

## Öğrencilerin Kesirler Konusundaki Kavram Yanılgıları ve Bu Yanılgıların Kesir Problemleri Çözümlerine Etkisi

### Students' Misconceptions of Fractions and its Effect on Solving Fractions Problems

A.Çağrı Biber<sup>1</sup>

Abdulkadir Tuna<sup>2</sup>

Osman Aktaş<sup>3</sup>

**Özet:** Bu çalışmanın amacı; ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında sahip oldukları kavram yanılgılarını belirlemek ve bu yanılgıların kesir problemlerinde öğrencilerin çözümlerine etkisini araştırmaktır. Bu amaçla gerçekleştirilen çalışmanın örneklemini, Türkiye'nin kuzeyinde yer alan bir ilin merkezindeki bir ortaokulun 2012-2013 eğitim- öğretim yılında beşinci sınıfta okuyan 30 öğrencisi oluşturmaktadır. Veri toplama aracı olarak 8 tane açık uçlu soru kullanılmıştır. Elde edilen veriler içerik analizi yöntemine göre kodlamalar ve frekans tabloları yardımıyla analiz edilmiştir. Araştırmanın sonucunda öğrencilerin çoğunluğunun (22 öğrenci) kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında kavram yanılgılarına sahip olduğu, buna karşılık kesir problemlerinde yanlış çözüm elde eden öğrencilerin daha az olduğu (7. Soruda 9 öğrenci, 8. Soruda 6 öğrenci) görülmüştür. Kesir problemlerindeki başarının, öğrencilerin bu tür problemlerin çözümünde kullandıkları modellemelerden kaynaklandığı tespit edilmiştir.

**Anahtar sözcükler:** Matematik eğitimi, kesirler, kavram yanılgısı

**Abstract:** The purpose of this study is to determine the misconceptions of the 5th class primary school students regarding the ranking, summation-subtraction and multiplication of the fractions; and to investigate the effect of these misconceptions to the solutions of the fraction problems for the students. For this objective, the sample of this study is composed of 30 students who are being educated in 5th class of a secondary school in 2012-2013 teaching year in a province which takes place in the north part of Turkey. As a data compiling tool, 8 open-ended questions were used. The obtained data were analysed by the way of coding according to the content analysis methodology and frequency tables. As the result of the study, it was observed that the majority of the students (22 students) have misconception regarding the ranking, summation-subtraction and multiplication of the fractions; on the other hand it was observed that the students are less in amount (9 students in 7th question, 6 students in 8th question) who obtained false results in fraction problems. It was observed that the success of the fraction problems derive from the modellings which students use in the solution of these kind of questions.

**Keywords:** Mathematics education, fractions, misconception

## GİRİŞ

Matematik eğitiminde son zamanlarda yapılan araştırmalarda; öğrencilerin herhangi bir kavram yanılgısı oluşturmalarını engelleyecek bir yolla öğretim yapmanın imkânsız olduğu ve öğrencilerin doğru olmayan bazı genellemeler yaptığı ve öğretmenler bunları açığa çıkarmak için çaba harcamadıkça bunların gizli kalacağı belirtilmiştir. Bu yüzden kavram yanılgılarını tartışan ve açığa çıkaran öğrenme stilleri kullanarak kavram yanılgıları sınırlandırılabilir (Moss & Case, 1999). Öğrenme sürecinde kesir kavramının oluşumu ve geliştirilmesi uzun zaman alır. Kesir kavramının anlaşılmasına eşit paylaşım problemi ile başlamak, çeşitli modeller kullanarak öğrenci odaklı etkinliklerle kavramı geliştirmek uygun olur. Öğrencilerin değişik durumlarda bir kesri anlayabilmeleri, yani kesrin değişik anlatımlarını kavrayabilmeleri için değişik problem durumlarıyla karşılaşmaları; kişisel deneyim kazanmaları etkili ve yararlı olur (Ersoy ve Ardahan, 2003). Öğretmenlere ve öğrencilere zor gelen matematik konularından birisi şüphesiz kesirlerdir. Özellikle de kesirlerde işlemlerdir. Öğrenciler kesirlerde işlem yapmayı her yıl rutin bir şekilde öğrenirler ancak daha sonra bu işlemlerin nasıl yapıldıklarını unuturlar. Bu unutmanın nedeni, kesirlerin anlamları

<sup>1</sup> Yrd. Doç. Dr. Kastamonu Üniversitesi, acbiber@kastamonu.edu.tr

<sup>2</sup> Yrd. Doç. Dr. Kastamonu Üniversitesi, atuna@kastamonu.edu.tr

<sup>3</sup> Öğretmen, Milli Eğitim Bakanlığı, oaktas@gmail.com

yerine formülleri ve algoritmayı ezberlemeleri bir diğeri de kesirlerin pay ve paydalarını farklı iki tam sayı olarak algılamalarıdır (Şiap & Duru, 2004). Bazen üniversite öğrencilerinin ev ödevlerinde veya sınav kâğıtlarında bile  $(a/b)+(a/c)=(a/b+c)$  ya da  $(a/b)+(c/d)=(a+c/b+d)$  şeklinde hata ve yanlışlara rastlanmaktadır (Wu, 1999).

