



Frame finite element model for nonlinear and vibration analysis of steel structures with Beam-Column and Column-Base Semi-Rigid Connections

Halil Fırat Özel^{1*}, Afşin Sarıtaş²

¹Çankaya University, Engineering Faculty, Department of Civil Engineering, 06790, Ankara

²Middle East Technical University, Engineering Faculty, Department of Civil Engineering, 06800, Ankara

Highlights:

- A frame finite element based on force-based formulation with shear deformations
- Application of linear or non-linear semi-rigid connection will not increase the degrees of freedom.
- Force-based consistent mass matrix with semi-rigidity in connections and an appropriate shear correction coefficient for I-sections

Graphical/Tabular Abstract

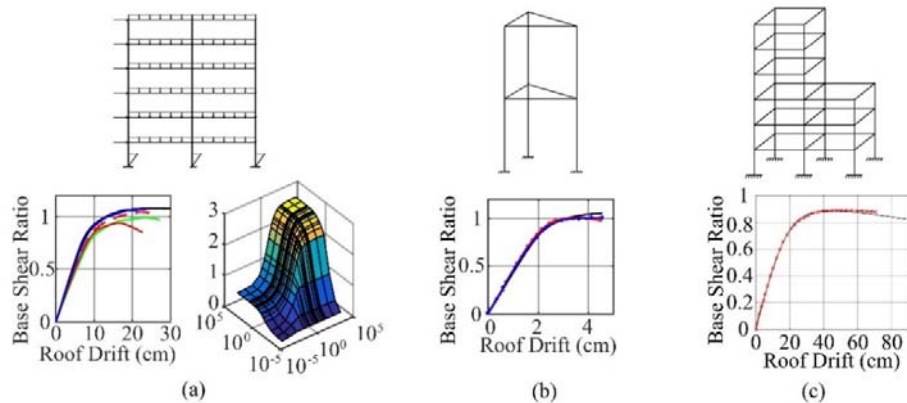


Figure A. Nonlinear Behavior of Steel Structures with Semi-Rigid Connections a) 2D 6 Stories Steel Frame, b) 3D Triangular Planar Steel Frame, c) 3D 6 Stories Steel Frame

Keywords:

- Steel Structures
- Semi-Rigid Connections
- Finite Element Formulation
- Nonlinear Structural Analysis
- Modal Analysis

Article Info:

Research Article
Received: 08.09.2021
Accepted: 16.10.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.992982

Correspondence:

Author: Halil Fırat Özel
e-mail: hfozel@cankaya.edu.tr
phone: +90 312 233 1500

Purpose: The purpose of this study is to develop and implement an accurate and robust frame finite element model for nonlinear structural analysis and vibration estimation of steel framed structures with semi-rigid connections.

Theory and Methods:

A frame finite element with semi-rigid connections based on force-based formulation and considering shear deformations is derived to obtain the nonlinear behavior of steel structures with high accuracy. Distributed plasticity approach is defined along each element length and over the depth of each section, and linear or nonlinear semi-rigid connection behavior can be specified anywhere along elements without the necessity to define additional nodes and to increase the degrees of freedom of the structural system. To perform vibration analyses with similar accuracy, force-based consistent mass matrix is used taking into account semi-rigidity in connections and an appropriate shear correction coefficient for I-sections.

Results:

First, a fix-fix supported beam with semi-rigid connections at its ends is acted on by a distributed load in order to observe spread of plasticity along beam length and connection regions. After this example, 2D and 3D complex and irregular steel frame structures with or without semi-rigid connections are analyzed and the performance of the element is compared with benchmark solutions. Finally, results of the modal analysis of a steel framed structure with semi-rigid connections is compared with a widely used structural analysis program.

Conclusion:

Proposed frame element with semi-rigid connections provides accurate, robust and practical modeling and nonlinear analysis of steel framed structures under extreme loading conditions. In the presented examples, it was possible to push the structures to higher displacement values than the existing results, and it was revealed that the non-linear behavior in the column-base connections could create much more critical results for the structural systems with P-Delta effects. In addition, high-level accuracy results were obtained when performing vibration analyses with the application of force-based consistent mass matrix.



Kiriş-Kolon ve Kolon-Taban Yarı-Rijit bağlantılı çelik yapıların doğrusal olmayan ve titreşim analizleri için çerçeve sonlu elemanı modeli

Halil Fırat Özel^{1*}, Afşin Sarıtaş²

¹Çankaya Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 06790, Ankara, Türkiye

²Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, 06800, Ankara, Türkiye

ÖNEÇIKANLAR

- Kesme deformasyonunu dikkate alan, kuvvet-bazlı formülasyona dayalı bir çerçeve sonlu elemanı
- Doğrusal veya doğrusal olmayan yarı-rijit bağlantının sisteme uygulanması, serbestlik derecelerini arttırmaz
- Bağlantılarda yarı-rijitlik ve I-kesitler için doğru bir kesme düzeltme katsayısını dikkate alan kuvvete-bazlı yayılı kütle matrisi

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi
Geliş: 08.09.2021
Kabul: 16.10.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.992982

Anahtar Kelimeler:

Çelik yapılar,
yarı-rijit bağlantılar,
sonlu eleman formülasyonu,
doğrusal olmayan analiz,
modal analiz

ÖZ

Çelik yapılarda deprem yükleri altında doğrusal olmayan davranışlar eleman boyunca ve bağlantı bölgelerinde oluşmakta ve dolayısıyla gerçek davranışın belirlenebilmesi için doğru ve pratik modellerin geliştirilmesi gerekmektedir. Bu amaçla makalede çelik yapıların doğrusal olmayan davranışının yüksek doğrulukta elde edilmesi için kuvvet-bazlı formülasyona dayanan yarı-rijit bağlantılı ve kesme şekil değiştirmelerini dikkate alan çerçeve sonlu elemanı türetilmiştir. Eleman boyunca ve kesit derinliğinde yayılı plastisite yaklaşımı tanımlanmış, eleman boyunca herhangi bir yerde doğrusal veya doğrusal olmayan yarı-rijit bağlantılar yapıya ek düğüm noktasına ve serbestlik derecesinde artışa gerek duyulmadan katılmıştır. Titreşim analizlerini benzer doğrulukta yürütmek için kuvvet-bazlı yarı-rijit bağlantılı kütle matrisi ve I-kesitler için uygun kesme düzeltme katsayısı kullanılmıştır. Eleman formülasyonu basitleştirmek amacıyla 2 boyutta sunulmuş, doğrulama ve kıyaslama çalışmalarındaysa 2 boyutta ve 3 boyutta karmaşık ve düzensiz yapılar üstünde analizler yürütülmüştür. Yarı-rijit bağlantılı modellerde hem giriş-kolon hem de kolon-tabanlarında doğrusal olmayan bağlantı davranışlarının yapısal sisteme etkisi çalışılmıştır. Sunulan örneklerde var olan sonuçlara göre daha ileri seviyede yer değiştirme değerlerine yapıların itilebilmesi mümkün olmuş ve kolon-taban bağlantılarındaki doğrusal olmayan davranışın P-Delta etkileriyle yapısal sistemlerde daha kritik sonuçlar oluşturabildiği gösterilmiştir. Ayrıca kuvvet-bazlı yayılı kütle matrisi uygulamasıyla titreşim analizlerini yürütürken üst seviyede doğrulukta sonuçlar elde edilebilmiştir.

Frame finite element model for nonlinear and vibration analysis of steel structures with Beam-Column and Column-Base Semi-Rigid Connections

HIGHLIGHTS

- A frame finite element based on force-based formulation with shear deformations
- Application of linear or non-linear semi-rigid connection will not increase the degrees of freedom
- Force-based consistent mass matrix with semi-rigidity in connections and an appropriate shear correction coefficient for I-sections

Article Info

Research Article
Received: 08.09.2021
Accepted: 16.10.2021

DOI:

10.17341/gazimmfd.992982

Keywords:

Steel structures,
semi-rigid connections,
finite element formulation,
nonlinear structural analysis,
modal analysis

ABSTRACT

In this paper, a shear deformable force-based frame finite element with semi-rigid connections is derived for nonlinear analysis of steel structures. Distributed plasticity approach is defined along element length and section depth, and linear or non-linear semi-rigid connection behavior can be specified anywhere along elements without the necessity to define additional nodes and to increase the degrees of freedom of the structural system. To perform vibration analyses with similar accuracy, force-based consistent mass matrix is used considering semi-rigidity in connections and an appropriate shear correction coefficient for I-sections. The element formulation is presented in 2 dimensions to simplify the formulation, and numerical validation and comparison studies are carried out on complex and irregular structures in 2-D and 3-D. In models with semi-rigid connections, the effect of nonlinear behavior on the structural system has been studied in both beam-column and column-bases. In the presented examples, it was possible to push structures higher than the existing displacements, and it was revealed that the nonlinear behavior in the column-base connections could create much more critical results for the structural systems with P-Delta effects. In addition, high-level accuracy results were obtained when performing vibration analyses with the application of force-based consistent mass matrix.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Çelik yapılar yapısal çelik malzemenin üstün özellikleri sebebiyle görece narin yapı elemanları kullanılarak ve sahada parçaların bağlantı bölgelerinden birleştirilmesi ile inşa edilirler. Bu da çelik yapı elemanlarında ciddi deprem yükleri altında ileri derecede doğrusal olmayan davranışların hem eleman boyunca hem de bağlantı bölgelerinde oluşmasına sebep olmakta ve bu davranışın belirlenebilmesi için deneysel çalışmaların dışında ayrıca sayısal olarak çözümleme yöntemlerinin geliştirilmesi gerekmektedir. Deneysel çalışmalar çok kısıtlı yüklemeler ve sınır şartları altında ve laboratuvarın sunabildiği olanak ve kapasitede gerçekleştirilebilmektedir. Yapıların inşa edilmeden önceki veya var olan yapısal sistemlerin gerçek davranışının belirlenebilmesi için doğru, güvenilir ve pratik modellerin geliştirilmesi ve kullanılması deneysel çalışmalar kadar önemlidir. Sayısal modellerin geliştirilmesinde çerçeve elemanların kullanımı 2 ve 3 boyutlu sonlu elemanların kullanımına göre yapısal modelleme açısından avantajlar sunmaktadır. Çerçeve elemanları ile modelleme, grafik ara yüzüne sahip veya bu tür bir ara yüze sahip olmadığı için girdi dosyası ile modelleme sunan yapısal analiz programlarının kullanımı açısından önemli oranda pratiklik katmaktadır. Modellemedeki avantajın dışında bilgisayarda çözümleme aşamasında da kullanılan eleman sayısında ve serbestlik derecelerinde ciddi azalma gerçekleşmesi, çerçeve elemanların hem pratikte hem de araştırma seviyesinde yürütülen çalışmalarda öne çıkmasını sağlamaktadır.

Çerçeve sonlu eleman formülasyonlarında yer değiştirme-bazlı ve kuvvet-bazlı olmak üzere iki ana kategoride yaklaşım bulunmaktadır [1]. Yer değiştirme-bazlı formülasyonlarda şekil fonksiyonları doğrusal elastik durum altında türetilmelerinden ötürü, eleman boyunca herhangi bir yerde oluşabilecek doğrusal olmayan tepkileri gerçekçi yakalayabilmek için çok fazla sayıda elemana bölünmeleri gerekmektedir. Yer değiştirme-bazlı modellerdeki sıkıntıyı aşmak için plastik mafsalların kullanımı ile özellikle de kiriş ve kolon gibi yapı elemanlarının uçlarına sıfır boyutlu yaylar yerleştirilerek doğrusal olmayan davranışın tanımlanması çoklukla tercih edilmektedir [2]. Ayrıca bu tür modellerde plastik mafsalların kapasitelerinin belirlenmesi gerekmektedir [3]. Bu yaklaşımın pratikte avantajları olsa da iç kuvvetlerin karmaşık etkileşimini yakalamada ve ayrıca uzun açıklıklı kirişlerde veya genelde yapı elemanları boyunca oluşabilecek plastikleşmeleri yakalayabilmek için yine ek modelleme ihtiyacı duymaktadır. Bu açıdan son 20 yılda kuvvet-bazlı formülasyonların çerçeve elemanlarda üretimi ve kullanımı öne çıkmış ve bu yaklaşımla tek eleman tepkisinin doğrusal olmayan şartlar altında doğru sonuç verdiği gösterilmiştir [1, 4, 5]. Eleman formülasyonunun sunduğu avantajlara ek olarak kesit tepkisinin fiber model yaklaşımı ile tanımlanması sayesinde kuvvet-bazlı formülasyonla iç kuvvetler arasındaki doğrusal olmayan karmaşık etkileşim de kolayca yakalanabilmektedir. Araştırma seviyesinde yürütülen çalışmalarda dünyada yaygın olarak kullanılan OpenSees [6] sonlu elemanlar

programının en öne çıkan çerçeve elemanı modelinin kuvvet-bazlı doğrusal olmayan eleman (*forcebeamcolumn*) olduğu bilinmekte ve bu modelde eleman boyunca ve kesit üstünde oluşan yayılı plastisite kolaylıkla tanımlanabilmektedir.

