



Development of a mathematical model for the design and performance analysis of Francis type water turbines with radial flow

A. Onur Özdemir*^{ID}, Halit Karabulut^{ID}

Department of Automotive Engineering, Technology Faculty, Gazi University, 06560, Ankara, Türkiye

Highlights:

- Blade performance analysis of a water turbine runner
- Design calculations of a water turbine runner
- Optimization according to flowrate, head, runner speed and blade profile

Keywords:

- Euler turbine theory
- Blade profile
- Performance investigation
- Radial water turbine design

Article Info:

Research Article

Received: 06.10.2021

Accepted: 26.05.2022

DOI:

10.17341/gazimmfd.1002920

Correspondence:

Author: A. Onur Özdemir
e-mail:

onurozdemir@gazi.edu.tr

phone: +90 532 236 1266

Graphical/Tabular Abstract

Figure A shows the relationship between max. torque, max. power, max. efficiency, runner speed at max. power, and runner speed at max. efficiency with flow rate. The runner speeds corresponding to the maximums of efficiency and power were found to vary linearly with the flow rate. The maximums of power and torque exhibit an accelerated increase with flow rate.

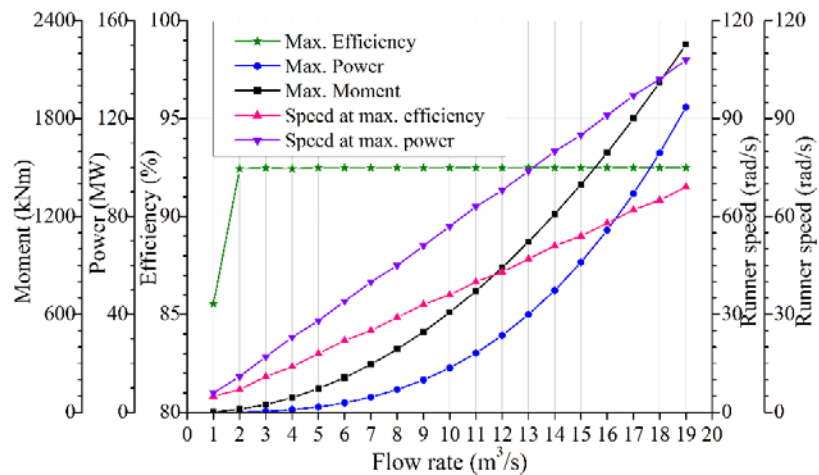


Figure A. The variations of peak values of performance parameters with flow rate

Purpose:

The aim of this study is to develop an analytical model for blade design and to optimize the operating conditions of a water turbine runner.

Theory and Methods:

In this research, a numerical model was developed to be used to determine the torque of a water turbine runner with outward radial flow. In the developed model, the blade profile was identified mathematically according to the cylindrical coordinate system and the local velocity and acceleration distributions of the fluid particles passing between the blades were calculated. Via the calculated distribution of acceleration, the torque of inertia force exerting on a differential annular volume element positioned on the runner was defined as well. Then integrating the differential moment, the formulae of the total moment exerting on runner was determined.

Results:

According to the most appropriate design values, the maximum efficiency and maximum power were calculated around 92% and 8 MW, respectively. It was determined that high torque is obtained at small values of the blade outlet angle. It was noted that the turbine runners should be operated at constant flow rate and constant speeds to obtain the highest efficiency.

Conclusion:

In this study, a new model was developed to identify the blade profile mathematically. Optimum design conditions were observed as 8 m³/s flow rate, 111 m head, 29 rad/s runner speed, 115° blade inlet angle and 20° blade outlet angle. The results of this study can be utilized by engineers and industrialists carrying out research on hydroelectric systems.



Radyal akışlı Francis su türbinlerinin kanatçık profilinin belirlenmesi ve performans analizi için bir matematik modelin geliştirilmesi

A. Onur Özdemir*^{ID}, Halit Karabulut^{ID}

Gazi Üniversitesi, Teknoloji Fakültesi, Otomotiv Mühendisliği Bölümü, 06560, Yenimahalle, Ankara, Türkiye

Ö N E Ç I K A N L A R

- Su türbini çarkının kanatçık performans analizi
- Su türbini çarkının tasarım hesaplamaları
- Debi, düşü, çark hızı ve kanatçık profiline göre optimizasyon

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 06.10.2021

Kabul: 26.05.2022

DOI:

10.17341/gazimmfd.1002920

Anahtar Kelimeler:

Euler türbin teorisi,
kanatçık profili,
performans incelemesi,
radyal su türbini tasarımı

ÖZ

Bu çalışmada, içten dışa radyal akışlı bir su türbini çarkının momentini belirlemede kullanılmak üzere bir matematik model geliştirilmiştir. Geliştirilen modelde türbin kanatçıklarının profili matematiksel olarak tanımlanmakta ve kanatçıklar arasından geçmekte olan akışkan zerreciklerinin yerel hız ve ivme dağılımlarının tanımlanmasında kullanılmaktadır. Hesaplanan hız dağılımı kanatçıkların giriş ve çıkışındaki hız üçgenlerinin oluşturulmasına ve Euler türbin teorisi yardımı ile çarka etkiyen harici moment ve gücün hesaplanmasına imkân vermektedir. Ayrıca, geliştirilen modelden elde edilen ivme denklemi kullanılarak çark üzerinde oluşturulan hacim elemanlarına etkiyen atalet kuvvetleri ve bu kuvvetlerin çark eksenine göre oluşturduğu momentler tanımlanmakta, sonra çarka etkiyen toplam momenti veren bir bağıntı elde edilmektedir. Elde edilen moment bağıntısı sürekli ve sürekli olmayan çalışma şartlarında türbinin momentinin hesaplanmasını mümkün kılmaktadır. Moment bağıntısı kullanılarak 10 m³/s civarında debiye ve 100-200 m aralığında düşüye sahip olan bir su kaynağı için bir Francis türbin çarkının tasarımı yapılmıştır. Çarkın dış çapı 2,5 m, iç çapı 2 m olarak seçilmiş, kanatçıkların ekstenel boyutu 8 cm, giriş açısı 115o, çıkış açısı 20o olarak belirlenmiştir. Tasarlanan çark 100-200 m düşü aralığında çalışırken en uygun debi 8 m³/s civarında olmakta, bu debiye karşılık gelen azami güç 45 rad/s çark hızında 9301 kW olarak hesaplanmaktadır.

Development of a mathematical model for the design and performance analysis of Francis type water turbines with radial flow

H I G H L I G H T S

- Blade performance analysis of a water turbine runner
- Design calculations of a water turbine runner
- Optimization according to flowrate, head, runner speed and blade profile

Article Info

Research Article

Received: 06.10.2021

Accepted: 26.05.2022

DOI:

10.17341/gazimmfd.1002920

Keywords:

Euler turbine theory,
blade profile,
performance investigation,
radial water turbine design

ABSTRACT

In this study, a mathematical model is developed for the determination of the runner moment of a turbine with radial flow from in to out. In this model, the profile of blades is defined mathematically which is used in the formulation of the local velocity and acceleration of the moving particles between blades. The relations obtained for the local velocity enables the establishment of the inlet and outlet velocity triangles and determination of the runner moment via Euler turbine theory. Differently from this, via using the relation obtained for the local acceleration of the fluid particles moving between blades, the inertia forces exerting on annular volume elements positioned on the runner, and the moments generated by these inertia forces are defined. Then a relation is obtained for the total moment of runner. The relation obtained for the total moment enables the calculation of moment of turbine at steady and unsteady working conditions. It is seen that the moment formulae obtained from the current analysis for steady running of turbines is equivalent to the moment formulae given by Euler. By using the developed moment formulae, a Francis turbine runner is designed for a water source with a flow rate of around 10 m³/s and a head in the range of 100-200 m. By assuming the external and internal diameters of runner as 2.5 m and 2 m, the axial dimension of the runner, the inlet and exit angles of blades are determined as 8 cm, 115o and 20o respectively. When the designed runner is working in the range of 100-200 m of head, the optimum flow rate becomes around 8 m³/s and provides 9301 kW maximum power at 45 rad/s runner speed.

*Sorumlu Yazar/Yazarlar / Corresponding Author/Authors : *onurozdemir@gazi.edu.tr, halitk@gazi.edu.tr / Tel: +90 532 236 1266

1. Giriş (Introduction)

En kullanışlı enerji çeşidi olan elektriğin üretimi genelde üç temel kaynağa dayanmakta olup, bunlar; fosil kaynaklar, nükleer enerji ve yenilenebilir enerji kaynaklarıdır [1-3]. British Petroleum (BP) şirketinin verilerine göre dünyadaki elektrik üretiminin %35,1 i kömürden, %23,4 ü doğalgazdan, %16 sı su kaynaklarından, %10,1 nükleer kaynaklardan, %5,9 u rüzgâr enerjisinden, %3,2 si güneş enerjisinden, %2,8 i fuel-oil'den, geri kalan %3,5 i jeotermal, biokütle ve diğer yenilenebilir kaynaklardan sağlanmaktadır [4, 5]. TEİAŞ'ın 2021 yılı verilerine göre Türkiye'nin elektrik üretimi 97,3 GW'a ulaşmıştır. Bu üretimin %35,29 u kömür santralleri, %21,69 u hidroelektrik santralleri, %18,85 i doğalgaz santralleri ve %24,17 si diğer yenilenebilir enerji tesisleri aracılığıyla gerçekleştirilmektedir [6]. Yenilenebilir enerji kaynakları olarak hidrolik, rüzgâr, güneş, jeotermal, biyokütle ve hidrojen enerjisi sıralanabilir [7]. Hidrolik enerji, kullanılan en yaygın yenilenebilir enerji kaynaklarından birisi olup, dünya genelinde elektrik üretimine %16 lık bir katkı sağlamaktadır [8]. Türkiye'nin hidrolik enerji potansiyeli ise, teknik ve ekonomik koşullar dikkate alındığında, 140 TWh/yıl olarak tahmin edilmektedir [9].

