(H_0 red)	(H_0 red)	(H_0 kabul)	(H_0 red)	(H_0 kabul)

şeklinde olacaktır. Bu modelde, x_5 değişkeni sistem dışı kalacak, R^2=0,879 ve düzeltilmiş R^2= 0,835 olacaktır. F istatistiği F(4,11)=19,986, p=0,000 dir. Bu model, y (fon fiyatı) ile x_1, x_2, x_3 ve x_4 değişkenleri arasındaki ilişkiyi açıklamada önemli bir modeldir. Bu model için x_1, ve x_3, değişkenlerinin katsayıları önemli ($p<0{,}05$), x_2 ve x_4 değişkenlerinin katsayıları önemsiz ($p>0{,}05$) bulunmuştur. y bağımlı değişkeni, çarpıklık (çk=-1,058, p=0,290 ve H_0 kabul) ve basıklık (bk=0,532, p=0,595 ve H_0 kabul) katsayıları açısından normal dağılıma sahiptir. Ayrıca, y bağımlı değişkeni, Kolmogorov-Smirnov (=0,109), Shapiro-Wilk W (=0,9412) ve Anderson-Darling (=0,3201) testleri içinde normal dağılıma sahiptir. Çoklu iç ilişkiyi incelemek için bulunan varyans büyütme faktörleri (VIF) sırasıyla x_1 için 33,7849, x_2 için 22,5735, x_3 için 11,4050, x_4 için 7,3318 ve x_5 için 0,0000 dır. λ_i öz değerleri ise, λ_1=2,4567, λ_2=1,5015, λ_3=0,6402, λ_4=0,4019 ve λ_5=0,0000 olarak bulunur. Ayrıca koşul sayıları 1, 1,64, 3,84 ve 10000 dir. Bazı koşul sayılarının 1000'den büyük olması çoklu iç ilişki için ciddi bir problemdir. Burada R^2 büyük olduğu halde, varyans büyütme faktörlerinden üçü de 10'dan büyüktür. Fakat, sıfırdan farklı öz değerin 4 ve koşul sayısının 1000'den büyük olması bağımsız değişkenler arasında iç ilişkinin olduğunu gösterir. Ayrıca, hata terimleri (ε) dağılımının normal dağılım olduğu ve gözlemler arasındaki ardışık bağımlılığı gösteren Durbin-Watson test değerinin (=1,52) kararsız bölgede çıkmasına karşın, standardize hataların zamana göre grafiklerinden otokorelasyon çıkmadığı görülür. Dolayısıyla, Model 6.'nın çoklu regresyon varsayımlarını sağladığı halde, Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu için uygun bir model olmadığı ve başka modellerin araştırılması gerektiği sonucuna varılır. Yatırım araçlarının koşul kısıtlarının alınmadığı durumda çoklu regresyon modellerinin geçerli olmamasına karşın, koşul kısıtları altında birinci dereceden Scheffé karma modeli, Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu için geçerli bir çözüm üretmektedir.

