

## DOĞRUSAL PROGRAMLAMA TEKNİĞİ İLE MEŞRUBAT SEKTÖRÜNDEKİ BİR İŞLETMEDE ÜRÜN BİLEŞİMİNİN BULUNMASI

Yrd.Doç.Dr.Abdullah EROĞLU\*  
Arş.Gör.Nuri ÖMÜRBEK\*\*

### ÖZET

*İşletmelerin başlıca sorunlarından birisi de, mevcut kapasiteden en iyi bir şekilde yararlanarak kârı maksimum veya maliyeti minimum yapacak üretim planlarının hazırlanmasıdır. Bu tür sorunların çözümünde doğrusal programlama tekniği yaygın olarak kullanılmaktadır.*

*Bu çalışmanın amacı; üretimle ilgili en iyi kararların alınmasında üretim planlaması aracı olarak, doğrusal programlama tekniğinin kullanılması ve bu tekniğin kullanılması ile sağlanacak faydaların meşrubat sektöründe seçilen örnek bir fabrikada ortaya konulmasıdır.*

*Doğrusal Programlama, Ürün Bileşimi, Meşrubat Sektörü.*

### GİRİŞ

İşletmeler üretim faaliyetlerini fiyat, kalite, zaman, üretim kapasitesi, hammadde, piyasa ve müşteri taleplerinin belirsizliği gibi sınırlayıcı şartlar altında sürdürmektedirler.

Üretim planlama, işletmedeki üretim faaliyetlerinin istenilen miktar, kalite, yer, zaman ve çalıştırılacak işgücü bakımından nelerin, nerelerde, kimler tarafından, ne zaman ve nasıl yapılacağına ilişkin yapılan faaliyetlerin tümüdür. Üretim planlamasıyla üretim sürecinde yapılmakta olan faaliyetleri minimum maliyetle gerçekleştirerek ve zamanında üretim yaparak tüketici taleplerinin karşılanması amaçlanır.<sup>1</sup>

İşletme yöneticileri, kantitatif karar verme tekniklerini bir araç olarak kullanırlar. Bu teknikler yöneticilere, daha etkili ve isabetli karar verme bakımından yardımcı olmaktadır. İşletmelerde karşılaşılan sorunların çözümünde kullanılan kantitatif karar verme tekniklerinin başında doğrusal programlama gelmektedir.

Doğrusal programlama; mevcut makina, hammadde, para ve işgücünün en verimli bir şekilde kullanımını sağlar. Günümüzde doğrusal programlama, üretim planlamasıyla ilgili işletme sorunlarının çözümünde yaygın olarak kullanılmaktadır.<sup>2</sup>

\* Süleyman Demirel Üniversitesi İİBF İşletme Bölümü Sayısal Yöntemler Anabilim Dalı Öğretim Üyesi.

\*\* Süleyman Demirel Üniversitesi İİBF İşletme Bölümü Üretim Yönetimi ve Pazarlama Anabilim Dalı Öğretim Elemanı.

<sup>1</sup> Mahmut TEKİN, **Üretim Yönetimi**, C. 1, B. 3. Baskı, Arı Ofset Matbaacılık, Konya, 1996, s. 247.

<sup>2</sup> Mahmut TEKİN, "Bir Tekstil Sanayi İşletmesinde Doğrusal Programlama Aracılığıyla Üretim Planlaması", **Çukurova Ün. İİBF Dergisi**, C. 1, S. 1 (1987), s. 49.

## 1. DOĞRUSAL PROGRAMLAMA TEKNİĞİ İLE ÜRÜN BİLEŞİMİNİN BULUNMASI

### 1.1. Modelin Düzenlenmesi

Uygulamanın yapıldığı örnek fabrikada üretim planlama modellerinden ürün bileşimi modeli kullanılmıştır. Modelin düzenlenmesinde gözönüne alınan dönem bir yıldır. Fabrikanın yıllık üretim kapasitesi, fiili makina zamanı dikkate alınarak hesaplanmıştır.

Fabrikanın işgücü temininde herhangi bir güçlük söz konusu değildir. Bir yıllık iş gücü arzı hiçbir ürünün üretimini kısıtlamadığından, modelde kısıtlar arasında yer almamıştır.