Hidrolik enerji üretimi suyun potansiyel ve kinetik enerjisinin bir su türbini aracılığı ile mekanik enerjiye dönüşümü olarak tanımlanabilir. Suyun enerjisinden yararlanmaya yönelik makinelerin ilki İsa'dan 100 yıl kadar önce (M.Ö. 100) Akdeniz milletleri tarafından kullanılmış olan Noria isimli su çarkıdır [10]. Bu makine ırmakta akan suyun gücünü kullanarak ırmaktan kovalarına doldurduğu suyu yaklaşık 10-20 m kadar yükseğe boşaltabilen dev bir su çarkıdır. Noria'nın icadından 200 yıl kadar önce de Saqiya adı verilen bir makine kullanılarak ırmaktan akan suyun kıyıya çıkarılması gerçekleştirilmiş, fakat bu makine hayvan ya da insan gücü kullanarak çalıştırılmıştır. Su çarkını ele alan ilk matbu eser Vitruvius tarafından İsa'dan 100 yıl kadar önce yazılan De Architectura adlı eser olup, su gücü ile çalışan Noria'nın ayrıntılı çizimlerini vermiştir [10]. İsa'dan sonra 1300'lü yıllarda (M.S. 1300) su jeti ile çalışan su çarkları geliştirilmiş olup, bu çarkların teknik ayrıntıları İsmail Al Jazari tarafından yazılan bir eserde tanıtılmıştır [10]. Su çarkları 1700'lü yıllara kadar değirmencilik, dokumacılık, madencilik, ağaç doğramacılığı, kâğıt endüstrisi gibi çeşitli sektörlerde kullanılmış olup, verimleri %22 civarındadır. Su enerjisine olan ihtiyacın artması üzerine 1700'lü yılların ortasında John Smeaton su çarklarının verimini arttırmaya yönelik bilimsel araştırmalar yapmıştır [11]. Su girişi üstten, alttan ve yandan olan çarkların farklı verim ve güçler sağladığı görülmüş, yandan beslemeli çarkların veriminin %50 den fazla olduğu belirlenmiştir. Jean-Victor Poncelet 1824'te alttan etkili su çarklarında ilk kez kavisli kanatçıkları kullanmış ve moment artışı sağlamıştır. Su çarklarının yerini 1850'lerden sonra hidrolik türbin olarak da adlandırılan modern su türbinleri almış olup, birçok araştırmacı bu makinelerin gelişmesine katkı sağlamıştır [12-14]. Modern su türbinlerinin çark kanatçıklarının tasarımında 1995 öncesi yıllarda Euler'in türbin teorisi olarak adlandırılan eşitlikler kullanılmıştır. Bu eşitlik bir kontrol hacmine giren ve çıkan açısız momentumun farkının kontrol hacmine etkiyen harici momente eşitlenmesi ile elde edilmektedir [14]. Hâlihazırda su türbinlerinin tasarımında Euler'in türbin teorisinin yanı sıra türbülanslı akış denklemlerinin çözümünü kapsayan ileri akış simülasyonu programları da kullanılmaktadır [15-18].

Modern su türbinleri çalışma prensiplerine göre etki ve tepki türbinleri olarak iki sınıfa ayrılırlar [19]. Etki türbinlerinde suyun potansiyel enerjisi önce bir lüle aracılığı ile kinetik enerjiye dönüştürülmekte, sonra çarkın kanatçıkları tarafından mekanik enerjiye dönüştürülmektedir. Tepki türbinlerinde ise, basınçlı su çark

üzerindeki kanatçıkların arasından geçirilerek kanatçıkların arasında ivmeli hareket ve momentum üretmesi sağlanmaktadır. Tepki türbinlerinde momentum üretimi esnasında eş zamanlı olarak suyun enerjisi işe dönüştürüldüğü için, kanatçıklar arasındaki akışın hızı aşırı yüksek değerlere çıkmamaktadır. Akışın hızının sınırlanması tepki türbinlerinin kullanım süresinin etki türbinlerine göre daha yüksek olmasını sağlamaktadır. Tepki türbinleri kendi aralarında radyal akışlı, eksenel akışlı ve hem radyal hem eksenel akışlı olmak üzere sınıflandırılırlar [20]. Hidrolik enerji literatüründe bir barajdaki suyun yüzeyi ile su türbini arasındaki yükseklik farkına düşü denmektedir. Hidrolik enerji tesislerinde kullanılacak olan türbinlerin seçiminde düşüye ve debiye göre seçim yapılmaktadır. Tepki türbinleri çoğunlukla küçük düşü ve yüksek debili su kaynaklarının değerlendirilmesinde kullanışlı olmaktadır. Kaplan türbinleri ve Francis türbinleri tepki türbinlerinin tipik örnekleri olup, Francis türbinlerinin yaklaşık 170 yıllık bir maziye bulunmaktadır. Bununla birlikte, Francis türbini teknolojisinin geliştirilmesine ve problemlerinin çözümüne yönelik araştırmalar devam etmektedir. Francis türbinleri alanında son zamanlarda yapılan araştırma ve çalışmaların bir kısmı aşağıdaki paragraflarda tanıtılmaktadır.

Francis tipi türbinlerin çalışma ömrü muhtelif faktörler tarafından etkilenmektedir. Bunların başında kavitasyon ve sürekli olmayan çalışma şartları gelmektedir. Trivedi vd. [20] sürekli olmayan çalışma şartlarının türbin ömrüne etkilerini içeren bir literatür araştırması yapmışlardır. Yazarlar sürekli olmayan çalışma şartlarının elektrik şebekesindeki yük değişimleri ve türbine verilen suyun debi ve düşüsünün değişmesinden kaynaklandığını ifade etmişlerdir. Sürekli olmayan çalışma şartları sebebi ile türbinlerin dur-kalk şeklinde çalışmasının gerekli olduğunu, bu düzensiz çalışma neticesinde büyük basınç değişimleri, atalet kuvvetleri, mekanik gerilmeler ve malzeme yorulmalarının oluştuğunu belirtmişlerdir. Çelebioğlu vd. [21], 1960 larda bir takım çalışma şartlarına göre tasarlanmış ve kullanılmış olan, Francis tipi bir türbinin çarkını Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) kullanarak yeniden tasarlamışlardır. Yazarlar tasarım dışı çalışmalardan dolayı kanatçıkların ön ucunda, hava kabarcığı oluşan kısımlarda ve tahliye kanalında kavitasyon oluştuğunu vurgulayarak, yaptıkları yeni tasarımda bunları azaltmak için önlem almışlardır. Çelebioğlu ve Kaplan [22] yaptıkları başka bir çalışmada, bir tersine mühendislik metodu geliştirmiş ve kullanımda olan iki farklı hidroelektrik santralinin yeniden tasarımına uygulamışlardır. Türkiye Odalar ve Borsalar Birliği Ekonomi ve Teknoloji Üniversitesinde (TOBB ETU) su türbinlerinin geliştirilmesi için bir tasarım ve test merkezi kurulmuştur [23]. Bu merkezde türbinlerin performans testlerinin yanı sıra kavitasyon testleri de yapılabilmektedir. Aradag vd. tarafından yapılan bir araştırmada [24], Hesaplamalı Akışkanlar Dinamiği (HAD) yardımı ile 126,7 m düşü ve 3,75 m³ debi için bir Francis türbini tasarlanmıştır. Tasarlanan türbinin tasarım şartlarına karşılık gelen gücü ve 4,3 MW, verimi %92,09 olarak belirlenmiştir. Yazarlar HAD yardımı ile 2-4 m³ debi aralığı ve 105-130 m düşü aralığı için tasarladıkları türbinin veriminin %90-%92 aralığında olacağını hesaplamışlardır. Ayılı vd. [25], Francis türbinlerinin tasarımında kullanılan parametrelerin performan ve kavitasyona etkilerini HAD analizleri ile araştırmış ve elde ettikleri bulguları tablo olarak vermişlerdir. Ayancık vd. tarafından yapılan bir çalışmada [26], HAD kullanılarak kavitasyon karakteristiği iyileştirilmiş bir çark modeli geliştirilmiştir. Bahrami vd. [27] Francis su türbinlerinin tasarımında türbülanslı viskoz akış denklemlerinin doğrudan kullanımının sebep olduğu zorlukları ve zaman kaybını azaltmak için, kademeli geliştirme metodu adını verdikleri bir yöntem önermişlerdir. Bu yöntem ile kanatçık tasarımı yapılırken birinci aşamada viskozitesiz akış denklemleri kullanılarak kanatçık geometrisi yaklaşık olarak belirlenmekte, sonra türbülanslı akış denklemleri kullanılarak kanatçık geometrisi geliştirilmektedir. Francis

türbinlerinin kanatçıklarının kademeli tasarımı üzerine bir başka çalışma da Koçak vd. [28] tarafından yapılmıştır. Bu çalışmada kanatçıkların ön tasarımı için Bovet metodu [29] olarak adlandırılan bir yaklaşım kullanılmıştır. Bovet metodu ile yapılan ön tasarımda Bovet tarafından verilen istatistik ve deneysel esasa dayanan eşitlikler kullanılmaktadır. İyileştirme aşamasında türbülanslı viskoz akış denklemleri kullanılarak kaviteasyon ve titreşim riski en aza indirilmektedir. Trivedi vd. [30], Francis türbinlerinde hız değişimi esnasında, çark hızının ve akış debisinin eş zamanlı olarak değiştirilmesinin türbinlerin içerisindeki basınç dalgalanmalarının büyüklüğüne ve türbin gücüne etkilerini deneysel olarak incelemiştir. Bunun yanı sıra, türbinin kısmi yüklerde ve tasarım dışı koşullarda çalıştırılmasının etkilerini araştırmışlardır. Yazarlar düzensiz hızlar ile çalışan türbinlerde debi ve hızın birbiri ile uyumlu bir şekilde değiştirilerek, çark ile yönlendirme vanalarının arasında bulunan boşlukta oluşan basınç dalgalanmalarının büyük ölçüde kontrol altına alınabileceğini vurgulamışlardır. Shrestha vd. [31], Francis türbinlerinin performanslarını optimize etmek için, türbin kanatçıklarının meridyenel şekilleri, açıları, kalınlıkları ve genişlikleri üzerine bir çalışma yapmışlardır. Kanatçık giriş genişliği ve açısının, kanatçık çıkış genişliği ve açısına göre daha büyük olduğu hallerde, girdap oluşumunun azaldığını belirlemiştir. Hidroelektrik santrallerde genellikle safi elektrik üretimi yapılırken bazı santrallerde hem elektrik üretimi yapılmakta, hem de düşük irtifalı bir rezervden yüksek irtifalı bir rezerve su basma işi yapılmaktadır. Düşük irtifalı rezervden yüksek irtifalı rezerve su basan tesislere pompaj depolamalı hidroelektrik santrali denmektedir. Bu tür tesislerin amacı, rüzgâr, güneş ve dalga gibi geçici kaynaklardan elde edilen elektrik enerjinin elektrik şebekesine verildiği zamanlarda veya elektrik enerjisine olan ihtiyacı azaldığı zamanlarda (mesela gece) düşük irtifalı bir rezervdeki suyu yüksek irtifalı bir rezerve pompalayarak enerji depolaması yapmaktır [32-35].

