

LİNEER OLMAYAN BAYESÇİ REGRESYON VE TARIM ALANINDA BİR UYGULAMA

Aşır GENÇ^{1*},Ufuk KARADAVUT², Çetin PALTA³

¹Selçuk Üniversitesi Fen Fakültesi İstatistik Bölümü, KONYA

²Bingöl Üniversitesi, Ziraat Fakültesi, BİNGÖL

³Toprak ve Su Kaynakları Araştırma Enstitüsü, KONYA

Özet

Bu çalışmada, doğrusal olmayan regresyon modelinin regresyon parametrelerinin bayesci yaklaşımla tahmin edilmesi ele alınmıştır. Bayesci tahmin yönteminde önsel ve sonsal dağılımlar göz önünde tutularak mısır bitkilerine ait veriler kullanılarak uygulama yapılmıştır. Uygulamada kullanılacak veriler Konya Toprak ve Su Kaynakları Araştırma Enstitüsü deneme alanlarında 8 farklı mısır çeşiti ($L_{90}P_{100}$, $L_{35}P_{100}$, $L_{135}P_G$, $L_{90}P_G$, $L_{140}P_{100}$, $L_{70}P_G$, $L_{140}P_G$ ve $L_{70}P_{100}$) ile yürütülen denemden elde edilmiştir. Her 10 günde bir tesadüfen seçilen 5 bitki üzerinde ölçümler yapılmıştır. Bitkiler laboratuarda 105 °C'de 24 saat kurutulmasıyla kuru madde miktarları belirlenmiştir. Elde edilen bulgular Bayes yöntemi değerlendirilmiş ve En Küçük Kareler yöntemiyle karşılaştırılmıştır. Sonuç olarak, Bayes yöntemi ile En Küçük Kareler Yöntemi birbirine benzer sonuçlar vermiştir. Buna göre, Bayes yönteminin tarımsal alanlarda başarılı bir şekilde uygulanabildiği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Lineer olmayan bayesci regresyon, mısır, tarım

NONLINEAR BAYESIAN REGRESSION AND AN APPLICATION ON AGRONOMY

Abstract

In this study, the estimation of the regression parameters in nonlinear regression model with Bayesian approach is used. In Bayes estimation method, application has been done by using the corn plants with considering prior and posterior distribution. In practice, using data have been obtained 8 different corn cultivars ($L_{90}P_{100}$, $L_{35}P_{100}$, $L_{135}P_G$, $L_{90}P_G$, $L_{140}P_{100}$, $L_{70}P_G$, $L_{140}P_G$ ve $L_{70}P_{100}$) at experimental areas of Konya Soil and Water Resources Research Institute conducted trials. Measurements were done over the coincidence selected 5 plants in every 10 days. Plants were dried 24 hours and 105 °C in oven and dry matter was determined. The results were evaluated with Bayesian method and were compared with the Least Squared Estimation method. As results, Bayes method and least square method gave similar results. Accordingly, It was shown that Bayes method has been successfully applicable used in the agricultural fields .

Key Words: Nonlinear Bayesian regression, Maize (*Zea mays* L.), Agriculture

* E posta: agenc@selcuk.edu.tr

1. Giriş

Bayes Teoermi ilk olarak 1793 yılında Bayes tarafından ortaya atılmıştır. Regresyon analizi için Bayes yaklaşımında, modeldeki tahminsel dağılımlar niteliğindeki önsel dağılımların belirlenip, en çok olabilirlik fonksiyonuyla birleştirilerek sonsal dağılımın bulunması amaçlanmıştır. Sonsal bilginin tanımını ilk olarak Vinod ve Ulah 1981 yılında y verildiğinde θ parametresi için sonsal dağılım olarak tanımlamışlardır [1]. Lineer regresyonda hataların normal dağıldığı varsayımı altında parametreler için bulunacak sonsal dağılımın çok değişkenli t dağıldığını ve varyansın ise ters-gamma dağıldığını Box ve Tiao (1973) ispatlamışlardır [2]. Bayes regresyon son zamanlarda pek çok bilim dalında kullanılmaya başlamıştır [3, 4, 5, 6, 7, 8].

Bayes regresyon modeli tarımsal alanda yoğun olarak kullanılan bir model olamamakla birlikte son zamanlarda kullanımı artmaya başlamıştır. Corjeno [9] Bayes regresyon modelini kullanarak tarımsal ürünlerin uzun ve kısa dönem fiyat elastikyetlerini belirlemeye çalışmıştır. Çalışmada kullanılan modelin elastikyetleri başarılı bir şekilde açıkladığını belirlemiştir. Babcock ve ark.[10] bitkilere verilen gübre dozlarını tespit edebilmek için Bayes metodunu kullanmışlardır. 180 farklı noktadan topladıkları toprak örneklerinde farklı gübre uygulamalarının bitki besin maddesindeki değişikliği incelemiştir. Bayes analizi ile nitrojen yoğunlukları ile ilgili olarak bitkilerin tahmini nitrojen seviyeleri ve verimlerini belirlemeye çalışmışlardır. Sonuç olarak, toprak sayısı arttıkça varyansında arttığını, μ 'nün küçük değerlerinin daha güvenilir bilgiler verdiğini tespit etmişlerdir. Tremblay ve Wallach [11] ridge regresyon ile bayes metodunun bitkilerin verimlerini belirlemek için karşılaştırma yapmışlardır. Karşılaştırma kriteri olarak ta Schwartz bilgi kriterini kullanmışlardır. Sonuç olarak, parametre tahmininde ridge regresyonun daha başarılı olduğu belirtilmiştir.