Çelik yapıların tasarımını ve ayrıca çerçeve elemanlarla analizinde basitleştirmek için bağlantı bölgelerinin davranışı genelde mafsallı ya da moment aktaran olarak dikkate alınabilmektedir. Ancak, çoğu bağlantı gerçekte bu iki kategorinin arasında, yani hem bir miktar moment aktarmakta hem de belirli mertebede dönüşe izin vermektedir. Bu tür bağlantılara genel olarak yarı-rijit bağlantı adı verilmektedir. Gerçek davranışı yakalamak için birçok araştırmacı, çelik yapı modeline yarı-rijit bağlantıları dahil etmektedir. Chui ve Chan [7] ve Nader ve Astaneh-Asl [8] çelik bağlantılar üzerine deneysel çalışma yürütmüşler ve deney sonuçlarını sayısal analizlerle kıyaslamışlardır. Sayısal analizlerde bağlantıların gerçek davranışları modellendiğinde daha iyi sonuçlar alındığı tespit etmişlerdir. Galvo vd. [9], da Silva vd. [10], Al-Aasam ve Mandal [11], yarı-rijit bağlantılara sahip çelik çerçevelerin dinamik davranışlarını incelemek için sonlu eleman formülasyonları geliştirmişlerdir. Bu çalışmalar bağlantı davranışlarının doğru bir şekilde modellenmesinin, çelik çerçeveli yapıların dinamik davranışlarında çok önemli bir role sahip olduğunu ortaya koymuştur. Özel, Sarıtaş ve Tasbahji [12] tarafından yapılan çalışmada, yapının titreşim özelliğinin doğru modellenebilmesi için bağlantı davranışının doğru bir şekilde tanımlanmasının gerekliliği ortaya koyulmuştur. Bunun yanında, deneysel çalışmalarda [13], dinamik yükler altında çelik çerçevelerin davranışlarını inceleyen çalışmalarda [14-17] ve tasarım yöntemi sunan çalışmalarda [18], çelik yapılarda yarı-rijit bağlantıların modellenmesinin önemli olduğu vurgulanmaktadır. Kolon-taban bağlantılarının modellenmesinde de benzer bir bağlantı davranışı yaklaşımı gerekir. [19, 20] kolon-taban bağlantılarındaki yarı-rijit bağlantı davranışının modellenmesinin gerekliliğini ortaya koymuştur.

Çelik çerçeve elemanlı yapısal analiz programlarında, bağlantı bölgelerinin doğrusal davranışı genelde eleman tepkisine çok daha kolay bir şekilde katılabilmektedir; ancak bağlantıların doğrusal olmayan davranışını yapı modelinde tanımlamak için plastik mafsallı tarzında sıfır boyutlu yay elemanların aynı koordinatta tanımlanmış 2 farklı düğüm noktası arasına yerleştirilmesi ile elde edilme yoluna gidilmektedir. Bu yaklaşımda aynı koordinatlara yerleşen iki düğüm noktası arasında usta (master) ve köle (slave) düğüm noktası tarzında bir dönüşüm veya penaltı ilişkisinin kullanımını gerektirmektedir. Böylece bağlantının her iki yanındaki düğüm noktalarında aynı değerde olması gereken yer değiştirme değerleri elde edilebilmekte ve yerleştirilen yayların tanımlandığı yer değiştirme değerlerinin oluşması serbest bırakılmaktadır. Bu karmaşık yaklaşım sadece modelleme aşamasında değil ayrıca yapısal çözümleme aşamasında da pratik olmayan bir durum oluşturmaktadır.

Bu makalede yürütülen çalışmada, çelik yapıların doğrusal olmayan davranışının elde edilmesi için kuvvet-bazlı formülasyona dayanan yarı-rijit bağlantılı bir çerçeve elemanı türetilmiş ve Matlab [21] ortamında uygulanmıştır. Kolon veya kiriş olarak çalışan yapı elemanlarının tepkisine bağlantı bölgelerinin davranışı herhangi bir şekilde düğüm noktasında artışa gerek duyulmadan eklenmiş ve böylece pratik bir modelleme ve çözümleme yaklaşımı sunulmuştur. Literatürde bu tür bir elemanın türetimi ve analizleri 2 boyutlu kiriş-kolon bağlantılı yapılarda başarıyla denenmiştir [22]. Bu makalede ise yeni olarak kiriş-kolon bağlantılarına ek olarak kolon-taban bağlantıları kolon elemanlarına aynı pratik yaklaşımla yerleştirilmiş ve doğrulama çalışmaları yürütülmüştür. Ayrıca 3 boyutlu yapısal analizler yürütülmesi ile planda ve yapının yüksekliği boyunca düzensiz yapıların analizi gerçekleştirilmiş ve sunulan elemanın karmaşık yapı davranışını gerçekçi ve pratik modelleme yaklaşımı ile başarıyla yakalayabildiği gösterilmiştir. Doğrusal olmayan yapı analizlerine ek olarak, titreşim analizleri kiriş-kolon bağlantılı duruma ek olarak kolon-taban bağlantılı yapılar için yürütülmüş ve bunun içinde kuvvet-bazlı türetim dikkate alınarak bağlantı bölgelerinin esnekliğinin eleman kütle matrisine etkisi tek eleman kullanımı ile elde edilmiştir. Titreşim analizleri açısından kullanılan modelin, pratikte kullanılan yaklaşımlarla doğrulama çalışmaları yürütülmüş ve geliştirilen modelin avantajları ve başarısı tartışılmıştır.

2. ÇUBUK ELEMAN FORMÜLASYONU (FRAME ELEMENT FORMULATION)

2.1. Kinematik İlişkiler (Kinematic Relations)

Bu çalışmada altı serbestlik derecesine sahip iki boyutlu bir genel çerçeve elemanı, konsol kirişler için geliştirilen eleman formülasyonu kullanılarak, elemanın serbest ucunda tanımlanan üç serbestlik derecesine sahip bir eleman formülasyonuna dönüştürülmüştür. Bu şekilde, elemanın serbestlik derecesi azaltılarak formülasyon sadeleştirilmiş ve işlem yükü azaltılmıştır. Formülasyonda kayma etkilerinin de hesaba katıldığı Timoshenko kiriş teorisi kullanılmıştır. Timoshenko kiriş teorisine göre şekil değiştirme şeması Şekil 1’de gösterilmiştir. İki boyutlu xy düzlemi için, konumu (x,y) olan herhangi bir A noktasının yer değiştirmeleri Eş. 1’de tanımlanabilir.

Eş. 1’de $u_x(x,y)$ ve $u_y(x,y)$ birbirine dik x ve y doğrultularındaki yer değiştirmeleri göstermektedir. $u(x)$ ve

$v(x)$ sırasıyla eksel ve eksene dik doğrultudaki yer değiştirmeleri, $\theta(x)$ ise kirişin kesitindeki düzlem dışı z eksenindeki dönmeyi nitelendirmektedir.

$$\begin{Bmatrix} u_x(x,y) \\ u_y(x,y) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u(x) - y\theta(x) \\ v(x) \end{Bmatrix} \quad (1)$$

ϵ_{xx} normal (x yönü) ve γ_{xy} kayma (xy düzlemi) birim şekil değiştirmeleri, elemanın birim şekil değiştirme matrisini oluşturmaktadır. Birim şekil değiştirme matrisi ve kesit şekil değiştirmeleri arasındaki ilişki Eş. 2’den hesaplanabilir.

$$\epsilon = \begin{Bmatrix} \epsilon_{xx} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} u'(x) - y\theta'(x) \\ -\theta(x) + v'(x) \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_a(x) - y\kappa(x) \\ \gamma(x) \end{Bmatrix} \quad (2)$$

$$\epsilon = \mathbf{a}_s(y) \mathbf{e}(x)$$

Eş. 2’de, kesit şekil değiştirme vektörü $\mathbf{e}(x)$ aşağıdaki gibidir (Eş. 3).

$$\mathbf{e}(x) = [\epsilon_a(x) \quad \gamma(x) \quad \kappa(x)]^T \quad (3)$$

Eş. 3’te yer alan $\epsilon_a(x)$ eksel doğrultudaki birim şekil değiştirmeyi, $\gamma(x)$ kayma birim şekil değiştirmesini ve $\kappa(x)$ ise düzlem dışı z eksenini etrafındaki eğriliği göstermektedir. Eş. 2’deki $\mathbf{a}_s(y)$ matrisi ise Eş. 4’te tanımlanmaktadır.

$$\mathbf{a}_s(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

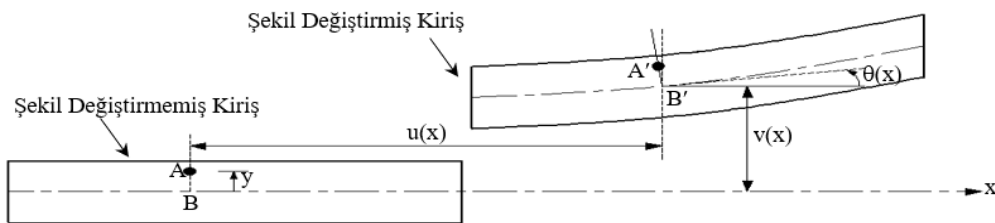
2.2. Varyasyonel Yöntem ve Sonlu Eleman Formülasyonu (Variational Method and Finite Element Formulation)

Formülasyonda, 2 düğüm noktasına sahip iki boyutlu xy düzleminde tanımlanan çubuk eleman, şekil değiştirme açısından eşdeğer konsol elemana dönüştürülmektedir. Genel çubuk elemanda, elemanın düğüm noktalarının her birinde 3 serbestlik ve toplamda 6 serbestlik derecesi mevcutken, eşdeğer konsol elemanda sadece bir düğüm noktası ve toplamda 3 serbestlik derecesi vardır. Eşdeğer konsol elemanın yükleri, Eş. 5 ve Şekil 2b’de \mathbf{q} ile gösterilmiştir. Elemanın uzunluğu doğrultusunda düğüm kuvvetleri dönüşüm matrisi \mathbf{a} Eş. 5’teki gibi tanımlanabilir.

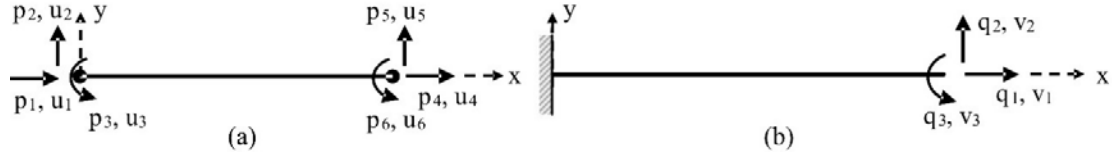
$$\mathbf{p} = \mathbf{a}^T \mathbf{q}; \quad \mathbf{a} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -L & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{p} = [p_1 \quad p_2 \quad p_3 \quad p_4 \quad p_5 \quad p_6]^T$$

$$\mathbf{q} = [q_1 \quad q_2 \quad q_3]^T$$



Şekil 1. Kirişin Şekil Değiştirme Şeması [23] (Beam Deformation Sketch [23])



Şekil 2. (a) Genel çubuk elemanı ve (b) Eşdeğer konsol giriş sistemi düğüm kuvvetleri / momentleri ve yer değiştirmeleri / dönmeleri ((a) Frame element and (b) nodal forces / moments and nodal displacements / rotations of equivalent cantilever beam)

Şekil 2.(b)'deki eşdeğer konsol elemanın 3 şekil değiştirme modu v_1, v_2 ve v_3 , Şekil 2a'daki komple sistemde sunulan u_1, \dots, u_6 düğüm yer değiştirmelerinin teker teker uygulanması ile Eş. 6'da gösterildiği gibi elde edilir. Böylece elde edilen serbestlik matrisi indirgenmiş olur ve eleman formülasyonunun kuvvet-bazlı olmasından kaynaklanan esneklik matrisinin tersinin alınarak rijitlik matrisinin elde edilmesi sırasında oluşabilecek tekil matris durumundan da kurtulmuş olunur.

$$\mathbf{v} = \mathbf{a}\mathbf{u} \quad (6)$$

Elemanın kesit iç kuvvetleri (tesirleri/zorları) vektörü $\mathbf{s}(x)$, kuvvet enterpolasyon matrisi, $\mathbf{b}(x, L)$ ile \mathbf{q} vektörünün çarpımından elde edilir. Eş. 7'de eklenen $\mathbf{s}_p(x)$, düzgün aksel yayılı yük, w_x ve eksene dik yayılı yük, w_y 'nin kesit iç kuvvetlerine katkısını temsil etmektedir. Bu şekilde herhangi bir konumda uygulanmış noktasal veya yayılı yüklerin etkileri doğrudan formülasyona dahil edilmektedir.

$$\mathbf{s}(x) = [N(x) \ V(x) \ M(x)]^T = \mathbf{b}(x, L)\mathbf{q} + \mathbf{s}_p(x)$$

$$\mathbf{b}(x, L) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & (L-x) & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\mathbf{s}_p(x) = \begin{bmatrix} L-x & 0 \\ 0 & L-x \\ 0 & (L-x)^2/2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_x \\ w_y \end{Bmatrix}$$

Eş. 7 kullanılarak, düğüm noktalarında oluşan kuvvetler ile eleman boyunca herhangi bir noktadaki kesit iç kuvvetleri arasında denge sağlanabilir. Kesit iç kuvvetleri, $N(x)$ aksel kuvvet, $V(x)$ kesme kuvveti ve $M(x)$ eğilme momentidir.