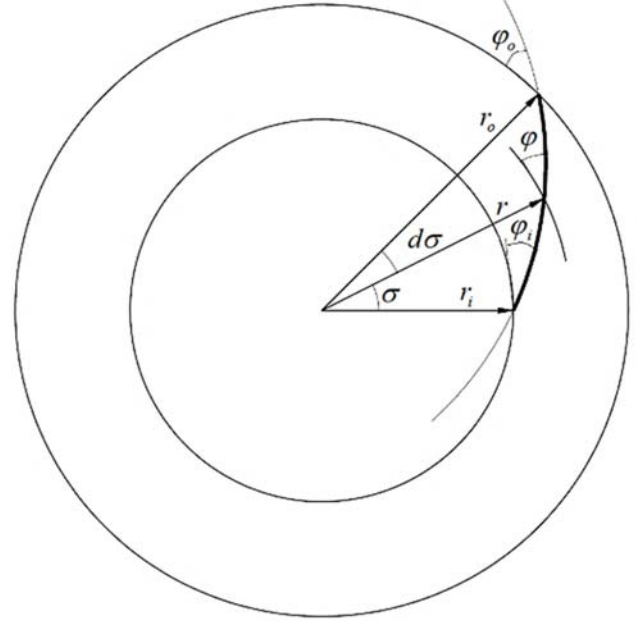
Son yıllarda fosil yakıtların kullanılmasından doğan emisyonların yarattığı çevresel, iklimsel ve sağlık problemlerinin önlenmesi için elektrikli taşıtların yaygınlaştırılmasına ağırlık verilmektedir. Elektrikli taşıtların bataryalarının şarj edilmesinde kullanılan elektrik enerjisi fosil yakıtlardan elde edildiği sürece bu emisyonların önlenmesi mümkün görülmemektedir. Hatta fosil yakıtlardan elde edilen elektrik enerjisinin taşıtlarda kullanılmasının toplam dönüşüm verimi içten yanmalı motorların toplam dönüşüm veriminden az olduğu için, bu emisyonların daha da artma ihtimali bulunmaktadır. Bu sebeple, elektrik enerjisi üretiminde fosil yakıtların kullanılmasının en aza indirilmesine gereksinim vardır. Türkiye'nin 2021 yılında elektrik tüketimi 310 TWh olarak verilmektedir. Türkiye'nin hidroelektrik kaynaklarının debisi ve düşü şartlarına uygun, yüksek verimli su türbinlerinin üretilmesi durumunda, Türkiye'nin sahip olduğu yıllık 140 TWh elektrik potansiyelinin Türkiye'nin elektrik ihtiyacının %45 ini karşılayabileceği görülmektedir. Yerli teknolojinin gelişmesine katkı sağlamak amacı ile yapılan bu çalışmada, içten dışa radyal akışlı bir Francis türbini kanatçıklarının kamber profilinin belirlenmesinde kullanılmak üzere bir matematik model geliştirilmiştir. Geliştirilen model kullanılarak belirli bir debisi ve düşü için bir çark tasarımı ve optimizasyonu yapılmıştır.

2. Moment Üretiminin Fiziki Mekanizması ve Matematik Modeli (Physical Mechanism of Moment Generation and Mathematical Modeling)

2.1. Kanatçık Kamber Profilinin Belirlenmesi (Determination of Blade Camber Profile)

Tepki türbinlerinde çarka etkileyen moment çark üzerinde ivmeli hareket yapan su zerreciklerinin ivmesinin sebep olduğu atalet

kuvvetinden doğmaktadır. Bir tepki türbininin çarkına etkileyen momentin belirlenebilmesi için söz konusu çark üzerinde hareket eden su zerreciklerinin rölatif yörüngesinin bilinmesi gerekmektedir. Su zerreciklerinin çark üzerindeki rölatif yörüngesi kanatçıklar tarafından tayin edilmektedir. Kanatçıkların kamber profili akışkan zerreciklerinin çark üzerindeki yörüngesinin yaklaşık bir tanımlamasıdır. Kanatçıkların kalınlığı arttıkça akışkan zerreciklerinin yörüngesi ile kamber profilinin doğrultusu birbirinden farklılaşacaktır. Bununla birlikte, çarkın ve kanatçığın boyutları uygun bir şekilde tasarlanarak, kamber profili ile su zerreciklerinin yörüngesinin eşleşmesi büyük ölçüde sağlanabilmektedir. Kamber profili belirli olan bir kanatçığın kesit geometrisini oluşturmak için yapılacak olan iş kamber profilini bir hidrofoil ile birleştirmektir [36]. Bu sebeple, kanatçıkların tasarımında birinci öncelik kamber profilinin belirlenmesidir. Bu kısımda kamber profilinin belirlenmesi için bir yöntem tanıtılmaktadır. Şekil 1'de kalınlığı sıfır olan bir kanatçığın şematik görünümü ve analizde kullanılan bazı semboller görülmektedir. Kanatçığın kalınlığının sıfır olarak seçilmesinin sebebi, kamber profili ile akışkan zerreciklerinin rölatif yörüngesinin doğrultusunu eşleştirmektir. Kamber profilini belirlemek için Şekil 1'de görülen σ açısının r ye göre değişiminin belirlenmesi yeterli olmaktadır. Bunun için Eş. 1 şeklinde bir interpolasyon polinomu kullanılabilir.



Şekil 1. Matematik modellemede kullanılan semboller (Symbols used in mathematical modeling)

$$\sigma = C_1 + C_2 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right) + C_3 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right)^2 + C_4 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right)^3 + C_5 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right)^4 \quad (1)$$

Eş. 1'de $\rho = \frac{r-r_i}{r_o-r_i}$ şeklinde bir kısaltma yapılırsa Eş. 2 olur.

$$\sigma = C_1 + C_2\rho + C_3\rho^2 + C_4\rho^3 + C_5\rho^4 \quad (2)$$

Son eşitliğin kapsadığı C_1, C_2, C_3, C_4 ve C_5 sabitlerinin değerlerinin belirlenebilmesi için 5 adet interpolasyon veri çifti tanımlanmalıdır. Kanatçığın giriş ucunda Eş. 3 şartları kullanılabilir.

$$r = r_i \rightarrow \rho = 0; \quad \sigma = 0, \quad r_i \left(\frac{d\sigma}{dr} \right)_i = ctg\varphi_i \quad (3)$$

Kanatçığin çıkışında Eş. 4 şartları kullanılabilir.

$$r = r_o \rightarrow \rho = 1; \quad \sigma = \sigma_{max}, \quad r_o \left(\frac{d\sigma}{dr} \right)_o = ctg\varphi_o \quad (4)$$

Bu dört şarta ilave olarak kanatçığin üzerinde uygun bir yerde Eş. 5 şeklinde bir şart daha kullanılabilir.

$$r = r_a \rightarrow \rho = \rho_a, \quad \sigma = \sigma_a \quad (5)$$

Bu şartın kapsadığı r_a ve σ_a değerleri deneme yanılma ile kanatçığin görüntüsünden bileşke ivmenin değişimini de dikkate alarak elde edilecektir. Kanatçık profilinin r ye göre türevi Eş. 6 şeklinde yazılabilir.

$$\frac{d\sigma}{dr} = \frac{d\sigma}{d\rho} \frac{d\rho}{dr} \quad (6)$$

Eş. 6'nın nın kapsadığı ikinci çarpan $\frac{d\rho}{dr} = \frac{1}{r_o - r_i}$ şeklinde olur. Bu durumda Eş. 7 elde edilir.

$$\frac{d\sigma}{dr} = \left(\frac{1}{r_o - r_i} \right) \frac{d\sigma}{d\rho} \quad (7)$$

Eş. 2'den ρ ya göre türev olarak Eş. 8 elde edilir.

$$\frac{d\sigma}{d\rho} = C_2 + 2C_3\rho + 3C_4\rho^2 + 4C_5\rho^3 \quad (8)$$

Eş. 2'de giriş sınır şartlarından birincisi ($\rho=0, \sigma=0$) kullanılarak $C_1=0$ olduğu görülür. Eş. 8'den $\left(\frac{d\sigma}{d\rho} \right)_i = C_2$ elde edilir. Bu netice giriş sınır şartlarından ikincisinde $\left[\left(\frac{d\sigma}{d\rho} \right)_i = ctg\varphi_i \left(\frac{r_o}{r_i} - 1 \right) \right]$ kullanılarak $C_2 = ctg\varphi_i \left(\frac{r_o}{r_i} - 1 \right)$ elde edilir. C_1 ve C_2 nin belirlenen değerleri yerine yazılırsa Eş. 9 olur.

$$\sigma = ctg\varphi_i \left(\frac{r_o}{r_i} - 1 \right) \rho + C_3\rho^2 + C_4\rho^3 + C_5\rho^4 \quad (9)$$

Çıkış sınır şartlarından birincisi ($\rho=1, \sigma = \sigma_{max}$) son eşitlikte kullanılarak Eş. 10 elde edilir.

$$C_3 + C_4 + C_5 = \sigma_{max} - ctg\varphi_i \left(\frac{r_o}{r_i} - 1 \right) \quad (10)$$

Çıkış sınır şartlarından ikincisi $\left[\left(\frac{d\sigma}{d\rho} \right)_o = ctg\varphi_o \left(1 - \frac{r_i}{r_o} \right) \right]$ kullanılarak Eş. 11 elde edilir.

$$2C_3 + 3C_4 + 4C_5 = ctg\varphi_o \left(1 - \frac{r_i}{r_o} \right) + ctg\varphi_i \left(1 - \frac{r_o}{r_i} \right) \quad (11)$$

Eş. 5 ile verilen ara değer verisi Eş. 9'da kullanılarak Eş. 12 elde edilir.

$$C_3\rho_a^2 + C_4\rho_a^3 + C_5\rho_a^4 = \sigma_a - ctg\varphi_i \left(\frac{r_o}{r_i} - 1 \right) \rho_a \quad (12)$$

Eş. 10, Eş. 11 ve Eş. 12'nin matris şekli Eş. 13 olup, cebirsel işlemlerin kolaylığı için Eş. 14 şeklinde kısaltılabilir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ \rho_a^2 & \rho_a^3 & \rho_a^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{max} - ctg\varphi_i \left(\frac{r_o}{r_i} - 1 \right) \\ ctg\varphi_o \left(1 - \frac{r_i}{r_o} \right) + ctg\varphi_i \left(1 - \frac{r_o}{r_i} \right) \\ \sigma_a - ctg\varphi_i \left(\frac{r_o}{r_i} - 1 \right) \rho_a \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \\ \rho_a^2 & \rho_a^3 & \rho_a^4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_3 \\ C_4 \\ C_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_m \\ F_c \\ S_a \end{bmatrix} \quad (14)$$

Eş. 14'ten C_3, C_4 ve C_5 Eş. 15 olarak elde edilir.

$$C_3 = \frac{\rho_a^4(3S_m - F_c) - \rho_a^3(4S_m - F_c) + S_a}{\rho_a^4 - 2\rho_a^3 + \rho_a^2}$$

$$C_4 = \frac{\rho_a^4(F_c - 2S_m) + \rho_a^2(4S_m - F_c) - 2S_a}{\rho_a^4 - 2\rho_a^3 + \rho_a^2}$$

$$C_5 = \frac{\rho_a^3(2S_m - F_c) - \rho_a^2(3S_m - F_c) + S_a}{\rho_a^4 - 2\rho_a^3 + \rho_a^2}$$

Eş. 2'nin nihai şekli Eş. 15 olur.

$$\sigma = C_2\rho + C_3\rho^2 + C_4\rho^3 + C_5\rho^4 \quad (15)$$

Burada geliştirilen matematik model ile kanatçığa istenilen profil verilebilmektedir.

2.2. Kanatçıklar Arasındaki Akışın Yarattığı Momentin Euler türbin Teorisi ile Analizi (Analysis of the Moment Generated by the Flow between Blades with Euler Turbine Theory)

Euler türbin teorisi olarak adlandırılan eşitlik, bir kontrol hacmine giren ve çıkan açılal momentumun farkının kontrol hacmine etkileyen harici momente eşitlenmesi ile elde edilmektedir. Euler türbin teorisi ile momentin hesaplanabilmesi için çarka giren ve çıkan suyun mutlak hızlarının teğet bileşenlerinin bilinmesi gerekmektedir. Teğet bileşenin hesaplanabilmesi için önce mutlak hız vektörünün belirlenmesi gerekmektedir. Mutlak hız vektörü, rölatif hız vektörü ile çarkın çevresel hızının toplamı alınarak belirlenebilir. Çarkın girişinde ve çıkışındaki rölatif hız vektörleri çark üzerindeki kanatçıkların kamber çizgisine teğet olan vektörler olup, sayısal değeri çarktan geçen akışkan debisi ile belirlenebilir. Çarkın girişindeki ve çıkışındaki rölatif hız vektörlerinin doğrultusu ise, kanatçıkların kamber çizgisinin girişteki ve çıkıştaki eğimi ile tanımlanabilir. Kanatçıkların kamber çizgisinin girişindeki ve çıkışındaki eğimleri, türbinin moment ve gücünün interaktif olarak optimize edilmesi ile belirlenecek olan istatistiksel değerlerdir.