Kesir kavramının günlük yaşam ile ilişkilendirilmesinde, bir kesrin belli bir kadarının ve belli bir kadarı bilinen çokluğun bütünü hesaplanması kesir sayılarıyla ilgili problemlerde önemli bir yer tutar. Ayrıca hazırlanan problem cümlelerinin günlük yaşama uygun yazılması ve mümkün olduğu kadar somutlaştırılması gereklidir. Böylelikle öğrenci zihninde soyut olan kesirler günlük hayatla ilişkilendirildiğinde, yaşamın bir parçası, bir gereksinimi olarak ortaya çıkar ve kesirler konusunun kavranılmasını kolaylaştırır (Kocaoğlu, 2010). Öğrencilerin kesirlerle ilgili sorun yaşamalarının temelinde büyük ölçüde formülleri ve algoritmaları ezberleme çabaları yatmaktadır (Hanson, 1995). Kocaoğlu (2010)'na göre doğal sayılarla ilgili işlemlerin ve problemlerin çözümünde modellerden yararlanıldığı kadar kesirlerle ilgili işlemlerin çözümünde de modellerden ve şekillerden yararlanılmalıdır. Soruya ilişkin çizilmiş şekiller ve kullanılan modeller, soruyu somutlaştırıp, anlamayı kolaylaştırarak doğru çözümün yapılmasına kolaylık sağlar.

Davis, Hunting ve Pearn (1993), Vergnaud (1993) ve Kieren (1988) rasyonel ve kesirli sayıların özelliklerini sergileyen şemaların kullanılmasını önerirler ve rasyonel sayılar bilgisinin oluşmasında parçalara ayırma şemalarının kullanılmasının çok önemli olduğunu vurgularlar. Henüz somut işlemler döneminde olan ilköğretim birinci kademe öğrencileri için kesirlere girişte bir takım modellerin kullanılması, kesirleri somut hale getirdiğinden dolayı kesir kavramının daha kolay öğrenilmesine ve öğrencilerin kesirlerle ilgili işlemleri daha kolay yapmalarına olanak sağlamaktadır. Önceki yıllarda 5+3+3 sisteminde kesirler konusu sınıf öğretmenlerince anlatılmaktaydı, 2012/2013 eğitim öğretim yılından itibaren uygulamaya konulan 4+4+4 eğitim sisteminde kesirler konusu branş öğretmenlerince öğrencilere aktarılmaya başlanmıştır. Dolayısıyla kesirler konusunu öğrencilere bu yıl anlatmaya başlayan branş öğretmenleri öğrencilerin kesirler konusundaki öğrenme güçlüklerinin neler olduğu ve bunları giderme yolları konusunda çok fazla fikir sahibi olmadıkları görülmüştür. Anlamlı öğrenmeyi sağlamak için öğretmenlerin matematik öğretiminde öğrencilerin öğrenme güçlüklerinin farkında olma ihtiyaçları vardır (Yetkin,2003). Bu nedenle kesirlerin öğretiminde daha etkili yapılabilmesi için bu çalışma öğrencilerin kesirler konusunda sahip oldukları öğrenme güçlüklerini ve kavram yanlışlarını tespit ederek öğrencilerin modelleme becerilerinin kesir problemlerini çözmelerindeki etkiyi araştırmak amacıyla yapılmıştır. Öğretmenlerin öğrencilerin kesirler konusunda oluşturdukları öğrenme güçlüklerini ve kavram yanlışlarını dikkate alarak kesirler konusunu ele almaları yerinde olacaktır.

## YÖNTEM

### 2.1. Araştırmanın Modeli

Araştırmada var olan bir durumu ortaya çıkarmak için tarama modeli kullanılmıştır. Tarama modeli geçmişte ya da o anda var olan bir durumu var olduğu şekliyle betimleyen araştırma yaklaşımıdır.

### 2.2. Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada, kesirlerle ilgili sıralama, toplama-çıkarma, çarpma ve kesirlerde problemler konularında öğrenmelerini incelemek amacıyla 8 tane açık uçlu soru kullanılmıştır. Sorular hem literatür, hem de iki matematik eğitimcisi desteğiyle hazırlanmıştır. Hazırlanan veri toplama aracında

bulunan problemlerin ölçme amacına uygun olup olmadığı, ölçülmek istenen alanı temsil edip etmediği “uzman görüşüne” göre saptanır (Karasar, 1995). Bunun için önce bir grup uzman tarafından ölçme amaçları ve bu amaçların gerektirdiği içerik çözümlenmeleri yapılarak hazırlanmış problemlerin bu amaçları ve içeriği temsil edip edemeyeceği tartışılmıştır.

### 2.3. Çalışma Grubu

Yapılan hataların işlem hatasından mı, yoksa kavramsal yanılgıdan mı kaynaklanıp kaynaklanmadığını anlamak için sorular birbirine paralel olarak hazırlanmıştır. Hazırlanan bu sorular 2012-2013 öğretim yılında Türkiye'nin kuzeyinde yer alan bir ilin merkezindeki bir ortaokulunun 5. sınıfında öğrenim gören toplam 30 öğrenciye uygulanmıştır.