Yukarıda tanımlanan eleman seviyesindeki ilişkiler, üç-alanlı Hu-Washizu fonksiyoneli kullanılarak, bağımsız eleman düğüm yer değiştirmeleri \mathbf{u} , eleman temel kuvvetleri \mathbf{q} ve kesit şekil değiştirmeleri \mathbf{e} ile elemanın değişken formu hazırlanmış ve giriş sonlu elemanlarının bir parçası olarak [5, 24]'te önerildiği gibi uygulanmıştır. Dinamik etkinin türetilmesi için eylemsizlik kuvveti $\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}}$ dahil edilmiş ve D'Alembert'in prensipleri kullanılarak Eş. 8'de aşağıdaki değişken form oluşturulmuştur.

$$\delta \Pi_{HW} = \int_0^L \delta \mathbf{e}^T (\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{e}(x)) - \mathbf{b}(x, L)\mathbf{q} - \mathbf{s}_p(x)) dx$$

$$- \delta \mathbf{q}^T \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{e}(x) dx + \delta \mathbf{q}^T \mathbf{a}\mathbf{u}$$

$$+ \delta \mathbf{u}^T \mathbf{a}^T \mathbf{q} + \delta \mathbf{u}^T \mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} - \delta \mathbf{u}^T \mathbf{p}_{app} = 0 \quad (8)$$

Eş. 8'de, [25]'in sunduğu dinamik etki eklenerek, Hu-Washizu-Barr değişken formu oluşturulmuştur. Eş. 8'de $\delta \mathbf{u}$, $\delta \mathbf{q}$ ve $\delta \mathbf{e}$ değerleri herhangi bir değerden bağımsız değişkenlerdir ve varyasyonel olarak adlandırılırlar. Eş. 5, Eş.6, Eş. 9 değişken formun sıfıra eşit olabilmesi için sağlanması gereken formüllerdir.

$$\hat{\mathbf{s}}(\mathbf{e}(x)) \equiv \mathbf{b}(x, L)\mathbf{q} + \mathbf{s}_p(x) \quad (9)$$

Eş. 9 doğrusal ve doğrusal olmayan malzeme davranışını formülasyona dahil etmek için düzenlenmiştir. Eş. 9, her eleman için sayısal integral kullanılarak toplanır ve böylece sistemin hareket eşitliği elde edilir. Malzemenin doğrusal elastik modelinin kesit şekil değiştirmeleri $\mathbf{e} = \mathbf{k}_s^{-1}\hat{\mathbf{s}}$ formülünden hesaplanabilir. Burada \mathbf{k}_s kesitin rijitlik matrisidir. Kesit şekil değiştirme matrisi \mathbf{e} Eş. 6'ya yerleştirildiğinde Eş. 10 elde edilir.

$$\mathbf{a}\mathbf{u} = \mathbf{v} = \mathbf{f}\mathbf{q}$$

$$\mathbf{f} = \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L)\mathbf{f}_s(x) \mathbf{b}(x, L) dx \quad (10)$$

Eş. 10'da \mathbf{f} , konsol girişin esneklik matrisidir. \mathbf{f}_s ise kesitin esneklik matrisidir ve kesit rijitlik matrisi \mathbf{k}_s 'nin tersi alınarak hesaplanır.

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}; \quad \text{ve} \quad \mathbf{k} = \mathbf{a}^T \mathbf{f}^{-1} \mathbf{a} \quad (11)$$

Eş. 11'de \mathbf{k} matrisi, elemanın Şekil 2a'da sunulan durumu için 6×6 rijitlik matrisidir. Yarı-rijit bağlantılar eleman formülasyonuna bu matrise eklenerek uygulanmıştır. Yarı-rijit bağlantıların eleman şekil değiştirmelerine katkısı Eş. 12 ile sisteme dahil edilmiştir.

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{Çerçeve}} + \mathbf{v}_{\text{Bağlantı}}$$

$$\mathbf{v}_{\text{Çerçeve}} = \sum_{i=1}^{n_{IN}} \mathbf{b}^T(x_i)\mathbf{e}_i w_{IP,i}$$

$$\mathbf{v}_{\text{Bağlantı}} = \sum_{i=1}^{n_{YRB}} \mathbf{b}^T(x_i)\Delta_{YRB,i}$$

$$\Delta_{YRB} = [\delta_{YRB}^{\text{eksenel}} \quad \theta_{YRB} \quad \delta_{YRB}^{\text{kesme}}]^T \quad (12)$$

Burada n_{IN} , elemanın doğrusal olmayan tepkisini yakalamak için kullanılan toplam entegrasyon noktası sayısıdır ve n_{YRB} , eleman boyunca yerleştirilen yarı-rijit bağlantıların sayısıdır; $w_{IP,i}$, bölünmüş noktadaki entegrasyon konumuna karşılık

gelen eşdeğer entegrasyon ağırlığıdır ve son olarak Δ_{YRB} , yarı-rijit bağlantının şekil değiştirme vektörüdür. Yarı-rijit bağlantının şekil değiştirmeleri δ_{YRB}^{kesnel} eksenel, θ_{YRB} dönme ve δ_{YRB}^{kesme} kesme şekil değiştirmesi olarak belirtilmiştir. Elemanların şekil değiştirmesinin küçük olduğu durumlarda kesit iç kuvvetlerini elde etmek için elemanın deforme olmamış durumu dikkate alınarak türetilen Eş. 7'deki kesit interpolasyon matrisi \mathbf{b} , eleman boyunca yarı-rijit bir bağlantı eklendiği durumda da kullanılabilir. Böylece Eş. 1'den Eş. 6'ya kadar olan eşitlikler yarı-rijit bağlantıların eklenmesi işleminden etkilenmez. Eleman esneklik matrisi \mathbf{f} , yarı-rijit bağlantıların eklendiği durum için aşağıdaki gibi oluşturulur. Yer değiştirme-bazlı elemanlarda bu şekilde bir ekleme mümkün olmadığı için bağlantılar sıfır boylu yay elemanları ve ek düğüm noktalarının tanımlanması ile gerçekleştirilebilmektedir.

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_{Çerçeve} + \mathbf{f}_{Bağlantı}$$

$$\mathbf{f}_{Çerçeve} = \sum_{i=1}^{n_{IN}} \mathbf{b}^T(x_i) \mathbf{f}_{s,i} \mathbf{b}(x_i) W_{IP,i}; \quad (13)$$

$$\mathbf{f}_{Bağlantı} = \sum_{i=1}^{n_{YRB}} \mathbf{b}^T(x_i) \mathbf{f}_{YRB,i} \mathbf{b}(x_i)$$

Eleman formülasyonunun üç-alanlı olmasından ötürü, eleman tepkisinin yapısal çözüm algoritmalarına yer değiştirme-bazlı elemanların sunduğu gibi yani sadece yer değiştirme alanına indirgeyerek iletebilmesi gerekmektedir. Bunun için kuvvet-bazlı elemanın son işlemi olarak statik indirgeme (static condensation) yapılması ve dışarıya sunulan eleman alan sayısının tek alana yani düğüm yer değiştirmeleri \mathbf{u} 'ya düşürülmesi gerekmektedir. Bu indirgeme için Eş. 6 ve Eş. 9'un çözümü Eş. 5'e bağlı olmadan doğrusal elastik durum için kolaylıkla elde edilir ve sonrasında Eş. 5'e konulup bütün elemanların hareket eşitliği oluşturulur. Doğrusal olmayan davranış içinse Eş. 5, Eş. 6 ve Eş. 9'un hesapları, tekrarlı (iterative) çözümleme gerektirmektedir. Kuvvet-bazlı elemanın doğrusal olmayan durumlar altındaki tekrarlı çözüm algoritması için Sarıtaş ve Soydaş'a [1] bakılması önerilir. Bu şekilde esneklik matrisi doğrusal olmayan davranış için hesaplanır ve Eş. 6'daki \mathbf{v} , eleman şekil değiştirmeleri, \mathbf{q} , eleman kuvvetlerine göre türevi alınarak elde edilir. Bu durumda, kesit rijitliği de doğrusal olmamaktadır. Ayrıca bu makalede eleman formülasyonu türetimi, basitleştirmek amacıyla, 2 boyutlu ortamda sunulmuştur. 3 boyutlu elemanın türetimi ile ilgili detaylar için [23]'e bakılabilir.

2.3. Kesit Davranışı (Section Response)

Eleman formülasyonunda kesit davranışı Timoshenko kiriş teorisyle tanımlanmıştır. Yani düzlem kesitler düzlem kalır prensibi, transformasyon matrisi \mathbf{a}_s 'nin uygulanması ile eleman boyunca Eş. 2'deki gibi gerçekleştirilir ancak transformasyon matrisi kesme düzeltme değeri κ_s yi barındırmaktadır.

$$\mathbf{a}_s = \mathbf{a}_s(y) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -y \\ 0 & \sqrt{\kappa_s} & 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

I-kesitler için, Charney vd. [26] tarafından sunulan kesme düzeltme değeri κ_s Eş. 15'deki gibi hesaplanır.

$$\kappa_s = \frac{1}{\kappa}; \quad \kappa = 0,85 + 2,32 \frac{b_f t_f}{d t_w} \quad (15)$$

Burada b_f , t_f , d ve t_w sırasıyla kesitin başlığının genişliği, kalınlığı, gövdenin derinliği ve kalınlığıdır. Kesit zorları, gerilmelerin integrali ile malzeme ilişkisi $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon})$ sağlanır.

$$\mathbf{s} = \int_A \mathbf{a}_s^T \boldsymbol{\sigma} dA; \quad \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} \quad (16)$$

Kesit zorlarının Eş. 16'daki gibi kesit şekil değiştirmelerine göre türevi, teğet rijitlik matrisini vermektedir.

$$\mathbf{k}_s = \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \mathbf{e}} = \int_A \mathbf{a}_s^T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon})}{\partial \mathbf{e}} dA = \int_A \mathbf{a}_s^T \mathbf{k}_m \mathbf{a}_s dA \quad (17)$$

Malzeme modülü \mathbf{k}_m , gerilme ve birim şekil değiştirme ilişkisi olan, $\mathbf{k}_m = \partial \boldsymbol{\sigma}(\boldsymbol{\varepsilon}) / \partial \boldsymbol{\varepsilon}$ formülünden elde edilir. Gauss-quadrature, orta nokta ya da yamuk (trapezoidal) entegrasyon yöntemi kullanılarak Eş. 16 ve Eş. 17'nin sayısal integrali yapılır. Gauss-quadrature yöntemi sürekli birim şekil değiştirmeler için daha iyi sonuç verir. Süreksiz birim uzama ilişkilerinde ise orta nokta metodu tercih edilebilir.