Kanatçıklar arasında hareket eden akışkan zerreleri ivmeli hareket yapmakta ve atalet kuvvetleri yaratmaktadır. Bu atalet kuvvetlerinin çark eksenine göre momentlerinin toplamı alınarak akışın yarattığı

moment belirlenir. Silindirik koordinat sisteminde hareket eden bir parçacığın hız ve ivmesi yer vektöründen türetilebilir. Silindirik koordinat sisteminde hareket eden parçacıkların yer vektörü Eş. 16 şeklinde tanımlanmaktadır [37].

$$\vec{r} = r(\cos\theta\mathbf{i} + \sin\theta\mathbf{j}) = r\mathbf{e}_r \quad (16)$$

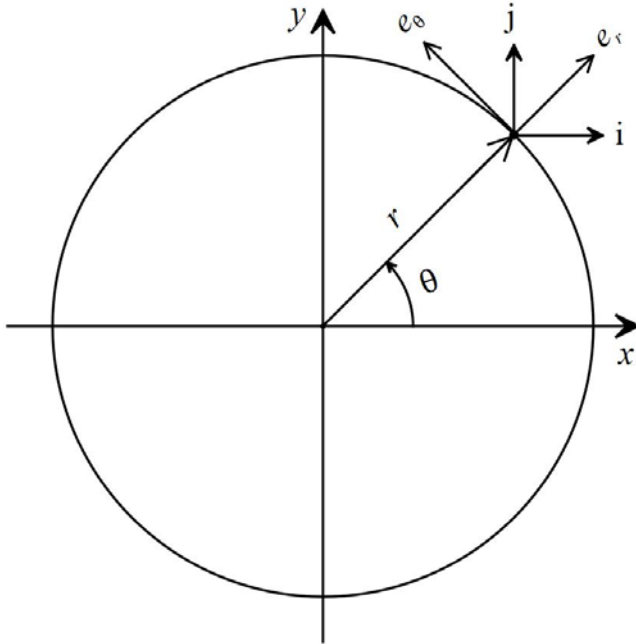
Eş. 16'nın zamana göre türevi alınarak hız vektörü Eş. 17 şeklinde belirlenir [38].

$$\vec{v} = \dot{r}\mathbf{e}_r + r\dot{\theta}\mathbf{e}_\theta \quad (17)$$

Son eşitliğin zamana göre türevi alınarak ivme vektörü Eş. 18 olarak belirlenir [38].

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\mathbf{e}_r + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\mathbf{e}_\theta \quad (18)$$

Eş. 16, Eş. 17 ve Eş. 18'in kapsadığı semboller ve birim vektörler Şekil 2 de görülmektedir.



Şekil 2. Dairesel koordinat sisteminin elemanları (Elements of the circular coordinate system)

Kanatçıklar üzerinde hareket etmekte olan bir akışkan zerresinin kanatçık üzerindeki anlık konumu yarıçap ve açısal koordinatın aldığı değerler ile ifade edilmektedir. Şekil 3 ten yararlanarak bir akışkan zerresinin açısal koordinatı $\theta = \sigma + \beta$ şeklinde ifade edilebilir. Açısal hız ve açısal ivmesi Eş. 19 ve Eş. 20 olur.

$$\dot{\theta} = \dot{\sigma} + \dot{\beta} \quad (19)$$

$$\ddot{\theta} = \ddot{\sigma} + \ddot{\beta} \quad (20)$$

Merkez açının değişim hızı Eş. 21 şeklinde ifade edilebilir.

$$\dot{\sigma} = \frac{d\sigma}{d\rho} \frac{d\rho}{dr} \dot{r} \quad (21)$$

Son eşitlikte bulunan \dot{r} bir akışkan zerresinin radyal konumunun zamana göre türevi olup, akışkan zerresinin radyal hızını göstermektedir. Eş. 21'in kapsadığı diğer türevler Eş. 22 ve Eş. 23'te belirlenir.

$$\frac{d\sigma}{d\rho} = C_2 + 2C_3\rho + 3C_4\rho^2 + 4C_5\rho^3 \quad (22)$$

$$\frac{d\rho}{dr} = \frac{1}{r_o - r_i} \quad (23)$$

Bu türevler Eş. 21'de yerine yazılarak Eş. 24 elde edilir.

$$\dot{\sigma} = \frac{\dot{r}}{r_o - r_i} (C_2 + 2C_3\rho + 3C_4\rho^2 + 4C_5\rho^3) \quad (24)$$

Merkez açının ikinci merteye zaman türevi son eşitlikten Eş. 25 olarak belirlenir.

$$\ddot{\sigma} = \frac{\ddot{r}}{r_o - r_i} (C_2 + 2C_3\rho + 3C_4\rho^2 + 4C_5\rho^3) + \frac{\dot{r}^2}{(r_o - r_i)^2} (2C_3 + 6C_4\rho + 12C_5\rho^2) \quad (25)$$

Eş. 25'de bulunan \ddot{r} bir akışkan zerresinin radyal konumunun ikinci merteye zaman türevi olup, söz konusu zerrenin radyal ivmesini göstermektedir. Akışkan zerresinin radyal hız ve radyal ivmesi çarkın kanatçıkları arasından geçmekte olan akışkan debisinden hesaplanabilir. Akışkan debisi Q ile gösterilirse radyal hız Eş. 26 olur.

$$\dot{r} = \frac{Q}{2\pi r w} \quad (26)$$

Bu eşitlikte bulunan w kanatçıkların eksenel boyutunu göstermektedir. Son eşitlikten türev olarak radyal ivme Eş. 27 olarak belirlenir.

$$\ddot{r} = -\frac{Q^2}{4\pi^2 r^3 w^2} \quad (27)$$

Eş. 19, Eş. 24 ve Eş. 26 yardımı ile yukarıda verilen 17 numaralı hız vektörü denklemi Eş. 28 şeklinde düzenlenir.

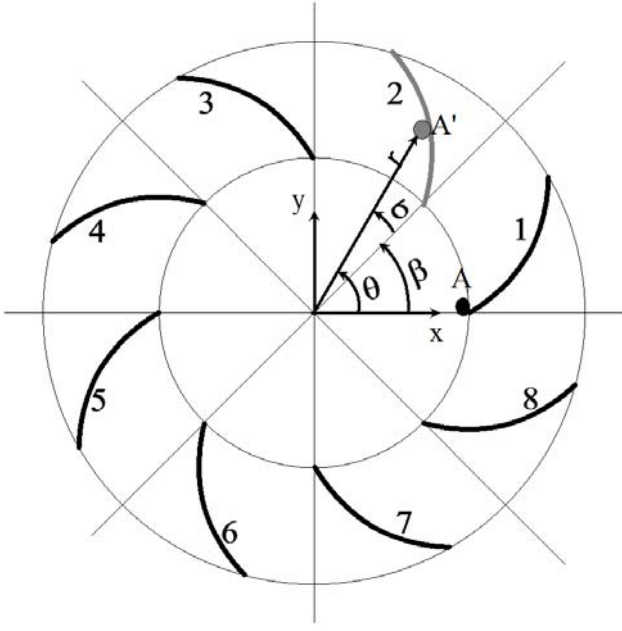
$$\vec{v} = \left(r\dot{\beta} + \frac{Q}{\pi w(r_o - r_i)} \left(\frac{C_2}{2} + C_3\rho + \frac{3}{2}C_4\rho^2 + 2C_5\rho^3 \right) \right) \mathbf{e}_\theta + \frac{Q}{2\pi r w} \mathbf{e}_r \quad (28)$$

Euler türbin teorisinin Eş. 29 şeklinde olduğu bilinmektedir.

$$M = \dot{m} (r_o V_o^\theta - r_i V_i^\theta) \quad (29)$$

Eş. 29'un kapsadığı V_i^θ ve V_o^θ büyüklükleri Eş. 28'den yerine yazılırsa moment Eş. 30 olarak formüle edilir.

$$M = QD\dot{\beta} (r_o^2 - r_i^2) + \frac{DQ^2 C_2}{\pi w 2} + \frac{DQ^2 r_o}{\pi w (r_o - r_i)} \left(C_3 + \frac{3}{2}C_4 + 2C_5 \right) \quad (30)$$



Şekil 3. Kanatçık açıları (Blade angles)

2.3. Akışkanın Atalet Kuvveti ile Kanatçıklar Arasındaki Akışın Yaratdığı Momentin Analizi
(Analysis of the Moment Generated by the Flow between Blades from Inertia Forces)

Bu çalışmada geliştirilen matematik modelde, türbin çarkına etkiyen moment, çark üzerinde ivmeli hareket yapan su zerrecilerinin yarattığı atalet kuvveti ve bu kuvvetinin yarattığı momentten hesaplanmaktadır. Eş. 19, Eş. 20, Eş. 26 ve Eş. 27 yardımıyla yukarıda verilen 18 numaralı ivme denklemi Eş. 31 şeklinde düzenlenir.

$$\vec{a} = - \left[\begin{array}{l} \frac{Q^2}{4\pi^2 r^3 w^2} + \\ r \left(\frac{Q}{2\pi r w} \frac{1}{r_o - r_i} (C_2 + 2C_3 \rho + 3C_4 \rho^2 + 4C_5 \rho^3) + \dot{\beta} \right)^2 \end{array} \right] e_r + \left[\begin{array}{l} \frac{Q^2}{4\pi^2 r^2 w^2} \frac{1}{r_o - r_i} (C_2 + 2C_3 \rho + 3C_4 \rho^2 + 4C_5 \rho^3) + \frac{Q}{\pi r w} \dot{\beta} \\ + \frac{Q^2}{4\pi^2 r w^2} \frac{1}{(r_o - r_i)^2} (2C_3 + 6C_4 \rho + 12C_5 \rho^2) + r \ddot{\beta} \end{array} \right] e_\theta \quad (31)$$

Çarka etkiyen momentin hesaplanabilmesi için çark üzerinde aynı ivme vektörüne sahip olan zerrecileri içeren hacim elemanları oluşturmak gerekmektedir. Bir çark üzerinde, yarıçapı aynı olan bir çizgi üzerinde bulunan zerrecilerin hepsi aynı ivme vektörüne sahiptir. İç yarıçapı r , dış yarıçapı $r+dr$ olan halka şeklindeki bir hacim elemanının içerisinde bulunan her noktada aynı ivme vektörünün mevcut olduğu kabul edilebilir. Söz konusu hacim elemanının içerisindeki akışkan kütlelerinin yarattığı harici moment Eş. 32 şeklinde ifade edilebilir.