Yine fabrika dışından temin edilen hammaddelerin temininde, herhangi bir güçlük söz konusu olmadığından, modelde hammadde kısıtı yer almamıştır.

Ürünlerin üretim miktarları, satış ve makina kapasitesi ile sınırlıdır. Üretim birimi kasa ve tank olarak alınmıştır.

Fabrikada; cam şişede standart (25 cl.) ve litrelik ambalajlarda; Sade Gazoz-1, Sade Gazoz-2, Portakal Suyu, Mandalina Suyu, Cola Standart (25 cl.'lik cam şişe), Cola Litrelik, Vişne Suyu, Kayısı Suyu, Şeftali Suyu, Premix Portakal ve Premix Cola olmak üzere onbir çeşit ürün üretilmektedir. Ürün isimleri; fabrika açısından mahsurlu olabileceği için, markaları belirtilmeden yazılmıştır.

Modelde, ürünlerin yıllık üretim miktarları aşağıdaki sembollerle gösterilmektedir.

- $X_1$  : Sade Gazoz-1'in yıllık üretim miktarı
- $X_2$  : Sade Gazoz-2'nin yıllık üretim miktarı
- $X_3$  : Portakal Suyu'nun yıllık üretim miktarı
- $X_4$  : Mandalina Suyu'nun yıllık üretim miktarı
- $X_5$  : Cola (standart)'nın yıllık üretim miktarı
- $X_6$  : Cola (litrelik)'nin yıllık üretim miktarı
- $X_7$  : Vişne Suyu'nun yıllık üretim miktarı
- $X_8$  : Kayısı Suyu'nun yıllık üretim miktarı
- $X_9$  : Şeftali Suyu'nun yıllık üretim miktarı
- $X_{10}$  : Premix Portakal'ın yıllık üretim miktarı
- $X_{11}$  : Premix Cola'nın yıllık üretim miktarı

#### 1.1.1. Amaç Fonksiyonunun Oluşturulması

Ürünlerin birim kârları, amaç fonksiyonunun katsayılarını oluşturur. Ürünlerin birim kârları, en az kâr elde edilen Vişne Suyu baz alınarak (1 kâr/birim) diğer ürünlerin kârları (katları alınarak) bulunmuştur. Ürünlerin birim kârları (amaç fonksiyonu katsayıları) Tablo 1'de gösterilmektedir.

Tablo 1: Ürünlerin Birim Kârları

Ürün Adı	Birim Kâr(TL/Ks.)
X <sub>1</sub> Sade Gazoz-1	1.4931
X <sub>2</sub> Sade Gazoz-2	2.7144
X <sub>3</sub> Portakal Suyu	3.0738
X <sub>4</sub> Mandalina Suyu	3.0600
X <sub>5</sub> Cola (Standart)	2.3848
X <sub>6</sub> Cola (Litrelilik)	3.6288
X <sub>7</sub> Vişne Suyu	1
X <sub>8</sub> Kayısı Suyu	2.6687
X <sub>9</sub> Şeftali Suyu	1.6044
X <sub>10</sub> Premix Portakal	2.4951
X <sub>11</sub> Premix Cola	2.6986

Kaynak : Fabrika Dökümanları

Tablo.1'den amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi yazılabilir.

$$Z_{\max} = 1,4931 X_1 + 2,7144 X_2 + 3,0738 X_3 + 3,0600 X_4 + 2,3848 X_5 + 3,6288 X_6 + 1 X_7 + 2,6687 X_8 + 1,6044 X_9 + 2,4951 X_{10} + 2,6986 X_{11}$$

### 1.1.2. Kısıtlayıcı Fonksiyonların Oluşturulması

- Ürünlerin Alt ve Üst Üretim Miktarları

Fabrikanın yapmış olduğu pazar araştırması sonucu, ürünlerin üretim miktarlarının alt ve üst sınırları aşağıdaki gibi tespit edilmiştir.