2.4. Kuvvet Bazlı Yayılı Kütle Matrisi (Force Based Consistent Mass Matrix)

Eleman formülasyonunda konsol sistemin kütle, elemanın uzunluğu boyunca yayılı yük kabul edilmiş ve yayılı kütle matrisi, kesit kütle matrisinden Soydaş ve Sarıtaş [27] tarafından sunulduğu şekilde oluşturulmuştur. Bu matrise bu çalışma kapsamında yarı-rijit bağlantıların sunduğu esnekliğin Eş. 13'te dikkate alınmasıyla elde edilmiştir. Kesit kütle matrisi Eş. 4'te tanımlanan \mathbf{a}_s kullanılarak aşağıdaki formülden hesaplanabilir.

$$\mathbf{m}_s(x) = \int_A \mathbf{a}_s^T \rho(x, y) \mathbf{a}_s dA \quad (18)$$

Eş. 18'de ρ özkütleyi ifade etmektedir. Eş. 11'deki kuvvet bazlı elemanın kütle matrisi [27]'ye göre hazırlanmıştır.

$$\mathbf{m} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_{00} & \mathbf{m}_{0L} \\ \mathbf{m}_{L0} & \mathbf{m}_{LL} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Eş. 19 kütle matrisinin alt matrisleri Eş. 20'de tanımlanmıştır;

Eş. 20'de \mathbf{f} eleman esneklik matrisi, Eş. 13'te gösterildiği gibi hesaplanmaktadır ancak elemanın kısmi esneklik matrisi \mathbf{f}_p Eş. 21'deki gibi hesaplanarak Eş. 20'de kullanılır.

Kuvvet bazlı yayılı kütle matrisinin kullanılması sayesinde titreşim veya dinamik analizlerde, bağlantı bölgelerinden

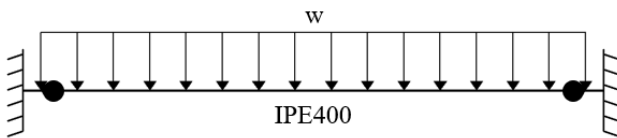
kaynaklanan esnekliğin düğüm noktalarında hesaplanan kütle matrisine etkisi ek elemanlara bölmeye gerek kalmadan hesaplanabilmektedir. Bu da yapısal çözümlemelerde düğüm sayılarının ve serbestlik derecelerinin azaltılmasına ve özellikle de doğrusal olmayan durumlarda oluşan tekrarlı (iterative) çözümlerde yapısal rijitlik matrislerinin boyutlarının küçülmesine ve matris terslerinin alınmasını kolaylaştırmaktadır.

$$\begin{aligned}
 \mathbf{m}_{LL} &= \mathbf{f}^{-1} \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \\
 &\quad \times \left(\int_x^L \mathbf{b}^T(x, \xi) \mathbf{m}_s(\xi) \mathbf{f}_p(\xi) \mathbf{f}^{-1} d\xi \right) dx \\
 \mathbf{m}_{L0} &= \mathbf{f}^{-1} \int_0^L \mathbf{b}^T(x, L) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \left(\int_x^L \mathbf{b}^T(x, \xi) \mathbf{m}_s(\xi) \right. \\
 &\quad \left. \times (\mathbf{b}^T(0, \xi) - \mathbf{f}_p(\xi) \mathbf{f}^{-1} \mathbf{b}^T(0, L)) d\xi \right) dx \quad (20) \\
 \mathbf{m}_{0L} &= \mathbf{m}_{L0} = -\mathbf{b}(0, L) \mathbf{m}_{LL} \\
 &\quad + \int_0^L \mathbf{b}(0, x) \mathbf{m}_s(x) \mathbf{f}_p(x) \mathbf{f}^{-1} dx \\
 \mathbf{m}_{00} &= -\mathbf{b}(0, L) \mathbf{m}_{L0} + \int_0^L \mathbf{b}(0, x) \mathbf{m}_s(x) \\
 &\quad \times (\mathbf{b}^T(0, x) - \mathbf{f}_p(x) \mathbf{f}^{-1} \mathbf{b}^T(0, L)) dx \\
 \mathbf{f}_p(x) &= \int_0^x \mathbf{b}^T(\xi, x) \mathbf{k}_s^{-1}(x) \mathbf{b}(\xi, x) d\xi \quad (21)
 \end{aligned}$$

3. SAYISAL DOĞRULAMALAR (NUMERICAL VERIFICATIONS)

3.1. İki Ucu Ankastre Kiriş Örneği (Both Ends Fixed Beam Example)

Önerilen modelin çelik elemanının uzunluğu boyunca plastisitenin yayılmasını ve yarı-rijit bağlantıların elemanın üzerindeki etkisini görmek için, iki ucu ankastre bağlı I-kesitli bir çelik kiriş örneği ele alınmıştır. Bu örnekte Şekil 3'te görüldüğü gibi kirişin uçlarına yarı-rijit bağlantılar düğüm noktası artırılmadan eklenmiş ve üzerine yayılı yük uygulanmıştır. Önerilen modelin kuvvet-bazlı olması yapılan örneğin yer değiştirme-bazlı formülasyonların aksine tek eleman ile modellenemesini sağlamaktadır. Bu da yer değiştirme-bazlı formülasyonlara kıyasla daha az işlem yükü getirecektir. Dolayısıyla kiriş elemanı tek bir eleman kullanılarak analiz edilmiştir ve kirişin eleman boyunca çözümü Lobatto entegrasyon kuralı kullanılarak eleman üzerinde 5 kesitte izlenmiştir.

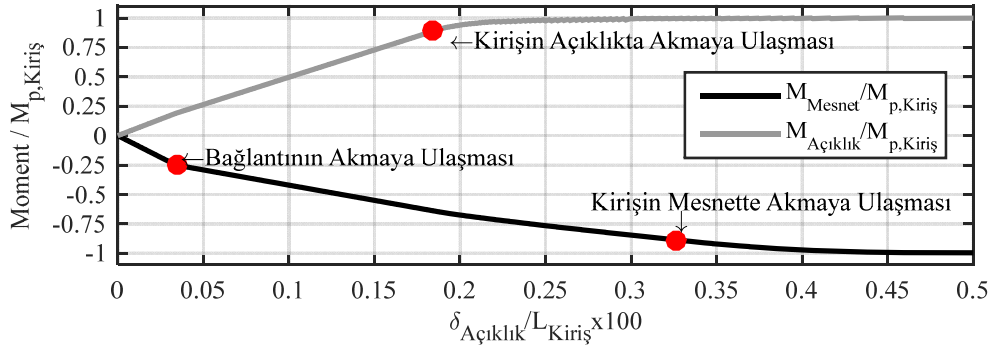


Şekil 3. İki Ucu Ankastre Kiriş (Both Ends Fixed Beam)

Bu örnekte İPE400 kirişi seçilmiştir. Kirişin her kesiti plastisitenin yayılmasını hesaplamak için başlık genişliği

boyunca 8 katman ve gövdenin derinliği boyunca 12 katmana bölünmüş ve kesit iç kuvvetleri ve rijitlik matrisinin hesabında yamuk (trapezoidal) entegrasyon yaklaşımı kullanılmıştır. Malzemenin elastik mükemmel plastik tepkiye sahip olduğu varsayılmıştır. Elastisite modülü E (200 GPa), akma dayanımı F_y (275 MPa) ve İPE400 kesiti için kesit modülü W_e ve plastik kesit modülü W_p olarak tanımlanmış ve kesitin akma momenti ve plastik moment kapasiteleri $M_{y,kiriş} = F_y \times W_e$ ve $M_{p,kiriş} = F_y \times W_p$ formüllerinden hesaplanmıştır. Kirişin her iki ucuna tanımlanan yarı-rijit bağlantıların rijitliği $k_{SR} = \lambda_c EI / L_{kiriş}$ formülünden hesaplanmaktadır. Burada I değeri İPE400 kesitinin atalet momenti ve kiriş boyu, $L_{kiriş}$ 6 metredir. λ_c değeri 11 olarak alınmış ve bu değer yaklaşık olarak yarı-rijit değer davranış için ortalama bir değer olarak alt sınır 2 ve üst sınır 20'nin ortalaması olarak hesaplanmıştır. Sunulan örnekte bağlantının plastik moment kapasitesi kesitin plastik moment kapasitesinin %25'i olarak alınmıştır. Bağlantının plastik moment kapasitesi aşıldığında, pekleşme rijitliği de k_{SR} değerinin %20'sine eşittir. Dikkate alınan bu değerler sayesinde, bağlantı bölgesinde doğrusal olmayan davranış başladıktan sonra kiriş uçlarında ve ortasında da ayrı ayrı doğrusal olmayan davranışın tek bir örnek problem üstünde gösterimi mümkün olabilecek ve makalede sunulan elemanın avantajını göstermek mümkün olacaktır.

Şekil 4'te, ankastre mesnetteki ve kiriş ortasındaki moment değerlerinin kirişin ortasındaki sehime göre değişimi ve grafikler üstünde bağlantıda ve kirişteki doğrusal olmayan olaylar işaretlenmiştir. Birleşimlerin seçilen doğrusal olmayan parametreleri nedeniyle, önce kirişin ucuna yerleştirilen bağlantılarda akma, ardından kiriş açıklığının ortasında kesitin akmaya başladığı görülmüştür. Daha sonra kiriş açıklığının ortasında plastik moment kapasitesine ve son olarak kirişin ankastre mesnetlerinde plastik moment kapasitelerine ulaşılmıştır. Ankastre mesnetteki momente karşı açıklığın ortasındaki sehime grafiği, bağlantının akmaya ulaşması nedeniyle grafiğin eğimi önemli derecede değiştiği açıkça görülmektedir. Şekil 4'te görüldüğü gibi bu örnek, önerilen formülasyonun hem kiriş uçlarında hem de uzunluğu boyunca plastik mafsallı oluşumunu ve ayrıca yarı-rijit bağlantılarda doğrusal olmama durumlarını tek eleman kullanılarak yakalayabildiğini açıkça göstermektedir. Yer değiştirme-bazlı formüllasyonlarda bunun için birden çok elemana ihtiyaç duyulmaktadır. Bu tür bir örneğin çözümü için pratikte yapılan yığılı plastisite modellerinin kullanımında kirişin elastik kalan bölgeleri doğrusal elastik elemanlar kullanılarak modellenmekte, kirişin her iki ucuna ve ortasına plastik mafsallaşma için birer yay ekleme ve ayrıca yarı-rijit bağlantıların tepkisini de katabilmek için ek yay elemanları eklenmesi gerekecekti. Bu durumda 5 yay elemanı ve ayrıca 2 çerçeve elemanı olmak üzere toplamda en az 7 eleman kullanılması gerekecekti. Bu tür yığılı plastisite modeli yaklaşımı kullanırken yapı elemanları boyunca oluşacak plastik mafsallaşmanın yerinin önceden doğru tahmin edilmesi gerekmektedir. Yer değiştirme-bazlı formülasyonlarla yayılı plastisite yaklaşımı yapılacak olsaydı, Sarıtaş ve Soydaş'a [1] sunulduğu üzere kiriş elemanının doğrusal olmayan tepkisini yakalayabilmek için



Şekil 4. İki Ucu Ankastre ve Yarı-Rijit Bağlantılı Kirişte Artan Yayılı Yük Altında Mesnetteki ve Kiriş Ortasındaki Momentin Kiriş Ortasındaki Sehime göre Değişimi

(Variation of Moment at Support and Midspan of the Beam with Deflection in the Midspan of the Beam Under Increasing Distributed Load in Beam with Both Ends Fixed and Semi-Rigid Connections)

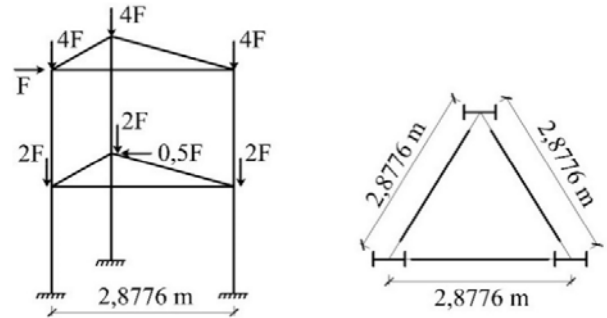
yaklaşık 8 yer değiştirme-bazlı yayılı plastisite içeren elemanla modellenmesi gerekecekti. Bu durumda yarı-rijit bağlantılar için de birer yay elemanı kullanımı ile toplamda 10 eleman kullanılması ile gerçekçi bir modelleme yapılabilecekti. Dolayısıyla, makalede önerilen kuvvet-bazlı yarı-rijit bağlantılara sahip eleman modelinin çok daha pratik ve doğru modelleme yaklaşımı sunacağı anlaşılmaktadır.