$$dM = r a_\theta dm \quad (32)$$

Bu Eş. 32'nin kapsadığı a_θ Eş. 31 ile verilen ivme vektörünün teğet bileşenidir. Kanatçıkların işgal ettiği yer göz ardı edilerek, çarkın içerisinde bulunan akışkan kütlelerinin yarattığı moment Eş. 33 ile aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$M = \frac{DQ^2}{2\pi w} \int_0^1 (C_2 + 2C_3 \rho + 3C_4 \rho^2 + 4C_5 \rho^3) d\rho + \frac{DQ^2}{2\pi w} \int_0^1 \frac{r}{(r_o - r_i)} (2C_3 + 6C_4 \rho + 12C_5 \rho^2) d\rho + 2QD \dot{\beta} \int_{r_i}^{r_o} r dr + 2\pi \ddot{\beta} D w \int_{r_i}^{r_o} r^3 dr \quad (33)$$

İntegral alma işlemleri yapılarak moment Eş. 34 şeklinde elde edilir.

$$M = QD \dot{\beta} (r_o^2 - r_i^2) + \frac{DQ^2}{2\pi w} C_2 + \frac{\pi}{2} \ddot{\beta} D w (r_o^4 - r_i^4) + \frac{DQ^2}{\pi w} \frac{r_o}{(r_o - r_i)} \left(C_3 + \frac{3}{2} C_4 + 2C_5 \right) \quad (34)$$

Eş. 34 ile Eş. 30 kıyasladığımızda, Eş. 34'de bulunan son terimin dışında kalan terimlerin aynı olduğu görülmektedir. Eş. 34'de bulunan son terim yalnızca çarkın hızı değişken olduğu hallerde mevcuttur. Sonuç olarak, her iki teorinin sürekli çalışma şartlarında aynı sonucu verdiği görülmektedir. Bunun haricinde, Eş. 34 ile verilen yeni teorinin geçici çalışma şartlarında da momentin hesabını mümkün kıldığı görülmektedir. Türbinin gücünü hesaplamak için Eş. 35'de verilen ilişki kullanılabilir.

$$P = M \dot{\beta} \quad (35)$$

Suyun düşüsü Eş. (36) da verilen toplam enerji dengesinden aşağıdaki şekilde hesaplanabilir.

$$H = \left(P + \frac{1}{2} \dot{m} V_o^2 \right) / \dot{m} g \quad (36)$$

Suyun potansiyel enerjisinin mekanik enerjiye dönüşüm verimi ise Eş. 37'de gösterildiği gibi hesaplanabilir.

$$\eta = P / (DgH) \quad (37)$$

Geliştirilen matematik modelin sayısal çözümü için bir FORTRAN programı hazırlanmıştır.

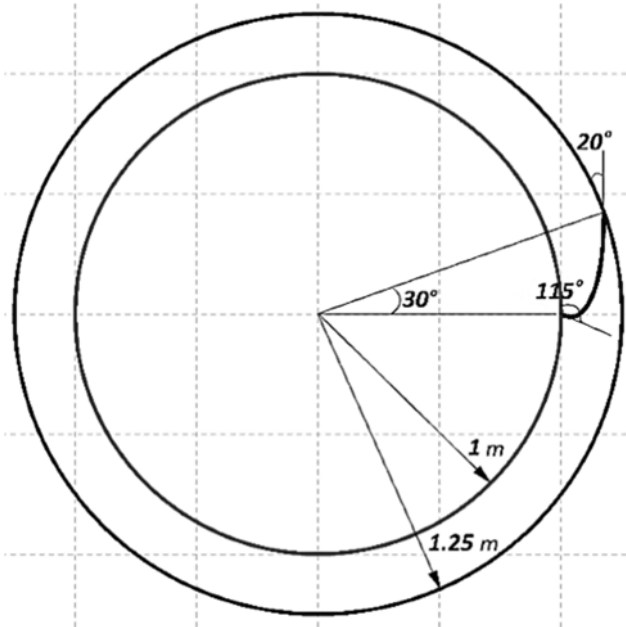
3. Sonuçlar ve Tartışmalar (Results And Discussions)

Geliştirilen sayısal çözüm programı kullanılmak suretiyle hacimsel debi (Q), çarkın dönme hızı (β), çarkın boyutları (r_i , r_o , w), kanatçıkların iki ucu arasındaki merkez açısı (σ_{max}), kanatçıkların giriş ve çıkış uçlarının çarkın iç ve dış daireleri ile yaptığı eğim açıları (ϕ_i , ϕ_o), kanatçıkların giriş ve çıkış uçlarının arasında kalan üçüncü veri noktasının yarıçapı (r_a) ve bu noktaya karşılık gelen merkez açısı ara değeri (σ_a) interaktif olarak belirlenmiştir.

Öncelikli olarak kanatçık profilini oluşturan C_1 , C_2 , C_3 , C_4 ve C_5 sabitlerinin belirlenmesi gerekmektedir. $\phi_i=115^\circ$, $\phi_o=20^\circ$, $r_i=1$ m, $r_o=1,25$ r_i , $\sigma_{max}=30^\circ$, $r_a=(r_i+r_o)/2$, $\sigma_a=\sigma_{max}/5$ girdileri kullanılarak kanatçık profilinin sabitleri $C_1=0$, $C_2=-0,1165$, $C_3=0,0733$, $C_4=1,7479$ ve $C_5=-1,1811$ olarak belirlenmiştir. Bu durumda kanatçık profilinin tanımı Eş. 38 şeklinde elde edilmiştir.

$$\sigma = -0.1165 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right) + 0.0733 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right)^2 + 1.7479 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right)^3 - 1.1811 \left(\frac{r-r_i}{r_o-r_i} \right)^4 \quad (38)$$

Kanatçık profili Şekil 4te görülmektedir. Görüldüğü üzere kanadın büküm açısının değişimi daha çok giriş bölgesinin biraz ilerisinde olmaktadır. Bu durumda enerji üretiminin çoğunluğu kanatçığın ön-orta bölgesinde gerçekleşecektir. Bu tür kanatçıklara önden yüklemeli kanatçık denmektedir. Literatürdeki veriler kaviteasyonun kanatçıkların yüklenme bölgesinde başladığını ve geliştiğini göstermektedir [39]. Kurulu tesislerdeki Francis türbinlerinin boyutları incelenmiş, bu çalışmada tasarlanan türbin çarkının dış çapı 2,5 m ve iç çapı 2 m olarak seçilmiştir. Ayrıca, kanatçıkların eksenel boyutu 8 cm olarak belirlenmiştir. Nümerik analiz başlangıcında incelenen parametreler geniş bir aralıkta tutulmuş ve debi 5-35 m³/s aralığında, çark hızı 5-75 rad/s aralığında, kanatçık giriş açısı 80-120° aralığında, kanatçık çıkış açısı 5-40° aralığında değiştirilmiştir. Daha sonra, sistemin bir pompa gibi çalışmasından kaçınıldığı için negatif güç değerlerine karşılık gelen şartlar elenmiştir. Buna ilave olarak, verimin %90 ın altında kaldığı çalışma şartları da filtrelenmiştir. 100-200 m aralığında bir seviyede düşü değerine sahip olan kaynağa göre tasarlanan türbinin 10 m³/s debi civarında çalışması planlanmıştır. Sistemin titreşim problemi ve ömrü göz önünde bulundurularak türbin çarkının yavaş dönmesi gerektiği öngörülmüş ve çark hızı 30 rad/s olarak referans alınmıştır. Bu durumda en uygun kanatçık çıkış açısı 20° olarak belirlenmiştir. Geriye kalan veriler değerlendirildiğinde, kanatçık giriş açısının 110-120° aralığında değiştiği tespit edilmiştir. Ancak, yukarıda açıklanan interaktif değişkenler ile birlikte kanatçık görünümü ve ivmelenme eğilimleri dikkate alındığında en uygun kanatçık giriş açısının 115° olduğu tespit edilmiştir. Aşağıdaki paragraflarda tasarlanan türbinin tasarım değerlerinin yakın civarındaki çalışma şartlarında performans değişimleri tartışılmıştır.



Şekil 4. Kanatçık profili (Blade profile)

Şekil 5'te güç, düşü ve verimin çark hızı ile değişimi verilmektedir. Şekilde kullanılan veriler 8, 10 ve 12 m³/s debiler için elde edilmiştir. Hız artarken düşü ivmeli artış göstermektedir. Güç ve verim artan-

azalan fonksiyon özelliği göstermektedir. Bu değişimler beklentiler ile uyumludur.

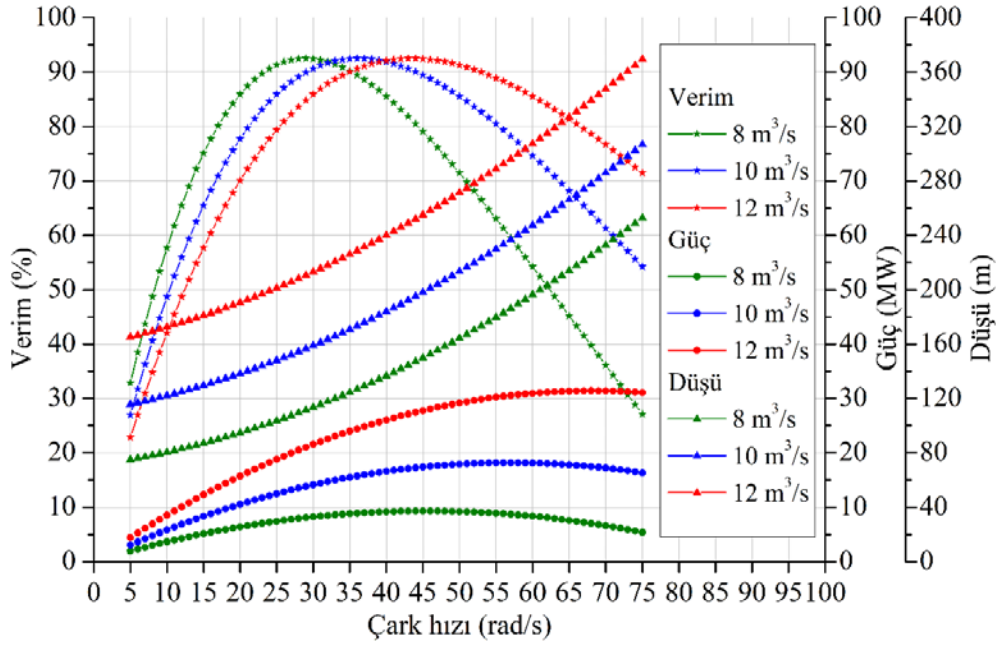
Azami verim 29 rad/s hızda, 8 m³/s debide %92,5 olarak ortaya çıkmaktadır. Azami verime karşılık gelen güç 8082 kW ve düşü 111 m olarak belirlenmiştir. Azami güç 12 m³/s debide ve 68 rad/s hızda 31394 kW olarak belirlenmiştir. Azami güce karşılık gelen verim %78 civarındadır. Bu çalışmada tasarlanan türbin çarkının 100-200 m düşü aralığında çalışması planlandığından debinin 8 m³/s olması en uygun görülmektedir. Debi 8 m³/s iken azami güç 45 rad/s çark hızında 9301 kW olarak ortaya çıkmıştır. Hidro-elektrik tesislerinde kullanılan jeneratörlerin hızı çok sınırlı bir aralıkta değişim göstermektedir. Su türbinlerinin performansı hem debiye hem de hıza göre değiştiği için türbinleri farklı hız ve debilerde çalıştırarak, en iyi performansı elde etmek gerekmektedir. Bu durum türbinle jeneratör arasında bir reduksiyon mekanizmasının konulmasını zorunlu kılar.