Üst Üretim Kısıtları Alt Üretim Kısıtları

$$X_1 \leq 121.000 \quad X_1 \geq 93.308$$

$$X_2 \leq 137.000 \quad X_2 \geq 26.003$$

$$X_3 \leq 117.000 \quad X_3 \geq 75.108$$

$$X_4 \leq 136.000 \quad X_4 \geq 100.799$$

$$X_5 \leq 742.000 \quad X_5 \geq 656.655$$

$$X_6 \leq 13.966 \quad X_6 \geq 10.763$$

$$X_7 \leq 316.000 \quad X_7 \geq 221.539$$

$$X_8 \leq 138.122 \quad X_8 \geq 106.443$$

$$X_9 \leq 374.000 \quad X_9 \geq 223.464$$

$$X_{10} \leq 704 \quad X_{10} \geq 543$$

$$X_{11} \leq 5.049 \quad X_{11} \geq 3.891$$

- Makina Kapasitesi Kısıtı

Fabrikada bulunan üretim hattı yılda ortalama 1.972,75 saat (118.365 Dakika) çalışmaktadır. Tablo 2'da ortalama her üründen bir saatte üretilen miktarlar görülmektedir.

Tablo 2 : Saatte Üretilen Ürün Miktarları

Ürün Adı	Üretilen Miktar (Kasa/Saat)
X <sub>1</sub> : Sade Gazoz-1	812,66
X <sub>2</sub> : Sade Gazoz-2	736,36
X <sub>3</sub> : Portakal Suyu	821,28
X <sub>4</sub> : Mandalina Suyu	815,31
X <sub>5</sub> : Cola Standart	727,89
X <sub>6</sub> : Cola Litrelik	434,57
X <sub>7</sub> : Vişne Suyu	840,36
X <sub>8</sub> : Kayısı Suyu	844,16
X <sub>9</sub> : Şeftali Suyu	865,53
X <sub>10</sub> : Premix Portakal	684,93
X <sub>11</sub> : Premix Cola	662,25

Kaynak : Fabrika Dökümanları

Bu tablodan hareketle bir kasanın kaç dakikada üretildiği hesaplanabilir. Bu işlem bütün ürünler için yapılarak makina kapasitesi kısıtı oluşturulur.

Her bir ürünün bir kasanın üretim zamanı :

X <sub>1</sub> Sade Gazoz-1	: 60 / 812.66 = 0,0738
X <sub>2</sub> Sade Gazoz-2	: 60 / 736.36 = 0,0814
X <sub>3</sub> Portakal Suyu	: 60 / 821.28 = 0,073
X <sub>4</sub> Mandalina Suyu	: 60 / 815.31 = 0,0735
X <sub>5</sub> Cola Standart	: 60 / 727.89 = 0,0824
X <sub>6</sub> Cola Litrelik	: 60 / 434.57 = 0,138
X <sub>7</sub> Vişne Suyu	: 60 / 840.36 = 0,0713
X <sub>8</sub> Kayısı Suyu	: 60 / 844.16 = 0,071
X <sub>9</sub> Şeftali Suyu	: 60 / 865.53 = 0,0693
X <sub>10</sub> Premix Portakal	: 60 / 684.93 = 0,0876
X <sub>11</sub> Premix Cola	: 60 / 662.25 = 0,0906

Bu hesaplamalardan sonra makina kapasitesi kısıtı;

$0,0738 X_1 + 0,0814 X_2 + 0,073 X_3 + 0,0735 X_4 + 0,0824 X_5 + 0,138 X_6 + 0,0713 X_7 + 0,071 X_8 + 0,0693 X_9 + 0,0876 X_{10} + 0,0906 X_{11} \leq 118.365$  olarak bulunur.

## 1.2. Modelin Oluşturulması

Üretim ile ilgili oluşturulan doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibidir.