### 2.4. Verilerin Analizi

Öğrencilere ait cevap kağıtları Ö1,Ö2,Ö3,...,Ö30 şeklinde kodlanmış olup, öğrencilerin çözümleri doğru, yanlış ve boş olmak üzere üç kategoride incelenmiştir. Bununla birlikte yanlış kategorisinde bulunan çözümler detaylı olarak incelenerek hataların ilişkili olabileceği sebepler üzerinde durulmuştur.

Verilerin analizinde, matematik eğitimi alanından iki uzman kodlama listesini kullanarak verileri bağımsız olarak kodlamışlardır. Kodlayıcılar arası güvenilirlik çalışması yapılmış olup, iki kodlayıcı arasında uyum yüzdesi Miles ve Huberman' ın (1994) formülüne göre % 90 olarak hesaplanmıştır. Anlaşmazlığa düşülen maddeler tekrardan gözden geçirilerek karar birliği sağlanmıştır. İlgili testten elde edilen verilerin analizinde betimsel istatistik teknikleri (yüzde/frekans) kullanılmıştır.

## BULGULAR

Bu bölümde öğrencilerin sorulara vermiş olduğu cevapların analizleri yapılmıştır. Sorular sıra ile ele alınarak değerlendirilmiştir. Öğrencilerin kavram yanılgılarını ortaya çıkarmak amacıyla, kesirler konusu ile ilgili hedeflenen her kazanıma yönelik olarak, paralel ve birbirini destekleyici iki soru sorulmuştur.

1.Soru:  $\frac{15}{13}, \frac{9}{7}, \frac{5}{3}$  kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

2.Soru:  $\frac{9}{5}, \frac{18}{11}, \frac{36}{23}$  kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

Bu sorular ile öğrencilerden kesirli ifadeleri büyüklüklerine göre aralarında sıralamaları istenmiştir. Doğru sıralama yapan öğrencilerin, kesirler konusundaki müfredatta yer alan ilgili kazanımı edindiği söylenebilir.

Tablo 1: Öğrencilerin 1.ve 2. Sorulara Vermiş Oldukları Cevapların Dağılımı

Değerlendirme	1. Soru		2. Soru	
	f (frekans)	%	f (frekans)	%
Doğru	15	50	14	46
Yanlış	11	36	15	50
Boş	4	14	1	4

Birbirine paralel olan 1. ve 2. sorularda 10 öğrenci (Ö2, Ö3, Ö11, Ö19, Ö20, Ö25, Ö26, Ö28, Ö29, Ö30) her iki soruyu da yanlış cevaplandırmıştır. Bu öğrenciler pay ve paydayı ayrı ayrı düşünüp, bu sayılar arasındaki sıralamaya göre işlem yapmıştır. Yani payları kendi arasında, paydaları da kendi arasında sıralayarak, buradan elde ettiği sıralamaya göre kesirleri sıralamıştır.

Tablo 2: 1. ve 2. Sorulara Verilen Yanlış Cevaplardaki Hata Türleri Ve Hata Örnekleri

Hata türü	Hatalı cevap örnekleri
Pay ve paydayı ayrı ayrı düşünerek sıralama	1) $\frac{15}{13}, \frac{9}{7}, \frac{5}{3}$ kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız. $\frac{15}{13} > \frac{9}{7} > \frac{5}{3}$ en büyükten küçüğe doğru sıralandı
	2) $\frac{9}{5}, \frac{18}{11}, \frac{36}{23}$ kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız. $\frac{36}{23} > \frac{18}{11} > \frac{9}{5}$ en büyükten küçüğe doğru sıralandı
	1) $\frac{15}{13}, \frac{9}{7}, \frac{5}{3}$ kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız. $\frac{15}{13} > \frac{9}{7} > \frac{5}{3}$ en büyükten küçüğe doğru sıralandı
	2) $\frac{9}{5}, \frac{18}{11}, \frac{36}{23}$ kesirlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız. $\frac{36}{23} > \frac{18}{11} > \frac{9}{5}$ en büyükten küçüğe doğru sıralandı

3. Soru:  $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$  işleminin sonucu kaçtır?

4. Soru:  $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$  işleminin sonucu kaçtır?

Bu sorular ile öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemindeki başarıları değerlendirilmiştir. Başarılı öğrencilerin, kesirlerde toplama ve çıkarma konusunda müfredatta yer alan ilgili kazanımı edindiği söylenebilir. Negatif sayılar 5. sınıf müfredatında yer almadığı için 4. sorudaki çıkarma işleminin sonucunun pozitif olmasına dikkat edilmiştir.