Şekil 6: Model 4.'in standart hataları ve artık terimlerin normal grafiği

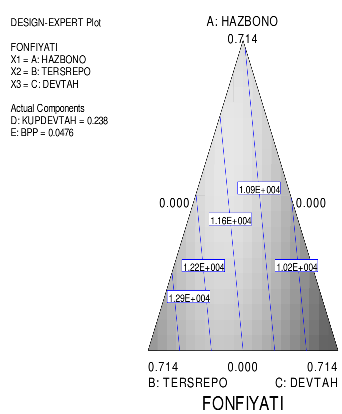


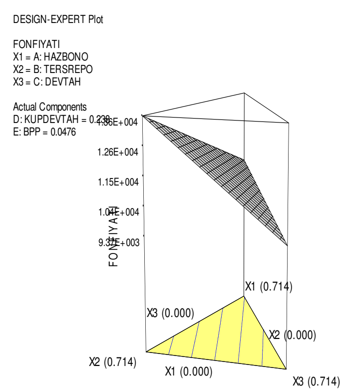


Tasarımın standart hataları

Artık terimlerin normal grafiği

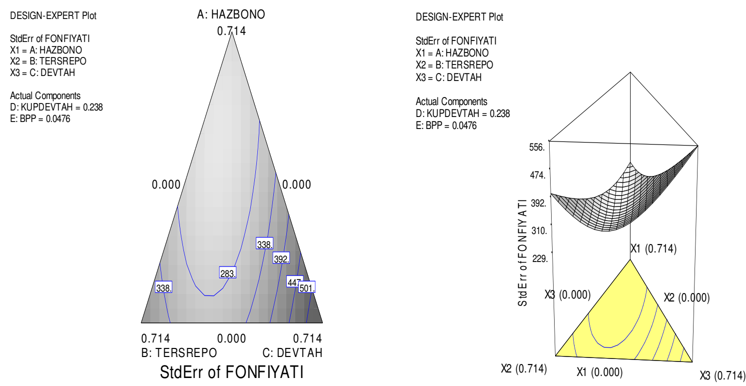
Şekil 7. Ay sonu birimsel fon fiyatının yanıt yüzeyleri



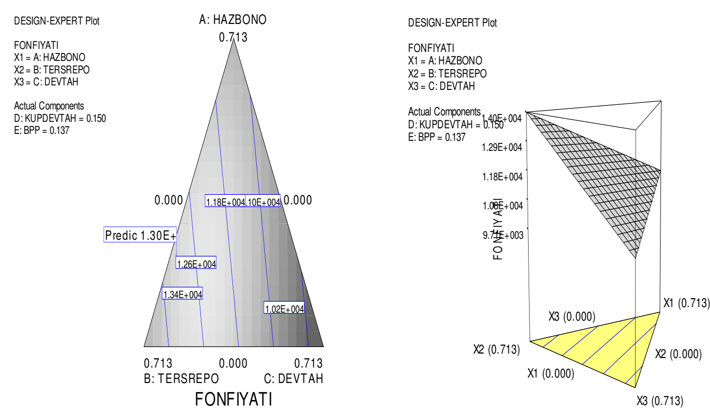


Birinci dereceden Scheffé karma Modeli olarak oluşturulan Model 4. için tasarımın standart hataları ve artık terimlerin normal grafiği Şekil 6.'da, Model 4. ile oluşan y değerleri yanıt yüzeyi olarak da Şekil 7.'de gösterilmiştir. Ay sonu birimsel fon fiyatlarının standart hatalarının yanıt yüzeyleri Şekil 8.’de ve ay sonu birimsel fon fiyatı modeli yanıt yüzeyleri de Şekil 9.’da gösterilmiştir.

Şekil 8: Ay sonu birimsel fon fiyatının standart hatalarının yanıt yüzeyleri



Şekil 9: Ay sonu birimsel fon fiyatı modeli yanıt yüzeyi



Model 4.’ün yapısı altında y’yi maksimum yapmak için Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonunu oluşturan yatırım araçlarından Hazine Bonosuna en az % 0, en fazla % 84,1, Ters Repoya en az % 8,3, en fazla % 58,4, Devlet Tahviline en az % 0, en fazla % 59,9, Kuponlu Devlet Tahviline en az % 0, en fazla % 27,7 ve BPP’ye en az % 0, en fazla % 15,4 oranları arasında yatırım yapılmalıdır. Bu yapılan yatırımların değişim aralığı sonucunda ay sonu birimsel fon fiyatı en az 10000 ve en fazla 12700 değerlerini alacaktır. Optimum ay sonu birimsel fon fiyatını belirlemek için oluşan yanıt yüzeyi Şekil 9.’de gösterilmiştir.

