KEFAD Cilt 23, (Özel Sayı), 2022

Ahi Evran Üniversitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

http://kefad.ahievran.edu.tr

Mathematics Teachers' Instructional Explanations and Estimation Skills about Area Measurement

Simge Sayın
Ümare Özdemir
Ayşe Tuğba Öner

Article Information

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997703

Received: 20.09.2021
Revised: 13.02.2022
Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Instructional Explanation,
Secondary School Mathematics Teachers,
Estimation Skill,
Measurement Estimation

Abstract

Teachers develop instructional explanations with their pedagogical content knowledge. These explanations are effective on students' learning. This study aims to determine instructional explanations of mathematics teachers about area measurement, whether they use measurement estimation skills in their instructional explanations, and what strategies they use if they do. The study was conducted with 12 middle school mathematics teachers within various years of experience. Instructional explanations were obtained by semi-structured interviews and analyzed descriptively according to understanding levels that were developed by Kinach (2002a). Measurement estimation skills were also examined. The study concluded that teachers' instructional explanations are mainly at the instrumental level. In the sub-categories of this level, they are mostly distributed as directly expressing the rules and relations and directly expressing how a procedure will be applied. Teachers made an instructional explanation by including the estimation skill in the question that obviously required estimation but did not mention estimation in other questions. The reference point strategy was used by teachers. Last, teachers' measurement estimation was found partially correct because of not using any numerical explanation about area measurement.

Matematik Öğretmenlerinin Alan Ölçme Konusuna İlişkin Öğretimsel Açıklamaları ve Tahmin Becerileri

Makale Bilgileri

CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.997703

Yükleme: 20.09.2021
Düzeltme: 13.02.2022
Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Öğretimsel Açıklama,
Ortaokul Matematik Öğretmenleri,
Tahmin Becerisi,
Ölçüm Tahmini

Öz

Öğretmenler sahip oldukları pedagojik alan bilgisi doğrultusunda öğretimsel açıklamalar geliştirirler ve bu açıklamalar öğrencilerin öğrenmeleri üzerinde çok etkilidir. Bu çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusundaki öğretimsel açıklamalarını incelemek, öğretimsel açıklamalarında ölçüm tahmini becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemektir. Farklı kıdem yıllarına sahip 12 ortaokul matematik öğretmeni ile gerçekleştirilen çalışmada öğretimsel açıklamalar yarı yapılandırılmış görüşme formuyla elde edilmiş ve Kinach (2002a) tarafından geliştirilen anlama düzeyleri çerçevesinde betimsel olarak analiz edilmiştir. Ayrıca ölçüm tahmini becerileri de incelenmiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde yoğunlaştığı, bu düzeyin alt kategorilerinde ise en çok, kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme olarak dağıldığı belirlenmiştir. Öğretmenler tahmin gerektirdiği belli olan soruda tahmin becerisine yer vererek öğretimsel açıklama yapmış, diğer sorularda tahminden söz etmemişlerdir. Tahmine ilişkin yapılan açıklamalarda referans alma stratejisi kullanılmış, tahmin sonuçları sayısal veri içermediğinden kısmi tahmin olarak değerlendirilmiştir.

Sorumlu Yazar : Ayşe Tuğba Öner, Dr. Öğr. Üyesi, İstanbul Medeniyet Üniversitesi, Türkiye, tugba.oner@medeniyet.edu.tr, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-9543-6576
Simge Sayın, Matematik Öğretmeni, Hasköy Ortaokulu, Türkiye, simgesayin51@gmail.com, ORDIC ID: https://orcid.org/0000-0002-8760-5074
Ümare Özdemir, Matematik Öğretmeni, Sezai Karakoç İHO, Türkiye, umareozdemir@gmail.com, ORCID ID: https://orcid.org/0000-0001-8337-8188
Bu araştırmaya, İstanbul Medeniyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulu'nun 07.06.2021 tarihli toplantısında 2021/06-25 sayılı yazısı ile etik açıdan uygunluk onayı verilmiştir. Bu araştırma 14. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde (UFBMEK) sözlü bildiri olarak sunulan çalışmanın genişletilmiş versiyonudur.
Atıf için: Sayın, S., Özdemir, Ü., & Öner, A. T. (2022). Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna ilişkin öğretimsel açıklamaları ve tahmin becerileri. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(Özel Sayı), 84-127.

Giriş

Her derste olduğu gibi matematik dersinde de en önemli rollerden birisini öğretmen üstlenir. Öğretmen, öğretim programları çerçevesinde rehber (Altun, 2004) rolü üstlenerek dersin yürütülmesini sağlayan temel kişidir. Öğrenme-öğretme süreçlerinde bir öğretmende aranan en kritik özellik öğretmenin matematik alan bilgisidir ki; bu bilgi matematik öğrenme-öğretme sürecinde varılmak istenen sonuçlara ve hedeflenen matematiksel kavramların öğrenme ve uygulanabilme düzeyine ulaşmada öğretmenin matematiği öğretmek için en iyi şekilde nasıl yapılandırdığıyla ilişkilidir (Shulman, 1986). Matematiği öğretmek için yapılandırılan bu bilgi, pedagojik alan bilgisi olarak adlandırılmaktadır ki (Shulman, 1986), matematikçiler ile matematik eğitimcilerini birbirinden ayıran özelliktir. Öğretmen, sahip olduğu matematiksel bilgiyi, pedagojik alan bilgisi sayesinde öğrencinin bilişsel düzeyine uygun olarak ve matematiğin soyut dünyasını anlaşılır kılacak şekilde öğretimsel olarak açıklar (Ma, 2010). Öğretimsel açıklamalar matematik öğretmeninin matematik dersi bağlamında öğrenciye sunduğu tüm içeriktir (Leinhardt, 2010) ve "bir öğrenci ya da öğrenci grubuna özel bir öğretim amacıyla tasarlanmış açıklamalardır" (Leinhardt ve Steele, 2005, s. 90).

Öğretmenlerin matematik alan bilgileri ile bu bilgileri anlama düzeyleri öğretimsel açıklamalarına doğrudan yansımaktadır (Kinach, 2002a; 2002b). İyi öğretimsel açıklamanın nasıl olacağına ve nelere bağlı olduğuna ilişkin matematik öğretmen adaylarıyla çalışan Kinach (2002a; 2002b), öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının matematiği anlama düzeyleriyle ilişkili olduğunu ifade etmiş ve matematiği anlama düzeylerini sınıflandırmıştır.

Anlama Düzeyleri

Çalışmanın teorik çerçevesini Kinach (2002a) anlama düzeyleri oluşturmaktadır. Kinach (2002a), öğretimsel açıklamalara ilişkin kuramsal yapıyı Skemp (1978) tarafından ortaya konulan işlemsel (instrumental) ve ilişkisel (relational) olarak matematiği anlama ayrımını kullanıp, Perkins ve Simmons (1988)'ın geliştirdiği matematiksel ve bilimsel kavramları derinlemesine anlamaya ait bilgi düzeyleri olan içerik/konu (content), kavram (concept), problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama (inquiry) düzeyleri üzerinde değişiklikler yaparak inşa etmiştir. Böylelikle Kinach anlama düzeylerini işlemsel ve ilişkisel olarak iki kısımda ayırmıştır. İçerik/konu (content) düzeyi anlama işlemsel anlama olarak; kavram, problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama düzeylerini ise ilişkisel anlama altında sınıflandırmıştır. Bu düzeyler hiyerarşik olmamakla beraber sadece bilgi ya da anlama düzeylerini belirtmek amacıyla tasarlanmış aynı zamanda birbirlerinden ayrık değillerdir yani bir düzeyde yaşanan durum kişinin bakış açısına göre diğerine ait de olabilir. İşlemsel düzeyi anlama ki içerik/konu düzeyi anlama da denilebilir, matematiksel bilgi doğrudan sunulur ve kurallar, formüller, ezberlenecek öğeler yer alır, matematiksel bilginin dayanaklandırılması, ilişkilendirilmesi söz konusu değildir, bilgi sadece işlemleri sürdürecek kadardır

(Kinach, 2002a). Bu düzeyde bilgi öğrenciler tarafından kazanılmak yerine direkt alınır ve en yüzeysel anlama düzeyidir.

İlişkisel düzey anlamanın ilk sınıfı olan kavram düzeyi anlama, matematiksel bilginin ön öğrenmelerle ilişkilendirilmesinin yapıldığı, tanım, kural ve işlemlerin ne anlama geldiğinin açıklandığı, sayı doğrusu, cebir karoları gibi materyallerin kullanılmasıyla altta yatan matematiksel fikirlerin ortaya çıkarılmasının amaçlandığı, örüntülerin ve ilişkilerin belirlendiği düzeydir (Kinach, 2002a). Analitik stratejilerden yararlanarak alternatif çözümler üzerinde sorgulama ve tartışmanın yapıldığı, çözüme ilişkin yapılacakların problem bağlamının mantığından, hikayesinden ve matematiksel sembollerin anlamından çıkarılmasının amaçlandığı düzey problem çözme düzeyi anlama olarak tanımlanmıştır (Kinach, 2002a). Bu düzeyde örüntü bulma, benzer problem çözme, geriye doğru çalışma veya bir durumu farklı durumlara uygulama gibi problem çözmeye yönelik adımlar da mevcuttur. Matematiksel bağlantıların sebeplerinin bilimsel olarak ispatlandığı, bilginin kaynağı ya da nasıl test edildiği gibi bilgiye dair bilgilerin olduğu düzey ise epistemik düzey anlamadır (Kinach, 2002a; 2002b). Yeni bir bilginin ya da teorinin üretildiği, öğrencilerin yeni matematiksel ilişkiler keşfetmeye yöneldikleri, problem kurdukları ve sorguladıkları araştırma/sorgulama düzeyi anlama (Kinach, 2002a) olarak tanımlanmıştır. Eğer bir sınıf ortamında bir kavram öğretimi anlatarak oluşturuluyorsa araştırma/sorgulama düzeyi anlamanın ortaya çıkması mümkün değildir (Kinach, 2002a).

Kaliteli öğretimsel açıklamalar, öğrencilerin önceki kavram ve becerilerinin üstüne inşa edilmesi, onların kavram yanılgılarını ve yaşadıkları zorlukları dikkate alarak hazırlanması, dikkatle seçilmiş gösterimlerin ve aralarındaki bağlantının kullanılması, anlamlı ve doğru bilgilerin sunulması ve işlemde yer alan adımların anlamlandırılarak tanımlanması gibi özellikleri içermelidir (Charalambous, Hill ve Ball, 2011). Öğretmenin uygulamak istediği öğretim modeli, modelin uygulanış biçimi, ders kitabı içerikleri, öğretmenin kullandığı benzetmeler, günlük yaşamla ilişkilendirme çabaları ve analojiler, öğrencinin öğrenme eyleminde neyi, ne kadar ve nasıl öğreneceğini çok derinden etkilemektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2015) ve bu bağlamda öğretimsel açıklamaların doğru seçilmemesi öğrencinin kavram yanılgıları oluşturmasına ya da ezberleyerek anlamlı bir öğrenme gerçekleştirememesine neden olabilir. Öğretimsel açıklamaların farklı çerçevelerle incelendiği (bkz. Baki, 2013; Charalambous ve diğerleri, 2011; Karakuş, 2017; Levenson, Tirosh ve Tsamir, 2006; Sırmacı ve Gökkurt Özdemir, 2016; Thanheiser, 2009) görülmektedir; ancak Kinach (2002a,200b) tarafından sunulan matematiksel kavramları anlama düzeyleri kullanılarak öğretimsel açıklamaların incelendiği çalışmalar özellikle sayılar ve işlemler öğrenme alanlarında yoğunlaşmaktadır (bkz. Alkan, 2016; Gökkurt, Şahin ve Soylu, 2012; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011). Ayrıca veri işleme (Akyıldız, 2019) ve cebir (Güler ve Çelik, 2016) öğrenme alanlarında da sınırlı sayıda çalışma bulunmaktadır. Çalışmalar, sınıf öğretmeni adayları (Toluk Uçar, 2010, 2011), matematik öğretmeni adayları (Akyıldız, 2019; Güler ve Çelik, 2016; Kinach, 2002a, 2002b; Toluk, 2011), sınıf öğretmenleri (Korkmaz, 2021) ve matematik öğretmenleri (Alkan, 2016; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Korkmaz, 2021) ile gerçekleştirilmiştir. Bu çalışmaların bulguları incelendiğinde ise katılımcılar öğretmen adayı da olsa öğretmen de olsa öğretimsel açıklamalarının yoğunlukla işlemsel düzeyde olması (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Güler ve Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011) dikkat çekici bir sonuçken, ilişkisel düzeyde (Akyıldız, 2019; Kinach 2002a, 2002b) özellikle kavram (Alkan, 2016; Güler ve Çelik, 2016) ve problem çözme (Korkmaz, 2021) anlama düzeyinde sınırlı sayıda katılımcı açıklaması olduğu görülmektedir.

Ölçüm Tahmini

Ölçme; günlük yaşamda örnekleri sıkça görülen, önemli bir konu olduğu herkes tarafından ifade edilen (Zembat, 2015), Millî Eğitim Bakanlığı (MEB) matematik dersi öğretim programında (1-8. sınıflar) her sınıf seviyesinde yer alan matematik öğrenme alanlarından biridir. Matematiğin temel konularından olan ölçme konusuna ilişkin öğrencilerin öğrenme çıktıları incelendiğinde, ölçme kavramlarını öğrenmede ve bu kavramları ilişkilendirmede güçlük yaşadıkları ve formülleri ezberleyerek sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmüştür (Dağlı, 2010; Tan Şişman ve Aksu, 2009).

Tahmin konusu yığın tahmin, işlemsel tahmin ve ölçüm tahmini olarak üç başlık altında incelenmiştir (Berry, 1998; Dowker, 1992). Birden fazla nesnenin bir araya geldiğinde oluşturduğu çokluğun sayısının belirlenmesi yığın tahmin (Akkuşçi, 2019), matematiksel işlem ve matematik problemlerinin sonucunu bulmada hesaplama yapmadan, en uygun ve gerçeğe yakın sonuçlar verilmesi işlemsel tahmin (Dowker, 1997), bir nesnenin ölçülerinin ölçme aracı kullanılmadan yaklaşık olarak belirlenmesi ise ölçüm tahmini (Budak, 2019) olarak tanımlanmıştır.

Tahmin, ölçmenin günlük yaşama yansıdığı, aynı zamanda da öğrencilerin zorlandığı bir beceridir ve bu nedenle ölçme konularının öğretimi yapılırken tahmin içeren örneklere, etkinliklere yer verilmesi öğrencilerin tahmin becerisini kazanmalarına ve geliştirmelerine imkan vermektedir (Satan, 2020). Kişiler günlük yaşamda sıkça kullanılan tahmin becerisinde sonuca en yakın değere ulaşmak için çeşitli kısa yollar kullanırlar, bu kısa yollar da tahmin stratejisi olarak ifade edilmektedir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2019). Ölçüm tahmininde kullanılan bazı stratejiler; birim tekrarı, fiziksel olarak orada olan ya da olmayan bir refensla karşılaştırma, sıkıştırma, alt bölümlere ayırma, ön bilgileri kullanma, zihinsel metre olarak ifade edilmektedir (Gooya, Khosroshahi ve Teppo, 2011).

Ölçüm tahmini ve kullanılan stratejiler ile ilgili çalışmalar incelendiğinde öğrencilerin ölçüm tahmini stratejilerini kullanmada zayıf oldukları görülmüştür (Bulut ve Şener, 2017; Kumandaş ve Gündüz, 2014; Tekinkır, 2008). Ayrıca sınıf düzeyinin artmasıyla kullanılan ölçüm tahmini stratejileri de zenginleşmektedir (Kumandaş ve Gündüz, 2014; Siegel, Goldsmith ve Madson, 1982; Tekinkır, 2008). Boz Yaman ve Bulut (2017) öğretmenler ile yaptıkları çalışmada öğretmenlerin genel olarak tahmin becerilerinin ve kullanılan stratejilerin farkında olmalarına rağmen, öğretimde bu becerilere çok fazla yer vermediklerini belirtmişlerdir.