3.2. İki Katlı Üçgen Planlı Çelik Çerçeve Örneği (Two Story Triangular Planar Steel Frame Example)

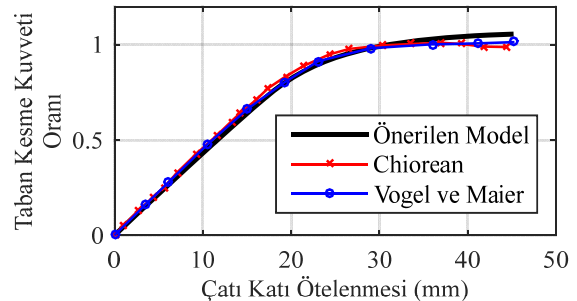
Sunulan eleman modelinin yapısal sistemlerdeki doğruluğunu göstermek için öncelikle rijit bağlantılı durumda 3 boyutlu ve çözümlenmesi zor bir kıyaslama örneği dikkate alınmıştır. Şekil 5'te Vogel ve Maier [28] tarafından çalışılan iki katlı üçgen plana sahip çelik çerçevesi yapıdaki tüm elemanlar W14x43 kesimine sahiptir. Yapıya etkiyen yükleme Şekil 5'te gösterilmektedir. F kuvvetinin şiddeti 190 kN'dur. Yatay yükler, katlarda birbirine göre ters yönde uygulanarak, katlar arasında görelî dönmelere neden olmaktadır. Bu örnek, makalede önerilen doğrusal olmayan eleman modelinin performansını test etme niteliğindedir. Sunulan bu örnekte eleman modelinin 3 boyutlu hali kullanılarak analizler yürütülmüştür. Eleman formülasyonunun 3 boyutlu türetimindeki detayları [23]'te mevcuttur. Bu örnekte kullanılan çeliğin elastisite modülü, kayma modülü ve akma dayanımı sırasıyla 210 GPa, 80 GPa ve 248,3 MPa olarak alınmıştır. Önerilen modelde, Lobatto entegrasyon kuralı kullanılarak kiriş ve kolonların uzunluğu boyunca 5 kesitte plastikleşme takip edilmiştir. Kiriş ve kolon kesitleri, başlık genişliği ve kalınlığı boyunca sırasıyla 8 ve 3 katman ve gövde derinliği ve kalınlığı boyunca sırasıyla 9 ve 2 katmana bölünmüştür. Analizde kirişlerde sadece 1. mertebe etkiler altında oluşan geometrik şekil değiştirmeler dikkate alınırken, kolonlar için 2. mertebe etkiler nedeniyle oluşan "P-delta" etkilerinin de hesaba katıldığı şekil değiştirmeler dikkate alınmıştır. Bu çalışmada, çelik elemanların burulma sabiti, ince cidarlı açık çelik elemanlar için kullanılan Galambos formülünden [29] hesaplanmıştır.

Önerilen formülasyonunun doğruluğu, [28] ve [30]'dan elde edilen sonuçlar kullanılarak kontrol edilmiştir. Vogel ve

Maier [28] yığılı plastik bölge analizi önerirken ve Chiorean [30] doğrusal olmayan plastik analiz yapabilen NEFCAD programını kullanmıştır. Mevcut literatürle yapılan karşılaştırma, Şekil 5'te gösterilen A noktasının yatay yer değiştirmesinin, taban kesme kuvveti oranı olarak adlandırılan taban kesme kuvvetinin toplam uygulanan yatay yüke oranına göre değişimi cinsinden Şekil 6'da gösterilmiştir. Şekil 6, önerilen modelden elde edilen çözümün [28] ve [30] tarafından elde edilen çözüme yakın olduğunu göstermektedir.



Şekil 5. 2 Katlı Üçgen Planlı Çelik Çerçeve Sistemi [28]
(2 Story Triangular Planar Steel Frame System [28])



Şekil 6. İki Katlı Üçgen Planlı Çelik Çerçeve için Taban Kesme Oranı ile Çatı Katı Ötelenmesinin Değişimi için Önerilen Model, [28] ve [30]'un Sonuçlarının Karşılaştırması

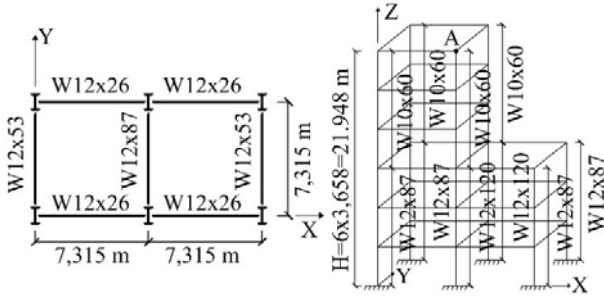
(Comparison of Base Shear Ratio vs Roof Drift for Proposed Model, [28] and [30] for Two Story Triangular Planar Steel Frame)

3.3. Kiriş-Kolonlarında Yarı-Rijit Bağlantıların

Tanımlandığı Altı Katlı Çelik Çerçeve Örneği

(Example of Six-Stories Steel Frame with Semi-Rigid Connections Defined in Beam-Columns)

Bu örnek, kiriş uçlarında yarı-rijit bağlantılara sahip üç boyutlu altı katlı bir yapıdır ve çelik çerçevelerin doğrusal olmayan analizi için popüler bir kıyaslama örneği olarak kabul edilebilir çünkü ilk olarak Orbison vd. [31] tarafından çalışılmış ve daha sonra Liew vd. [32], Chiorean [33], Truong vd. [34] ve Nguyen ve Kim [35] aynı örneği incelemişlerdir. Orbison vd.'nin [31] çalışmasında plastik mafsalsal yaklaşımı düşünülmüş; Nguyen ve Kim'in [35] çalışmasında çerçeve elemanlarının uçlarına yay elemanları tanımlanarak, yarı-rijit bağlantılar, ilave düğüm noktaları eklenerek dahil edilebilmiştir. Bu ilave düğüm noktaları yapının serbestlik derecesini arttırmıştır. Yapı, Şekil 7'de görüldüğü gibi yüksekliği doğrultusunda düzensizliğe sahiptir. Kat yüksekliği 3.658 m ve kiriş uzunluğu her iki yönde 7.315 m'dir. Yapının toplam yüksekliği 21,948 metredir. Örneğin çelik elemanlarında kullanılan A36 çeliğinin elastisite ve kayma modülü sırasıyla 206850 MPa ve 79293 MPa'dır. Tüm elemanlar için akma gerilmesi 250 MPa'dır ve Poisson oranı 0,3'tür. Çelik malzeme için iki eksenli malzeme modeli kullanılmış ve pekleşme eğimi başlangıç elastisite modülünün 1×10^{-6} katına eşittir.

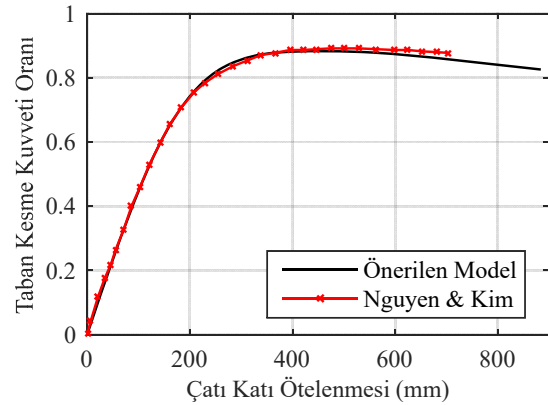


Şekil 7. Altı Katlı Yapının Plan ve 3 Boyutlu Görünüşü [35] (Plan and 3D View of the Six-Story Building [35])

Önerilen modelde, kiriş ve kolonların uzunluğu boyunca 5 kesitin sonuçları Lobatto entegrasyon kuralı kullanılarak elde edilmiştir. Kiriş kesitleri, başlık genişliği ve kalınlığı boyunca sırasıyla 6 ve 2 katman ve gövde derinliği ve kalınlığı boyunca sırasıyla 9 ve 2 katmana bölünmüştür. Kolon kesitleri, başlık genişliği ve kalınlığı boyunca sırasıyla 12 ve 2 katman ve gövde derinliği ve kalınlığı boyunca sırasıyla 9 ve 2 katmana bölünmüştür. Bu çalışmadaki yapının yarı-rijit bağlantıları, Chen ve Kishi

[36] tarafından geliştirilen doğrusal olmayan model ile tanımlanmıştır. Kullanılan bu doğrusal olmayan yarı-rijit bağlantıların parametreleri M_u , bağlantının maksimum moment kapasitesi, R_{ki} , bağlantının başlangıç rijitliği ve n , şekil parametresi Tablo 1'de gösterilmiştir. Çelik çerçeve elemanlarının burulma sabitleri önceki örnekteki gibi Galambos formülünden [29] hesaplanmıştır. Bu yapının üzerinde rüzgâr ve düzgün yayılı döşeme yükleri mevcuttur. Rüzgâr yükü, her kiriş-kolonun düğüm noktasına 53,376 kN noktasal kuvvet olarak ve global Y yönünde uygulanmıştır. Döşemenin yükü 9,6 kN/m²'dir ve bu yük düğüm noktalarının etkin olduğu alanlara bölüştürülüp, düğümlere dağıtılmıştır.

Şekil 8'de, önerilen çerçevenin incelenmesi için taban kesme oranı ve A düğümünün Y yönündeki ötelenmesi çizilmiştir ve Nguyen ve Kim [35] tarafından yapılan çalışma ile karşılaştırılmıştır. Kıyaslanan çalışmada [35], tek eksenli bir gerilme-şekil değiştirme ilişkisi kullanılarak kesitteki plastikliğin dağılımının yakalandığı üç boyutlu yarı-rijit çelik çerçeveler kullanılmıştır. [35]'te kuvvetli ve zayıf eksenlerde dönme etkisini yakalayabilen yarı-rijit kiriş-kolon bağlantıları kullanılmıştır. Ancak [35]'te kullanılan bu yaylar ilave düğüm noktalarına ihtiyaç duymakta, bu yüzden serbestlik derecesi artmaktadır. Önerilen modelin literatürdeki çalışmayla uyumu Şekil 8'de gösterilmiştir. Çerçevenin kolonlarının üzerindeki P-delta etkisi, Şekil 8'de görüldüğü gibi kat öteleme eğrilerine karşı taban kesme oranını da düzleştirmiştir.



Şekil 8. Önerilen Model ve Nguyen ve Kim Çalışması [35] ile Altı Katlı Yapı için Taban Kesme Kuvveti Oranı ile Kat Ötelenmesinin Karşılaştırılması (Comparison of Base Shear Ratio versus Story Drift for Six Story Structure with Proposed Model and the Study of Nguyen and Kim [35])

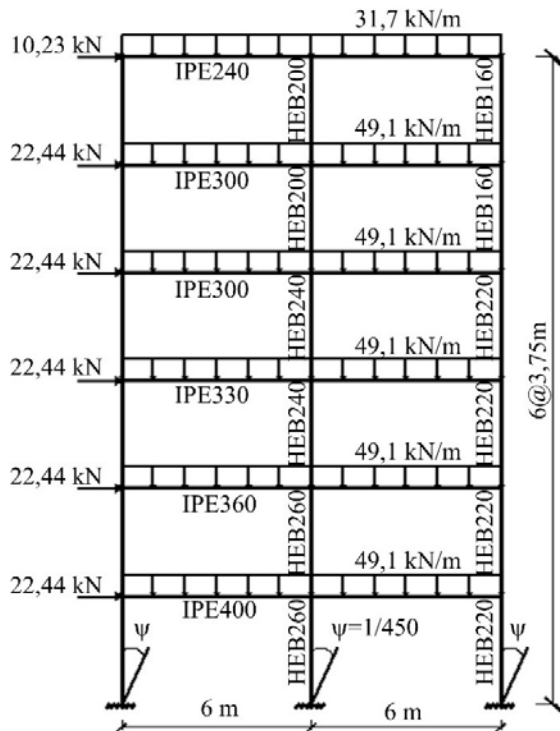
Tablo 1. [36] tarafından sunulan Yarı-Rijit Bağlantı Özellikleri (Semi-Rigid Connection Properties adopted from [36])

Kiriş Kesitleri	Eğilme Eksen	M_u (kNm)	R_{ki} (kNm/rad)	n
W12x87	Kuvvetli Eksen	300	160503,2	1,57
	Zayıf Eksen	300	52267,75	1,57
W12x53	Kuvvetli Eksen	300	92185,09	1,57
	Zayıf Eksen	300	20776,82	1,57
W12x26	Kuvvetli Eksen	200	44247,8	0,86
	Zayıf Eksen	200	3752,54	0,86

Önerilen modelle yürütülen analizin sayısal stabilitesinin yüksek olması sayesinde yapıyı çok daha yüksek yer değiştirme değerlerine itebilmek mümkün olmuş ve [35]'te ki modelden farklı olarak ilave düğüm noktaları tanımlanmasına gerek duyulmamıştır. Sonuç olarak, makalede sunulan yarı-rijit bağlantılı çerçeve elemanı modeli ile hem pratikte hem de sayısal çözümleme açısından çok daha pratik bir yaklaşım elde edilmiştir.