4. SONUÇ

Türkiye ekonomisinin gelecek 5-10 yıl içerisinde en büyük kaynaklarından biri haline gelecek olan Bireysel Emeklilik Fonları üzerine yapılacak çalışmalar her gün hızla artacak ve fonlar üzerine modeller kurulmaya çalışılacaktır. Fon yöneticileri, mevcut fonların yapılarına göre bireylerin bireysel emeklilik birikimlerini çeşitli yatırım araçlarında değerlendirerek en iyi getiriyi oluşturmaya çalışırken gerekli bilimsel çalışmaları da yapmak zorundadırlar. Bu nedenle Bireysel Emeklilik Fonları üzerine yapılan çalışmalar büyük önem taşımaktadır. İncelenen modeller doğrultusunda Bireysel Emeklilik Fonlarının içeriğini oluşturan yatırım araçlarının karşılıklı çarpımlarından oluşan (13), (14) ve (15) denklemleri ile verilen ikinci dereceden, üçüncü dereceden ve özel üçüncü dereceden Scheffé karma modelleri uygun modeller oluşturmasına karşın, (12) denklemi ile verilen birinci dereceden Scheffé karma modeli uygun model oluşturmaktadır. Fon içeriklerini oluşturan yatırım araçlarının karşılıklı çarpımlarından oluşan yeni değişkenli Scheffé karma modelleri için de çoklu regresyonda oluşturulan modellerde olduğu gibi, iç ilişki oluşmakta ve modelleri geçersiz kılmaktadır. Bireysel emeklilik fonları yatırım araçları açısından yoğun kısıtlara sahip olduklarından ancak birinci dereceden Scheffé karma modelleri için uygun yapılar oluşturmaktadırlar. Diğer yandan, fonların yatırım yapıldığı yatırım araçlarına ait kısıtlar dikkate alınmaksızın çoklu lineer regresyon modelleri ile (sabit terimli veya sabit terimsiz) modeller kurulmaya çalışıldığında ise iç ilişkinin olduğu, yani bu tür modellerin kurulamayacağı görülmektedir. Bu nedenle, örnek olarak incelenen iki adet Para Piyasası-Likit Kamu Emeklilik Yatırım Fonu ve İhtisaslaşmış İMKB Ulusal 30 Endeksi Emeklilik Yatırım Fonu doğrultusunda birinci dereceden Scheffé karma modellerinin Bireysel Emeklilik Fonlarının modellenmesi için uygun yapılar oluşturdukları ve modellemelerde kullanılabilecekleri görülmektedir.

KAYNAKLAR

1. Aczel, A. D., “Complete Business Statistics”, Second Edition, Boston, Irwın, 1992, 462-553.
2. Akay, U. K., “Karma Denemelerde Tasarımların ve Modellerin Karşılaştırılması”, Yüksek Lisans Tezi, 2003, 15-19.
3. Cornell, J. A., “Experiments With Mixtures”, Second Edition, New York, John Wiley & Sons, 1990, 4-30, 475,487.
4. Coşkuntuncel, O. Ve Erol, H., “Karma Denemelerde, Tasarımlarda Ve Modellerde Kötü Koşulluluk Problemi”, Yüksek Lisans Tezi, 2001,
5. www.fbe.cu.edu.tr/2001%20MAKALE/KARMA20DENEMELERDE.pdf., 10.02.2005.
6. Crosier, B. R., “Mixture Experiments: Geometry and Pseudocomponents”, Technometrics, Vol. 26, 1984, 209-216.

7. Design-Expert Software, Educational Version 6.0, Stat-Ease, Inc., ISBN: 0-471-39411-4, October 2000.

8. Draper, N. R. and Pulkelsheim, F., "Generaized Ridge Analysis Under Linear Restrictions with particular Applications to Mixture Experiments Problems", Technometrics, Vol. 44, No. 3, 2002, 250-258, www.math.uni-augsburg.de/stochastik/pukelsheim/2002a.pdf

9. Gorman, J. W., "Fitting Equations to Mixture Data With Restraints on Compositions", Journal of Quality Technology, Vol. 2, 1970, 186-194.

10. Marquart, D. W., "Generilazed Inverses Ridge Regression Biased Linear Estimation and Nonlinear Estimation", Technometrics, Vol. 12, 1970, 591-612.

11. Orhunbilge, N., "Uygulamalı Regresyon ve Korelasyon Analizi", İstanbul, İ.Ü. İşletme Fakültesi Yayınları, Avcıol Basım-Yayın, 1996, 175-206.

12. Özdamar, K., "Paket Programlar ile İstatistiksel Veri Analizi 1", 5. Baskı, Eskişehir, Kaan Kitapevi, 2004, 541-557.

13. Özler, C., Şenyay, L., "Karışım Deneyleri Üzerine Bir İnceleme", IV. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu, 1999, 963-964.

14. Piepel, G. F., "Defining Consistent Regions in Mixture Experiments", Technometrics, Vol. 25, 1983, 97-101.

15. Steiner, S. H. and Hamada, M., "Making Mixture Robust to Noise Factors and Mixing Measurement Errors", Journal of Quality Technology, Vol. 29, 1997, 441-450, www.stats.uwaterloo.ca/ ~shsteine/papers/mix.pdf