Amaç Fonksiyonu :

$Z_{max} = 1,4931 X_1 + 2,7144 X_2 + 3,0738 X_3 + 3,0600 X_4 + 2,3848 X_5 + 3,6288 X_6 + 1 X_7 + 2,6687 X_8 + 1,6044 X_9 + 2,4951 X_{10} + 2,6986 X_{11}$

Kısıtlar :	X <sub>1</sub> ≤ 121.000	X <sub>1</sub> ≥ 93.308
	X <sub>2</sub> ≤ 137.000	X <sub>2</sub> ≥ 26.003
	X <sub>3</sub> ≤ 117.000	X <sub>3</sub> ≥ 75.108
	X <sub>4</sub> ≤ 136.000	X <sub>4</sub> ≥ 100.799
	X <sub>5</sub> ≤ 742.000	X <sub>5</sub> ≥ 656.655
	X <sub>6</sub> ≤ 13.966	X <sub>6</sub> ≥ 10.763
	X <sub>7</sub> ≤ 316.000	X <sub>7</sub> ≥ 221.539
	X <sub>8</sub> ≤ 138.122	X <sub>8</sub> ≥ 106.443
	X <sub>9</sub> ≤ 374.000	X <sub>9</sub> ≥ 223.464
	X <sub>10</sub> ≤ 704	X <sub>10</sub> ≥ 543
	X <sub>11</sub> ≤ 5.049	X <sub>11</sub> ≥ 3.891

$$0,0738 X_1 + 0,0814 X_2 + 0,073 X_3 + 0,0735 X_4 + 0,0824 X_5 + 0,138 X_6 + 0,0713 X_7 + 0,071 X_8 + 0,0693 X_9 + 0,0876 X_{10} + 0,0906 X_{11} \leq 118.365$$

$$\text{Pozitif Kısıtlama : } X_j \geq 0 \quad (j = 1,2,3,\dots,11)$$

### 1.3. Modelin Çözümü ve Çözüm Sonuçlarının Değerlendirilmesi

Model QSB paket programı ile çözülmüş olup, en iyi çözüme 14 iterasyonda ulaşılmıştır. Çözüm sonuçları Tablo. 3'de verilmiştir. En iyi çözümde yer alan değişkenler ve değerleri aşağıdaki gibidir.

X <sub>1</sub> : Sade Gazoz-1	:	93.308	Kasa
X <sub>2</sub> : Sade Gazoz-2	:	26.003	"
X <sub>3</sub> : Portakal Suyu	:	103.022	"
X <sub>4</sub> : Mandalina Suyu	:	100.799	"
X <sub>5</sub> : Cola Standart	:	656.655	"
X <sub>6</sub> : Cola Litrelik	:	10.763	"
X <sub>7</sub> : Vişne Suyu	:	221.539	"
X <sub>8</sub> : Kayısı Suyu	:	106.443	"
X <sub>9</sub> : Şeftali Suyu	:	223.464	"
X <sub>10</sub> : Premix Portakal	:	704	Tank
X <sub>11</sub> : Premix Cola	:	5.049	Tank

Çözüm sonucunda maksimum kâr Z = 3.299.199 'dur.

Tablo 3 : En İyi Çözüm Sonuçları

	Çözüm Değeri	Fırsat Maliyeti		Çözüm Değeri	Fırsat Maliyeti
X <sub>1</sub>	93.308	0	S <sub>12</sub>	0	1,6144
X <sub>2</sub>	26.003	0	A <sub>12</sub>	0	-1,6144
X <sub>3</sub>	97.541	0	S <sub>13</sub>	0	0,7131
X <sub>4</sub>	100.799	0	A <sub>13</sub>	0	-0,7131
X <sub>5</sub>	656.655	0	S <sub>14</sub>	22.433	0
X <sub>6</sub>	10.763	0	A <sub>14</sub>	0	0
X <sub>7</sub>	221.539	0	S <sub>15</sub>	0	0,0349
X <sub>8</sub>	106.443	0	A <sub>15</sub>	0	-0,0349
X <sub>9</sub>	223.464	0	S <sub>16</sub>	0	1,0848
X <sub>10</sub>	543	0	A <sub>16</sub>	0	-1,0848
X <sub>11</sub>	3.891	0	S <sub>17</sub>	0	2,1819
S <sub>1</sub>	27.692	0	A <sub>17</sub>	0	-2,1819
S <sub>2</sub>	110.997	0	S <sub>18</sub>	0	2,0022
S <sub>3</sub>	19.459	0	A <sub>18</sub>	0	-2,0022
S <sub>4</sub>	35.201	0	S <sub>19</sub>	0	0,3209
S <sub>5</sub>	85.345	0	A <sub>19</sub>	0	-0,3209
S <sub>6</sub>	3.203	0	S <sub>20</sub>	0	1,3136
S <sub>7</sub>	94.461	0	A <sub>20</sub>	0	-1,3136
S <sub>8</sub>	31.679	0	S <sub>21</sub>	0	1,1935
S <sub>9</sub>	150.536	0	A <sub>21</sub>	0	-1,1935
S <sub>10</sub>	161	0	S <sub>22</sub>	0	1,1163
S <sub>11</sub>	1.158	0	A <sub>22</sub>	0	-1,1163
			S <sub>23</sub>	0	42,1068
<b>Max Z = 3.299.199</b>					