3.4. Kiriş-Kolon ve Kolon-Taban Bağlantıları Yarı-Rijit olan Altı Katlı İki Açıklıklı Çelik Çerçevenin Statik İtme Analizi (Static Pushover Analysis of Six Stories Two Bays Steel Frame System with Beam Column and Column Base Semi-rigid Connection)

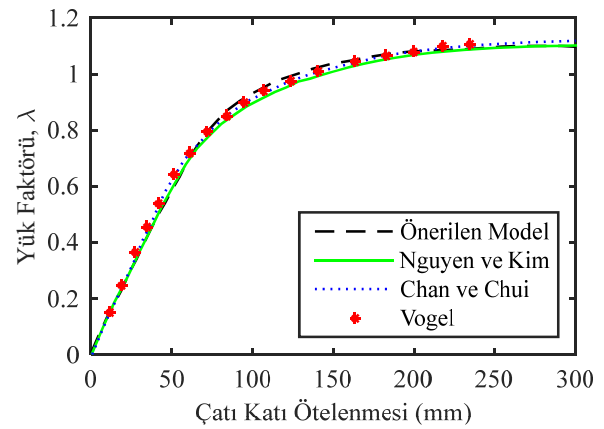
Bu bölümde altı katlı iki açıklıklı ve ilk önce Vogel [37] tarafından çözümlenmiş ve literatürde kıyaslama amaçlı sıkça kullanılan Şekil 9'daki çelik çerçeve örneği dikkate alınmıştır. Bu yapının çoğunlukla rijit kiriş-kolon bağlantılı durumu incelenmiş, yarı-rijit kiriş-kolon bağlantılarının yapıya olan etkisi çalışılmıştır [22]. Bu makaledeki çalışma kapsamında kolon-taban bağlantılarının yarı-rijit davranışları da dikkate alınarak yapının doğrusal olmayan davranışa etkisi ilk defa çalışılmıştır. Elde edilecek sonuçlar ileride yürütülecek doğrulama çalışmalarında da kıyaslama amaçlı kullanılabilir. Bu yapının rijit/yarı-rijit kiriş-kolon bağlantılı doğrusal olmayan davranış Sartaş ve Köseoğlu [22] tarafından önceden incelenmişti. Yapının kiriş ve kolonlarının kesit özellikleri Şekil 9 üstünde gösterilmiştir.



Şekil 9. 6 Katlı ve 2 Açıklıklı Çelik Çerçeve [37] (6 Stories and 2 Bays Steel Frame [37])

Her iki açıklıktaki kirişlerin kesit özellikleri aynıdır. Ayrıca dış kolonların her katta kesit özellikleri de benzer şekilde

aynıdır. 2 boyutlu modellenen bu örnekte, kiriş ve kolon elemanları güçlü eksenlerindeki eğilmeleri düzlem içinde olacak şekilde yerleştirilmiştir. Şekil 9'da da gösterildiği gibi açıklıklar 6 m uzunluğunda ve katlar 3,75 m yüksekliğindedir. Yarı-rijit bağlantılar kirişlerin her iki ucunda tanımlanmıştır. Ayrıca yapının kolon tabanlarında da yarı-rijit bağlantılar tanımlanmış ve Şekil 9'da gösterildiği gibi toplam 27 bağlantı noktası oluşturulmuştur. [37] tarafından 235 MPa'lık bir akma gerilmesi ve 205 GPa'lık elastisite modülü ile bir üç doğrulu gerilme birim şekil değiştirme davranışı varsayılmıştır. Çelik malzemesinin akma birim uzamasının 10 katına kadar mükemmel plastisite varsayılmış, daha sonra elastik modülün %2'lik bir eğimi ile pekleşmeye başlamıştır. Çerçevenin ilk kattaki kolonları, şekilde gösterildiği gibi 1/450'lik bir açıyla başlangıç kusuruna sahiptir. Her elemanın tepkisi 5 kesitte Lobatto entegrasyon kuralı kullanılarak hesaplanmıştır. Kiriş ve kolon kesitleri, başlık genişliği boyunca 8 katman ve gövdenin derinliği boyunca 12 katmana bölünmüştür. Rijit bağlantılı durum için, bu çerçeve birkaç araştırmacı, Chan ve Chui [38], Iu ve Bradford [39] ve Nguyen ve Kim [35] tarafından analiz edilmiş ve sonuçları Şekil 10'da gösterilmiştir. Görüldüğü üzere eleman formülasyonu diğer çalışmalarla kıyaslandığında son derece iyi sonuçlar vermektedir. Bu noktada, yarı-rijit kiriş-kolon bağlantılarını içerecek şekilde önerilen formülasyonun ilave serbestlik derecesine gerek duymadan da sonuçlarının uyumu incelenecektir.



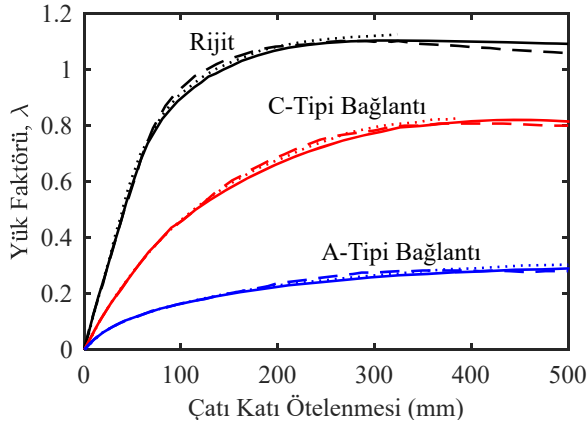
Şekil 10. 6 Katlı ve 2 Açıklıklı Yapının Yük Faktörü ve Çatı Katı Ötelenmesinin [22, 35, 38, 37] Arasında Kıyaslaması (Comparison of Load Factor and Roof Drift of 6 Stories and 2 Bays Structure for [22, 35, 38, 37])

Aynı çerçeve örneği, Chan ve Chui [38] ve Nguyen ve Kim [35] tarafından da yarı rijit kiriş-kolon bağlantıları kullanılarak analiz edilmiştir. Her iki çalışmada da bağlantıların davranışı, Lui ve Chen [40] tarafından önerilen ve Eş. 22'de sunulan üstel model kullanılarak formüle edilmiştir. Bu bağlantı davranışı Matlab ortamında uygulanmış ve sunulan çerçeve elemanı modeli ile birlikte kullanımı gerçekleştirilmiştir.

$$M = M_0 + \sum_j^n C_j (1 - e^{-|\theta|/(2j^\alpha)}) + R_{kf} |\theta| \quad (22)$$

M ve θ bağlantının momenti ve dönmesi, M_0 ilk moment, R_{kf} pekleşme rijitliği, α bir ölçeklendirme parametresi, C_j eğri kalibrasyon sabitleri ve n dikkate alınan terim sayısıdır.

Bu modelin üç farklı bağlantı tipi için parametreleri Tablo 2’de sunulmuştur. Bu çalışmada gövdede tek köşebentli bağlantı (Tip A) ve gömme uç plaka bağlantı (Tip C) kullanılmıştır. Şekil 11’de rijit ve yarı-rijit bağlantılar için elde edilen sonuçlar karşılaştırılmıştır. Bu sonuçlara göre, önerilen formülasyon doğrusal olmayan kiriş-kolon bağlantı modellerinde de yeterince doğru sonuçlar vermektedir.



Şekil 11. 6 Katlı ve 2 Açıklıklı Çerçevenin Yük Faktörü ve Çatı Katı Ötelenmesinin Kıyaslaması (Önerilen Model (--), Nguyen ve Kim (-), Chan ve Chui (···))
(Comparison of Load Factor vs Roof Drift of a 6 Stories and 2 Bays Frame (Proposed Model (--), Nguyen and Kim (-), Chan and Chui (···)))

Bu çalışmaların ışığında, aynı çerçeveye rijit kiriş-kolon bağlantılı durum altında bu sefer yarı-rijit kolon-taban bağlantıları eklenmiştir. Hem doğrusal davranışta hem de doğrusal olmayan davranışta yarı-rijit kolon-taban bağlantıları tanımlanmış ve elde edilen sonuçlar Şekil 12’de gösterilmiştir. Şekil 12’de sunulan doğrusal yarı-rijit bağlantının rijitliği $k_s = \lambda_s EI/L$ eşitliğinden elde edilmiştir. Burada E elastisite modülü, I atalet momenti, L kolon boyu ve λ_s rijitlik katsayısıdır. Yarı-rijit bağlantının etkisini görebilmek için λ_s değeri 1, 2 ve 6 olarak alınmıştır. Ayrıca doğrusal olmayan kolon-taban yarı-rijit bağlantı modeli için Tablo 2’de, kolon-taban bağlantısını doğrusal olmayan yöntemlerle daha gerçekçi tanımlayan C ve D Tipi bağlantılar dikkate alınarak modelleme yapılmıştır. λ_s değeri 2 yarı-rijit bağlantıların alt rijitlik limiti olarak genellikle kabul edilmektedir. Bu durumda λ_s değeri 1 iken mafsallı

bağlantıya yakın durum elde edilmektedir. Tablo 2’de sunulan ve doğrusal olmayan analizlerde kullanılan C ve D tipi bağlantıların ilk rijitliği bağlandıkları kolon dikkate alınarak hesaplandığında karşılık gelen λ_s değerleri sırasıyla 2,18 ve 6,14’e karşılık gelmektedir ve bu değerler doğrusal analizlerde dikkate alınan değerlere çok yakındır.

Şekil 12’de yapının farklı kolon-taban bağlantı rijitlikleri ve ayrıca doğrusal ile doğrusal olmayan durumlar altındaki sonuçları karşılaştırıldığında, kolon tabanlarına yerleştirilen yarı-rijit bağlantıların yapının rijitliğini önemli ölçüde etkilediği görülmektedir. C tipi bağlantı altında yapının yaklaşık 170 mm tepe yer değiştirmesinde (%0,75 yanal ötelenme oranında) en yüksek dayanıma ulaşarak, kapasitesinde P-Delta etkisi sebebiyle düşüşe geçtiği görülmektedir. Halbuki aynı bağlantı rijitliği altında doğrusal modelleme dikkate alındığında yapı yaklaşık olarak %20 daha fazla dayanıma sahip olmaktadır. Basit mesnetli durum sonucu içinse Şekil 12’de $\lambda_s = 1$ sonucu dikkate alınarak karşılaştırma yapılması mümkündür. D tipi bağlantı altındaysa doğrusal veya doğrusal olmayan tepki arasında fark oluşmadığı görülmüştür. Her ne kadar doğrusal tanımlanan yarı-rijit bağlantılar yapının tepkisini yaklaşık olarak %0,5 yanal ötelenme oranlarına kadar yakalayabilse de belirli bir mertebeden sonra oluşan farklılıklar, doğrusal olmayan yarı-rijit bağlantı modellerinin daha güvenilir sonuçlar elde etmek için kullanımının gerekliliğini göstermektedir. Ayrıca yapının rijit veya mafsallı kolon-taban bağlantı durumlarına göre yarı-rijit ve doğrusal olmayan davranış modellemesinin çok daha kritik tepki oluşturduğu da görülmektedir. Bu da yapının dayanımının gerçekçi olarak modellenemediği durumlarda güvensiz bir performans tespitine neden olacağını göstermektedir. Makalede sunulan yarı-rijit bağlantılı çerçeve modeli, farklı bağlantı durumlarını hem modelleme aşamasında hem de doğrusal olmayan analizlerde ileri seviyede oluşan yük kayıplarının dahi hesaplanmasını başarıyla ve pratik bir yaklaşımla gerçekleştirebilmektedir.