Tablo 3: Öğrencilerin 3. ve 4. Sorulara Vermiş Oldukları Cevapların Dağılımı

Değerlendirme	3. Soru		4. Soru	
	f (frekans)	%	f (frekans)	%
Doğru	13	43	12	40
Yanlış	17	57	16	53
Boş	0	0	2	7

3. ve 4. soruların her ikisine birden yanlış cevap veren 15 öğrenciden (Ö2, Ö3, Ö5, Ö10, Ö11, Ö12, Ö13, Ö14, Ö15, Ö16, Ö19, Ö20, Ö22, Ö25, Ö29) 9'u her iki soruda da pay ve paydayı ayrı ayrı düşünerek toplama ve çıkarma işlemi yapmıştır. Yani payları kendi arasında, paydaları da kendi arasında toplayarak ya da çıkartarak sonuca ulaşmışlardır. 3 öğrenci her iki soruda da payda eşitlemek için yapmış oldukları genişletmeyi paydaya uygulayıp, paya uygulamamıştır. Diğer 3 öğrenci ise genişletme katsayısını pay ve payda ile çarpıp yerine pay ve payda ile toplayarak ortak payda elde etmiş ve buna göre toplama ve çıkarma işlemini gerçekleştirmiştir. Bu sorularda yapılan öğrenci hatalarına ilişkin hata örnekleri aşağıda verilmiştir.

Tablo 4: 3.ve 4. Sorulara Verilen Yanlış Cevaplardaki Hata Türleri Ve Hata Örnekleri

Hata türleri	Hatalı cevap örnekleri
Pay ve paydayı ayrı ayrı düşünerek işlem yapmak (9 öğrenci)	3) $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$ işleminin sonucu kaçtır? $\frac{3}{5} + \frac{4}{7} = \frac{7}{12}$
	4) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ işleminin sonucu kaçtır? $\frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{1}{1}$
Genişletmeyi paydaya uygulayıp, paya uygulamadan işlem yapmak (3 öğrenci)	3) $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$ işleminin sonucu kaçtır? $\frac{3}{(7)} + \frac{4}{(5)} = \frac{3}{35} + \frac{4}{35} = \frac{7}{35}$
	4) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ işleminin sonucu kaçtır? $\frac{3}{(3)} - \frac{2}{(4)} = \frac{3}{12} - \frac{2}{12} = \frac{1}{12}$
Genişletme katsayısını pay ve payda ile toplayarak işlem yapmak (3 öğrenci)	3) $\frac{3}{5} + \frac{4}{7}$ işleminin sonucu kaçtır? $\frac{3}{(7)} + \frac{4}{(5)} = \frac{70}{12} + \frac{9}{11} = \frac{79}{12}$
	4) $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$ işleminin sonucu kaçtır? $\frac{3}{(5)} - \frac{2}{(6)} = \frac{6}{7} - \frac{6}{7} = \frac{0}{7}$

5. Soru:  $\frac{5}{7} \cdot \frac{2}{7}$  işleminin sonucu kaçtır?

6. Soru:  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{9}$  işleminin sonucu kaçtır?

5. ve 6. sorular ile öğrencilerin kesirlerde çarpma işlemindeki bilgileri yoklanmıştır. Başarılı öğrencilerin, kesirlerde çarpma konusunda müfredatta yer alan ilgili kazanımı edindiği söylenebilir.

Tablo 5: Öğrencilerin 5. Ve 6. Sorulara Vermiş Oldukları Cevapların Dağılımı

Değerlendirme	5. Soru		6. Soru	
	f (frekans)	%	f (frekans)	%
Doğru	14	46	19	63
Yanlış	16	54	9	30
Boş	0	0	2	7

Birbirine paralel olan 5. ve 6. sorularda 9 öğrenci (Ö1, Ö3, Ö4, Ö7, Ö11, Ö15, Ö19, Ö23, Ö30) her iki soruyu da yanlış cevaplamıştır. Bu öğrencilerden 6 öğrenci her iki soruda da payları çarpıp, paydaları çarpmadan aynen yazmıştır, 3 öğrenci ise her iki soruda da pay ve paydadaki sayıları çarpaz çarparak çarpma işlemi gerçekleştirmiştir.

Tablo 6: 5.ve 6. Sorulara Verilen Yanlış Cevaplardaki Hata Türleri Ve Hata Örnekleri

Hata türleri	Hatalı cevap örnekleri
Payları çarpıp, paydaları çarpmadan işlem yapmak.	$\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$ $\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{7}$
	$\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$ $\frac{26}{9} \times \frac{4}{9} = \frac{24}{9}$
	$\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$ $\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{10}{7}$
Pay ve paydadaki sayıları çapraz çarparak işlem yapmak.	$\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$ $\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{14}{35}$
	$\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{18}$
	$\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$ $\frac{5}{7} \times \frac{2}{7} = \frac{14}{35}$
	$\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} \text{ işleminin sonucu kaçtır?}$ $\frac{2}{3} \times \frac{4}{9} = \frac{12}{18}$

1., 2., 3., 4., 5. ve 6. sorular bir arada değerlendirildiğinde; kesirlerde sıralama sorularının (1. ve 2. soru) her ikisine birden yanlış cevap veren 10 öğrenci, kesirlerde toplama ve çıkarma sorularının (3. ve 4. soru) ikisine birden yanlış cevap veren 15 öğrenci ve kesirlerde çarpma sorularının (5. ve 6. soru) ikisini de yanlış çözen 9 öğrencinin ilgili konularda kavram yanlışlarına sahip oldukları söylenebilir. Sorulara yanlış cevaplar veren her öğrencinin tüm sorulara verdikleri cevapların analizi aşağıda verilmiştir.