Ölçmenin matematiğin önemli ve temel konularından olması, ölçmenin alt öğrenme alanları olan uzunluk ölçme, alan ölçme, hacim ölçme ve ölçü birimlerinin dönüştürülmesi gibi konularında öğrencilerin formül odaklı hareket etmeleri ve yaşadıkları zorluklar (Tan Şişman ve Aksu, 2009), MEB matematik öğretim programının özel amaçları ve kazanımları arasında tahmin becerisinin önemli bir beceri olarak yer alması ve ayrıca kazanımlarda da değinilmesi, ancak öğretmenlerin derslerinde tahmin becerisine yeteri kadar yer vermemeleri (Boz Yaman ve Bulut, 2017), alanyazında ölçme alanına ve özelinde de alan ölçmeye ilişkin öğretimsel açıklamaları konu edinen bir çalışmaya rastlanılmamış olması sebebiyle bu çalışmanın alanyazına katkı sağlayacağı düşünülmektedir. Alanyazında öğretmen veya öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzeyde yoğunlaşıyor olması bilginin kurallar ve prosedürlere bağlı olarak öğrencilere aktarılmasına, dolayısıyla öğrencilerde kavramsal bir anlamanın oluşmamasına sebep olabilmektedir. Alan ölçme kavramına dair matematik öğretim programında yer alan kazanımlar incelendiğinde ise öğrencilerden beklenenin verilen bir geometrik şeklin alan bağıntısını oluşturma olduğu görülmektedir (MEB, 2018). Öğrencilere kazandırılmaya çalışılan bu hedefler kavramsal anlamayı gerektirirken, matematik öğretmenlerinin bu konulara dair anlamalarının öğrencilerin anlama düzeylerini etkileyeceği göz önünde bulundurulduğunda, öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarının hangi matematiksel anlama düzeyinde olduğunu belirlemenin incelenmesi büyük önem taşımaktadır. Ayrıca bu açıklamalarda tahmin becerisine ne kadar yer verildiğinin araştırılması da bir başka değinilmesi gereken noktadır çünkü matematik öğretim programında özellikle tahmin becerisinin kazandırılmasına yönelik açıklamalar yer almaktadır (MEB, 2018).

Çalışmanın amacı matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusunda oluşturdukları öğretimsel açıklamaları Kinach (2002a) matematiği anlama düzeyleri bağlamında değerlendirmek, öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemektir. Bu amaçla şu araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna yönelik öğretimsel açıklamaları anlama düzeylerine göre incelendiğinde nasıldır?

2. Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna yönelik öğretimsel açıklamaları tahmin becerisi kullanımı açısından nasıldır?

Yöntem

Matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna ait matematik problemlerinin çözümünde kullandıkları öğretimsel açıklamaları anlama düzeyleri bağlamında ortaya çıkarmak ve ölçüm tahmini becerilerine yer verip vermediklerini belirlemek amacıyla tasarlanmış bu çalışma nitel bir araştırmadır. Bu tip araştırmalar, "gözlem, görüşme ve doküman analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerinin kullanıldığı, algıların ve olayların doğal ortamında gerçekçi ve bütüncül bir biçimde ortaya konmasına yönelik nitel bir sürecin izlendiği" (Yıldırım ve Şimşek, 2016, sy. 41) araştırmalardır. Genel nitel araştırmalar (generic qualitative inquiry), nitel yöntemlerin kullanıldığı ancak bilinen nitel araştırma yaklaşımlarının (durum çalışması, olgubilim gibi) herhangi birisinin seçilmediği ve sadece araştırma sorusunun cevaplandırılmaya çalışıldığı araştırmalardır (Patton, 2015). Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarının anlama düzeylerine göre belirlenmesi ve tahmin becerisine yer verip vermediklerinin, veriyorlarsa ne gibi strateijler kullandıklarının tanımlanması amaçlandığı için Patton (2015)'ın belirttiği genel nitel araştırma kullanılmıştır. Öğretimsel açıklamaları belirlemek için sınıf ortamında gözlem ya da görüşme gibi farklı yollar kullanılabilir. Görüşmelerin kişilerin düşüncelerini, duygularını açığa çıkarmada kullanılan güçlü bir yöntem (Bogdan ve Biklen, 1992) oluşu ve aynı zamanda çalışmanın yürütüldüğü dönemde salgın sebebiyle sınıf ortamında gözlem yapmanın zorlayıcı olmasından dolayı görüşme yoluyla veri elde etmenin daha uygun olacağı düşünülmüştür. Çalışmada kuramsal çerçeve olarak kabul edilen ve Kinach (2002a) tarafından uyarlanmış olan matematiği anlama düzeyleri kullanılarak betimsel analiz yoluyla veri analizi gerçekleştirilmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu, amaçlı örnekleme yöntemi ile belirlenmiştir. Nitel çalışmalarda çalışma grubuna karar verilirken genelleme yapmaktan ziyade ayrıntılı açıklama yapmak amaçlandığından (Creswell, 2012) katılımcıların seçiminde çalışmanın amacına uygun olarak belli bazı kriterlere uyup uymadıklarına dikkat edilir (Johnson ve Christensen, 2014). Bu çalışmada yer alan katılımcılar için aranan ilk kriter öğretmenlerin ortaokul matematik öğretmeni olmalarıdır. İkinci kriter ise öğretmenlerin kıdem süreleridir. Öğretmenlerin öğretim deneyimleri arttıkça kavramsal bilgilerinin de geliştiği (Abd-El-Khalick, 2006; Roehrig ve Nam, 2011), deneyim süreleriyle düşünce ve öğretimsel uygulamalarında da farklılıklar olduğu (Borko ve Livingston, 1989; Leinhardt, 1989; Niess, 2005) göz önünde bulundurularak, katılımcılarda aranacak kıdem süreleri 1-5 yıl, 6-10 yıl ve 10 yıl ve üstü şeklinde gruplandırılmıştır. Öncelikle kaç katılımcı ile çalışmanın gerçekleştireceğine karar verilmiştir. Katılımcı sayısı belirlenirken Guest, Bunce ve Johnson (2006) veri doygunluğuna ilişkin yaptıkları çalışmada ilk altı görüşmeyle en temel temaları üretmede, 12 görüşmeyle ise %90 üzerinde doygunluğa; ayrıca Francis ve diğerleri (2009) ise, on ile 17 görüşmeyle veri doygunluğuna ulaştıkları göz önünde bulundurularak 12 katılımcıda karar kılınmıştır. Katılımcıların her birinin kıdem yıllarına göre eşit sayıda (i.e. 1-5 yıl 4 katılımcı, 6-10 yıl 4 katılımcı, 10 yıl ve üstü 4 katılımcı) olmasına dikkat edilmiştir. Creswell (2012) örnekleme stratejilerinin veri toplamaya başlamadan ya da veri toplamaya başladıktan sonra olmak üzere farklılık gösterdiğini belirtmiştir. Araştırmacılar bu aşamada her bir kıdem süresi kategorisinde katılımcı elde edebilmek için veri toplamaya başlarken amaçlı örnekleme stratejilerin birisi olan kartopu örnekleme (Creswell, 2012) ile mülakat esnasında katılımcılara farklı kıdem sürelerinde olan ortaokul matematik öğretmeni tavsiye etmelerini istemiş ve bu şekilde amaçladıkları farklı kıdem sürelerinde olan 12 katılımcıya ulaşılarak çalışma gerçekleştirilmiştir. Katılımcılardan çalışmada yer almak istediklerine dair onayları aydınlatılmış onam formu ile alınmıştır.

Veri Toplama Aracı

Çalışmada ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusundaki öğretimsel açıklamalarının Kinach (2002a)'ın geliştirdiği anlama düzeyleri bağlamında belirlenmesi ve ölçüm tahminine yönelik kullandıkları stratejilerin açığa çıkarılması amacıyla görüşme soruları kullanılmıştır. Araştırmacılar tarafından sekiz açık uçlu matematik sorusundan oluşan görüşme soruları, ilk olarak uzman görüşüne sunulmuştur. Üç tane matematik eğitimi uzmanından görüş alınmıştır. Bu görüşlere göre; soruların sıralaması değiştirilmiş, soruyu oluşturan ifadelerde düzenlemeler yapılmış, benzer nitelikte olduğu düşünülen sorular azaltılmış ve öğretmenlerden istenenin ne olduğunun anlaşılması için ilave açıklamalar eklenmiştir. Bu düzenlemeler ile görüşme sorularının sayısı altıya indirilmiştir. Uzman görüşü sonrasında görüşme soruları üzerinde revizyon ihtiyacı olıp olmadığına karar vermek amacıyla pilot görüşmeler yapılmıştır. İlk pilot görüşmenin sonrasında görüşme sorularının sonuncusunda sorunun içeriğinde yer alan farklı iki araba türü katılımcı tarafından anlaşılamadığı için bu soruya söz edilen arabalara ait görseller eklenmiştir. İkinci pilot görüşme yapılmış ve sonrasında herhangi bir düzenlemeye gerek duyulmamıştır. Çalışmanın gerçekleştirileceği 12 katılımcı ile pilot görüşmeler sonrasında karar kılınan altı soru ile mülakatlar yapılmıştır. Görüşme sorularının ilkinde öğretmenlerden 5. sınıf öğrencisine "alan" kavramını nasıl açıkladığını anlatmaları istenmiştir. İkinci soruda bir dik üçgen verilmiş ve altıncı sınıf öğrencilerine dik üçgenin alanının hesaplanmasına dair nasıl bir açıklama yaptıkları sorulmuştur. Üçüncü soruda yedinci sınıf öğrencilerine köşegen uzunlukları bilinen eşkenar dörtgen şeklindeki bir fayans ile alanı bilinen bir bölgenin kaplanması durumunda ihtiyaç duyulacak fayans sayısının bulunmasına yönelik işlemlerin yapılması ve açıklanması, dördüncü soruda dikdörtgensel bir bölgenin karesel bölgelere ayrılmasının ortaokul düzeyinde öğrencilere açıklanması, beşinci soruda farklı alanlara sahip dikdörtgensel bölgelerin bir araya gelmesiyle oluşan karesel bölgenin kenar uzunluğunun bulunmasına ilişkin açıklamaların yapılması istenmiştir. Sonuncu soruda sedan ve pickup iki araç görselinin yer aldığı ve araçlara ait otopark bölmelerinin alanlarının tahmin edilmesinin istendiği bir probleme dair nasıl öğretimsel açıklama yaptıkları sorulmuştur. Yarı yapılandırılmış görüşmeler esnasında katılımcının çözümde yer verdiği ancak açıklamadığı birim dönüştürme işlemlerine dair araştırmacılar tarafından ek sorular yöneltilmiştir. Aşağıda bu ek sorulara örnekler sunulmuştur

"Peki hocam, çevirme aşamasında yani m^2'den cm^2'ye çevirme aşamasında nasıl bir açıklama yapardınız?"

"Onu nasıl hatırlatırsınız hocam? 7.sınıftaki öğrenci onu kazanım olarak görmüyor 6. Sınıfta alan ölçü birimlerini görüyor. O dönüşümü hatırlatmanız gerektiğinde ne dersiniz nasıl açıklarsınız?"

Veri Toplama Süreci

Araştırmanın verileri bir video konferans platformu üzerinden, 12 ortaokul matematik öğretmeniyle yarı yapılandırılmış görüşmeler sonucunda elde edilmiştir. Yarı yapılandırılmış görüşme ile katılımcının düşüncelerini derinlemesine açıklamasına (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz ve Demirel, 2020), öğretimsel açıklamalarına yön veren temel fikirlerini anlatmasına ve ölçüm tahmine yönelik açıklamalarının ne olduğunun anlaşılmasına imkân sunulmuştur. Görüşme sırasında, görüşme soruları ekrana yansıtılmış ve katılımcıdan, her bir sorunun çözümüne ilişkin, soruda ifade edilen öğrenci sınıf seviyesine uygun olarak ne tür işlemler, anlatımlar yapacağını açıklanması istenmiştir.

Veri Analizi Süreci

Verilerin analiz edilmesine görüşme kayıtlarının transkripsiyonu ile başlanmış ve elde edilen metinlerin betimsel analizi yapılmıştır. Bu aşamada öğretmenlerin öncelikle alan ölçmeye dair bilgisinin doğrulu kontrol edilmiş, eğer sorunun çözümü yanlış ise öğretmenlerin cevapları analize dahil edilmemiştir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları Kinach'ın (2002a) geliştirmiş olduğu anlama düzeylerine göre incelemiştir. Bu aşamada Alkan'nın (2016) öğretimsel açıklamalara ilişkin Kinach'ın (2002a) geliştirmiş olduğu anlama düzeylerine dair oluşturduğu alt kategoriler baz alınarak öğretimsel açıklamaların kategorilerine karar verilmiştir. Alkan (2016) işlemsel düzeye ait; tanımı doğrudan ifade etme (İB1), kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2), bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3) olarak üç alt kategori belirlemiştir. Araştırmacılar tarafından Alkan'ın (2016) işlemsel düzeyde belirlediği bu üç alt kategoriye ek olarak matematiksel öğretim "hileleri" (İB4) dördüncü alt kategori olarak eklenmiştir. Bu kategorinin dahil edilmesinde Toluk Uçar (2011)'ın elde etmiş olduğu sonuçlardan ve Kinach'ın (2002a) bahsettiği mantıksal hilelerden yola çıkılarak karar verilmiştir. Matematiksel öğretim hileleri; öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının matematiksel nedenlere dayanmadığı, bir tür kolay ya da akılda kalıcı hikaye, benzetme gibi durumlardan oluşmaktadır (Kinach 2002a; Toluk Uçar, 2011). İlişkisel düzeyde yer alan her bir anlama düzeyini de kendi içinde üç alt kategoriye ayıran Alkan (2016) kavramsal düzeyi açıklayıcı düzey olarak tanımlamış ve bu düzeyde, tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1), ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2), çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3) şeklinde alt kategoriler geliştirmiştir. Problem çözme düzeyini de, açıklamalarında modelleme gibi analitik stratejilerden yararlanma (PB1), kavramın anlamlarını bir problem durumu içerisinde kullanma (PB2), bir problemi farklı problem çözme stratejilerinden yararlanarak çözme (PB3); epistemik düzeyi ise, açıklamalarında matematiksel bilginin (ilgili konu kapsamında) kaynağına ve gelişimine vurgu yapma (EB1), açıklamalarında matematiğin diğer disiplinlerdeki rolüne vurgu yapma (EB2), matematiksel ilişkilerin altında yatan nedenleri gerekçelendirerek ispatlama (EB3) olarak belirlemiştir (Alkan, 2016). Alkan (2016), sonuncu anlama düzeyi olan araştırma/sorgulama düzeyine ait alt kategoriler belirtmediği için, araştırmacılar Kinach'ın (2002a) açıklamaları doğrultusunda araştırma/sorgulama düzeyine yönelik alt kategorileri şu şekilde belirlemiştir: Açıklamalarında öğrencileri yeni matematiksel ilişkileri keşfettirmeye yönlendirme (SB1), yeni problem durumları kurdurmaya yönelik çalışmalar gerçekleştirme (SB2), ve kavramları sorgulayıcı yaklaşımlara yer verme (SB3). Tablo 1'de bu çalışmada yer alan katılımcılar tarafından verilen cevaplar kullanılarak, bazı öğretimsel açıklamaların alt kategorilerine ait örnek cümlelere yer verilmiştir.