Şekil 6'da ölçüleri yukarıda verilen kanatçıklarla donatılmış bir çarkın güç, verim ve düşü değerlerinin debi ile değişimi görülmektedir. Debi 8 m³/s iken; azami verimin ortaya çıktığı çark hızı, azami gücün ortaya çıktığı çark hızı ve bu iki maksimumun arasında kalan çark hızı değerlerine göre veriler elde edilmiştir. Şekilden görüldüğü üzere verimin debi ile değişimi bir artan-azalan fonksiyon özelliği göstermektedir. Çark hızı artarken azami verimin ortaya çıktığı debi değerleri artış göstermektedir. Çark hızı 29, 37 ve 45 rad/s değerlerini alırken verimin azami değeri 8, 10 ve 12 m³/s debilere karşılık gelmekte ve sırası ile %92,5, %92,4 ve %92,3 olarak ortaya çıkmaktadır. Çark hızı 29 rad/s iken, debi 5 m³/s ile 15 m³/s aralığında kaldığı sürece verim %75 in altına düşmemektedir. Şekilden görüldüğü üzere, çark hızı artarken düşünün değişim profilinin açıyla neredeyse hiç değişmediği görülmektedir. Çark hızı 29 rad/s iken ve debi 5-15 m³/s aralığında değişirken düşünün 308 m ye kadar yükseldiği görülmektedir. Düşünün bu kadar hızlı artışı bu çarkların sadece sabit debilerde çalıştırılabileceğini göstermektedir. Şekilden görüldüğü üzere güç eğrileri ivmeli artış sergilemektedir. Bununla birlikte, debi artarken gücün belirli bir yerde düşüşe geçmesi kaçınılmazdır. Şekilde görüldüğü üzere, verimdeki artış güç eğrilerine yansımaktadır. Debi 13 m³/s nin üzerinde ise, yüksek verimde yüksek güç, düşük verimde düşük güç elde edilmektedir ancak, düşük debilerde tersi olmaktadır. Bu durum seçilen kanatçık çıkış açısına bağlı olarak değişkenlik göstermektedir.

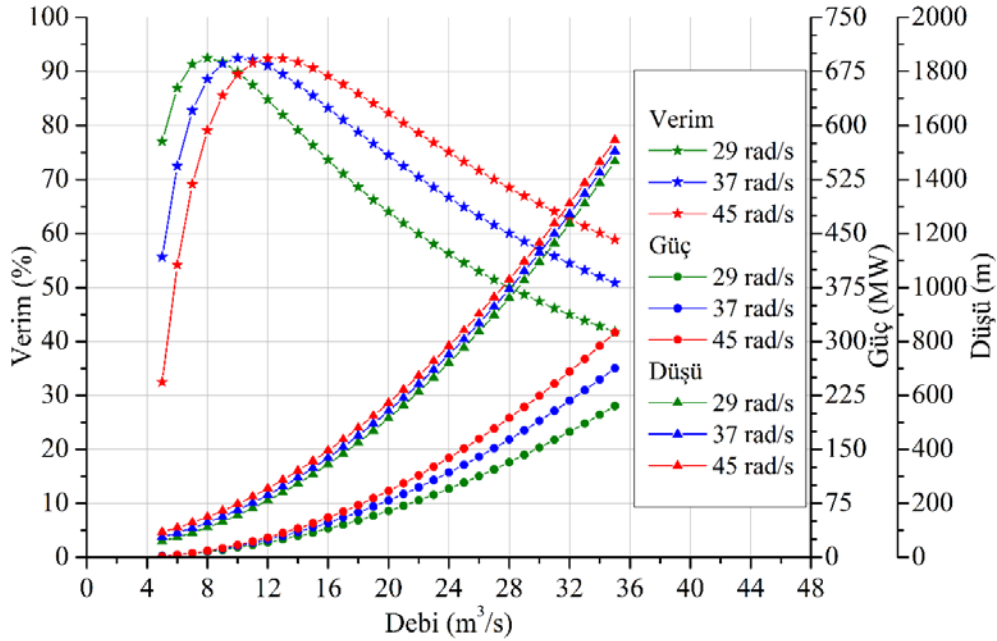
Şekil 7'de güç, moment, verim, düşü ve çıkış hızının kanatçık çıkış açısı ile değişimi verilmektedir. Şekilden görüldüğü üzere, verim bir artan-azalan fonksiyon iken, çıkış hızı azalan-artan fonksiyon özelliği göstermektedir. Verimin ve çıkış hızının bu şekilde değişmesi beklentilere uygundur. Azami verimin 18° çıkış açısında %93,16 civarında olduğu görülmektedir. Kanatçık çıkış açısı 14°-22° aralığında değişirken verim %90 ın üzerinde kalmaktadır. Güç, moment ve düşü kanatçık çıkış açısı ile sürekli azalan asimptotik fonksiyon özelliği göstermektedir. Kanatçık çıkış açısının çok küçük olduğu hallerde moment, güç ve düşünün çok yüksek olmasının sebebi çıkış hızının hem skalar değerinin yüksek olması hem de teğet bileşenin büyük olmasıdır.

Şekil 8'de verim ve gücün kanatçık giriş ve çıkış açıları ile değişimi görülmektedir. Veriler 8 m³/s debi ve 29 rad/s çark hızı için elde edilmiştir. Verim ve güç eğrileri 85°, 100° ve 115° giriş açıları için karşılaştırılmıştır.

En düşük verim 85° giriş açısında ve en yüksek verim 115° giriş açısında ortaya çıkmaktadır. Daha yüksek giriş açısı kullanıldığında verimde artış gözlenmekle birlikte kanatçığın profil çizgisi dalgalanma gösterdiği için daha yüksek giriş açısı olan kanatçıkların verim eğrileri şekilde gösterilmemiştir. Şekilden görüldüğü üzere, belirli bir çark hızı ve debi için maksimum verim aynı çıkış açısında



Şekil 5. Güç, düşü ve verimin çark hızı ve debi ile değişimi (115° giriş açısı ve 20° çıkış açısı)
(The variation of power, head and efficiency with flow rate and runner speed)

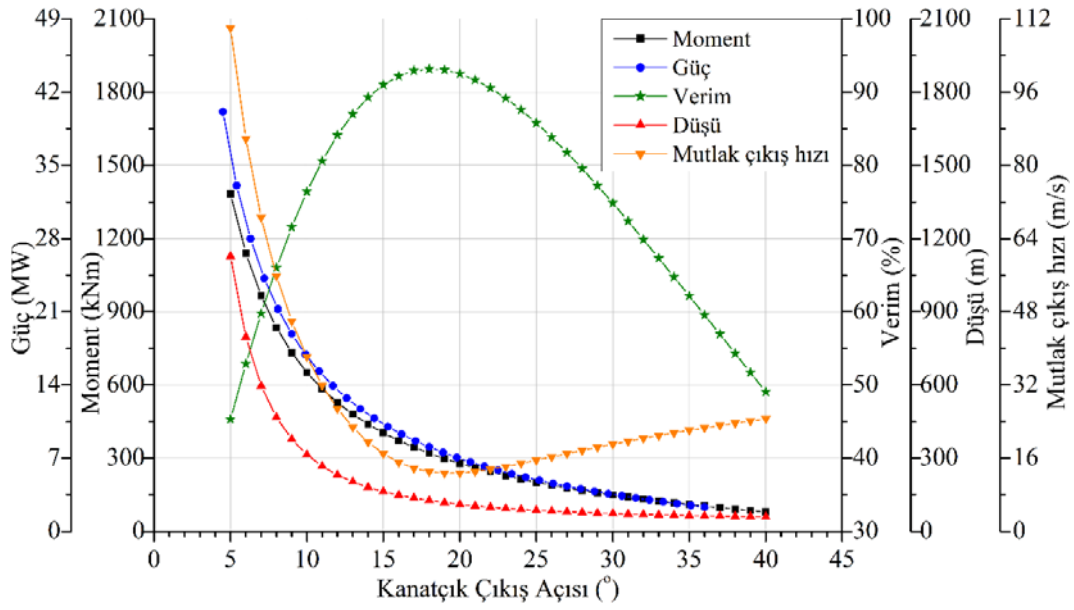


Şekil 6. Güç, düşü ve verimin debi ve çark hızı ile değişimi (115° giriş açısı ve 20° çıkış açısı)
(The variation of power, head and efficiency with runner speed and flow rate)

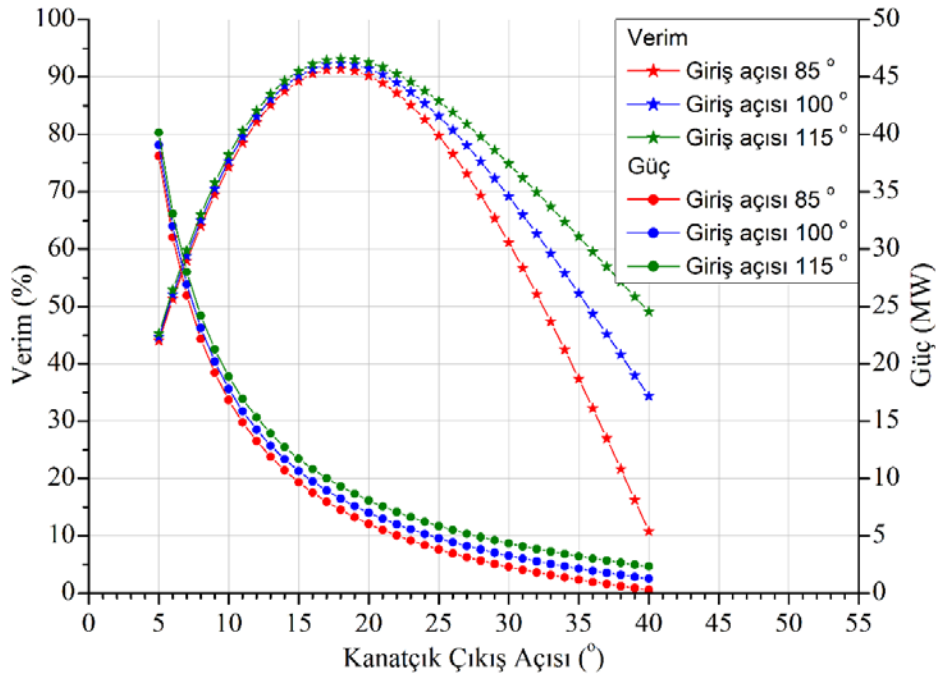
ortaya çıkmakta olup, 18° olarak belirlenmiştir. Sırası ile 85°, 100° ve 115° giriş açılarına karşılık gelen verimler %91,3, %92,3 ve %93,1 olarak belirlenmiştir. Maksimum verime karşılık gelen güçler sırası ile 7256 kW, 8230 kW ve 9301 kW olarak ortaya çıkmıştır. Yüksek çıkış açılarında verim ve gücün düşük olmasının sebebi çarktan çıkan suyun kinetik enerjisinin yüksek olmasıdır.