Tablo7: 1-6. Sorulara Yanlış Cevap Veren Öğrenciler

Sorular	Konusu	Öğrenci Kodu																		Toplam				
		3	19	11	2	20	25	29	30	15	23	4	26	5	22	7	12	16	28		10	13	1	14
1-2	Sıralama	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ				YANLIŞ							YANLIŞ					10
3-4	Toplama Çıkarma	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ				YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ		YANLIŞ	YANLIŞ		YANLIŞ	YANLIŞ		YANLIŞ	15
5-6	Çarpma	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ				YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ	YANLIŞ					YANLIŞ						YANLIŞ		9
Toplam		3	3	3	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	34

Bu tabloya göre 3 öğrencinin (Ö3, Ö11, Ö19) tüm sorulara hatalı cevaplar verdiği görülmektedir, dolayısıyla bu öğrenciler için kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında kavram yanılgılarına sahip oldukları söylenebilir. 6 öğrenci (Ö2, Ö15, Ö20, Ö25, Ö29, Ö30) ise 2 farklı konudaki 4 soruya yanlış cevap vermiştir. Bu öğrencilerden Ö2, Ö25, Ö20, ve Ö29'un kesirlerde sıralama ve toplama-çıkarma, Ö30'un sıralama ve çarpma, Ö15'in ise toplama-çıkarma ve çarpma konularında kavram yanılgısına sahip olduğu söylenebilir. Diğer 13 öğrenci (Ö1, Ö4, Ö5, Ö7, Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16, Ö22, Ö23, Ö26, Ö28,) ise tek bir konudaki 2 soruyu yanlış cevaplandırmıştır. Bu öğrencilerden Ö5, Ö10, Ö12, Ö13, Ö14, Ö16 ve Ö22 toplama-çıkarmada, Ö26, Ö28 sıralamada, Ö1, Ö4, Ö7 ve Ö23 ise çarpmada kavram yanılgısına sahiptirler.

Burada ayrıca belirtmek gerekir ki, 6 sorunun tamamını doğru cevaplayan 3 öğrenci (Ö8, Ö9, Ö24) bulunmaktadır ve bu öğrencilerin kesirlerde sıralama, toplam-çıkarma ve çarpma konularında hedeflenen kazanımlara ulaştıkları söylenebilir.

Kesirler konusunda bilişsel soyutlama gerektiren kesir problemlerinde öğrencilerin yaptıkları hataların ve izledikleri çözüm yollarının analiz bulguları aşağıda verilmiştir.

7. Soru: Bir adam parasının  $\frac{3}{7}$ 'sini harcamıştır. Bu adamın cebinde 80 TL kaldığına göre, başlangıçta kaç TL si vardır?

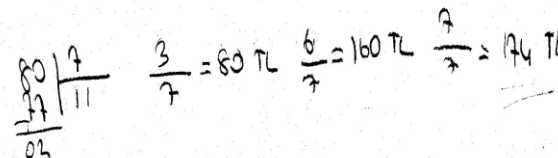
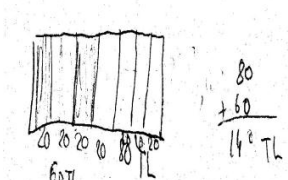
Bu soruda öğrenciden bütün-kesir ilişkisini, keserlerde çıkarma ve kesirli orantı kavramı kullanarak problemi çözmesi beklenmektedir. Öğrencilerin bu soruya vermiş oldukları cevapların analizi aşağıda verilmiştir.

Tablo 8: Öğrencilerin 7.Soruya Vermiş Oldukları Cevapların Dağılımı

Değerlendirme	f (frekans)	%
Doğru	8	26
Yanlış	9	30
Boş	13	44

7. soruya yanlış cevap veren 9 öğrenci (Ö12, Ö13, Ö15, Ö16, Ö21, Ö23, Ö24, Ö26, Ö29) bulunmaktadır. Soruya yanlış cevap veren öğrencilerin çoğu probleme işlemsel yöntemlerle çözüm aramışlardır. Ayrıca bu soruyu cevapsız bırakan öğrencilerin sayısının (13 öğrenci) fazlalığı da dikkat çekicidir. Doğru sonucu bulan 8 öğrenci (Ö1, Ö4, Ö6, Ö7, Ö8, Ö9, Ö28, Ö30) Bu öğrencilerin cevap kâğıtları daha ayrıntılı bir şekilde incelendiğinde, çoğunun problemin çözümü için bir model kullandığı görülmüştür. Öğrencilere ait çözüm örnekleri aşağıda verilmiştir.