Tablo 1. *Örnek öğretimsel açıklama alt kategorileri*

Öğretimsel Açıklama Kategorisi	Katılımcının açıklaması
Örnek 1: İB3	14 m^2 bir alan döşemek için… Önce tabii ki bunun alanını bulması gerekiyor. Eşkenar dörtgenin alanını bulması gerekiyor. e çarpı f bölü 2'den bunun alanını buldurup daha sonra bütün alanı böldürmem gerekiyor
Örnek 2: AB2/AB3	Şimdi mesela dikdörtgenin alanını önceden biliyorlar. Hani 5. Sınıfta, onun yarısı olduğunu gösterebilirim, kâğıt kesilebilir ya da dikdörtgenin alanını buldurup bunun köşegen yardımıyla ayrıldığını, tam iki parçaya bölündüğünü söyleyip hani o yüzden üçgenin alanında taban çarpı yükseklik bölü iki kullandığımızı o şekilde anlatırım yani.
Örnek 3: İB2	Sonrasında zaten biz 7. sınıf öğrencilerine eşkenar dörtgen formülünü veriyoruz. Yani köşegen uzunlukları çarpım bölü 2. Sonra da kaplamak istediğimiz alanın içerisinde bu eşkenar dörtgenin alanından kaç tane var, diye yaptırırdım.
Örnek 4: İB4	Kamile Hanım damda, Mehmet dayım camda, merhaba merbaha, diye. Yani bu tekerleme aslında öğrencilerin hani zihninde çok daha kalıcılık ortaya çıkartıyor ve bu sayede hani öğrenci birim dönüştürmede çok fazla sıkıntı ortaya çıkarmıyor.
Örnek 5: AB1	Ben önce uzunluk kavramıyla başlıyorum, başlamayı tercih ediyorum. Tek boyuttan iki boyuta geçmiş oluyoruz. Alan kavramıyla birlikte tek boyuttan iki boyuta geçmiş oluyoruz. Öncelikle bu farkındalığı oluşturmaya çalışıyorum. Alanda artık karşımıza bir yüzey çıkıyor. Bu tabii kare olabilir, üçgen alabiliyor, dikdörtgen olabilir, daire olabilir. İlerleyen zamanlarda 7'nci sınıfta eşkenar dörtgen yamuk vs olabilir. Ama ilk etapta dediğim gibi ikinci boyuta geçtiğimizden bahsediyorum. İkinci boyutu olduğu için artık burada bir en ve bir boydan söz edebiliriz. Bu aradaki yüzeyi doldurduğumuzu anlatıyorum. Bunun için bazen dinamik yazılımlar kullanıyoruz, bazen tahtaya çizimler yapabiliyoruz.

Örneğin katılımcı Ö3 eşkenar dörtgenin alanına ilişkin soruda Tablo 1'de yer alan örnek 1'deki açıklamayı yapmıştır. Ö3 bu açıklamasında alanın bulunmasına ilişkin sadece işlem adımlarından söz etmiş yani bir prosedürün nasıl kullanılacağını doğrudan ifade etme (İB3) alt boyutunda işlemsel düzeyde olan bir öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

Katılımcı Ö8 ise üçgenin alanına ilişkin örnek 2'deki öğretimsel açıklamayı yapmıştır: Katılımcı Ö8'in burada üçgenin alanını dikdörtgenin alanıyla ilişkilendirerek ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2) alt boyutunda ve ayrıca alan formülünü buldururken nereden geldiğine, yani dikdörtgeni kullandığına ve bu sonuca ulaşırken şekil gibi görsel öğelerden yararlandığı için çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıkladığı AB3 kategorisinde açıklayıcı düzey bir öğretimsel açıklamada bulunduğu görülmüştür.

Katılımcı Ö10 eşkenar dörtgenin alanının hesaplanması gereken soruda örnek 3'teki öğretimsel açıklamayı yapmıştır. Burada eşkenar dörtgen biçiminde verilen fayansın alanının bulunması için doğrudan formül kullanımına giderek kural ilişkileri doğrudan ifade etmeyi seçtiği İB2 kategorisinde bir öğretimsel açıklama yapmıştır.

Katılımcı Ö4 alan ölçü birimlerinden m^2 ile cm^2 arasında dönüşüm yapılması gereken soruya ilişkin örnek 4'teki öğretimsel açıklamasında bir tekerleme ile alan ölçü birimlerinin sıralamasından söz ederek matematiksel bir açıklama yapmayıp bir öğretim "hilesi" kullanarak İB4 kategorisinde öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

Katılımcı Ö7, örnek 5'teki "alan" kavramının öğretimine ilişkin öğretimsel açıklamasında "alan" kavramının ne anlama geldiğini açıklamış, uzunluktan alana geçişi boyut kavramıyla ilişkilendirerek anlattığı AB1 kategorisinde öğretimsel açıklama yapmıştır.

Ölçüm tahmini ve kullanılan stratejileri belirlemede öğretmenlerin verdikleri cevaplar, tahmin becerisi kullanma durumlarına göre, araştırmacılar tarafından daha önceden belirlenen "doğru tahmin", "kısmi tahmin" ve "yanlış tahmin/açıklama yok" kodlarına uygun olarak eşleştirilmiştir. Tahmin stratejisi kullanarak sonucu sayısal bir veri olarak ifade etmek "doğru tahmin", strateji kullanıp ancak sonucu sayısal veri olarak ifade etmemek "kısmi tahmin" ve herhangi bir strateji kullanmayıp tahminde bulunmamak "yanlış tahmin/açıklama yok" olarak değerlendirilmiştir. Örneğin katılımcının "*Bu araç yaklaşık 5 m'ye 1,5 m olsa, diğer araç bunun 1,5 kat büyüğü olsa herhalde en az 12 m^2 bir alana ihtiyaç olurdu*" şeklinde vereceği bir cevap "doğru tahmin" olarak kodlanabilecek bir örnek olarak düşünülmüştür çünkü burada sorunun doğru yanıtına yönelik sayısal değerler kullanılmıştır. Ancak hiç bir katılımcı doğru tahmin kategorisine uygun bir cevap vermediği için bu yanıt araştırmacılar tarafından örnek olarak üretilmiştir. "*Tam olarak bilemiyorum, diğerinden büyük olacaktır ancak 5-10 kat da değildir*" şeklinde verilen katılımcı yanıtı ise kısmi tahmin olarak kodlanmıştır, çünkü doğru cevaba yakın sayısal değerler içermeyen ancak daha büyük/küçük şeklinde bir tahminine yer verildiğinden dolayı "kısmi tahmin" kategorisi uygun görülmüştür. Daha sonra katılımcıların kullandıkları tahmin stratejileri belirlenmiştir.

Verilerin analizinde katılımcılardan alınan 72 öğretimsel açıklamanın iki tanesinin yanlış olması ve iki soruya da cevap alınamamasından ötürü kalan 68 öğretimsel açıklama iki araştırmacı tarafından farklı zamanlarda kodlanmıştır. Araştırmacılar yaptıkları kodlamaların 65 tanesinde aynı düzey ve alt kategori tespit etmişlerdir. Kodlayıcılar arası güvenirlik ise Miles ve Huberman (1994) tarafından önerilen formül ile hesaplanmış ve %95,5 olarak tespit edilmiştir. Üç öğretimsel açıklamanın alt kategorilerinde farklı kodlamalar yapıldığı için araştırmacılar bir araya gelerek bu açıklamalar hakkında tekrar analiz yaparak görüş birliğine varmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

Yapılan bu çalışmada "Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi" kapsamında uyulması belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümü olan "Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler" başlığı altında belirtilen eylemlerden hiçbiri gerçekleştirilmemiştir.

Etik kurul izin bilgileri:

Etik değerlendirmeyi yapan kurul adı=İstanbul Medeniyet Üniversitesi Eğitim Bilimleri Etik Kurulu

Etik değerlendirme kararının tarihi=07.06.2021

Etik değerlendirme belgesi sayı numarası=2021/06-25

Bulgular

Ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarının anlama düzeyleri ve kullandıkları açıklamalarda ölçüm tahminine ne kadar yer verdikleri; yer verdiler ise hangi tahmin stratejisini kullandıklarının araştırıldığı bu çalışmaya dair sonuçlar öncelikle öğretimsel açıklamaların sınıflandırılması, alan ölçme konusuna dair sorular bazında her bir öğretimsel açıklamaya dair sonuçlar ve tahmin becerisine ait bulgular şeklinde bu bölümde yer almaktadır.

Kinach Anlama Düzeylerine Göre Öğretimsel Açıklamaların Sınıflandırılması

Çalışmada her bir soru için öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları düşünüldüğünde toplamda 72 öğretimsel açıklama elde edilmesi gerekirken, iki öğretimsel açıklamanın yanlış olması ve iki soruya da cevap alınamamasından dolayı 68 öğretimsel açıklama analiz edilmiştir. 68 öğretimsel açıklama işlemsel düzey ile açıklayıcı düzeyde yer alırken, problem çözme düzeyi, epistemik düzey ve araştırma sorgulama düzeyinde tespit edilmemiştir. Elde edilen verilerin Tablo 2'de sunulan dağılıma göre öğretimsel açıklamaların yaklaşık %66,18'i işlemsel düzey anlama seviyesinde, %33,82'si de açıklayıcı düzeydedir. Öğretimsel açıklamaların alt kategorilere göre dağılımının açıklandığı Tablo 2'ye göre toplam 114 tane kodlama yapıldığı görülmektedir. Elde edilen kodlama sayısının 68'den fazla olmasının sebebi bir öğretimsel açıklamanın birden fazla alt kategori bulundurması durumudur.

Tablo 2. *Öğretimsel açıklamaların anlama düzeylerinin alt kategorilerine göre dağılımı*

Düzeyler	Sayı	%	Alt kategoriler	Sayı	%
İşlemsel Düzey	45	66,18	Tanımı doğrudan ifade etme (İB1)	3	2,63
			Kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2)	30	26,32
			Bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3)	30	26,32
			Matematiksel öğretim hilesi kullanma (İB4)	2	1,76
Açıklayıcı Düzey	23	33,82	Tanımın ne anlama geldiğini açıklama (AB1)	14	12,28
			İlişki ve özelliklerin ne anlama geldiğini açıklama (AB2)	19	16,67
			Çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3)	16	14,04

"Alan" Kavramına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Öğretmenlerin alan kavramına ilişkin örnek öğretimsel açıklamaları şu şekildedir:

"*Kapladığı yer genelde kareli bölge üzerinden kareli kâğıt üzerinden dikdörtgene geldiğinizde tabii kaç karelik yer kaplıyor kareleri sayarak öyle başlıyoruz*" açıklamasında öğretmen; dikdörtgenin alanı için kapladığı yerin bulunmasında birim kareleri saydırmaktan söz ederek kural ve ilişkileri doğrudan ifade ettiği İB2 kategorisinde bir öğretimsel açıklamada bulunmuştur.

> Sınıfın alanını daha doğrusu en kolay gösterilen alanlardan bir tanesi düzgün şekiller, kare ya da dikdörtgen olduğu için. Sınıf da karolarla kaplı olduğu için alan kaplamak daha rahat olurdu. Dikey ya da dikey ve yatay sıraları saydırıp çarptığım anda ortaya çıkacaktır alan zaten. Herhangi bir dikey, herhangi bir yatay. Onların kolayına gelir. Boya ile de anlatılabilir muhtemelen. Imm…Hani boyadığımız bölge alandır şeklinde ııı düşünebilirim. Duvar boyası veya halı. Metrekare mantığını oradan biliyordurlar diye düşünüyorum beşinci sınıf öğrencisi.

biçiminde yapılan öğretimsel açıklama ise AB1 kategorisindedir. Çünkü burada öğretmen alan kavramını günlük yaşamdan örneklerle ne anlama geldiğini açıklamaya çalışmıştır.

> Çocuklar az çok ilkokuldan gelirken o kavramı bildikleri için uzun kenar kısa kenar çarpıyoruz alanını buluyoruz ya da işte bir bölgenin alanını dediği zaman direkt aklına çocuğun hatta sorduğumuz zaman o da direkt dikdörtgenle başlıyor, kısa kenar uzun kenar şeklinde. Herhalde ilkokulda bu şekilde verildiği için, anlatıldığı için yerleştirildiği için

biçiminde yapılan öğretimsel açıklama ise dikdörtgeninin alanının uzun kenar çarpı kısa kenar olarak doğrudan ifade edilmesini içerdiğinden İB1 alt kategorisinde yer almaktadır.

Açıklayıcı düzeyin AB1 alt kategorisinde örnek olarak sunulan aşağıdaki açıklamada ise; alan kavramına ait somut örnekler verilmesi, çevre kavramından hareketle alan kavramına geçiş yapılması yer almaktadır.

> İlk öncelikle alan kavramının ne olduğunu anlatmak için çevremizden örnekler verdirmeye çalışırdım ve alan kavramını ilk önce günlük hayatımızda nerede duyduğunu öğrenmeye çalışırdım. Çevre ile alan arasındaki ilişkiyi fark ettirip, önce çevrenin ne olduğunu, sonra da alanın da çevre ile ilişkisini açıklayıp alan kavramını o şekilde açıklardım

Genel anlamda alan kavramına yönelik öğretimsel açıklamalar incelendiğinde, katılımcıların altısı (%50) işlemsel düzeyde diğer altısı (%50) açıklayıcı düzeyde öğretimsel açıklama yapmıştır. Alan kavramının ne olduğununun anlamlandırılmasından ziyade alanın değerinin bulunması üzerine inşa edilen açıklamalar işlemsel düzey anlama kapsamındadır. Açıklamaların bir kısmı öğretmenlerin işlemsel anlama düzeyinde kalan yani aslında en yüzeysel açıklama türü olan öğretimsel açıklama yaklaşımını tercih ettiklerini göstermektedir. Bunun yanı sıra ilişkisel anlama düzeyinden en temeli olan kavramsal anlama (açıklayıcı) düzeyine uyan öğretimsel açıklamalar kullanıldığı da görülmektedir. Ancak ilişkisel anlama düzeyinin diğer sınıfları olan problem çözme ya da epistemik düzeyde bir öğretimsel açıklamaya rastlanmamıştır. Alan kavramının nasıl tanıtıldığına dair sorulan soruda öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında matematiksel bilginin kaynağına ya da gelişimine vurgu yapan herhangi bir açıklama örneğine rastlanmamıştır.

Dik Üçgenin Alanına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Dik üçgeninin alanına dair öğretmenlerden birinin (%8,33) işlemsel düzeyde, 11'nin (%91,66) açıklayıcı düzeyde öğretimsel açıklama yaptığı görülmüştür. Aşağıda dik üçgenin alanına ait formüle ulaştırmak için bir prosedürün nasıl uygulanacağının doğrudan ifade edildiğini gösteren işlemsel düzeyde ve İB3 alt kategorisinde öğretimsel açıklama yer almaktadır.

> Çocuklar gördüğün üzere taban 8 birim ve yüksekliği bizim burada bulmamız gerekiyor. Şimdi yükseklik nasıl bulunuyordu? Önemli olan alanda o tabana ait yükseklik. Yani şu da aslında yükseklik olur. Ama şunu da dik çizelim. Bu da bir yükseklik. Ama bu yükseklik şu tabana ait. Bizim tabanımız eğer 8 ise bu 8 birime ait yüksekliği bulmamız gerekiyor. O daha nerede, şurada dikine yani 4 birim. 4 birim olduğu için bunları çarpıp 2'ye bölebiliriz. Zaten biz ne demiştik dipnot olarak da? Dik üçgende dik kenarlar ne oluyordu? Bizim yüksekliğimiz olarak da adlandırılabiliyordu aslında

Aşağıda yer alan açıklayıcı düzey ve AB2 alt kategorisindeki açıklamalarda ise dik üçgenin alanına ilişkin bağıntıyı doğrudan sunmak yerine, alana ulaşmak için dikdörtgenin alanından hareket edilmesi veya eş bir dik üçgen daha çizip dikdörtgen oluşturulması gibi yeni bilginin önceki bilgiden hareketle buldurulması yer almaktadır.

> Dikdörtgene tamamlayalım bunu diyorum önce hani dikdörtgen tamamlarsa muhtemelen karelerin tamamını sayabilecek sonra onun yarısı olduğunu fark edebilecek oradan işte üçgenin alanına ulaşıp 4x 8=32 yarısından 16 dikdörtgene tamamlamasını söylerim
>
> Ben bir tane daha üçgen çizip bunun bir dikdörtgenin aslında yarısı olduğunu gösterirdim. Dikdörtgenin alanını daha önceden bildikleri için. Normalde dikdörtgenin alanı nasıl buluyorsam o şekilde alanını hesaplayıp, bunu da şeklini yarısı olduğu için yarısına böyle bölerek formülü o şekilde çıkartırdım

Öğretmenlerin dik üçgenin alanına dair problem çözümünde kullandıkları öğretimsel açıklamaların dikdörtgenin alanından yararlanılarak anlatılması en sık rastlanan bulgu olmuştur. İlişkisel düzey anlamanın en temel düzeyi olan kavram (açıklayıcı) düzey anlama seviyesindeki öğretimsel açıklamaların kullanılmasının işlemsel düzey anlamaya kıyasla tercih edildiği görülmektedir.