Şekil 9'da maksimum moment, maksimum güç, maksimum verim, maksimum güçteki çark hızı ve maksimum verimdeki çark hızının

debi ile ilişkisi görülmektedir. Debi 1 m³/s olduğunda türbinin çalışmasında bir düzensizlik gözlenmekte olup, verim aniden bir düşüş sergilemektedir. Debi 2 m³/s ve daha yüksek olduğunda maksimum verim %92,45 civarında sabit kalmaktadır. Maksimum verime ve maksimum güce karşılık gelen çark hızları debi ile lineer artış göstermektedir. Maksimum güç ve maksimum moment debi ile ivmeli artış sergilemektedir. Bu durumun hız artışından kaynaklandığı anlaşılmaktadır. Şekil 10'da merkez açı ara değerleri $\sigma_a = \sigma_{max}/6$, $\sigma_a = \sigma_{max}/5$, $\sigma_a = \sigma_{max}/4$, $\sigma_a = \sigma_{max}/3$, $\sigma_a = \sigma_{max}/2$ seçilerek elde edilmiş



Şekil 7. Güç, moment, verim, düşü ve çıkış hızının kanatçık çıkış açısı ile değişimi ($8 \text{ m}^3/\text{s}$ debi, 29 rad/s çark hızı ve 115° giriş açısı)
(The variation of power, moment, efficiency, head and exit velocity with blade outlet angle)

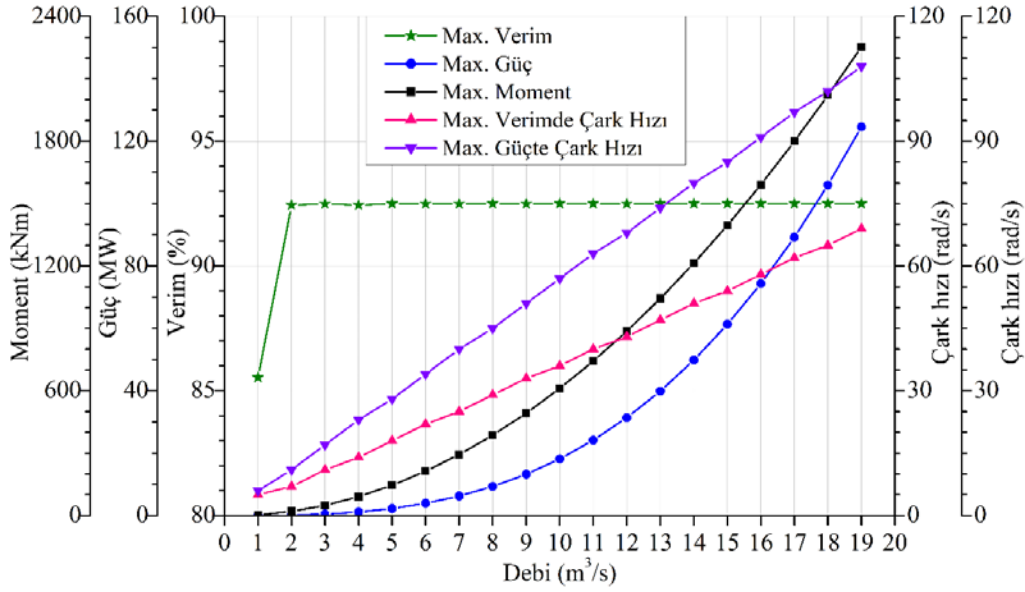


Şekil 8. Verim ve gücün kanatçık giriş ve çıkış açıları ile değişimi ($8 \text{ m}^3/\text{s}$ debi, 29 rad/s çark hızı ve 20° çıkış açısı)
(The variation of efficiency and power with blade inlet and outlet angles)

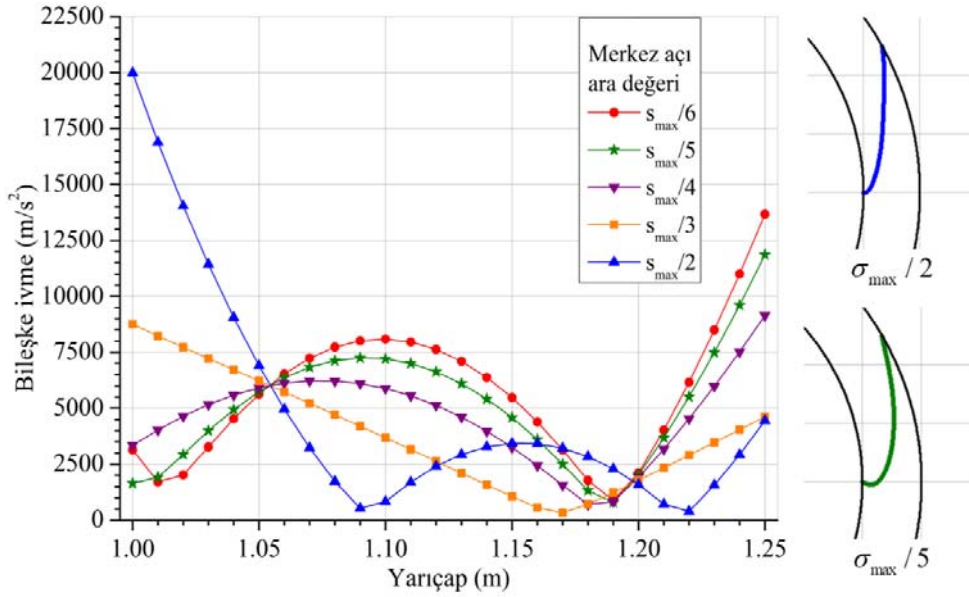
bileşke ivme dağılımları görülmektedir. İncelenen σ_a ların hepsinde kanatçık giriş açısı 115° olarak, $r_a=(r_i+r_o)/2$ olarak seçilmiştir. Şekil 10 da görüldüğü üzere $\sigma_a=\sigma_{max}/2$ olduğunda kanatçığın giriş bölgesinde keskin bir büküm oluşmakta ve kanatçığın başlangıcında oldukça büyük bir merkezci ivme oluşmaktadır. Bu Kanada dik ivme bileşke ivmenin dominant bileşenidir. Su türbinlerinde ivmenin büyük olduğu yerlerde aşınma (kavitasyon) çok olmaktadır. Bu sebeple $\sigma_a=\sigma_{max}/2$ ile elde edilen kanatçık profili uygun görülmemektedir. Şekil incelendiğinde $\sigma_a=\sigma_{max}/5$ için elde edilen ivme eğrisinin diğerlerine göre daha uygun olduğu anlaşılmaktadır. Çünkü bu

durumda azami ivme kanatçığın ortaya yakın ön bölgesinde oluşmakta ve enerji dönüşümünün büyük bir kısmı da kanatçığın bu bölgesinde oluşmaktadır. Bu türlü kanatçıklara önden yüklemeli kanatçıklar adı verilmektedir [40]. Bu tür kanatçıkların bazı çark türlerinde verim yönünden avantajlı olduğu belirtilmekte ve bu analizde incelenen çarkta da bu durum görülmektedir.

Şekil 11'de $\sigma_a=\sigma_{max}/5$ için üç farklı giriş açısında elde edilen bileşke ivme dağılımları görülmektedir. Düşük giriş açılarında kanatçığın ön bölgesinde kısmen ivme yüksek olmaktadır. Giriş açısı 115° olan



Şekil 9. Maksimum moment, maksimum güç, maksimum verim, maksimum verimdeki çark hızı ve maksimum güçteki çark hızının debi ile değişimi (115° giriş açısı ve 20° çıkış açısı)
(The variation of the maximum moment, maximum power, maximum efficiency, runner speed at maximum power and runner speed at maximum efficiency with flow rate)



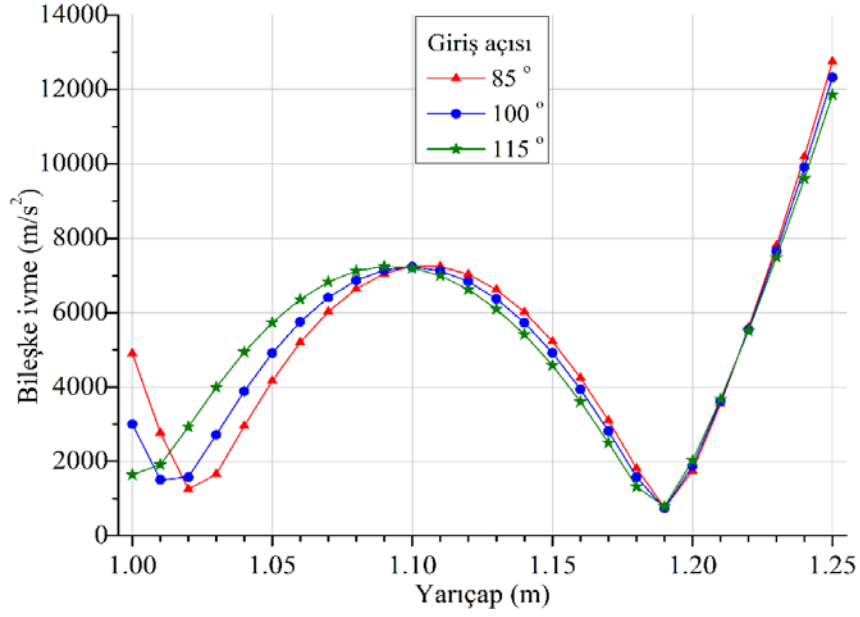
Şekil 10. Merkez açının ara değerine göre kanatçıklar üzerinde bileşke ivmenin değişimi (8 m³/s debi, 29 rad/s çark hızı, 115° giriş açısı ve 20° çıkış açısı)
(The variation of the resultant acceleration on the blades with respect to the intermediate value of the central angle)

kanatçık profili için elde edilen ivme dağılımı incelendiğinde, hem çalışma kararlılığı hem de verim açısından avantajlı olduğu anlaşılmaktadır. Kanatçığın belirli bir noktasından sonra çark hızının etkisiyle ivmede artış gözlenmektedir.