Tablo 9: 7. Soru İçin Çözüm Örnekleri

Hatalı Çözüm örnekleri	Doğru Çözüm Örnekleri
<p>Bir adam parasının <math>\frac{3}{7}</math>'sini harcamıştır. Bu adamın cebinde 80 TL kaldığına göre, başlangıçta kaç TL si vardır?</p> 	<p>Bir adam parasının <math>\frac{3}{7}</math>'sini harcamıştır. Bu adamın cebinde 80 TL kaldığına göre, başlangıçta kaç TL si vardır?</p> 

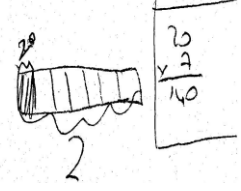
Bir adam parasının  $\frac{3}{7}$ 'sini harcamıştır. Bu adamın cebinde 80 TL kaldığına göre, başlangıçta kaç TL si vardır?

$$80 \div 3 = 20 \times 7 = \underline{\underline{140}}$$

Bir adam parasının  $\frac{3}{7}$ 'sini harcamıştır. Bu adamın cebinde 80 TL kaldığına göre, başlangıçta kaç TL si vardır?

$$\frac{7}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$$

$$80 \div \frac{4}{7} = 140$$



Bir adam parasının  $\frac{3}{7}$ 'sini harcamıştır. Bu adamın cebinde 80 TL kaldığına göre, başlangıçta kaç TL si vardır?



$$\begin{array}{r} 80 \quad 83 \\ \times 3 \quad + 7 \\ \hline 240 \quad 21 \\ \hline 261 \end{array}$$

Bir adam parasının  $\frac{3}{7}$ 'sini harcamıştır. Bu adamın cebinde 80 TL kaldığına göre, başlangıçta kaç TL si vardır?



$$\begin{array}{r} 80 \overline{) 4} \quad 20 \\ - 8 \quad 20 \\ \hline 00 \end{array} \quad \begin{array}{r} 20 \\ \times 7 \\ \hline 140 \end{array}$$

8. Soru: Ali parasının  $\frac{1}{2}$ 'sini harcamıştır. Geriye kalan parasının yarısını daha harcayan Ali'nin son durumda 25 TL si kalmıştır. Başlangıçta Ali'nin kaç TL si vardır?

Bu soruda öğrencilerden bütün-kesir ilişkisi, kesirlerde çarpma, kesirlerde çıkarma ve kesirli orantı kavramlarını kullanmaları beklenmiştir. Öğrencilerin bu soruya vermiş oldukları cevapların analizi aşağıda verilmiştir.

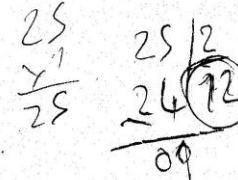
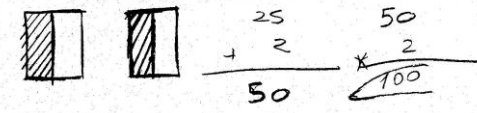
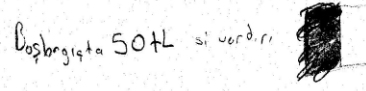
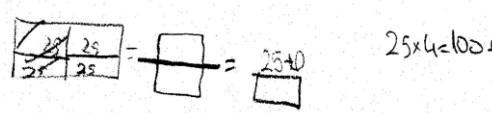
Tablo 10: Öğrencilerin 8. Soruya Vermiş Oldukları Cevapların Dağılımı

Değerlendirme	f (frekans)	%
Doğru	14	46
Yanlış	6	20
Boş	10	34

8.soruya 8 öğrenci (Ö12, Ö16, Ö20, Ö21, Ö28, Ö30) yanlış cevap vermiştir. Kesirler konusunda kavram yanlışlığına sahip toplam 22 öğrenci olmasına rağmen, yine bu soruda da yanlış çözüm elde eden öğrencilerin sayısı (6) dikkat çekmektedir. Aslında bu soruda daha fazla öğrencinin yanlış çözüm getirmesi beklenirken, yanlış yapan öğrencilerin sayısının azlığının, öğrencilerin soruyu 7. Soruda olduğu gibi yine modellemelerden yardımıyla çözmüş olmalarından kaynaklandığı söylenebilir. 8. Soru için öğrencilere ait çözüm örnekleri aşağıda verilmiştir.



Tablo 11: 7. Soru İçin Çözüm Örnekleri

Hatalı Çözüm örnekleri	Doğru Çözüm Örnekleri
<p>Ali parasının <math>\frac{1}{2}</math> sini harcamıştır. Geriye kalan parasının yarısını daha harcayan Ali'nin son durumda 25 TL si kalmıştır. Başlangıçta Ali'nin kaç TL si vardır?</p> 	<p>Ali parasının <math>\frac{1}{2}</math> sini harcamıştır. Geriye kalan parasının yarısını daha harcayan Ali'nin son durumda 25 TL si kalmıştır. Başlangıçta Ali'nin kaç TL si vardır?</p> 
<p>Ali parasının <math>\frac{1}{2}</math> sini harcamıştır. Geriye kalan parasının yarısını daha harcayan Ali'nin son durumda 25 TL si kalmıştır. Başlangıçta Ali'nin kaç TL si vardır?</p> <p>Başlangıçta 50 TL si vardır.</p> 	<p>Ali parasının <math>\frac{1}{2}</math> sini harcamıştır. Geriye kalan parasının yarısını daha harcayan Ali'nin son durumda 25 TL si kalmıştır. Başlangıçta Ali'nin kaç TL si vardır?</p> 

### SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışma için kesirler konusu ile ilgili 8 açık uçlu soru hazırlanmış, bu sorulara 5. sınıf öğrencilerinin vermiş olduğu cevaplar incelenerek öğrencilerin konu ile ilgili hataları ve kavram yanılgıları tespit edilmeye çalışılmıştır. Öğrencilerin yapmış oldukları hatalar ele alındığında, hataların sebeplerinin ve bu hatalara sebep olan kavram yanılgılarının birbirine benzer sorularda hemen hemen aynı olduğu görülmektedir. Kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma ile ilgili konularda öğrencilerin en önemli öğrenme güçlüklerinin; kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı düşünüp işlem yapmaları, kesirlerle ilgili daha önce öğrenmiş oldukları kuralları daha sonraki konulara uygulamaları (örneğin toplama işleminin kuralını çarpma işlemine uyarlaması gibi) olduğu görülmüştür. Birinci soruya cevap veren öğrencilerden 11 öğrenci kesrin pay ve payda değerlerini ayrı ayrı sıralamış ve bunu kesre uyarlamıştır. Yani payları  $15 > 9 > 5$  ve paydaları  $13 > 7 > 3$  şeklinde sıralayarak bu sıralamaları kesirlerde sıralamaya uygulamışlardır. Bu soruda verilen bileşik kesirler, tam sayılı kesir formuna dönüştürülerek öğrencilerin büyüklük küçüklük ilişkisini daha iyi kavramaları sağlanabilir. Ayrıca öğretmenlerin kesirlerde sıralama konusunu anlatırken en azından bir örnekle bu mantıkta kesirlerin sıralanmasının yanlış olduğunu göstermesi yerinde bir davranış olur. Birinci soruya paralel olan ikinci soruda 15 öğrenci pay ve paydayı ayrı ayrı sıralamış ve bunu kesre uyarlamıştır. Birinci soru için sunulan önerilere ek olarak ikinci soruda öğrencilerin sıralamayı daha net görebilmeleri için paylar eşitlenebilir. Benzer iki soruda da öğrencilerin benzer hataları yapmaları, kesirlerde sıralama konusunda öğrencilerin kavram yanılgısına sahip olduklarını göstermektedir.

Kesirlerde toplama işlemi ile ilgili paralel olan 3.ve 4. soruda karşımıza üç farklı türde yanlış çıkmaktadır. Bunlardan birincisi, pay ve paydaların kendi aralarında ayrı ayrı toplanmasıdır. Bu yanlışın giderilmesinde şekil ve modeller kullanılabilir. İkinci yanlış ise yapılan genişletme işleminin paydaya uygulanıp paya uygulanmamasıdır. Yani öğrenciler paydayı genişlettikleri sayıyla çarpmış, payı çarpmadan toplama işlemini gerçekleştirmişlerdir. Burada birinci durumdaki kesirle genişlemeye tabii tutulmuş kesrin birbirine eşit olmadığı gösterilerek öğrencilere genişletmeyi yanlış

yaptıkları gösterilebilir. Ayrıca birkaç örnekle kesirlerde genişletme öğrencilere bu yanlış dikkate alarak anlatılmalıdır. Üçüncü yanlış ise genişletme katsayısını pay ve payda ile toplayarak işlem yapılması. Bu yanlışın giderilebilmesi için, öğrencilere yaptıkları hata üzerinden konu tekrar anlatılarak, yapılan hata konusunda öğrencilerin dikkati çekilebilir, konu ile ilgili farklı sorularla pekiştirmeler yapılabilir.

Kesirlerde çarpma işlemi ile ilgili beşinci ve altıncı soruda karşımıza iki farklı türde hata çıkmaktadır. Bunlardan birincisi öğrencilerin payları çarpıp paydaları çarpmadan aynen yazmalarıdır. Burada öğrencilerin payda ile ilgili yapılan işlemde, kesirlerde toplama işleminin çarpma ile karıştırılarak paydanın aynen yazıldığı düşünülmektedir. Bu yanlışın giderilmesinde şekiller ve modeller kullanılabılır. Ayrıca kesirlerde çarpma konusunu anlatan öğretmenlerimiz bu yanlışlığı dikkate alarak birkaç örnekle kesirlerde çarpma işlemi ile toplama işlemi arasındaki farkları göstermesi yerinde olacaktır.