Eşkenar Dörtgenin Alanına Dair Öğretimsel Açıklamalar

Bu kısım ile ilgili olarak katılımcıların sekizi (%66,6) işlemsel düzeyde, üçü (%25) açıklayıcı düzey öğretimsel açıklama yapmıştır, bir katılımcı ise yanlış cevap vermiştir. İşlemsel düzeyde anlama seviyesinde yer alan aşağıdaki açıklamada eşkenar dörtgenin alanının köşegenlere bağlı formülünün direkt uygulanmasının yer aldığı, bir formülün prosedürün nasıl uygulanacağının gösterildiği İB3 alt kategorsindeki açıklama görülmektedir.

> Zaten biz 7. sınıf öğrencilerine eşkenar dörtgen formülünü veriyoruz. Yani köşegen uzunlukları çarpım bölü 2. Sonra da kaplamak istediğimiz alanın içerisinde bu eşkenar dörtgenin alanından kaç tane var, diye yaptırırdım.

Aşağıda yer alan diğer öğretimsel açıklamada ise eşkenar dörtgenin alanının bulunması için, eşkenar dörtgenin köşegen uzunluklarının dikdörtgenin kenar uzunluğu olacak şekilde dikdörtgene tamamlayıp, dikdörtgenin alanından hareketle eşkenar dörtgenin alan bağıntısının bulunması ve sonrasında formüle dönüştürülmesi yer almaktadır. İşlem adımlarını gerekçelendiren, formülün altında yatan nedenleri açıklayan bu ifadeler açıklayıcı düzey ve AB3 alt kategorsinde yer almaktadır.

> Dikdörtgenin köşelerini çizdiğimiz zaman eşkenar dörtgen köşelerinden çizdiğimiz zaman dikdörtgeni aslında dört eş parçaya ayırdığımızı görüyoruz. Bu dört eş parçanın da aslında iki eş üçgene ayrıldığını görüyor öğrenci bunlardan birer tanesi. Her birinin birer tanesi eşkenar dörtgene ait. Dolayısıyla burada yine dikdörtgenin alanının yarısı olduğunu, herhangi bir eşkenar dörtgenin bir dikdörtgenin yarısı, alanının yarısı olduğunu görebilir. İşte biz ne yapıyoruz o zaman? Köşegenlerden bir tanesi dikdörtgen uzun kenarı. Diyelim ki burada örneğin 20 cm olabilir, diğeri de kısa kenarı 14 cm olabilir. Normalde dikdörtgen alanı 14 çarpı 20 olacaktı ama eşkenar dörtgen yarısını almış oluyor.

Öğretmenlerin eşkenar dörtgenin alanına dair öğretimsel açıklamaları incelendiğinde, işlemsel düzeyde kalan öğretimsel açıklamalarının kural ve ilişkileri doğrudan ifade etme (İB2) ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade etme (İB3) alt kategorilerinde toplandığı, açıklayıcı düzey anlamada seviyesindeki öğretimsel açıklamaların ise ilişki ve özelliklerin ne analama geldiğini açıklama (AB2) ve çözüm adımlarını ve gerekçelerini açıklama (AB3) olarak verildiği bulunmuştur. Öğretmenlerin büyük çoğunluğunun eşkenar dörtgenin alanına dair açıklamada formül kullanmayı tercih ettikleri, dik üçgenin alanına dair açıklamalarında olduğu gibi alan formülünün kavramsal olarak nereden geldiğini açıklamaktan kaçındıkları görülmüştür. Yüzeysel bir öğretimsel açıklama olan işlemsel düzeyde anlama içeren açıklamalara yer verilmiş, ilişkisel düzeyde olan problem çözme düzeyi veya epistemik düzeyde açıklamalara yer verilmemiştir. Halbuki öğretmenlere sorulan eşkenar dörtgenin alanının bulunmasını gerektiren soru problem şeklinde tasarlanmış yani soru üzerinden alan bulmayı gerektirecek şekilde sunulmuştur. Dolayısıyla görüşme sorusunun kendi tasarısı dahi problem çözme düzeyinde bir açıklama sunmaya olanak sağlamasına rağmen öğretmenlerin prosedür kullanımı ile soruyu çözdürmeye yönelik açıklama yaptıkları dikkat çekmiştir.

Alan Ölçme Birimlerine Dair Öğretimsel Açıklamalar

Katılımcıların tamamı alan ölçme birimlerinin çevrilmesi için merdiven-basamak metaforu kullanmıştır. Birimleri sıra ile ezberleten ve aşağı yönde çarparız, yukarı yönde böleriz gibi matematiksel temellendirmeden uzak ifadeler işlemsel düzey anlamayı göstermektedir. Ayrıca birimleri şarkı tekerleme gibi söyleyerek hafızada kalmalarını sağlamak da öğretim hilesi olarak ifade edilmektedir (Toluk Uçar, 2011) ve bu ifadeler de işlemsel düzeyde anlamayı gösteren açıklamalardır. Katılımcıların tamamı birim dönüştürme işleminde m^2'yi cm^2'ye dönüştürmeyi tercih etmişlerdir. Bunun sebebini de cm^2'yi m^2'ye dönüştürmek için 10000'e böldüklerinde elde edilen sonucun ondalık sayı olması ve öğrencilerin ondalık sayılarla işlem yapmada istenen düzeyde bulunmamaları olarak ifade etmişlerdir. Aşağıda işlemin nasıl uygulanacağının anlatıldığı İB2 alt kategorisinde yer alan üç adet öğretimsel açıklama örneği yer almaktadır:

"*Metre desimetre santimetre… Yani 2 basamak var. Ama kare olunca bir 2 daha sıfır geliyordu. Totalde ne olacak 4 tane sıfır gelmiş olacak*."

"*Merdiveni hatırlatırdım. Yani işte metrekareden santimetrekareye gitmek daha kolay olduğu için onu tercih ederdim*."

> m2 'den cm2 'ye kaç basamak, nereye gidiyoruz diye sorardım. 2 basamak aşağı gideceğini ve her basamakta da 2 sıfır ekleyeceğinden toplamda 14'ün yanına 4 tane sıfır eklemesi gerektiğini yapıp, işlemi yapardım.

Aşağıdaki örnekte ise, bir öğretim hilesi olan tekerleme ile alan ölçme birimlerinin ezberletildiği İB4 alt kategorisinde öğretimsel açıklama örneği görülmektedir.

> Kamile Hanım damda, Mehmet dayım camda, merhaba merhaba, diye. Yani bu tekerleme aslında öğrencilerin hani zihninde çok daha kalıcılık ortaya çıkartıyor ve bu sayede hani öğrenci birim dönüştürmede çok fazla sıkıntı ortaya çıkarmıyor.

Tahmin Becerisinin Kullanımına Dair Bulgular

Katılımcıların öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisini kullanıp kullanmadıklarına ve eğer kullanıyorsa ne gibi stratejilere yer verdiklerini anlamak amacıyla, öğretimsel açıklamaları incelenmiştir. Öğretmenlerin tahmin becerisi kullanımlarına ilişkin sonuçlar Tablo 3'te yer almaktadır.

Tablo 3. *Tahmin becerisinin kullanımına ilişkin dağılım*

	Sayı	%
Doğru tahmin	-	-
Kısmı tahmin	10	83,33
Yanlış tahmin/Açıklama yok	2	16,67

Katılımcıların onu (%83,33) bağlamında tahmin gerektirdiği belli olan soruya işlemsel düzeyde öğretimsel açıklama yapmış, iki katılımcı ise açıklama yapamamıştır. Yapılan açıklamaların tümünde öğretmenler nasıl açıklama yapacaklarını anlatırken sayısal anlamda sorunun çözümünün tahmininin nasıl yapılacağından ziyade sözel olarak açıklamaya odaklanmış, dolayısıyla açıklamalar "kısmi tahmin" kategorisine uygun görülmüştür. Kısmi tahmin yapanların dokuzu (%90) tahmin stratejisi olarak referans alma stratejisini kullanmıştır. Bir katılımcı ise sorunun tahmin becerisi gerektirdiğini anlamış ancak istenen cevaba ilişkin tahminde bulunamamıştır. Katılımcıların öğretimsel açıklamalarından bazıları aşağıdaki gibidir:

> Büyük araçtan da anlamamız gereken şey şeklin daha da büyüdüğüdür. Ama boy olarak aynı, sadece genişlik olarak farklıysa boyunu aynı tutup genişliğini düzenleyebiliriz. Yani Ali Bey'in yönetime diyeceği Metin Bey'in çizilen otopark çizgisinden daha geniş yönde bir çizgiye ihtiyacı var.
>
> "*1,5 kat daha büyük gibi duruyor ortalama*."
>
> Benim aracım sedan standart otopark çizgisi bana uyar dediyse benim aracım sedan değil pickup o zaman standart otopark çizgisi bana uymaz diyecek, onu uygunsa buna dar gelecektir ben daha geniş çizgi istiyorum

"*Tam olarak ölçülerinin oranları ne kadar büyüktür bilemiyorum. Sedanın kaç katıdır? Kaç katıdır derken tabi burada 1/2 ve 1/3 katlarından bahsediyoruz. 5 -10 katı değil elbette*."

Yukarıda yer verilen öğretimsel açıklama örneklerinde pickup aracın, sedan araçtan büyük olduğu ve bu nedenle daha büyük otopark alanına ihtiyaç duyulacağının tahmin edilmesi, sedan arabayı referans kabul ederek yapıldığı yani zihinde bilinen bir nesneden hareketle tahmin edildiği (Gooya ve diğerleri., 2011) için referans alma tahmin stratejisi kullanılmıştır.

Sonuç ve Tartışma

Bu çalışmada matematik öğretmenlerinin alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamalarını Kinach (2002a) anlama düzeyleri bağlamında değerlendirmek, öğretimsel açıklamalarında tahmin becerisi kullanıp kullanmadıklarını tespit etmek ve kullanıyorlarsa hangi stratejiler olduğunu belirlemek amaçlanmıştır. Çalışmada öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının işlemsel düzey ve ilişkisel düzeyin en temel düzeyi olan açıklayıcı diğer bir ifade ile kavramsal düzey anlamada yığıldıkları görülmüştür. Alan kavramının tanımına yönelik öğretimsel açıklamalarda alanın bir yeri kaplama olduğuna dair tanımlar ile dikdörtgenin alanına yönelik açıklamaların yer olduğu dikkat çekmektedir. Bu açıklamarın en yüzeysel düzey olan işlemsel düzeyde ve kavramsal düzeyde toplandığı bulunmuştur. Üçgenin alanına yönelik açıklamalarda ise en dikkat çekici sonuç dikdörtgenin alanı üzerinden açıklamaların gerçekleştirilmiş olmasıdır. Bu bağlamda öğretmenlerin üçgenin alanına dair öğretimde bu şekilde bir öğretimsel açıklamaya yer vermeleri bilginin ezberletilmesinden ziyade kavramsallaştırılması açısından önem taşımaktadır. Ancak eşkenar dörtgenin alanı için yapılan öğretimsel açıklamalarda ise aynı durum söz konusu değildir. Öğretmenlerin burada en çok işlemsel düzeyde anlama ile açıklamalarda bulunmaları ve formül kullanımına en çok burada yer vermiş olmaları önemli bir başka bulgudur. Görüşmeler sonunda alan ölçme konusuna dair öğretimsel açıklamaların çoğunlukla işlemsel düzeyde kaldığı, daha sonra ise ilişkisel düzeyin en temeli olan kavramsal düzeyde kaldığı görülmüştür. Matematik öğretmenlerinin görüşme sorularında yer alan bazı matematik problemlerinin çözümüne dair açıklamalarında ilişkisel düzeyde yer alan problem çözme düzeyinde anlamaya yönelik bir öğretimsel açıklamaya dahi yer vermemeleri dikkat çekicidir. Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının çoğunlukla işlemsel düzeyde olması sonucu farklı konularda öğretmen ya da öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarını inceleyen çalışmalarla da paralellik göstermektedir; zira alanyazında yer alan diğer araştırmaların bulguları çoğunlukla öğretimsel açıklamaların işlemsel ya da kavramsal düzeyde yığıldığını göstermektedir (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Güler ve Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011).

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının neden yüzeysel düzeyde kaldığının derinlenmesine incelenmesi bu anlamda önem taşımaktadır. Alanyazında yer alan bir çok çalışmada ve bu çalışmada da öğretmenlerin işlemsel düzeyde açıklamalar yapmalarının altında yatan sebeplerin araştırılması ve ayrıntılandırılmasına dair çalışmalara ihtiyaç vardır. Bu sebeplerden biri; öğretmenlerin matematik öğretim programında yer alan kazanımları bir eğitim-öğretim yılında yetiştiremeyeceklerini düşünmeleri ve işlemsel düzeyde kural, ilişkileri ve bir prosedürün nasıl uygulanacağını doğrudan ifade ederek kısıtlı bir zamanda öğretimsel süreci tamamlamaya çalışmaları olabilir. Öğretmenlerin gerekçelere yani ilişkisel düzeyde öğretimsel açıklama yapmanın zaman kaybı olduğuna, kural vererek hızlıca geçmeye niyetli (Gökkurt ve diğerleri, 2012) oldukları belirtilmiştir. Öğretmenlerin aslında ileri anlama düzeyinde olmalarına rağmen işlemsel düzeyde öğretimsel açıklamalar yaparak öğrencilere konuyu daha rahat açıklayabileceklerini düşünmeleri ya da öğrencilerin daha kolay anlayabileceklerini düşünmeleri bu çalışmada da görüşme kayıtları sonlandırıldıktan sonra katılımcılarla yapılan teşekkür konuşmasında ortaya çıkan bir bulgudur. Katılımcılardan bazıları ise öğretimsel açıklamaları belirleyici unsurlardan birinin de öğrencilerin matematik başarı seviyeleri olduğunu dile getirmiştir. Katılımcılar bazı sınıflarda yüzeysel bazı sınıflarda ise derinlemesine öğretimsel açıklamalar yaptıklarını ifade etmiştir. Öğrencilerin önceki bilgileri üzerine yeni bilgilerin inşa edilmesi öğretimsel açıklamalarda sağlanması gereken bir koşuldur (Leinhardt ve Steele, 2005) ancak bu durumun öğrencilerin ön bilgi (ya da kavrama seviyeleri) farklılıkları öne sürülerek niteliksiz ya da yüzeysel öğretimsel açıklama yapılması anlamına gelmemelidir. Ayrıca matematik öğretim programında vurgulanan ve öğrencilerin kazanması beklenen hedef davranış ve becelerin istenilen düzeyde olmamasıyla da sonuçlanabilir.