Tablo 4: En iyi Çözüm Sonuçları

	Çözüm Değeri	Üst Üretim Sınırlarına Ait Gölge Fiyatlar	Alt Üretim Sınırlarına Ait Gölge Fiyatlar	Alt Üretim Sınırı	Üst Üretim Sınırı
X <sub>1</sub>	93.308	0 (S <sub>1</sub> )	-1,6144 (A <sub>12</sub> )	93.308	121.000
X <sub>2</sub>	26.003	0 (S <sub>2</sub> )	-0,7131 (A <sub>13</sub> )	26.003	137.000
X <sub>3</sub>	97.541	0 (S <sub>3</sub> )	0 (A <sub>14</sub> )	75.108	117.000
X <sub>4</sub>	100.799	0 (S <sub>4</sub> )	-0,0349 (A <sub>15</sub> )	100.799	136.000
X <sub>5</sub>	656.655	0 (S <sub>5</sub> )	-1,0848 (A <sub>16</sub> )	656.655	742.000
X <sub>6</sub>	10.763	0 (S <sub>6</sub> )	-2,1819 (A <sub>17</sub> )	10.763	13.966
X <sub>7</sub>	221.539	0 (S <sub>7</sub> )	-2,0022 (A <sub>18</sub> )	221.539	316.000
X <sub>8</sub>	106.443	0 (S <sub>8</sub> )	-0,3209 (A <sub>19</sub> )	106.443	138.122
X <sub>9</sub>	223.464	0 (S <sub>9</sub> )	-1,3136 (A <sub>20</sub> )	223.464	374.000
X <sub>10</sub>	543	0 (S <sub>10</sub> )	-1,1935 (A <sub>21</sub> )	543	704
X <sub>11</sub>	3.891	0 (S <sub>11</sub> )	-1,1163 (A <sub>22</sub> )	3.891	5.049

$S_j$  ( $J=1,2,3,\dots,11$ ) aylak değişkenlerinin çözüm değerlerinin pozitif olduğu görülmektedir. Bu değerler; aynı indisi değişkenlere ait ürünlerin üst üretim sınırları ile çözüm değerleri (üretilmesi gereken miktarlar) arasındaki farktır.

Dolayısıyla ilgili aylak değişkenlerin pozitif değerleri, ürünlerin üretilmesi gereken miktarlarının alt üretim sınırlarının altında olduğuna işaret etmektedir. Yine tüm ürünlerin üst üretim kısıtlarına ait gölge fiyatların sıfır olduğu Tablo 4'ten görülmektedir. Bunun anlamı ilgili ürünlerin üst üretim sınırlarını birbirinden bağımsız olarak (eşzamanlı değil) bir birim artırmanın amaç fonksiyonu değerine (toplam kâra) katkısı sıfır olacaktır.

Diğer taraftan 3.ürün (Portakal Suyu) hariç diğer tüm ürünlerin alt üretim kısıtlarına ait  $S_j$  ( $J=12,13,14,\dots,22$ ) artık değişkenlerinin çözüm değerlerinin sıfır olduğu görülmektedir. Bu sonuç, ürünlere ait değişkenlerin çözüm değerlerinin alt üretim sınırlarına eşit olduğunu göstermektedir. 3.ürünün alt üretim sınırına ait  $S_{14}$  aylak değişkeninin çözüm değeri 22.433'dür. İlgili çözüm değeri 3.ürünün üretilmesi gereken miktar (97.541) ile alt üretim sınırı arasındaki farktır.