Kesirlerde çarpma işlemi ile ilgili karşımıza çıkan ikinci hata ise öğrencilerin birinci kesrin payı ile ikinci kesrin paydasını ve birinci kesrin paydası ile ikinci kesrin payını çarparak sonuca ulaşmalarıdır. Yani sayıları çapraz çarpmalarıdır. Bu yanlışın çarpma işaretinden kaynaklandığı düşünülmektedir. Burada çarpma işaretinin fonksiyonunun öğrencilere tekrar anlatılmasında yarar vardır. Kesirlerde problemler konusunda sorulan yedinci ve sekizinci soruları öğrencilerin büyük bir çoğunluğu boş bırakmıştır. Soruları boş bırakan öğrencilerin büyük bir kısmı soruları anlamadıklarını ifade etmişlerdir. Buraya kadar verilen sonuç ve öneriler kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma ile ilgilidir. Bu kısımda ise öğrencilerin kesir problemlerine verdikleri cevapların analiz sonuçlarına ve öğrencilerin kesir problemlerini çözerken kullandıkları yol ile kesirler konusunda sahip oldukları kavram yanlışları arasında bir ilişkinin varlığı hususundaki yorumlara yer verilmiştir.

Yedinci ve sekizinci sorulara öğrencilerin vermiş oldukları cevapların analizi neticesinde, soruyu doğru çözen öğrencilerin çoğunun sorunun çözümü için modelleme kullandığı görülmüştür. Bu nedenle işlemsel becerisi zayıf öğrenciler bile, modelleme yardımıyla doğru cevabı bulabilmiştir. Öğrenciler doğru modelleme yapabildikleri takdirde, kesirler konusunda kavram yanlışlarına sahip olsalar da, doğru sonucu bulabilmektedirler. Bu bilgi matematik öğretiminde önemli bir husus olarak karşımıza çıkmaktadır. Öğrenciye kesirler konusu anlatılırken hep kurallardan bahsedilir ve öğrenci bu kuralları doğru tatbik ettiği sürece konuyu öğrenmiş kabul edilir. Ancak neyi neden yaptığını pek sorgulamaz ya da sorgulamasına izin verilmez. Bu yüzden öğrenmeleri de ezberden öteye gitmez. Buna karşılık kesir problemlerinde karşılarında gerçek hayata dair bir örnek durmaktadır ve öğrenci bunu modellemeler yardımıyla, somutlaştırarak salt mantığı ile çözebilmektedir. Hatta öğrenci bu durumu eğlenceli bir oyun olarak görmektedir. Gerçek dünyadan uyarlanmış problem durumlarında, örüntüleri gören, ilişkileri kurabilen, neyi neden bulduğunu, nasıl davranması gerektiğini bilen, kararlarını kendisi veren “öğrenen” için matematik; yaşamın bir parçası, kimi zaman bir anahtar, kimi zamansa bir oyun bir eğlencedir (Umay, 2007). Kesir problemlerinde hatalı çözüm üreten öğrencilerin çoğu soruyu sadece işlem yaparak çözme yolunu seçtikleri ve zaten bu konuda kavram yanlışlığına sahip oldukları için doğru sonucu elde edemedikleri gözlenmiştir. Bu durum için, öğrencilerin çözümde bilinçsiz hareket ettikleri, kesir kavramının özünü anlamlandıramadıkları ve soyutlayamadıkları söylenebilir.

## KAYNAKLAR

- Davis, G., Hunting, R., Pearn, C. (1993). Iterates and relation: Elliot and shannon's fraction shemes in I Hirabayashi, N. Nohda ,K. Shigematsu, and F. Lin (eds) Proceedings Of The Seveenth Conference of The International Group for The *Psychology of Mathematics Education* ,vol. III The University of Tsukuba Tsukuba city ,pp.154-161.
- Ersoy.V.,& Ardahan, H. (2003). *İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi-II*, Taniya Yönelik Etkinlikler Düzenleme www.matder.org.tr
- Hanson, D. (1995). Understanding Fractions (Grades 5 to 8). <http://mathcentral.uregina.ca/RR/database/RR.09.95/hanson4.html>
- Karasar, N. (1995). *Bilimsel araştırma yöntemi* (7. Baskı). 3A Araştırma Eğitim Danışmanlık Ltd.
- Kieren, T.E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development', in J. Hiebert and M. Behr (eds.), *Research Agenda for Mathematics Education: Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, Lawrence Erlbaum, Virginia, Vol 2, pp. 162–181.
- Kocaoğlu, Y. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları, *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*,14(2010), 71-85.
- Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.), London & Thousand Oaks, California: Sage.
- Moss, J., &Case, R. (1999). *Developing Children's Understanding of the Rational Numbers: A New Model and Experimental Curriculum*. University of Toronto, 119-147. Canada.
- Şiap, İ., &Duru, A.(2004). Kesirlerde Geometrik Modeleri Kullanabilme Becerisi. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi* 12, 1, 89-96.
- Umay, A. (2007). *Eski okul arkadaşımız okul matematiğinin yeni yüzü*. Ankara: Aydan Web Tesisleri.
- Vergnaud, G.,(1988). Multiplicative structures,'in J.Behr (eds) number concept and operations in the middle grades ,Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale NJ, pp. 141-161.
- Wu, H. (1999). *Some Remarks On The Teaching Of Fractions In Elementry School*. <http://math.berkeley.edu/~wu/fractions2.pdf>
- Yetkin, E. (2003). *Student difficulties in learning elementary mathematics*. ERIC Digest, ERIC Clearinghouse for Science Mathematics and Environmental Education.