Matematik öğretmelerinin öğretimsel açıklamalarının işlemsel ya da açıklayıcı düzeyde olmasının bir diğer sebebi ise öğretmenlerin matematik alan bilgilerinin ilişkisel düzey olan problem çözme, epistemik ve araştırma/sorgulama düzeyinde açıklamalara yer vermek için yeterli olmaması olabilir. Matematik öğretmenlerinin lisans eğitimleri sürecinde özellike öğretmen adayı oldukları dönemde aldıkları eğitimin önemli rol oynadığı aşikardır. Öğretmen adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematik öğretim programında hedeflenen düzeyde bir öğrenmeyi sağlayabilecek yeterlikte olmaması (Toluk Uçar, 2010), pedagojik alan bilgilerinin öğretim stratejileri boyutunda istenen düzeyde olmaması ve bundan hareketle öğrencileri anlamada ve etkili bir matematik öğretimi sağlamada güçlük yaşamaları (Şahin, Erdem, Başıbüyük, Gökkurt ve Soylu, 2014) öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının yüzeysel bir şekilde olmasının altında yatan sebebi güçlendirmektedir. Öğretmen adayları için öğretimsel açıklamaları yaratmanın hiç de kolay olmadığı (Kinach, 2002a) bilinmekle beraber öğretmenler için de aynı durum söz konusu ya da tercih edilememesi bir seçenek olabilir. Ancak nedeni ne olursa olsun pedagojik alan bilgisinin bir parçası olan matematik alan bilgisinin (Shulman, 1986) önemi öğretimsel açıklamalarda rol oynaması kaçınılmazdır (Charalambous ve diğerleri, 2011). Sınırlı matematik alan bilgisinin öğretmen (Blum & Krauss, 2008; Gökkurt ve diğerleri, 2012; Gökkurt ve Soylu, 2016; Tekin-Sitrava, 2014) ya da öğretmen adaylarının (Ding, He, ve Leung, 2014; Evan, 1993) pedagojik alan bilgisini etkilediği görülmektedir ve ayrıca öğretimsel açıklamaların niteliğiylede güçlü bir bağlantısı vardır (Charalambous ve diğerleri, 2011). Dolayısıyla öğretmenlerin iyi bir matematik alan bilgisine sahip olmaları onların kavram ve kurallara yoğunlaşmış öğretimsel açıklamalara da hakim olmalarını sağlar. Bu açıklamalar öğrencilerin gerçekleştirdiği aktiviteleri derinlemesine anlamalarına yardımcı olurken öğrenme sürecinde bilişsel şemalarının oluşumunda da önemli yer taşır (Wittwer ve Renkl, 2008). Örneğin, Asya ülkelerinde ve Amerika Birleşik Devletleri'nde (ABD) görev yapan matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamaları arasındaki farkın kavram ve kuralların arkasında yatan ve neden çalıştığını açıklayan kavramsal açıklamalar olduğu görülmüştür (Perry, 2000). Bir konunun öğretiminde matematik öğretmenlerinin öğretimsel açıklamalarıyla kullandıkları örnek türleri incelendiğinde açıklayıcı boyutta açıklama yapan öğretmenlerin konular arası ilişki içeren, geliştirici ya da örnek dışı örneklere yer verdikleri, işlemsel boyutta olanların ise standart örnekleri kullandıkları ortaya konmuştur (Alkan, 2016). Öğretmenlerin standart ve geliştirici örneklere yer verdikleri (Alkan, 2016) dikkate alındığında öğretmenlerin pedagojik alan bilgisinin Kinach (2002a) anlama düzeyleri bağlamında incelendiğinde yüzeysel ya da temel düzeyde olduğu dolayısıyla da sınıfta öğrencinin matematiği anlama düzeyini de etkileyecek açıklamaların yanında örnek türlerinin de çok farkılılaşmadığı ve bu durumun öğrenci öğrenmelerinde etkili olabileceği söylenebilir. Matematiği öğretme bilgisisinin derste kullanılan açıklama ve örneklerden oluştuğu (Leinhardt, 2001) dikkate alındığında öğretmenlerin açıklamaları ne kadar yüzeysel olursa örneklerinin de o kadar farklılaşmayacağı fikrine ulaşılabilir. Öğretimsel açıklamanın öğretilen kavrama yönelik hem örnek hem de örnek olmayan durumları içermesi (Leinhardt ve Steele, 2005) gerektiğinden öğretmenlerin de öğretimsel açıklamalarının en az kavramsal düzeyde olması nitelikli bir öğretim için kaçınılmazdır.

Katılımcıların deneyim yıllarına göre hangi düzeyde öğretimsel açıklama yaptıkları çalışmanın temel amacı olmasa da, bu çalışma sonucunda dikkat çekici bir bulgu, 11-15 yıl deneyime sahip öğretmenlerin açıklamalarının kavramsal düzey açıklama olduğudur. Her ne kadar bu katılımcıların öğretimsel açıklamaları problem çözme veya diğer ilişkisel düzey anlama seviyesinde açıklamalar olmasa da işlemsel düzeyde olmayan, daha ziyade kavrama ait ilişki ve özelliklerin ne anlama geldiğinin açıklandığı, çözüm adımlarının ve gerekçelerinin açıklandığı kategorilerde yoğunlaşması ezberden uzak bir öğretim yapılmaya çalışıldığının göstergesi olabilir. Deneyimli öğretmenlerin problemleri daha hızlı bir şekilde uygun problem çözme stratejilerine göre tanımladıkları ve meslekte yeni olan öğretmenlere kıyasla kavramlara daha detaylı bir hakim oldukları görülmektedir (Wittwer ve Renkl, 2008). Böylelikle kavramların ve prosedürlerin altında yatan nedenleri öğretimsel açıklamalarında da kullanabilirler.

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarının öğrencilerin başarıları üzerinde etkisi olduğu bilindiğine göre problem çözme ve epistemik düzeylerde öğretimsel açıklamalar yapabilen öğretmen adayları yetiştirmek ve sınıf ortamında ise ileri anlama düzeylerinde açıklamalar yapılmasına olanak sağlayacak ortamları öğretmenlere sağlamak ya da öğretmenlerin bu ortamları yaratmasını beklemek gerekir. Öğretmenlerin bu tür açıklamaları daha sık kullanması, bir matematiksel bilginin kaynağına vurgu yapılması, fikrin nereden geldiğinin ilişkilerle öğrencilere vurgulanması öğrencilerin anlamlı öğrenme gerçekleştirmelerine faydalı olacaktır.

Tahmin becerisinin kullanımına ilişkin sorularda da katılımcıların bağlamında tahmin gerektirdiği belli olan sorularda tahmin becerisi kullandıkları diğer sorularda tahmin becerisine yer vermedikleri görülmüştür. Boz Yaman ve Bulut (2017) tahmin hakkındaki öğretmen görüşlerini incelendikleri çalışmalarında öğretmenlerin tahmin becerisine derslerinde yer vermedikleri sonucuna ulaşmışlardır. Tahmine yönelik uygulamaların öğrencilerin ölçme anlayışlarını değerlendirmede öğretmenler açısından faydalı olduğu (Gooya ve diğerleri., 2011) göz önünde bulundurulduğunda ve tahmin becerisine hem uluslararası hem de ulusal öğretim programında yer verilirken öğretmenlerin bu becerileri artıracak ya da strateji kullanıma yönelik işlemlere yer vermeyen öğretimsel açıklamalar yaptıkları görülmektedir.

Öneriler

Öğretmenlerin öğretimsel açıklamalarında kendi öğrenme deneyimleri rol oynamaktadır (Karakuş, 2017; Leinhardt, 2010; Toluk Uçar, 2011). Bu bağlamda öğretmenlerin lisans eğitimleri sırasında, henüz öğretmen adayı iken matematik öğretimine dair aldıkları derslerde öğretimsel açıklamalarını ilişkisel düzeyde yapmalarını sağlayacak uygulamalara yer verilebilir.

Matematiğin soyut yapısının anlaşılması ve ilişkilendirmenin yapılabilmesi için öğretimsel açıklamalar esnasında öğretmenlerin materyal kullanımı desteklenmeli ve öğretmenlerin derste kullanacakları somut materyallere erişimleri ve okullarda bu materyallerin tedarik edilmesi kolaylaştırılmalıdır. Öğretmenlerin alan ölçme birimlerini öğretmede ve hatırlatmada basamak metaforu dışında alternatif yöntemlere ihtiyaç duydukları görülmektedir. Bu bağlamda MEB Ders Aletleri Yapım Merkezi'nin yayınladığı ortaokul matematik ders araç listesine ölçme birimlerinin birbiriyle ilişkisini gösterir somut materyaller hazırlanarak eklenebilir.

Alan ölçme matematik öğretim programının ilkokul 3. sınıf kazanımlarında başlar ve 4. sınıf ile ortaokul boyunca devam eder. İlkokul seviyesindeki öğretim için öğretmenlerin öğretimsel açıklamaları işlemsel olmayıp kavramsal anlamayı sağlayacak düzeyde olmalıdır ve alan ölçme konusunda öğrencilerin şemalarının doğru bir şekilde oluşturulması gerekmektedir. Bunun için derslerde öğrencilerin aktif olduğu, alanı hesaplanacak yüzeylerin kenar uzunluklarının cetvel kullanarak ölçüldüğü, birim kareler kullanılarak zemin-yüzey kapladıkları bazı somut uygulamalara yer verilebilir. Eğer her öğrenciye cetvel içeren bir ölçme seti, birim kareler somut modelleri gibi araçlar sağlanırsa ölçme alanına ait kazanımların hedeflenen şekilde öğrenilmesine katkıda bulunulur. Birim kareler, ders kitaplarının arka sayfalarına ek olarak koparmalı kağıt materyal şeklinde hazırlanabilir ve ölçüm setleri de tıpkı ders kitaplarının ücretsiz sunulması gibi öğrencilere bedelsiz olarak verilebilir.

Ortaokulda ise öğretmenler alan ölçme konusuna ilişkin ilkokulda başlamış olan bir süreci devam ettirirler. İlkokuldan gelen öğrencilerde varolması gereken-beklenen matematiksel becerilerin neler olduğunun belirtildiği ve konuya hangi düzeyden başlanabileceğinin yer aldığı öğretmen kılavuz kitapları hazırlanabilir. Daha önceki matematik öğretim programında (bkz. MEB, 2005) yer alan öğretmen kılavuz kitapları öğretmenlere rehberlik eden, dersin akışı için örnek bir plan sunan, alternatif örneklere yer veren ve öğrencilerin yapabileceği hatalara ilişkin notlar içeren ve bu yönüyle de öğretmenin dersine bir çerçeve çizmesini sağlayan ve böylelikle öğretimsel açıklamalarına destek olan yayınlar olarak görülmekteydi. Bu nedenle matematik dersi öğretmen kılavuz kitapları tekrar hazırlanabilir.

Tüm bunlara ek olarak öğretmenlerin mesleki gelişimlerine katkı sağlayacak her türlü etkinliğin (seminer, proje katılımı vb.) öğretimsel açıklamalarının niteliğine artırmalarında fayda sağlaması da mümkündür.

Ahi Evran University
Journal of Kırşehir Education Faculty
http://kefad.ahievran.edu.tr
ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

As in every lesson, the teacher takes on one of the essential roles in mathematics. The teacher is the main person who ensures the conduct of the course by taking the role of a guide (Altun, 2004) within the framework of the curriculum. The most critical feature sought in a teacher in the learning-teaching processes is the teacher's knowledge of mathematics. This knowledge is related to how the teacher configures mathematics in the best way to achieve the desired results in the mathematics learning-teaching process and the level of learning and application of the targeted mathematical concepts (Shulman, 1986). This knowledge, which is structured to teach mathematics, is called pedagogical content knowledge (Shulman, 1986), which is the feature that distinguishes mathematics educators from mathematicians. The teacher explains the mathematical knowledge in an instructional way utilizing their pedagogical content knowledge following the student's cognitive level to make the abstract world of mathematics understandable (Ma, 2010). Instructional explanations are all the content that the mathematics teacher presents to the student in the context of the mathematics lesson (Leinhardt, 2010) and are "explanations that are designed with the specific purpose of teaching a student or group of students" (Leinhardt and Steele, 2005, p. 90).

Teachers' subject matter knowledge and their level of understanding of mathematics knowledge are directly reflected in their instructional explanations (Kinach, 2002a; 2002b). Kinach (2002a; 2002b), who worked with pre-service mathematics teachers, stated that teachers' instructional explanations were related to their understanding of mathematics and classified their level of understanding of mathematics.

Understanding Levels

This study used levels of understanding mathematics proposed by Kinach (2002a) as a theoretical framework. Kinach (2002a) has built the theoretical structure of instructional explanations by making changes on the content, concept, problem-solving, epistemic, and inquiry levels related to the knowledge levels for the in-depth understanding of mathematical and scientific concepts developed by Perkins and Simmons (1988), also by using the statements introduced by Skemp (1978) on the distinction between understanding mathematics at instrumental or relational levels. Thus, Kinach divided the levels of understanding into two parts: instrumental and relational. Content level understanding is instrumental understanding, while the conceptual, problem solving, epistemic, and inquiry levels are classified under relational understanding. Although these levels are not hierarchical, they are designed only to indicate the level of knowledge or understanding. They are also not mutually exclusive, so a situation experienced at one level may belong to another according to one's point of view. In instrumental understanding level, which can also be called content level understanding, mathematical knowledge is presented directly and includes rules, formulas, items to be memorized, and there is no grounding or association of mathematical knowledge; the knowledge is just enough to continue the operations (Kinach, 2002a). At this level, knowledge is directly acquired rather than deeply understood by students and is the most superficial level of understanding.

Concept level understanding is the first level of relational understanding, at which mathematical knowledge is associated with previous learning experiences. At this level, definitions, rules, and operations are explained, the underlying mathematical ideas are aimed to be revealed by using materials such as number lines and algebra tiles, and patterns and relationships are determined (Kinach, 2002a). Problem-solving level understanding is defined as where questioning and discussion are made on alternative solutions by making use of analytical strategies, and it is aimed to extract what will be done about the solution from the logic of the problem context, its story, and the meaning of mathematical symbols (Kinach, 2002a). There are also steps for problem-solving at this level, such as finding patterns, solving similar problems, working backward, or applying a situation to different situations. The epistemic level understanding is at the level where there are the reasons for mathematical connections are scientifically proven, the source of knowledge or how it is tested, and information about knowledge (Kinach, 2002a; 2002b). The inquiry level understanding is defined as in which a piece of new knowledge or theory is produced; students tend to explore new mathematical relationships pose problems and questions (Kinach, 2002a). If a concept is only formed by explanation made by the teacher in a classroom environment, it would be difficult to observe inquiry-level understanding (Kinach, 2002a).

Quality instructional explanations should include certain characteristics such as building on students' existing concepts and skills, taking into account their misconceptions and difficulties, using carefully selected representations and connections between them, presenting meaningful and accurate information, and describing the steps in a procedure by giving meaning to them (Charalambous, Hill, and Ball, 2011). The teaching methods that the teacher wants to apply; the way the method is applied; the contents of the textbook, and the metaphors used by the teacher; also the efforts to associate it with daily life and the analogies deeply affect what, how much, and in which way the student will learn in the learning activities (Bingölbali and Özmantar, 2015) and this context. Not choosing the proper instructional explanations may cause the student to form misconceptions or not learn meaningfully by memorizing the data. It is seen that instructional explanations are examined in different frameworks (see Baki, 2013; Charalambous et al., 2011; Karakus, 2017; Levenson, Tirosh, and Tsamir, 2006; Sırmacı and Gökkurt Özdemir, 2016; Thanheiser, 2009); however, studies examining instructional explanations using the levels of understanding of mathematics presented by Kinach (2002a,200b) concentrate mainly on numbers and operations (see Alkan, 2016; Gökkurt, Şahin, and Soylu, 2012; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011). In addition, there are limited studies in the domains of statistics (Akyıldız, 2019) and algebra (Güler and Çelik, 2016). The studies were conducted with pre-service elementary teachers (Toluk Uçar, 2010, 2011), pre-service mathematics teachers (Akyıldız, 2019; Güler and Çelik, 2016; Kinach, 2002a, 2002b; Toluk, 2011), elementary teachers (Korkmaz, 2021) and mathematics teachers (Alkan, 2016; Gökkurt et al., 2012; Korkmaz, 2021). When the findings of these studies are examined, whether the participants are pre-service teachers or teachers, their instructional explanations are primarily at the instrumental level (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt et al., 2012; Güler and Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011), which is an important result, while a limited number of participant explanations are available at the relational level (Akyıldız, 2019; Kinach 2002a, 2002b), especially at the concept (Alkan, 2016; Güler and Çelik, 2016) and problem-solving (Korkmaz, 2021) level understanding.

Measurement Estimation

Measurement is one of the learning domains at every grade (1 to 8) level in the Ministry of National Education (MoNE) mathematics curriculum. It is stated that examples of measurement are frequently seen in daily life and accepted by everyone to be an essential subject (Zembat, 2015). When the learning outcomes of the students about measurement, which is one of the primary subjects of mathematics, are examined, it is seen that they have difficulty in learning measurement concepts and associating these concepts, and they try to reach the result by memorizing the formulas (Dağlı, 2010; Tan Şişman and Aksu, 2009).