3.5. Altı Katlı İki Açıklıklı Kiriş-Kolon ve Kolon-Taban Birleşimleri Yarı Rijit Bağlantılı Çelik Çerçevenin Modal Analizi

(Modal Analysis of Six Story Two-Bay Steel Frame with Beam-Column and Column-Base Semi-rigid Connection)

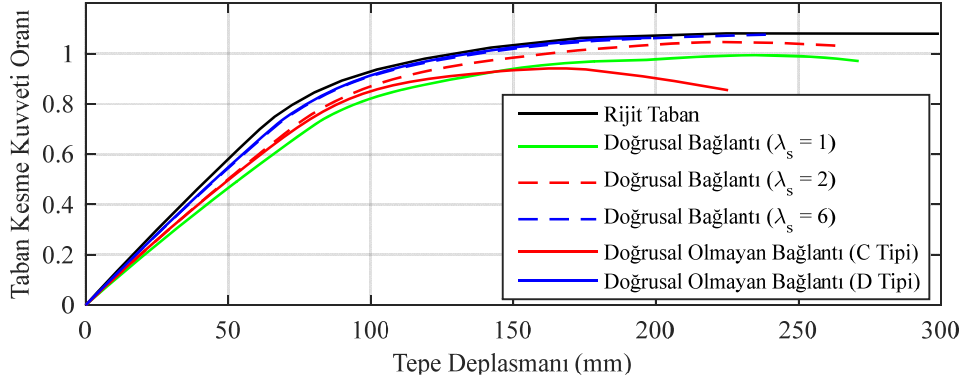
Bu örnekte, Şekil 9’da gösterilen altı katlı ve iki açıklıklı çelik çerçevede hem kiriş-kolon bağlantılarının hem de kolon-taban bağlantılarının, mafsallı davranıştan moment aktaran davranışa kadar değişen davranışının yapının genel

Tablo 2. Lui ve Chen Üstel Modelinin Parametreleri [40] (Exponential Model Parameters of Lui and Chen [40])

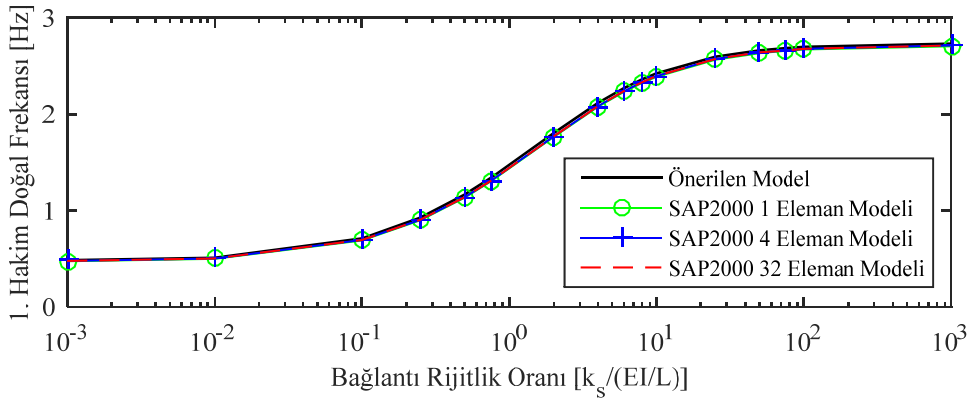
	Gövdede Tek Köşebentli Bağlantı (A Tipi)	Gömme Alın Levhalı Bağlantı (C Tipi)	Geniştirilmiş Alın Levhalı Bağlantı (D Tipi)
R_{kf} (kN.m/rad)	5,322	108,925	46,538
α	0,00051167	0,00031783	0,00067083
C_1, C_2, C_3	-4,892; 137,140; -661,841	-28,287; 573,189; -3433,984	-76,624; 305,981; -2416,420
C_4, C_5, C_6	1465,397; -1510,926; 590,000	8511,301; -9362,567; 3832,899	8875,645; -11268,114; 4862,665

titreşim karakteristiğine etkileri çalışılacaktır. Bunun için yapının kendi ağırlığı dikkate alınarak modal analiz yapılmıştır. Önceden de belirtildiği gibi çelik yapılarda, kiriş-kolon ve kolon-taban yarı-rijit bağlantılarının tanımlanması yapının davranışını etkilemektedir. Modal analizleri yürütmek için yapının kütle matrisinin kurulması gerekmektedir. Bunun için Bölüm 2.4'te sunulan kuvvet-bazlı yayılı eleman kütle matrisi kullanılmış ve ayrıca yapı elemanlarının rijitliklerinin hesabında kesme şekil değiştirmeleri de dikkate alınmıştır. Yapının kesme rijitliği katkısının doğru bir şekilde hesaplanabilmesi için Charney vd. [26] tarafından sunulan kesme düzeltme katsayısı kullanılmıştır. Elde edilen sonuçların karşılaştırması için aynı yapı SAP2000 [41] programında modellenmiştir. Her iki analiz sonucu yapının elde edilen normalize edilmiş 1., 2. ve 3. hâkim doğal titreşim frekansları için Şekil 13, Şekil 14 ve Şekil 15'te kıyaslamalı gösterilmiştir. Bu çalışmada önerilen modelde yarı-rijit bağlantılar ilave serbestlik derecesine ihtiyaç duyulmadan yapının esneklik matrisine entegre edilmektedir. Her iki analiz farklı platformlarda gerçekleştirildiği için analiz sürelerinin karşılaştırması burada sunulmamıştır; ancak kullanılan eleman sayılarından görüleceği üzere önerilen modelin tek eleman sonucunun çok daha küçük boyutlarda yapı rijitlik ve kütle matrisleri kurulmasını gerektireceği ve sonuç olarak daha pratik bir

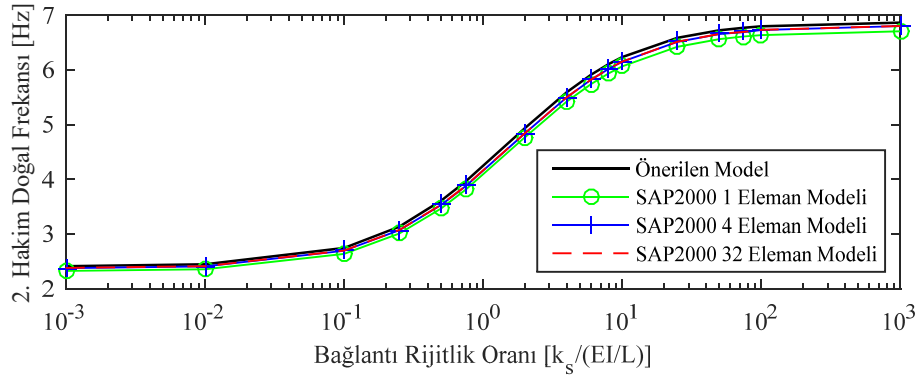
yaklaşım sunacağı anlaşılmaktadır. Bu çalışmada ayrıca SAP2000 programıyla modellemedeki hassasiyetler de ölçülmek istenmiştir. Şekil 13, Şekil 14 ve Şekil 15'te her bir çerçeve elemanın SAP2000 ile her bir kiriş ve kolonun 1 eleman (1 parça), 4 eleman (4 parça) veya 32 elemanla (32 parça) modellendiği durumda elde edilen sonuçlar gösterilmiştir. Daha önce de belirtildiği gibi, önerilen modelde yayılı kütle matrisi kullandığından, SAP2000 modelinde eleman sayısı arttıkça sonuçlar önerilen modelin sonucuna yaklaşacaktır. Şekil 13'te yapının hâkim doğal frekansında bu değişim gözle pek fark edilemese de Şekil 14 ve Şekil 15'te yani 2. ve 3. doğal frekansta değişim belirgindir. Bu yüzden daha gerçekçi sonuçlar elde edebilmek için SAP2000'in modelinde çerçeve elemanları parçalara ayırarak kullanmak çok daha uygun olmaktadır. Önerilen formülasyonda I-kesitler için daha gerçekçi kesme düzeltme katsayısı kullanılmış ve kütle matrisi formülasyonuna eksenel ve dönme ataletlerini içeren daha gerçekçi bir model oluşturulmuştur. Bu nedenle, SAP2000 modelinde 4 ve 32 elemanlı modellerin 2. ve 3. temel doğal frekanslarının önerilen modelin sonucuyla arasında farklılıklar olduğu görülmektedir. Ancak, bu makaledeki araştırmacılar tarafından [12]'de, farklı I-kesitler dikkate alınarak ANSYS ile karşılaştırmalı yürütülen detaylı eleman bazındaki çalışmada önerilen modelin sonuçlarının daha



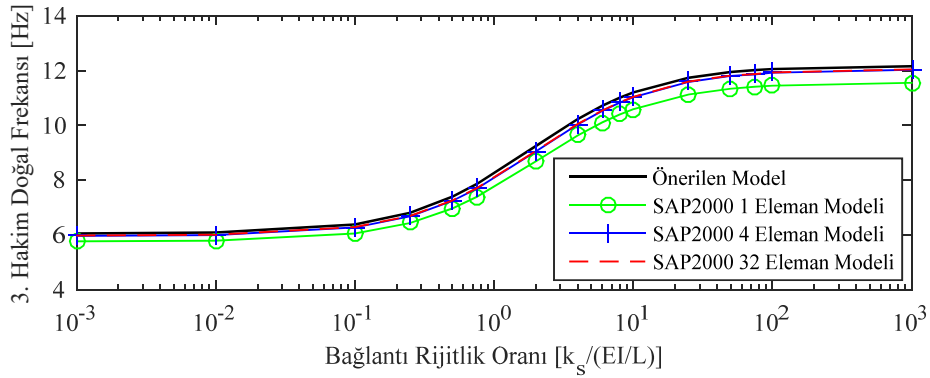
Şekil 12. 6 Katlı ve 2 Açıklıklı Yapının Hem Doğrusal Hem de Doğrusal Olmayan Kolon-Taban Yarı-rijit Bağlantılarının Taban Kesme Kuvveti Oranının ve Çatı Katı Ötelenmesi Kıyasları
(Base Shear Ratio and Roof Drift Comparisons of Both Linear and Nonlinear Column Base Semi-Rigid Connections of 6 Story and 2 Bays Structure)



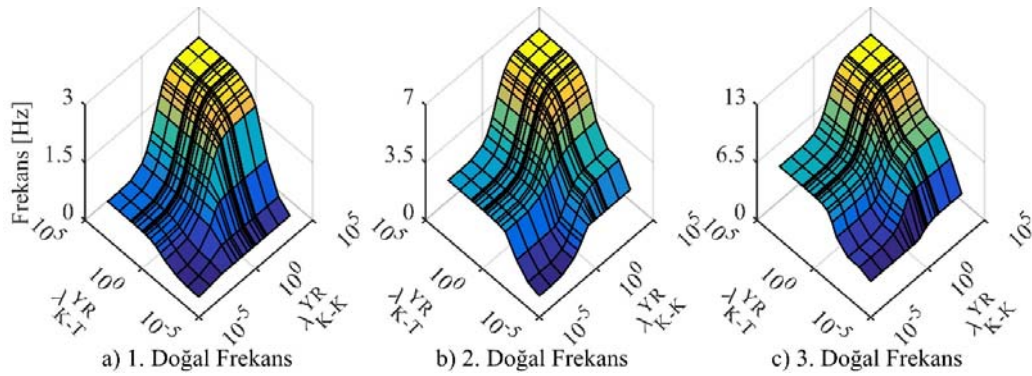
Şekil 13. 6 Katlı 2 Açıklıklı Çelik Çerçeve için 1. Hâkim Doğal Frekans ve Kiriş-Kolon Bağlantı Rijitlik Oranları (1. Fundamental Natural Frequency and Beam-Column Connection Rigidity Ratios for 6 Stories 2 Bays Steel Frame)



Şekil 14. 6 Katlı 2 Açıklıklı Çelik Çerçeve için 2. Hâkim Doğal Frekans ve Kiriş-Kolon Bağlantı Rijitlik Oranları (2. Fundamental Natural Frequency and Beam-Column Connection Rigidity Ratios for 6 Stories 2 Bays Steel Frame)



Şekil 15. 6 Katlı 2 Açıklıklı Çelik Çerçeve için 3. Hâkim Doğal Frekans ve Kiriş-Kolon Bağlantı Rijitlik Oranları (3. Fundamental Natural Frequency and Beam-Column Connection Rigidity Ratios for 6 Stories 2 Bays Steel Frame)



Şekil 16. 6 Katlı 2 Açıklıklı Çelik Çerçevde 1., 2. ve 3. Doğal Frekanslarının Kiriş-Kolon ve Kolon-Taban Bağlantısı Rijitlik Oranları ile Değişimi (λ_{K-T}^{YR} = Kolon-Taban Bağlantı Rijitlik Oranı [$k_{s,kolon}/(EI/L)$];

$$\lambda_{K-K}^{YR} = \text{Kiriş-Kolon Bağlantı Rijitlik Oranı } [k_{s,kiriş}/(EI/L)]$$

(Variation of 1st, 2nd and 3rd Natural Frequencies with Joint Rigidity Ratios of Beam-Column and Column Baseplate for 6 Stories 2 Bays Steel Frame (λ_{K-T}^{YR} = Column-Base Connection Stiffness Ratio [$k_{s,column}/(EI/L)$]; λ_{K-K}^{YR} = Beam-Column Connection Stiffness Ratio [$k_{s,beam}/(EI/L)$]))

kesin olduğu gösterilmiştir. Bu yüzden önerilen modelin, bu örnekte sunulan 6 katlı yapının titreşim frekanslarını doğru olarak yakaladığını ve SAP2000 sonuçlarının özellikle de üst modlardaki frekansları belli oranda hata payı ile hesapladığını belirtmek gerekir. Bu makalede sunulmamış da olsa ilk yazarın doktora tezinde [23] çelik yapılarda çapraz elemanların uçlarına da yarı-rijit bağlantılar başarıyla

eklenmiş ve ekselel yay durumu için sayısal karşılaştırma sunulmuştur. Önerilen çerçeve elemanı modeli sadece doğruluk açısından değil ayrıca modelleme ve analiz açısından da çok daha pratik bir yaklaşımla tek eleman kullanarak ve serbestlik derecelerinde artış gerektirmeden yapıların titreşim karakteristiğini başarıyla elde edebilmektedir.