3.ürün hariç diğer tüm ürünlerin alt üretim kısıtlarına ait gölge fiyatları negatiftir. Örneğin 1.ürünün (Sade Gazoz-1) alt üretim kısıtına ait gölge fiyatını (-1,6144) ele alalım. 1.ürünün alt üretim sınırını bir birim artırmak (dolayısıyla bir birim daha fazla üretmek) toplam kârda 1,6144 azalışa neden olacaktır.

Başka bir ifadeyle toplam kârda vişne suyu birim kârının (1 olarak baz alınan birim kâr) 1,6144 katı azalma sağlayacaktır.

$S_{23}$  değişkenine ait çözüm değeri (0) kullanılmayan makina kapasitesini göstermektedir. Buradan makina kapasitesinin tamamının kullanıldığı sonucu çıkmaktadır. Diğer yandan  $S_{23}$  değişkenine ait gölge fiyat (42,1068)'dir. Makina kapasitesini 1 birim (dakika) artırmak toplam kârda vişne suyu birim kârının 42,1068 katı artış sağlayacaktır.

Çözüm sonucunda toplam kâr 3.299.199 'dur. Diğer bir ifadeyle toplam kâr vişne suyu birim kârının 3.299.199 katı olmaktadır.

## SONUÇ

Bu çalışmada; üretim planlama ve doğrusal programlama konuları hakkında genel bilgiler verilmiştir. Üretim planlaması yapmak amacıyla, uygulamanın yapıldığı örnek fabrikada doğrusal programlama tekniği kullanılmıştır. Uygulamanın yapıldığı söz konusu işletme için kurulan doğrusal programlama modeli, QSB bilgisayar paket programı kullanılarak çözülmüştür. Çözüm sonuçlarına göre, en iyi üretim için ürün miktarları, boş kapasiteler ve gölge fiyatlar tespit edilmiştir.

Uygulamanın yapıldığı örnek fabrikada, kârı maksimum yapacak ürün bileşimi miktarları bulunmaya çalışılmıştır. Çözüm sonuçlarına göre; ürünlerin üretilmesi gereken miktarları, üst üretim sınırlarının altında olduğu tespit edilmiştir. Buradan, ürünlerin üst üretim sınırlarını birbirinden bağımsız olarak bir birim artırmanın toplam kârı bir katkısı olmayacağı sonucu çıkarılmıştır. Bir ürün (3.ürün) hariç diğerlerinin alt üretim kısıtlarına ait gölge fiyatlar negatif çıkmıştır. Bunun anlamı; 3.ürün hariç diğerlerinden bir birim daha fazla üretmek toplam kârda 3.ürün birim kârının 1,6144 katı kadar azalmaya neden olacaktır. Yine çözüm sonuçlarından makina kapasitesinin tamamının kullanıldığı ortaya çıkmaktadır.

## KAYNAKÇA

1. EROĞLU Abdullah-GÜNGÖR İbrahim, "Primal-Dual Doğrusal Programlama Modelleri Arasındaki İlişkiler", **Süleyman Demirel Üniv İİBF Dergisi**, S. 2(Güz), 1997.
2. HILLIER Frederick S.-LIEBERMAN Gerald J. **Introduction to Operations Research**, Fifth Edition, McGraw-Hill, Inc., New York, 1990.
3. JOHNSON Lynwood A-MONTGOMERY Douglas C., **Operations Research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control**, John Wiley&Sons, New York, 1974.
4. TAHA Hamdy A., **Operations Research**, Fourth Edition, Macmillan Publishing Company, New York, 1987.
5. TEKİN Mahmut, **Üretim Yönetimi**, C. 1, B. 3, Arı Ofset Matbaacılık, Konya, 1996.
6. TEKİN Mahmut, "Bir Tekstil Sanayi İşletmesinde Doğrusal Programlama Aracılığıyla Üretim Planlaması", **Çukurova Üniv. İİBF Dergisi**, C. 1, S. 1(1987).
7. WINSTON Wayne L., **Operations Research, Applications and Algorithms**, Edition 2, Pws-Kent Publishing Company, Boston, 1991.