The subject of estimation is analyzed under three categories: numerosity estimation, computational estimation, and measurement estimation (Berry, 1998; Dowker, 1992). Determining the number of multiplicities created when more than one object comes together, it is called the numerosity estimation (Akkuşçi, 2019), giving the most relevant and realistic results without calculating the results of mathematical operations and mathematical problems, is called computational estimation (Dowker, 1997), approximation of the dimensions of an object without using a measuring tool was defined as the measurement estimation (Budak, 2019).

Estimation is a skill in which measurement is reflected in daily life, and students have difficulties simultaneously; therefore, including examples and activities that include predictions while teaching measurement subjects allow students to gain and develop their estimation skills (Satan, 2020). People use various shortcuts to reach the closest value in the estimation skill, which is frequently used in daily life, and these shortcuts are expressed as estimation strategies (Van de Walle, 2008, Karp, and Bay-Williams, 2019). Some strategies used in measurement estimation are as follows: unit iteration, using a reference point, squeezing, dividing into parts, using prior knowledge, and mental meter (Gooya, Khosroshahi, and Teppo, 2011).

When the studies on measurement estimation and the strategies used were examined, it was seen that students were weak in using measurement estimation strategies (Bulut and Şener, 2017; Kumandaş and Gündüz, 2014; Tekinkır, 2008). In addition, the measurement estimation strategies being used get richer with the increase in the grade level (Kumandaş and Gündüz, 2014; Siegel, Goldsmith and Madson, 1982; Tekinkır, 2008). In their study with teachers, Boz Yaman and Bulut (2017) stated that although teachers are generally aware of measurement estimation skills and their strategies, they do not use these skills during their teaching.

Several reasons guide the current study. First of all, measurement is considered as one of the critical and fundamental contents in mathematics. Second, students may have difficulties measuring length, area, and volume, and use memorization to convert measurement units (Tan Şişman and Aksu, 2009). Third, estimation is an essential skill among the standards and subject-specific learning outcomes stated in the mathematics curriculum. Fourth, teachers do not include sufficient estimation skills in their teaching (Boz Yaman and Bulut, 2017). To this end, not having a study about instructional explanations on area measurement in the literature makes this study salient to investigate. Also that it is thought that this study will contribute to the literature relatively, the fact that the instructional explanations of teachers or pre-service teachers in the field literature are concentrated at the instrumental level understanding may cause the transfer of mathematical knowledge to students depending on the rules and procedures, thus causing a conceptual understanding not to be formed in the students. When the mathematics curriculum standards about area measurement are taken into account, students are expected to find the area formula of a given geometric shape (MoNE, 2018). These standards require conceptual understanding, so considering that mathematics teachers' understanding of these concepts is effective on students' understanding levels, it is of great importance to examine the level of mathematical understanding of teachers' instructional explanations. In addition, investigating how much measurement estimation skill is included in these explanations is another point that should be mentioned because there are statements about improving students' estimation skills emphasized in the mathematics curriculum (MoNE, 2018).

This study aims to determine the instructional explanations of mathematics teachers about area measurement in the context of the level of understanding mathematics proposed by Kinach (2002a), identify whether they use estimation skills in their instructional explanations, and investigate what strategies they use. For this purpose, answers to the following research questions were sought:

1. How are the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement when examined according to their level of understanding?

2. How are the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement regarding their use of estimation skills?

Method

This study is designed to be qualitative research to reveal the instructional explanations used by mathematics teachers to solve mathematical problems related to area measurement in the context of their level of understanding and determine whether they include measurement estimation skills. Qualitative research is one through which "qualitative data collection methods such as observation, interview, and document analysis are used, and a qualitative process is followed to reveal perceptions and cases realistically and holistically in their natural environment" (Yıldırım and Şimşek, 2016, p. 41). Generic qualitative inquiry is research that uses qualitative methods but does not choose any of the known qualitative inquiry approaches (such as case study, phenomenology) and tries to answer only the research question (Patton, 2015). In this study, the generic qualitative inquiry stated by Patton (2015) was used, as it was aimed to determine the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement according to their level of understanding and to define whether they include estimation skills, and if so, what strategies they use. Different ways such as observation in the classroom environment or interview could be used to identify instructional explanations; however, it was thought that it would be more appropriate to obtain data through interviews since interviews are a powerful method used to reveal people's thoughts and feelings (Bogdan and Biklen, 1992). At the same time, it was challenging to make observations in the classroom environment due to the epidemic during the study period. Data analysis was carried out through descriptive analysis using the levels of understanding mathematics, which is accepted as the theoretical framework in the study and modified by Kinach (2002a).

Participants

The sample group of the research was determined by the purposive sampling method. While deciding on the study group in qualitative studies, it is aimed to make detailed explanations rather than generalizations (Creswell, 2012), so whether they comply with specific criteria following the purpose of the study in the selection of the participants (Johnson and Christensen, 2014). The first criterion sought for the participants in this study is that the teachers are secondary school mathematics teachers (aka Grade 5-8). The second criterion is the teachers' years of teaching experience. It should be noted that as teachers' teaching experience increases, their conceptual knowledge also improves (Abd-El-Khalick, 2006; Roehrig and Nam, 2011), and there are differences in their experience, thought, and instructional practices (Borko and Livingston, 1989; Leinhardt, 1989; Niess, 2005). The years of teaching experience of the participants are grouped as 1-5 years, 6-10 years, 10 years, and above experience. First of all, it was decided how many participants would work within the study. While determining the number of participants, Guest, Bunce, and Johnson (2006) produced the most basic themes with the first six interviews and reached data saturation above 90% with 12 interviews in their study about data saturation. Also, Francis et al. (2009) declared that they reached data saturation with ten to 17 interviews; therefore, it was decided on conducting the study with 12 participants in this study. Attention was paid to ensure that each participant group had an equal number of years of teaching experience (i.e., 4 participants for 1-5 years, 4 participants for 6-10 years, 4 participants for ten years and above). Creswell (2012) stated that sampling strategies differ before or after data collection. At this stage, researchers used the snowball sampling (Creswell, 2012) technique, which is one of the purposive sampling strategies, to obtain participants in each teaching experience category. Researchers asked the participants to recommend a secondary school mathematics teacher with different teaching experience years during the interview. The study was carried out by reaching 12 participants. Each participant's consent was obtained with an informed consent form.

Data Collection Tool

In the study, interview questions were used to determine the instructional explanations of secondary school mathematics teachers about area measurement in the context of understanding levels developed by Kinach (2002a) and to reveal the strategies they use for measurement estimation. The interview questions consisting of eight open-ended mathematics questions were first presented to the expert opinion by the researchers. Opinions were received from three mathematics education experts. According to their feedback, the order of the questions has been changed, the expressions that make up the question have been edited, the questions thought to be similar have been reduced, and additional explanations have been added to understand what is required from the teachers. With these regulations, the number of interview questions was reduced to six. After the expert opinion, pilot interviews were conducted to decide whether there was a need to revise the interview questions. After the first pilot interview, figures related to the question (i.e., cars) were added to the last question since the participant could not understand the two different cars included in the last interview questions. The second pilot interview was held, and no adjustments were needed afterward. Interviews were conducted with 12 participants with six questions that were decided after the pilot interviews. In the first interview questions, the teachers were asked to explain how they teach the concept of "area" to the fifth-grade student. In the second question, a right triangle was given, and they were asked how they explained the calculation of the area of the right triangle to their sixth-grade students. In the third question, they were asked how to solve and explain the operations to find the number of tiles needed if a rhombus-shaped tile of known diagonal lengths is covered with a region of the known area to their seventh-grade students. In the fourth question, the teachers were asked how the division of a rectangular shape into squares was explained to secondary school students. Then in the fifth question, they were asked to explain the area of square formed by rectangular shapes with different areas to the seventh-grade student. It is requested to explain finding the side length of the quadratic region formed by combining the areas. The last question asked how they provided an instructional explanation for a problem in which sedan and pickup vehicle figures were included, and the areas of the parking spaces of the vehicles were asked to be estimated. During the semi-structured interviews, additional questions were asked by the researchers about the unit conversion processes where the participant included in the solution but did not explain in detail. Below are examples of these additional questions.

"Well, how would you explain the conversion phase, that is, in the conversion phase from square meters to square centimeters?"

> How do you make your students recall that? This is not a 7th-grade standard. It is taught in the 6th grade; they study the units of measurement. How would you describe it when you need to be reminded of that conversion?

Data Collection Process

The data were obtained through a video conference platform through semi-structured interviews with 12 secondary school mathematics teachers. With the semi-structured interview, the participant was allowed to explain their thoughts in depth (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz, and Demirel, 2020), to explain the basic ideas that guide their instructional explanations, and to understand what their explanations for measurement estimation are. During the interview, the interview questions were projected onto the screen, and the participant was asked to explain what kind of operations and explanations s/he would make in accordance with the class level of the student expressed in the question regarding the solution of each question.

Data Analysis Process

The data analysis started with the transcription of the interviews, and the descriptive analysis of the obtained texts was made. At this stage, the teachers' knowledge about area measurement was checked whether it was correctly solved or not, and if the solution of the problem was wrong, the teachers' answers were not included in the analysis. Teachers' instructional explanations were analyzed according to the level of understanding mathematics used by Kinach (2002a). At this stage, the categories of instructional explanations were decided based on the subcategories created by Alkan (2016) regarding the levels of understanding developed by Kinach (2002a) regarding instructional explanations. Alkan (2016) identified three subcategories of the instrumental level: expressing the definition directly (IB1), expressing rules and relationships directly (IB2), and expressing how a procedure will be applied directly (IB3). In addition to these three subcategories, researchers were added mathematical teaching "tricks" (IB4) as the fourth subcategory. The inclusion of this category was decided based on the results obtained by Toluk Uçar (2011) and the logical tricks mentioned by Kinach (2002a). Mathematical teaching tricks consist of teaching with an easy or catchy story, analogy, where teachers' instructional explanations are not based only on mathematical reasons (Kinach 2002a;

Toluk Uçar, 2011). Alkan (2016), who divides each understanding level at the relational level into three subcategories, defined the conceptual level as the explanatory level. At this level, she has developed subcategories in the form of explaining what the definition means (AB1), explaining what the relationship and characteristics mean (AB2), explaining the solution steps and reasons (AB3). For the problem-solving level, subcategories were: Using analytical strategies such as modeling in explanations (PB1), using the meanings of the concept in a problem situation (PB2), solving a problem using different problem-solving strategies (PB3). Considering the epistemic level, it was determined as emphasizing the source and development of mathematical knowledge (within the scope of the relevant subject) in their explanations (EB1), emphasizing the role of mathematics in other disciplines in their explanations (EB2), proving the underlying causes of mathematical relations by justifying them (EB3) (Alkan, 2016). Becasue Alkan (2016) did not specify the subcategories of the last level of understanding, the level of inquiry, the researchers determined the subcategories for the level of inquiry as follows, in line with the explanations of Kinach (2002a): Guiding students to discover new mathematical relationships in their explanations (SB1), carrying out studies aimed at establishing new problem situations (SB2), and including interrogative approaches to concepts (SB3). In Table 1, sample sentences belonging to the subcategories of some instructional explanations are given by using the answers given by the participants in this study.

Table 1. *Example instructional description subcategories*

Instructional Description Category	Explanation of the participant
Example 1: IB3	To cover an area of 14 m^2… First, of course, the student has to find its area. It is needed to find the area of the rhombus. I need to make student find this area from e times f over 2 and then divide the whole area.
Example 2: AB2/AB3	Now, for example, they know the area of the rectangle beforehand. In the 5th grade, I can show that it is half, the paper can be cut, or I can find the area of the rectangle and say that it is divided with the help of a diagonal, that it is divided into exactly two parts. Hence, we use the base times the height divided by two in the triangle area.
Example 3: IB2	Afterward, we already give the 7th-grade students the rhombus formula. So the length of diagonals are multiplied and divided by 2. Then I would have it done to see how many of these rhombuses are in the area we want to cover.
Example 4: IB4	Mrs. Kamile is on the roof, Uncle Mehmet is on the window, saying hello, hello. In other words, this nursery rhyme creates much more permanence in the students' minds, and in this way, the student does not face much trouble in unit conversion.
Example 5: AB1	I start with the concept of length; first, I prefer to start this way. We are moving from one dimension to two dimensions. We pass from one dimension to two dimensions with the concept of area. First of all, I am trying to create this awareness. A surface now appears in the concept of area. Of course, it can be a square, a triangle, a rectangle, or a circle. In the future, there may be a rhombus trapezoidal, etc., in the 7th grade. But as I said in the first place, I am talking about moving to the second dimension. Since it has a second dimension, we can now talk about width and length here. I tell you that we have filled the surface in between. Sometimes, we use dynamic software to draw on the board to show.

For example, participant T3 explained Example 1 in Table 1 in the question about the area of the rhombus. In this explanation, T3 only talked about the process steps of finding the area; s/he made an instructional explanation at the instrumental level in the sub-dimension of directly expressing how to use a procedure (IB3).

On the other hand, participant T8 made the instructional explanation regarding the area of the triangle in example 2: In the sub-dimension of explaining what relations and properties mean by relating the area of the triangle to the area of the rectangle (AB2), and also where it came from, that is, s/he used the rectangle when finding the area formula, and to this conclusion. It was seen that s/he made an explanatory instructional explanation in the AB3 category, in which s/he explained the solution steps and justifications, as s/he made use of visual elements such as shapes while reaching.

Participant T10 made the instructional explanation in example 3 for the question in which the area of the rhombus should be calculated. Here, s/he made an instructional explanation in the IB2 category, in which s/he chose to directly use the formula to find the area of the tile given in the form of a rhombus.

Participant T4 did not make a mathematical explanation by mentioning the order of area measurement units with a rhyme in the instructional explanation in example 4 regarding the question that requires conversion between m^2 and cm^2, and made an instructional explanation in the IB4 category by using instructional "trick."

Participant T7 explained what the concept of "area" means in her/his instructional explanation of teaching the concept of "area" in example 5. S/he made an instructional explanation in the AB1 category, which s/he explained by associating the transition from length to the area with the concept of dimension.

The answers given by the teachers in determining the measurement estimation and the strategies used were matched under the codes of "correct estimate," "partial estimate," and "false estimate/no explanation" previously determined by the researchers, according to their use of estimation skills. Expressing the result as numerical data by using the estimation strategy was evaluated as "correct estimation," using a strategy but not expressing the result as numerical data was evaluated as a "partial estimation," and not using any strategy and not making an estimation was evaluated as "incorrect estimation/no explanation." For example, if the participant was said, "If *this vehicle were approximately 5 m by 1.5 m, if the other vehicle was 1.5 times larger, I guess it would be at least 12* m^2 *would need a space*" would be considered as an example that can be coded as "correct estimate" because numerical values for the correct answer to the question are used here. However, the researchers created this answer as an example since no participant answered the correct estimate category suitably. The participant's response as "*I do not know exactly, it will be bigger than the other, but not 5-10 times*" was coded as a partial estimate because the "partial estimate" category was deemed appropriate since it included an estimate of greater/smaller, which did not include numerical values close to the correct answer. Then, the prediction strategies used by the participants were determined.

In the data analysis, the remaining 68 instructional explanations were coded by two researchers at different times since two of the 72 instructional explanations received from the participants were incorrect, and no answer could be received for two other questions. Researchers identified the same level and subcategory in 65 of their coding. Inter-coder reliability was calculated with the formula suggested by Miles and Huberman (1994) and was determined as 95.5%. Because different coding was done in the subcategories of the three instructional explanations, the researchers came together and reached a consensus by reanalyzing these explanations.

Ethical Permissions of the Study

Throughout the analysis, all guidelines specified to be applied within the scope of the "Scientific Research and Publication Ethics Directive for Higher Education Institutions" were implemented. None of the actions stated under the title "Actions Against Scientific Research and Publication Ethics," which is the second part of the directive, were performed during the study.

Ethics committee permission information

Name of the committee that made the ethical evaluation = Istanbul Medeniyet University Educational Sciences Ethics Committee

Date of ethical review decision = June 07, 2021

Ethics evaluation document issue number = 2021/06-25

Results

The level of understanding of secondary school mathematics teachers' instructional explanations on area measurement and the extent to which and how much they include measurement estimation in the explanations they use; whether they did is presented in this section. The results of this study, which investigated which estimation strategy they used, are included in this section in the form of classification of instructional explanations, results for each instructional explanation based on questions about area measurement, and findings related to estimation skills examined.