4. Semboller (Nomenclature)

\vec{a} : İvme vektörü (m/s^2)
 a_θ : Teğetsel ivme (m/s^2)
 C_1, C_2, C_3, C_4, C_5 : Polinom sabitleri

D : Suyun yoğunluğu (kg/m^3)
 dM : Momentin diferansiyeli (Nm)
 dm : Kütle diferansiyeli (kg)
 dr : Yarıçapın diferansiyeli
 g : Yer çekimi ivmesi (m/s^2)
 H : Sistem düşüsü (m)
 M : Türbin momenti (Nm)
 \dot{m} : Akışkanın kütleli debisi (kg/s)
 P : Türbin gücü (W)
 Q : Akışkanın hacimsel debisi (m^3/s)



Şekil 11. Giriş açısına göre kanatçıklar üzerindeki bileşke ivmenin değişimi
($\sigma_a = \sigma_{max}/5$, $8 \text{ m}^3/\text{s}$ debi, 29 rad/s çark hızı ve 20° çıkış açısı)
(The variation of the resultant acceleration on blades with respect to the inlet angle)

\vec{r}	: Yer vektörü (m)
\dot{r}	: Yarıçapın zamana göre türevi (radyal hız) (m/s)
\ddot{r}	: Yarıçapın zamana göre ikinci türevi (radyal ivme) (m/s^2)
r	: Yer vektörünün skalar değeri (m)
r_a	: r nin bir ara değeri (m)
r_i	: Çark iç yarıçapı (m)
r_o	: Çark dış yarıçapı (m)
\vec{v}	: Hız vektörü (m/s)
V_o	: Suyun çarktan çıkış bileşke hızı (m/s)
V_i^θ	: Suyun giriş hızının teğet bileşeni (m/s)
V_o^θ	: Suyun çıkış hızının teğet bileşeni (m/s)
β	: Çarkın dönme miktarı (rad)
$\dot{\beta}$: Çarkın dönme hızı (rad/s)
$\ddot{\beta}$: Çarkın açısal ivmesi (rad/s ²)
η	: Enerji dönüşüm verimi (%)
φ	: Kanatçığın eğim açısı (rad)
φ_i	: Kanatçığın girişteki eğim açısı (rad)
φ_o	: Kanatçığın çıkıştaki eğim açısı (rad)
ρ	: Kısaltma amacıyla kullanılan bir sembol, Eş. (2)
ρ_a	: ρ nun r_a ya karşılık gelen değeri
σ	: Kanatçığın merkez açısı (rad), Şekil 3.
$\dot{\sigma}$: Partikülün rölatif açısal hızı (rad/s)
$\ddot{\sigma}$: Partikülün rölatif açısal ivmesi (rad/s ²)
σ_a	: σ nun r_a ya karşılık gelen değeri (rad)
σ_{max}	: Kanatçık maksimum merkez açısı (rad)
θ	: Partikülün açısal pozisyonu (rad), Şekil 3.
$\dot{\theta}$: Partikülün açısal hızı (rad/s)
$\ddot{\theta}$: Partikülün açısal ivmesi (rad/s ²)

5. Sonuçlar (Conclusion)

Bu çalışmada, içten dışa radyal akışlı bir su türbini çarkının çalışması ve tasarımı üzerine bir analiz geliştirilmiş ve geliştirilen analiz kullanılarak örnek bir su çarkının tasarımı yapılmıştır. Türbin çarkının performansının tasarım değerleri civarındaki değişimi incelendiğinde aşağıdaki sonuçlar elde edilmiştir.

- Çark hızı $29\text{-}45 \text{ rad/s}$ aralığında ve debi $8\text{-}12 \text{ m}^3/\text{s}$ aralığında değişirken, verim %92 civarında sabit kalmaktadır.
- Azami verimin tasarım değerlerinden uzaklaşıldığında hızla düştüğü belirlenmiştir.
- Debi $8 \text{ m}^3/\text{s}$, çark hızı 29 rad/s ve kanatçık giriş açısı 115° iken, azami verim 18° çıkış açısında %93,16 olarak hesaplanmaktadır.
- Verimin debi ve hız ile değişiminin artan-azalan fonksiyon davranışı sergilediği tespit edilmiştir.
- Moment ve gücün maksimum değerlerinin debi ile değişiminin ivmeli artış gösterdiği belirlenmiştir.
- Kanatçık giriş açısı arttıkça verimin sürekli arttığı ancak, kanatçık profilinin aldığı dalgalı geometrinin bu artışı sınırladığı belirlenmiştir.
- Kanatçık çıkış açısının küçük olduğu hallerde moment ve gücün oldukça yüksek olduğu tespit edilmiştir.
- Verim ve gücün maksimumlarına karşılık gelen çark hızlarının debi ile lineer olarak arttığı belirlenmiştir.
- Kanatçık profilinin ivme ve dolayısıyla çarkın performansı üzerinde etkili olduğu tespit edilmiştir.

Kaynaklar (References)

1. Abdollahi S., Madadi M., Ghorbanzadeh S., Ostad-Ali-Askari K., Singh V.P., Eslamian S., Study of energy types: fossil, nuclear and renewable energies and their evaluation in terms of environmental pollution and economically, American Journal of Engineering and Applied Sciences, 12 (3), 342-351, 2019.
2. Evans A., Strezov V., Evans T.J., Assessment of sustainability indicators for renewable energy technologies, Renewable and Sustainable Energy Rev., 13 (5), 1082-1088, 2009.
3. Healy N., Stephens J.C., Malin S.A., Embodied energy injustices: unveiling and politicizing the transboundary harms of fossil fuel extractivism and fossil fuel supply chains, Energy Res. Social Sci., 48, 219-234, 2019.
4. Kavaz I., Nuclear Energy in The World and Turkey, International Conference on Eurasian Economies, Istanbul/Turkey, 286-294, 2021.
5. Ağbulut Ü., Ceylan İ., Gürel A.E., Ergün A., The history of greenhouse gas emissions and relation with the nuclear energy policy for Turkey, International Journal of Ambient Energy, 1-9, 2019.

6. Yanıktepe B., Parlak T.K., Kara O., Enerji tüketimi ve ekonomik büyüme ilişkisi: Türkiye, Osmanlı Korkut Ata Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 4 (3), 452-465, 2021.
7. Daş M., Balpetek N., Akpınar E.K., Akpınar S., Investigation of wind energy potential of different provinces found in Turkey and establishment of predictive model using support vector machine regression with the obtained results, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 34 (4), 2203-2213, 2019.
8. Wasti A., Ray P., Wi S., Folch C., Ubierna M., Karki P., Climate change and the hydropower sector: a global review, WIREs Clim Change, e757, 1-29, 2022.
9. Karagöl E.T., ve Kavaz I., Dünyada ve Türkiye’de yenilenebilir enerji, Siyaset Ekonomi ve Toplum Araştırmaları Vakfı, 197, 2017.
10. Miranda A., Aesthetic Tradition and Ancient Technology: a Case Study of the Water-wheel, Design and Nature II. Comparing Design and Nature with Science and Engineering, editors by Collins M.W., Brebbia C.A., WIT Press, Southampton, 2004.
11. Liu X., Luo Y., Karney B.W., Wang W., A selected literature review of efficiency improvements in hydraulic turbines, Renew. Sustain. Energy Rev., 51, 18-28, 2015.
12. Tiwari G., Kumar J., Prasad V., Patel V.K., Utility of CFD in the design and performance analysis of hydraulic turbines - a review, Energy Rep., 6, 2410-2429, 2020.
13. Lewis B.J., Cimbala J.M., Wouden A.M., Major historical developments in the design of water wheels and Francis hydroturbines, IOP Conf. Ser.: Earth Environ. Sci., 22, 012020, 2014.
14. White F.M., Fluid Mechanics, 7th edition, McGraw-Hill Press, New York, 2009.
15. Arispe T.M., Oliveira W., Ramirez R.G., Francis turbine draft tube parameterization and analysis of performance characteristics using CFD techniques, Renew. Energy, 127, 114-124, 2018.
16. Aponte R.D., Teran L.A., Grande J.F., Coronado J.J., Ladino J.A., Larrahondo F.J., Rodriguez S.A., Minimizing erosive wear through a CFD multi-objective optimization methodology for different operating points of a Francis turbine, Renew. Energy, 145, 2217-2232, 2020.
17. Sangal S., Singhal M.K., Saini R.P., Hydro-abrasive erosion in hydro turbines: a review, Int. J. Green Energy, 15, 232-253, 2018.
18. Iliev I., Tengs E.O., Trivedi C., Dahlhaug O.G., Optimization of Francis turbines for variable speed operation using surrogate modeling approach, J. Fluids Eng., 142 (10), 101214, 2020.
19. Goswami D.Y., and Kreith F., Energy Conversion, 2nd edition, CRC Press, Florida, 2017.
20. Trivedi C., Gandhi B., Michel C.J., Effect of transients on Francis turbine runner life: a review, J. Hydraul. Res., 51, 121-132, 2013.
21. Celebioglu K., Altintas B., Aradag S.S., Numerical research of cavitation on Francis turbine runners, Int. J. Hydrogen Energy, 42, 17771-17781, 2017.
22. Celebioglu K., and Kaplan A., Development and implementation of a methodology for reverse engineering design of Francis turbine runners, Pamukkale University Journal of Engineering Sciences, 430-439, 2019.
23. Ayli E., Kavurmaci B., Celebioglu K., Aradag S., Design and construction of an experimental test rig for hydraulic turbines, ASME 12th Biennial Conference on Engineering Systems Design and Analysis, Copenhagen, 2014.
24. Aradag S., Akin H., Celebioglu K., CFD based design of a 4.3MW Francis turbine for improved performance at design and off-design conditions, J. Mech. Sci. Technol., 31, 5041-5049, 2017.
25. Ayli E., Celebioglu K., Aradag S., Determination and generalization of the effects of design parameters on Francis turbine runner performance, Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics, 10 (1), 545-564, 2016.
26. Ayancik F., Celebioglu K., Aradag S., Parametrical and theoretical design of a Francis turbine runner with the help of computational fluid dynamics, International Conference on Heat Transfer, Fluid Mechanics and Thermodynamics, Orlando/United States, 775-80, 2014.
27. Bahrami S., Tribes C., Fellenberg S.V., Vu T.C., Guibault F., Multi-fidelity design optimization of Francis turbine runner blades, 27th IAHR Symposium Hydraulic Machinery and Systems, 10, 2014.
28. Li D., Zuo Z., Wang H., Liu S., Wei X., Qin D., Review of positive slopes on pump performance characteristics of pump-turbines, Renew. Sustain. Energy Rev., 112, 901-916, 2019.
29. Koçak E., Karaaslan S., Yucel N., Arundas F., A numerical case study Bovet approach to design a Francis turbine runner, Energy Procedia, 111, 885-894, 2017.
30. Bovet T., Contribution to the study of Francis turbine runner design, ASME Winter Annual Meeting, 61-WA-155, 1961.
31. Trivedi C., Agnalt E., Dahlhaug O.G., Experimental study of a Francis turbine under variable-speed and discharge conditions, Renew. Energy, 119, 447-458, 2018.
32. Shrestha U., Chen Z., Choi Y.D., Study on the effect of the runner design parameters on 50 MW Francis hydro turbine model performance, IOP Conf. Series: Journal of Physics: Conf. Series, 1042, 2018.
33. Xia L.S., Zhang C.Z., Li H., Influences of runner blade shape on the transient behaviours of pump-turbines in load rejection, J. Hydraul. Res., 59 (3), 462-476, 2021.
34. Barbaros E., Aydin I., Celebioglu K., Feasibility of pumped storage hydropower with existing pricing policy in Turkey, Renewable and Sustainable Energy Reviews, 136, 110449, 2021.
35. Kocaman A.S., Optimization of hybrid energy systems with pumped hydro storage- A case study for Turkey, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 34 (1), 53-67, 2019.
36. Schobeiri M.T., Gas Turbine Design, Components and System Design Integration, Springer Publishing, 2018.
37. Hibbeler R.C., Engineering Mechanics - Statics and Dynamics (14th ed.), Pearson Prentice Hall Inc., 2016.
38. Karabulut H., Dinamik Ders Notu. Gazi Üniversitesi Teknoloji Fakültesi, Ankara, 2020.
39. Celebioglu K., Altintas B., Aradag S., Tascioglu, Y., Numerical research of cavitation on Francis turbine runners, Int. J. Hydrogen Energy, 42 (28), 17771-17781, 2017.
40. Chen Z., Singh P.M., Choi Y.D., The effect of runner blade loading on the performance and internal flow of a Francis hydro turbine model, J. Mech. Sci. Technol., 30 (4), 1617-1623, 2016.