Sunulan 6 katlı ve 2 açıklıklı yapıda kiriş-kolon ve kolon-taban bağlantılardaki esneklik değişimlerinin yapının titreşim davranışına etkisini daha iyi görebilmek için 3 boyutlu titreşim grafikleri Şekil 16'da çizilmiştir. Deprem yönetmeliği TDBY (2018)'de [42] belirtildiği gibi yapıda kütle katılımının %95'inin sağlanması için yeterince titreşim modu işleme katılması gerekmektedir. Yapının tamamının hem moment aktaran hem de mafsallı bağlantılarla modellendiği durumda ilk 3 modu hesaba katıldığında yeterli kütle katılımı sağlandığı hesaplanmıştır. Bu yüzden Şekil 16'da yapının 2. ve 3. doğal titreşim modlarının frekans değişimleri de sunulmuştur. Sunulan 3 boyutlu grafiklerde koyu mavi renkli bölge, hem kiriş-kolon hem de kolon-taban bağlantılarının mafsallı bağlantı gibi davranma eğiliminde olduğu durumu ve grafiğin üst kısmındaki açık sarı renkli bölge, moment aktaran bağlantıya yakın bağlantı davranışlarını göstermektedir. Bu sonuçların arasında kalan kısım ise hem kiriş uçlarında hem de kolon tabanlarında yarı-rijit bağlantı davranışına karşılık gelmektedir. Hem kiriş-kolon hem de kolon temel bağlantılarının yarı-rijit oluşu, çelik yapının dinamik davranışında önemli değişime neden olmaktadır. Hâkim titreşim modunda olduğu gibi diğer titreşim modlarının da bağlantı bölgelerindeki esnekliklerden benzer oranlarda etkilendiği gözlenmiştir.

4. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu makalede, çelik yapıların doğrusal olmayan davranışının gerçekçi bir şekilde modellenmesi için kuvvet-bazlı formülasyona dayanan yarı-rijit bağlantılı bir çerçeve sonlu elemanı üretilmiştir. Eleman formülasyonu basitleştirmek amacıyla 2 boyutta sunulmuş, doğrulama ve kıyaslama çalışmalarındaysa hem 2 boyut hem de 3 boyutta karmaşık ve düzensiz yapılar üstünde analizler yürütülmüştür. Önerilen yarı-rijit bağlantılı çerçeve elemanı modelinin en büyük avantajı kuvvet-bazlı olmasından dolayı eleman boyunca oluşabilecek doğrusal olmayan tepkileri tek eleman ile gerçekçi modelleyebilmesi ve ayrıca yarı-rijit bağlantıları yapısal sistemde bağlandığı eleman tepkisinin içine sistemde düğüm sayısında ve serbestlik derecesinde artışa gerek duyulmadan pratik bir modelleme ve çözümleme yaklaşımı ile dahil edebilmesidir. Geliştirilen kuvvet-bazlı yayılı kütle matrisi sayesinde de titreşim analizlerini yürütürken üst seviyede doğrulukta sonuçlar elde edilebilmiştir. Sunulan örneklerde var olan sonuçlara göre çok daha ileri seviyede yer değiştirme değerlerine yapıların itilebilmesi gerçekleştirilmiş ve kolon-taban bağlantılarının doğrusal olmayan davranışının yapısal sistemlerde özellikle de P-delta etkileriyle beraber çok daha kritik sonuçlar oluşturabildiği gösterilmiştir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Sarıtaş, A. ve Soydaş, O., Variational base and solution strategies for non-linear force-based beam finite elements, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47 (3), 54–64, 2012.
2. Doğru, S. ve Akbaş, B., Seismic energy demands of steel special moment frames, *Journal of the Faculty of*

- Engineering and Architecture of Gazi University, 35 (3), 1111–1128, 2020.
3. Pınarbaşı, S. ve Nasrat, M. S., A comparative study of former and latest Turkish design guidelines for rolled I-shaped steel flexural members, *Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University*, 35 (1), 369–385, 2020.
4. Spacone, E., Ciampi, V. ve Filippou, F. C. Mixed formulation of nonlinear beam finite element, *Computers & Structures*, 58 (1), 71–83, 1996.
5. Taylor, R. L., Filippou, F. C., Sarıtaş, A. ve Auricchio, F., A mixed finite element method for beam and frame problems, *Computational Mechanics*, 31 (1), 192–203, 2003.
6. McKenna, F., OpenSees: A framework for earthquake engineering simulation, *Computing in Science and Engineering*, 13 (4), 58–66, 2011.
7. Chui, P. P. T. ve Chan, S. L., Vibration and deflection characteristics of semi-rigid jointed frames, *Engineering Structures*, 19 (12), 1001–1010, 1997.
8. Nader, M. N. ve Astaneh-Asl, A., Shaking table tests of rigid, semirigid, and flexible steel frames, *Journal of Structural Engineering*, 122 (6), 589–596, 1996.
9. Galvao, A. S., Silva, A. R. D., Silveira, R. A. M. ve Goncalves, P. B., Nonlinear dynamic behavior and instability of slender frames with semi-rigid connections, *International Journal of Mechanical Sciences*, 52 (12), pp. 1547–1562, 2010.
10. da Silva, J. G. S., de Lima, L. R. O., da S. Vellasco, P. C. G., de Andrade, S. A. L. ve de Castro, R. A., Nonlinear dynamic analysis of steel portal frames with semi-rigid connections, *Engineering Structures*, 30 (9), 2566–2579, 2008.
11. Al-Aasam, H. S. ve Mandal, P., Simplified procedure to calculate by hand the natural periods of semirigid steel frames, *Journal of Structural Engineering*, 139 (6), 1082–1087, 2013.
12. Özel, H. F., Sarıtaş, A. ve Tasbahji, T., Consistent matrices for steel framed structures with semi-rigid connections accounting for shear deformation and rotary inertia effects, *Engineering Structures*, 137, 194–203, 2017.
13. Faridmehr, I., Tahir, M. M., Osman, M. H. ve Razavykia, A., Structural Performance of Isolated Steel Beam-to-Column Connection, *American Journal of Civil Engineering and Architecture*, 6 (2), 68–79, 2018.
14. Sharma, V., Shrimali, M.K., Bharti, S.D. ve Datta, TK., Behavior of semi-rigid steel frames under near- and far-field earthquakes, *Steel and Composite Structures*, 34 (5), 625–641, 2020.
15. Akbaş, B. ve SHEN, J., Seismic behavior of steel buildings with combined rigid and semi-rigid frames, *Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences*, 27 (4), 253–264, 2003.
16. Bayat, M. ve Zahrai, S. M., Seismic performance of mid-rise steel frames with semi-rigid connections having different moment capacity, *Steel and Composite Structures*, 25 (1), 1–17, 2017.

17. Silva, A. R. D., Batelo, E. A. P., Silveira, R. A. M., Neves, F. A. ve Gonçalves, P. B., On the nonlinear transient analysis of planar steel frames with semi-rigid connections: From fundamentals to algorithms and numerical studies, *Latin American Journal of Solids and Structures*, 15 (3), 2018.
18. Zohra, D. F. ve Nacer, I. T. A., Dynamic analysis of steel frames with semi-rigid connections, *Structural Engineering and Mechanics: An International Journal*, 65 (3), 327–334, 2018.
19. Picard, A. ve Beaulieu, D., Behaviour of a Simple Column Base Connection, *Canadian Journal of Civil Engineering*, 12 (1), 126–136, 1985.
20. Thambiratnam, D. P. ve Paramasivam, P., Base Plates Under Axial Loads and Moments, *Journal of Structural Engineering*, 112 (5), 1166–1181, 1986.
21. Matlab, The Mathworks, Natick, MA, 2012.
22. Sarıtaş, A. ve Köseoğlu, A., Distributed inelasticity planar frame element with localized semi-rigid connections for nonlinear analysis of steel structures, *International Journal of Mechanical Sciences*, 96, 216–231, 2015.
23. Özel, H. F., Modeling of the nonlinear behavior of semi-rigid connections in steel framed structures and its influence on three dimensional analysis of structural systems, PhD Thesis, Middle East Technical University, Graduate School of Natural and Applied Sciences, Ankara, 2019.
24. Sarıtaş, A. ve Filippou, F. C., Inelastic axial-flexure–shear coupling in a mixed formulation beam finite element, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 44 (8), 913–922, 2009.
25. Barr, A. D. S., An o of the Hu-Washizu variational principle in linear elasticity for dynamic problems, *Journal of Applied Mechanics*, 33 (2), 465, 1966.
26. Charney, F. A., Iyer, H. ve Spears, P. W., Computation of major axis shear deformations in wide flange steel girders and columns, *Journal of Constructional Steel Research*, 61 (11), 1525–1558, 2005.
27. Soydaş, O. ve Sarıtaş, A., Free vibration characteristics of a 3d mixed formulation beam element with force-based consistent mass matrix, *Journal of Vibration and Control*, 23 (16), 2635–2655, 2016.
28. Vogel U. ve Maier, D. H., Einflußder Schubweichheit bei der Traglastberechnung räumlicher Systeme, *Der Stahlbau*, 56 (9), 271–277, 1987.
29. Galambos, T. V., *Structural members and frames*, Prentice-Hall, New Jersey, USA, 1968.
30. Chiorean, C. G., A computer method for nonlinear inelastic analysis of 3D semi-rigid steel frameworks, *Engineering Structures*, 31 (12), 3016–3033, 2009.
31. Orbison, J. G., McGuire, W. ve Abel, J. F., Yield surface applications in nonlinear steel frame analysis, *Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 33 (1-3), 557–573, 1982.
32. Liew, J.Y.R., Chen, H. ve Shanmugam, N. E., Inelastic analysis of steel frames with composite beams, *Journal of Structural Engineering*, 127 (2), 194–202, 2001.
33. Chiorean, C. G., Second Order flexibility-based model for nonlinear inelastic analysis of 3D semi-rigid steel frameworks, *Engineering Structures*, 136, 547–579, 2017.
34. Truong, V. H., Nguyen, P. C. ve Kim, S. E., An efficient method for optimizing space steel frames with semi-rigid joints using practical advanced analysis and the micro-genetic algorithm, *Journal of Constructional Steel Research*, 128, 416–427, 2017.
35. Nguyen, P. C. ve Kim, S. E., An advanced analysis method for three-dimensional steel frames with semi-rigid connections, *Finite Elements in Analysis and Design*, 80, 23–32, 2014.
36. Chen, W. F. ve Kishi, N., Semirigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling, *Journal of Structural Engineering*, 115 (1), 105–119, 1989.
37. Vogel, U., Calibrating frames, *Stahlbau*, 54, 295–301, 1985.
38. Chan, S. L. ve Chui, P. P. T., *Non-Linear Static and Cyclic Analysis of Steel Frames with Semi-Rigid Connections*, Elsevier Science, Oxford, UK, 2000.
39. Iu, C. K. ve Bradford, M. A., Higher-order non-linear analysis of steel structures Part II: Refined plastic hinge formulation, *Advanced Steel Construction*, 8 (2), 183–198, 2012.
40. Lui, E. M. ve Chen, W. F., Analysis and behaviour of flexibly-jointed frames, *Engineering Structures*, 8, (2), 107–118, 1986.
41. SAP2000, *Structural Analysis Program CSI Analysis Reference Manual* CSI Berkeley, CA, 2017.
42. Türkiye Bina Deprem Yönetmeliği. 2018.