Classification of Instructional Explanations According to Kinach Understanding Levels

Considering the instructional explanations made by the teachers for each question in the study, a total of 72 instructional explanations should be obtained. In comparison, 68 instructional explanations were analyzed because two instructional explanations were wrong, and no answer could be obtained for two other questions. While 68 instructional explanations occurred at the procedural and explanatory levels, the problem-solving, epistemic, and inquiry levels were not determined. Regarding the distribution of the data obtained in Table 2, 66.18% of the instructional explanations are at the instrumental understanding level and 33.82% at the explanatory level. According to Table 2, which presented the distribution of instructional explanations, the following subcategories are explained; it is seen that a total of 114 codings were made. The number of coding obtained is more than 68 because some instructional explanations contain more than one subcategory.

Table 2. *Distribution of understanding levels of instructional explanations by subcategories*

Levels	Number	%	Subcategories	Number	%
Instrumental Level	45	66.18	Expressing the definition directly (IB1)	3	2.63
			Expressing rules and relationships directly (IB2)	30	26.32
			Expressing directly how a procedure will be performed (IB3)	30	26.32
			Using a mathematical teaching trick (IB4)	2	1.76
Explanatory Level	23	33.82	Explaining what the definition means (AB1)	14	12.28
			Explaining what relationships and properties mean (AB2)	19	16.67
			Explaining the operation steps and reasons (AB3)	16	14.04

Instructional Explanations on the Concept of "Area"

Sample instructional explanations of teachers regarding the concept of area are as follows:

"we start by counting the squares on the checkered paper when it comes to the area of rectangle" The teacher made an instructional explanation in the IB2 category, in which s/he directly expressed the rules and relations, by talking about counting the unit squares in finding the space it occupies for the area of the rectangle.

> The classroom area, or rather, one of the easiest areas to show, is regular shapes, square or rectangular. Since the classroom is also covered with tiles, it would be more comfortable. The area will appear as soon as I count and multiply the vertical or vertical and horizontal rows. Any vertical or horizontal. It comes easy for them to understand. It can also be explained by painting. Ermm… I can think of it as the surface we paint is the area. Wall paint or carpet. I think they know the square meter logic from there, as fifth-grade students.

This instructional explanation was in the AB1 category because the teacher tried to explain what the concept of the area means with examples from daily life.

> Children know somewhat the concept from primary school, we multiply the long side with the short side, we find the area, or when the area of shape is the topic, the child thinks of, and when we ask him, it starts with a rectangle, the short side or the long side. Probably because it was given this way in primary school, because it was emphasized because it was explained in that way

was coded in the IB1 subcategory since it includes expressing the area of the rectangle directly as the long side times the short side.

The following explanation, presented as an example in the AB1 subcategory of the explanatory level, gives concrete examples of area and transitions from the concept of environment to area.

> First of all, I would try to give examples from our environment to explain what the concept of area is, and I would try to learn where the concept of area was first heard by the students in their daily life. I would make them realize the relationship between the perimeter and the area, first explain what the perimeter is, then explain the relationship between the area and the perimeter and explain the concept of area in that way.

When the instructional explanations for the area concept were examined in general, six (50%) of the participants made instructional explanations at the instrumental level, and the other six (50%) at the explanatory level. The explanations built on finding the value of the area rather than making sense of what the area concept is are within the scope of instrumental level understanding. Some explanations showed that teachers prefer the instructional explanation approach, the most superficial explanation, which remains at the instrumental understanding level. In addition, instructional explanations that fit the conceptual understanding (explanatory) level, which is the most basic of the relational understanding level, were used. However, no instructional explanation was found at the level of problem solving or epistemic understanding. In the question asked about how the concept of the area was introduced, no examples of explanations emphasizing the source or development of mathematical knowledge were found in the instructional explanations of the teachers.

Instructional Explanations on the Area of a Right Triangle

One of the teachers (8.33%) made an instructional explanation about the area of the right triangle at an instrumental level, and 11 (91.66%) at an explanatory level. Below is an instructional explanation at the instrumental level and in the IB3 subcategory, which shows how to apply a formula for the area of the right triangle.

> Dear students, as you can see, the base is 8 units, and we need to find the height here. How was the height found now? The important thing is the height of that base in the area. So that is height. However, let us draw this upright. This is also a height. However, this height belongs to that base. If our base is 8, we need to find the height of these 8 units. Where is it, right there, 4 units? Since there are 4 units, we can multiply them and divide them by 2. After all, what did we say as a footnote? What happens to side (i.e. opposite or adjacent) in a right triangle? It could actually be called our height.

In the explanations in the explanatory level and AB2 subcategory below, instead of directly presenting the relation related to the area of the right triangle, it is aimed to find new information based on previous knowledge, such as moving from the area of the rectangle to reach the area, or drawing another right triangle and forming a rectangle.

> I say let us complete this to make a rectangle first, you know, if the rectangle was completed, they will probably be able to count all the squares and then realize that it is half of it. From there, I will reach the area of the triangle and complete it from 4x 8=32 halves to 16 rectangles.
>
> I would draw another triangle and show that it is actually half of a rectangle. Because they already know the area of the rectangle. Normally, I would calculate the area of the rectangle in the same way as I find the area, and divide it in half, since it has half its shape, and derive the formula that way.

The most common finding was that the instructional explanations used by the teachers in solving problems about the area of the right triangle were explained by using the area of the rectangle. It was found that the use of instructional explanations at the concept (explanatory) level understanding, which is the most basic level of relational level understanding, is preferred over the instrumental understanding level.

Instructional Explanations on the Area of the Rhombus

Regarding this part, eight (66.6%) of the participants made an instructional explanation at the instrumental level, three (25%) at the explanatory level, and one participant gave an incorrect answer. In the explanation below, which is at the instrumental level understanding and in theİB3 subcategory, in which the direct application of the formula of the area of the rhombus depends on the diagonals, and how to apply a formula to the procedure is seen.

> Afterward, we already give the 7th-grade students the rhombus formula. So the diagonal lengths are multiplied and divided by 2. Then I would have it done to see how many of these rhombuses are in the area we want to cover.

In the other instructional explanation given below, in order to find the area of the rhombus, the length diagonals of the rhombus are completed into the sides of rectangle to create a rectangle, and the area of the rhombus was found from the area of the rectangle and then converted into a formula. These statements, which justify the process steps and explain the reasons behind the formula, were at the explanatory level and in the AB3 subcategory.

> When we draw the corners of the rectangle, we see that when we draw from the corners of the rhombus, we divide the rectangle into four equal parts. The student sees that these four congruent parts are divided into two congruent triangles. One of each belongs to a rhombus. So here again, they can see that the rectangle area is half; any rhombus is half of a rectangle, half its area. So what are we doing then? One of the diagonals is the long side of the rectangle. Let's say it could be 20 cm, for example, and the other short side could be 14 cm. Normally the area of the rectangle would be 14 times 20, but the rhombus takes up half.

When the teachers' instructional explanations about the rhombus area were examined, the instructional explanations remaining at the instrumental level were grouped under the subcategories of directly expressing the rules and relations (IB2) and directly expressing how to apply a procedure (IB3). It was found that the instructional explanations at the explanatory level of understanding were given as explaining what the relationship and features mean (AB2) and explaining the solution steps and reasons (AB3). It was observed that the majority of the teachers preferred to use formulas while explaining the area of the rhombus, and they avoided explaining where the area formula came from conceptually as they did for the area of the right triangle. Instructional explanations were at the superficial level, and there were no explanations at the problem-solving or epistemic level of understanding. Although the design of the interview question itself allows explaining the problem-solving level, it was noted that the teachers made explanations for solving the question with the use of the procedure.

Instructional Explanations on Area Measurement Units

All of the participants used the ladder method to convert area measurement units. Statements that memorize the units sequentially and multiply downwards, divide upwards, or so on, which are far from mathematical foundations, show instrumental level understanding. In addition, ensuring that the units remain in the memory by singing or like rhymes is also expressed as a teaching trick (Toluk Uçar, 2011) and these expressions are explanations that show understanding at the instrumental level. All participants preferred to convert m^2 to cm^2 in the unit conversion process. They stated that the reason for this was that when they divided the number by 10000 to convert cm^2 to m^2, the result obtained was a decimal number, and the students were not at the desired level in dealing with decimal numbers. Below are three examples of instructional explanations in the IB2 subcategory, where the procedure is explained:

"*Meter, decimeter, centimeter… So there are 2 steps. However, when it was a square, remember that another 2 zeros were coming. What will happen in total There will be 4 zeros*."

"*I would make them remember the ladder. So here I would prefer it as it is easier to go from square to square centimeter*."

> I would ask how many steps from m2 to cm2, to where are we going? Since it will go down 2 digits and it will add 2 zeros in each digit, saying that I would have to add 4 zeros in total next to 14, and I would do the operation.

The example below shows an example of instructional explanation in the IB4 subcategory, where area measurement units are memorized as a teaching trick.

> Mrs. Kamile is on the roof, my uncle Mehmet is on the window, saying hello, hello. In other words, this nursery rhyme creates much more permanence in the students' minds, and in this way, the student does not face much trouble in unit conversion.

Findings on the Use of Estimation Skills

Instructional explanations were examined to understand whether the participants used the estimation skill in their instructional explanations and what strategies they included. The results of teachers' use of estimation skills are given in Table 3.

Table 3. *Distribution of the use of estimation skill*

	Number	%
Correct estimation	-	-
Partial estimate	10	83.33
Wrong estimation/No explanation	2	16.67

Ten participants (83.33%) made an instructional explanation at the instrumental level to the question, which required estimation, and two participants could not explain at all. In all of the explanations, while the teachers were explaining how to explain, they focused on verbal explanation rather than how to estimate the problem's solution in numerical terms, so the explanations were considered suitable for the "partial estimation" category. Nine (90%) of the partial estimators used the reference point strategy as their estimation strategy. On the other hand, one participant understood that the question required estimation skills but could not estimate the desired answer. Some of the instructional explanations of the participants are as follows:

> We have to understand the bigger vehicle gets that the shape accordingly gets bigger. However, if it is the same length, only different in width, we can keep the same height and edit the width. In other words, Mr. Metin, whom Ali Bey will call the management, needs a line in a wider direction than the car park line drawn.
>
> *"Looks like 1.5 times bigger on average."*
>
> If she said that his vehicle is a sedan, the standard parking line fits me at first, but now he has to declare that his vehicle is now not a sedan but a pickup, then the standard parking line does not suit for his vehicle. Therefore, he should say that he wants a wider line in the parking lot.
>
> I do not know exactly how big their proportions are. How many times bigger is the pickup car than to sedan car? When we say how many times it is, of course, we are talking about 1/2 and 1/3 multiples here. Not 5-10 times, of course.

In the instructional explanation examples given above, estimating that the pickup vehicle is larger than the sedan vehicle and therefore a larger parking area will be needed was made by accepting the sedan as a reference so that from an object known in mind (Gooya et al., 2011) was used as a reference point known as an estimation strategy.

Conclusions and Discussion

This study aimed to determine the instructional explanations of mathematics teachers on area measurement in the context of Kinach's (2002a) understanding levels, whether they use estimation skills in their instructional explanations, and what strategies they use. In the present study, it was found that the instructional explanations of the teachers were stacked in the instrumental level of understanding and the conceptual level, which is the most basic level of the relational level of understanding. It is noteworthy that in the instructional explanations for area concept, there are definitions that the area covers a place and explanations about the rectangle area. It was found that these explanations are collected at the instrumental and conceptual levels, which are the most superficial ones. The most striking result in the explanations for the triangle area was that the explanations were made over the rectangle area. It is important that teachers need to include such an instructional explanation in teaching the area of a triangle for conceptualizing knowledge rather than rote learning. However, the same is not the case in the instructional explanations for the area of the rhombus. Another important finding is that the teachers mostly made explanations at the instrumental understanding level and mainly included formulas here. At the end of the interviews, it was seen that the instructional explanations on the area mostly remained at the instrumental level and then at the conceptual level. It is noteworthy that mathematics teachers did not even include an instructional explanation for understanding at the relational level of problem-solving in their explanations of the solution of some mathematical problems in the interview questions. Instructional explanations of the teachers were mainly at the instrumental level, and this finding also showed parallelism with the studies examining the instructional explanations of teachers or pre-service teachers on different concepts. The findings of other studies in the literature showed that instructional explanations were mostly stacked at the instrumental or conceptual level (Alkan, 2016; Akyıldız, 2019; Gökkurt et al., 2012; Güler & Çelik, 2016; Kinach 2002a, 2002b; Korkmaz, 2021; Toluk Uçar, 2010, 2011).

In this sense, it is crucial to examine in-depth why teachers' instructional explanations remain at a superficial level. Regarding many studies in the literature and this study, investigating and elaborating the reasons behind teachers' explanations at the instrumental level is needed. One of these reasons; maybe that teachers think that they cannot accomplish to teach standards in the mathematics curriculum in one academic year, and they try to complete the instructional process in a limited time by directly expressing the rules, relations, and how a procedure will be applied, which were at the instrumental level. It was pointed out that the teachers intend to pass quickly by giving rules and think that it is a waste of time to make instructional explanations at the relational level (Gökkurt et al., 2012). Also, during the thank-you speech process made with the participants after the interview recordings were terminated, the teachers indicated that they thought that they could explain the subject to the students more efficiently by making instructional explanations at the instrumental level or that the students would understand it more easily, although they were actually at the advanced level of understanding. Some participants stated that one of the determining factors in the instructional explanations is the students' mathematics performance. Participants stated that they made superficial instructional explanations in some classes and in-depth instructional explanations in some classes. Building new knowledge on students' previous knowledge is necessary for instructional explanations (Leinhardt & Steele, 2005), but this should not mean unqualified or superficial instructional explanations by citing differences in students' prior knowledge (or comprehension levels). In addition, it may result that the target behaviors and skills that are emphasized in the mathematics curriculum and expected to be acquired by the students are not at the desired level.

Another reason mathematics teachers' instructional explanations were at the instrumental or explanatory level may be that teachers' knowledge of mathematics is insufficient to include explanations at the relational level of problem-solving, epistemic, and inquiry. It is obvious that mathematics teachers' undergraduate education plays an essential role, especially when they are teacher candidates. The fact that the pre-service teachers' instructional explanations were not sufficient to provide teaching according to a targeted level of standards in the mathematics curriculum (Toluk Uçar, 2010), their pedagogical content knowledge is not at the desired level in the dimension of teaching strategies, and accordingly, they have difficulties in understanding students and providing an effective mathematics teaching (Şahin, Erdem, Başıbüyük, Gökkurt, & Soylu, 2014) reinforces the underlying reason why teachers' instructional explanations remain superficial. Although it is known that it is not easy to create instructional explanations for pre-service teachers (Kinach, 2002a), the same is valid for teachers, or it may be an option not to be preferred. However, whatever the reason is, it is inevitable that mathematics subject matter knowledge (Shulman, 1986), which is a part of pedagogical content knowledge, plays a role in instructional explanations (Charalambous et al., 2011). The limited subject matter knowledge of teachers (Blum & Krauss, 2008; Gökkurt et al., 2012; Gökkurt & Soylu, 2016; Tekin-Sitrava, 2014) or pre-service teachers (Ding, He, & Leung, 2014; Evan, 1993) affects the pedagogical content knowledge and also has a strong connection with the quality of instructional explanations (Charalambous et al., 2011). Therefore, when teachers have excellent mathematical subject matter knowledge, it also helps them to master the instructional explanations focused on concepts and rules. While these explanations help students understand the activities they perform in-depth, they also play an important role in forming their cognitive schemas in the learning process (Wittwer & Renkl, 2008). For example, it has been seen that the difference between the instructional explanations of mathematics teachers working in Asian countries and the United States (USA) is the conceptual explanations behind the concepts and rules and explaining how they work (Perry, 2000). When the types of examples used by mathematics teachers with their instructional explanations in teaching a concept were examined, it was revealed that the teachers who made explanations in the explanatory dimension included developmental or non-exampling examples that included relations between the subjects. In contrast, those in the instrumental dimension used standard examples (Alkan, 2016). Considering that teachers include standard and improving examples (Alkan, 2016) when teachers' pedagogical content knowledge is examined in the context of Kinach's (2002a) understanding levels, it was found that the types of examples did not differ much in addition to the explanations that will affect the student's understanding of mathematics in the classroom. It can be said that this situation may be effective in student learning. Considering that the knowledge of teaching mathematics consists of explanations and examples used in the lesson (Leinhardt, 2001), it can be concluded that the more superficial the teachers' explanations, the more their examples will not differ. Since the instructional explanation should include both exemplary and non-exemplary situations (Leinhardt & Steele, 2005) regarding the concept being taught, it is inevitable for qualified teaching that the instructional explanations of the teachers should be at least at the conceptual level.

Although the level of instructional explanation according to the participants' years of experience is not the study's primary purpose, a remarkable finding from this study is that the explanations of teachers with 11-15 years of experience were made explanations at the conceptual level. Although the instructional explanations of these participants were not at problem-solving or other relational level understanding, the fact that they concentrate on the categories that are not at the instrumental level, but rather explain what the relation and features of the concept mean, and explain the solution steps and reasons, may be an indication that an attempt is made to teach away from rote learning. Experienced teachers define problems more quickly according to appropriate problem-solving strategies and have a more detailed grasp of concepts than teachers who are new to the profession (Wittwer & Renkl, 2008). Thus, they can also use the underlying reasons for concepts and procedures in their instructional explanations.

Since it is known that the instructional explanations of the teachers affect the success of the students, it is necessary to train pre-service teachers who can make instructional explanations at epistemic and problem-solving levels and provide teachers with environments that will allow for explanations at advanced understanding levels in the classroom environment, or wait for the teachers to create these environments. It will be beneficial for students to realize meaningful learning by using such explanations more frequently by teachers, emphasizing a source of mathematical knowledge, and emphasizing where the idea comes from with relationships.

In the questions about the use of the estimation skill, it was seen that the participants used estimation skills in the questions that required estimation in the context, and they did not include estimation skills in the other questions. Boz Yaman and Bulut (2017), in their study examining teachers' opinions about estimation, concluded that teachers do not include estimation skills in their lessons. Considering that estimation practices are beneficial for teachers in evaluating students' understanding of measurement (Gooya et al., 2011) and estimation skill is included in both international and national curricula, findings of teachers making instructional explanations that will neither increase these skills nor include operations for strategy use was a disappointment.

Suggestions

Teachers' learning experiences play a role in their instructional explanations (Karakuş, 2017; Leinhardt, 2010; Toluk Uçar, 2011). In this context, practices that will enable teachers to make their instructional explanations at a relational level in the lessons they take on mathematics teaching while they are still pre-service teachers can be included during their undergraduate education.

To understand the abstract structure of mathematics and make connections, teachers' use of materials should be supported during instructional explanations, and teachers' access to concrete materials that they will use in the lesson and the provision of these materials in schools should be facilitated. It is seen that teachers need alternative methods other than the ladder method in teaching and reminding area measurement units. In this context, concrete materials showing the relationship between measurement units can be prepared and added to the tool list for the secondary school mathematics course published by the MoNE Course Equipment Production Center.

Standards about area measurement in the national mathematics curriculum begin at the 3rd-grade and continue throughout middle school. For primary school level teaching, teachers' instructional explanations should be non-instrumental but at a level to provide conceptual understanding, and students' schemas for measuring areas should be formed correctly. For this, some concrete applications can be included in the lessons where the students are active such as the lengths of the sides of the shapes to be calculated are measured using a ruler, and they cover the ground surface using unit square. If each student is provided with tools such as a measuring set with a ruler and concrete models of unit square, it will contribute to the targeted learning of the standards about area measurement. Unit squares can be prepared in the form of tear-off paper material in addition to the back pages of textbooks, and measurement sets can be given to students free of charge, just as textbooks are provided free of charge.

In secondary school, teachers continue a process that started in primary school on area measurement. Teacher's books can be prepared in which the required-expected mathematical skills of students coming from primary school are stated, and the level at which the subject can be started is explained. The teacher's books included in the previous mathematics curriculum (see MoNE, 2005) guide teachers, provide an example plan for the course of the lesson, include alternative examples, and include notes about the mistakes that students can make, and thus enable the teacher to draw a framework for the lesson. Thus, they were seen as publications that supplemented with instructional explanations. For this reason, mathematics lesson teacher's books can be rereleased.

In addition to all these, it is possible that any activity such as seminar and project participation that will contribute to the professional development of teachers can be beneficial in increasing the quality of their instructional explanations.

References

Abd-El-Khalick, F. (2006). Preservice and experienced biology teachers' global and specific subject matter structures: Implications for conceptions of pedagogical content knowledge. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education,* *2*(1), 1-29. https://doi.org/10.12973/ejmste/75435

Akkusçi, H. (2019). *Altı ve yedinci sınıf öğrencilerinin uzunluk ölçümsel tahmin becerilerin incelenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Erzincan.

Akyıldız, P. (2019). *Matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalarının matematiksel inanç perspektifinden incelenmesi.* Unpublished Doctoral Dissertation, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Alkan, S. (2016). *Matematik öğretmenlerinin kullandıkları örneklerin sınıflandırılması ve öğretimsel açıklama boyutlarıyla ilişkisinin incelenmesi.* Unpublished Doctoral Dissertation, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.

Altun, M. (2004). *Matematik öğretimi*. Bursa: Alfa Aktüel Yayınları.

Baki, M. (2013). Sınıf öğretmeni adaylarının bölme işlemi ile ilgili matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Eğitim ve Bilim*, *38*(167), 300-311.

Berry, R. Q. (1998). *Computational estimation skills of eight grade students.* Unpublished Master's Thesis, Christopher Newport University, Virginia.

Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2015). Matemtiksel kavram yanılgıları: Sebep ve çözüm arayışları. In M. F. Özmantar & E. Bingölbali (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (pp.1-28) Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Blum, W., & Krauss, S. (2008). *The professional knowledge of German secondary mathematics teachers: Investigations in the context of the COACTIV Project*. Paper presented at the Symposium on the Occasion of the 100th Anniversary of ICMI, Roma: Italya.

Bogdan, R. C., & Biklen, S. K. (1992). *Qualitative research for education: An introduction to theory and methods*. Boston: Allyn and Bacon

Borko, H., & Livingston, C. (1989). Cognition and improvisation: Differences in mathematics instruction by expert and novice teachers. *American Educational Research Journal, 26*(4), 473-498.

Boz Yaman, B., & Bulut, S. (2017). Ortaokul matematik öğretmenlerinin tahmin hakkındaki görüşleri. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *11*(1), 48–80.

Budak, E. B. (2019). *Senaryolaştırılmış kavram karıkatürlerının 5. ve 6. sınıf öğrencılerının ölçüsel tahmın ve yansıtıcı düşünme becerılerıne etkısının ıncelenmesı.* Unpublished Master's Thesis, Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Bulut, A. S., & Şener, Z. T. (2017). İlkokul 4. sınıf öğrencilerinin uzunluk ölçümü konusundaki tahmin performanslarının incelenmesi. In H. Bağcı, F. Yardımcıoğlu & F. Beşel (Eds.), *3rd International*

Congress on Politic, Economic and Social Studies (pp. 12-19). Pesa Yayınları.

Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2020). *Bilimsel araştırma yöntemleri* (28th ed.). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.

Charalambous, C. Y., Hill, H. C., & Ball, D. L. (2011). Prospective teachers' learning to provide instructional explanations: how does it look and what might it take?. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *14*(6), 441–463. doi:10.1007/s10857-011-9182-z

Creswell, J. W. (2012). *Educational research: Planning, conducting, and evaluating quantitative and quantitative research.* USA: Pearson Publicher.

Creswell, J. W. (2018). *Beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni.* (M. Bütün & S. B. Demir, Trans.). Ankara: Siyasal Yayınevi.

Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanılgıları.* Unpublished Master's Thesis, Afyon Kocatepe Üniversitesi, Afyonkarahisar.

Ding, L., He, J., & Leung, F. K. S. (2014). Relations between subject matter knowledge and pedagogical content knowledge: A study of Chinese pre-service teachers on the topic of three-term ratio. *The Mathematics Educator, 15*(2), 50-76.

Dowker, A. (1992). Computational estimation strategies of professional mathematicians. *Journal for Research in Mathematics Education*, *23*(1), 45-55.

Dowker, A. (1997). Young children‟s addition estimates. *Mathematical Cognition, 3*(2), 141-154.

Evan, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: Prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education, 24*(2), 94-116.

Francis, J. J., Johnston, M., Robertson, C., Glidewell, L., Entwistle, V., Eccles, M. P., & Grimshaw, J. M. (2010). What is an adequate sample size? Operationalising data saturation for theory-based interview studies. *Psychology and health*, *25*(10), 1229-1245. doi: 10.1080/08870440903194015

Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2016). Ortaokul matematik öğretmenlerinin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi: Koni örneği. *İlköğretim Online, 15*(3), 946-973.

Gökkurt, B., Şahin, Ö., & Soylu, Y. (2012). Matematik öğretmenlerinin matematiksel alan bilgileri ile pedagojik alan bilgileri arasındaki ilişkinin incelenemsi. *The Journal of Academic Social Science Studies*, *5*(8), 997–1012. doi:10.7583/jkgs.2017.17.2.107

Gooya, Z., Khosroshahi, L. G., & Teppo, A. R. (2011). Iranian students' measurement estimation performance involving linear and area attributes of real-world objects. *ZDM Mathematics Education*, *43*(5), 709–722. doi:10.1007/s11858- 011-0338-1

Guest, G., Bunce, A., & Johnson, L. (2006). How many interviews are enough? An experiment with data saturation and variability. *Field Methods*, *18*(1), 59-82.

https://doi.org/10.1177/1525822X05279903

Güler, M., & Çelik, D. (2016). A research on future mathematics teachers instructional explanations: The sample of algebra. *Educational Research and Reviews*, *11*(16), 1500–1508. doi:10.5897/ERR2016.2823

Johnson R. B., & Christensen, L. (2014). *Educational research: Quantitative, qualitative, and mixed approaches* (5th ed.). USA: Sage Publicher.

Karakuş, F. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının öğretimsel açıklamalara ilişkin tercihleri: sıfıra bölme konusu. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *8*(3), 352–377. doi:10.16949/turkbilmat.302049

Kinach, B. (2002a). Understanding and learning-to-explain by representing mathematics: epistemological dilemmas facing teacher educators in the secondary mathematics ``methods'' course. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *5*(2), 153–186. doi:10.1023/A:1015822104536

Kinach, B. (2002b). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education, 18*, 51-71. https://doi.org/10.1016/S0742-051X(01)00050-6

Korkmaz, E. (2021). Instructional explanations of class teachers and primary school mathematics teachers about division. *International Journal of Progressive Education, 17(*2), 29-54. doi: 0.29329/ijpe.2020.332.3

Kumandaş, H., & Gündüz, Y. (2014). İlkokul, ortaokul, lise ve üniversitede öğrenim gören öğrencilerin ölçüsel tahmin becerilerinin doğruluğunun incelenmesi. *Kalem Eğitim ve İnsan Bilimleri Dergisi, 4(1),* 165-187.

Leinhardt, G. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(1), 52–75. https://doi.org/10.2307/749098

Leinhardt, G. (2001). Instructional explanations: A commonplace for teaching and location for contrast. In V. Richardson (Ed.), *Handbook of research on teaching* (4th ed.) (pp.333-357). Washington, D.C.: American Educational Research Association

Leinhardt, G. (2010). Instructional explanations in the disciplines. In Stein, M. K. & Kucan, L. (Eds.), *Angewandte chemie international edition* (pp. 1–9). Boston, MA: Springer US. doi:10.1007/978-1-4419-0594-9

Leinhardt, G., & Steele, M. D. (2005). Seeing the complexity of standing to the side: Instructional dialogues. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 87-163.

Levenson, E., Tirosh, D., & Tsamir, P. (2006). Mathematically and practically-based explanations: Individual preferences and sociomathematical norms. *International journal of science and mathematics education*, *4*(2), 319-344.

Ma, L. (2010). *Knowing and teaching elementary mathematics*. New York, NY: Routledge.

Miles, M, B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed). Thousand Oaks, CA: Sage.

Millî Eğitim Bakanlığı [MoNE]. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematik dersi (1,2,3,4,5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. https://mufredat.meb.gov.tr adresinden erişilmiştir.

Niess, M. L. (2005). Preparing teachers to teach science and mathematics with technology: Developing a technology pedagogical content knowledge. *Teaching and Teacher Education, 21*(5), 509-523.

Patton, M. Q. (2015). *Qualitative research and evaluation methods: Integrating theory and practice* (4th ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.

Perkins, D. N., & Simmons, R. (1988). Patterns of misunderstanding: An integrative model for science, math, and programming. *Review of educational research*, *58*(3), 303-326.

Perry, M. (2000). Explanations of mathematical concepts in Japanese, Chinese, and U.S. first and fifth-grade classrooms. *Cognition and Instruction, 18*, 181–207.

Roehrig, G. H., & Nam, Y. K. (2011). A review of teachers' pedagogical content knowledge and subject matter knowledge for teaching earth system concepts. *Journal of The Korean Earth Science Society*, *32*(5), 494-503. https://doi.org/10.5467/JKESS.2011.32.5.494

Satan, N. (2020). *Ortaokul öğrencilerinin ölçmede tahmin performanslarının ve tahmin stratejilerinin belirlenmesi.* Unpublished Master's Thesis, Hacettepe Üniversitesi, Ankara.

Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4–14.

Skemp, R. R. (1978). Relational understanding and instrumental understanding. *The Arithmetic Teacher*, *26*(3), 9-15.

Sırmacı, N., & Gökkurt Özdemir, B. (2016). Matematik öğretmenlerinin sonsuzluk, belirsizlik ve tanımsızlık kavramlarına ilişkin öğretimsel açıklamaları. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *5*(3), 788–806. doi:10.14686/buefad.v5i3.5000201306

Siegel, A.W., Goldsmith, L.T., & Madson, C.R. (1982), Skill in estimation problems of extent and numerosity. *Journal for Research in Mathematics Education, 13*(3), 211-232.

Şahin, Ö., Erdem, E., Başıbüyük, K., Gökkurt, B., & Soylu, Y. (2014). Ortaokul matematik öğretmenlerinin sayılarla ilgili pedagojik alan bilgilerinin gelişiminin incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *5*(3), 207–230.

Tan Şişman, G., & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarıları. *Elementary Education Online, 8*(1), 243–253.

Tekin Sitrava, R. (2014). *An investigation into middle school mathematics teachers' subject matter knowledge and pedagogical content knowledge regarding the volume of 3D solids.* Unpublished Doctoral

Dissertation, Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Tekinkır, D. (2008). *İlköğretim 6-8. sınıf öğrencilerinin matematik alanındaki tahmin stratejilerini belirleme ve tahmin becerisi ile matematik başarısı arasındaki ilişki.* Unpublished Master's Thesis, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Thanheiser, E. (2009). Preservice elementary school teachers' conceptions of multidigit whole numbers. *Journal for Research in mathematics Education*, *40*(3), 251-281.

Toluk Uçar, Z. (2010). Sınıf öğretmeni adaylarının matematiksel bilgileri ve öğretimsel açıklamaları. *Education Sciences, 5*(3), 911-920.

Toluk Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *2*(2), 87–102. doi:10.16949/turcomat.09150

Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2019). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim* (S. Durmuş, Trans.). Ankara: Nobel Yayınları.

Wittwer, J., & Renkl, A. (2008). Why instructional explanations often do not work: A framework for understanding the effectiveness of instructional explanations. *Educational Psychologist*, *43*(1), 49-64. https://doi.org/10.1080/00461520701756420

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11th ed.). Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Zembat, İ. Ö. (2015). Ölçme, temel bileşenleri ve sık karşılaşılan kavram yanılgıları. In M. F. Özmantar & E. Bingölbali (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (pp.127-151). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.