Rinella ve Sheley [12] işgalci yabancı otlardan olan sütleşen (*Euphorbia esula* L.) bitkilerinin bölgesel ve yerel etkilerini tahmin etmek için hiyerarsik bayes regresyon modelini kullanmışlardır. Bayes metodu ile %95 oranında başarılı bir tahmin yapıldığını ve bir yıl içinde yabancı ottan dolayı otlatmanın azaldığı, arazilerin parasal değerlerinin ise 8-34 milyon dolar azaldığını belirtmişlerdir. Jiang ve ark. [13] mısır verimi üzerine iklim değişkenlerinin, topografyanın ve toprağın etkisini belirlemek için bayes modelini kullanmışlardır. Bunun için 1997-2003 yılları arasında Temmuz ve Ağustos aylarında toplam yağış, en az, en fazla ve ortalama yağış miktarı, topraktaki elektriksel iletkenliği, eğimi ve rakım'ı değerlendirmeye almışlardır. Sonuç olarak, mısır veriminin topografya ve toprak yapısından çok etkilendiğini tespit etmişlerdir. Guber ve ark.[14] topraktaki mevcut suyun akışını belirleyebilmek için yaptıkları çalışmada içerisinde bayes modelinin de bulunduğu 19 ayrı model kullanmışlardır. Model seçimi için Akaiki bilgi kriterini kullanmışlardır. Toprağın su içeriği ile su akımının arasında güçlü ilişkilerin olduğu bulunmuştur. Richard eşitliği ile elde edilen bilgilerin diğer modellere göre çok daha başarılı bulunmuşlardır.

Bu çalışmada amacımız, mısır bitkilerinin zamana bağlı olarak görülen büyümelerinin tanımlamak için kullanılan lineer olmayan bir regresyon modelinin parametre tahminlerinin yapılması ve çeşitlerin buna göre performanslarını karşılaştırılmasıdır.

1. Deney ve Tartışma

2.1. Malzemeler

Konya Toprak ve Su Kaynakları Araştırma Enstitüsü deneme alanlarında yürütülen bu çalışmada materyal olarak $L_{90}P_{100}$, $L_{35}P_{100}$, $L_{135}P_G$, $L_{90}P_G$, $L_{140}P_{100}$, $L_{70}P_G$, $L_{140}P_G$ ve $L_{70}P_{100}$ olmak üzere sekiz adet at dişi melez mısır çeşidi kullanılmıştır.

2.2. Yöntemler

Deneme yeri toprağı killi tın (CL) bünyeye sahiptir. Deneme yeri toprakları kireçli, hafif alkalin reaksiyonlu ve hafif tuzludur. K, Ca ve Mg miktarları bitkiler için yeterli düzeyde olup, alkalilik sorunu bulunmamaktadır. Toprakların bitkiye elverişli fosfor miktarları yeterli düzeydedir.

Denemeler, tesadüf bloklarında deneme desenine göre 3 tekerrürlü olarak kurulmuşlardır. Her parsel $2.8 \times 5m = 14 m^2$ olmak üzere 4 sıradan oluşmuştur. Sıra arası 70 cm, sıra üstü 25 cm ve ekim derinliği 5-6 cm olarak uygulanmıştır. Sıra üzerine 2 tohum atılıp, ikisinin de çıkması halinde daha zayıf olanı birinci çapa esnasında seyreltilmiştir.

Deneme arazilerinin sürümü kulaklı pullukla sonbaharda yapılmıştır. Ekim öncesi toprak tavda iken kazayağı + tırmık kombinasyonu ile tarla ekime hazır hale getirilmiştir. Ekim işlemleri çizel ile açılan tohum yataklarına el ile yapılmıştır. Ekim işlemleri 11 Mayıs, tarihinde yapılmıştır.

Bütün deneme parsellerine ekimle birlikte, 8 kg/da P₂O₅, Diamonyum Fosfat (DAP, % 18 N, % 46 P₂O₅) formunda verilmiştir. Ayrıca toplam 18 kg/da azotun; 3 kg/da'ı ekimle birlikte DAP gübresiyle, 10 kg/da'ı sapa kalkma döneminde üre (% 46 N) formunda, 5 kg/da'ı ise amonyum nitrat (% 33 N) formunda tepe püskülü çıkışı öncesi serpmeye usulü ile uygulanmıştır.

Ölçümler her 10 günde bir olmak üzere toplam 15 kez parsellerden tesadüfen seçilen 5 bitkide yapılmıştır. Bitkiler tarlada iken boyları alınmış, daha sonra sökülerek laboratuara götürülmüştür. Burada 105 derecede 24 saat bekletilerek kuru madde analizleri yapılmıştır. Elde edilen sonuçlar STATISTICA 6.0 V. İstatistik paket programında analiz edilmiştir.

Uygulamada, mısır bitkisinin büyüme verisini kullanarak lineer olmayan bir regresyonda parametre tahmini yapılacaktır ve En küçük kareler yöntemiyle karşılaştırılacaktır. Lineer olmayan fonksiyon olarak Richard'ın sigmoidal modeli kullanılmıştır. Fonksiyon,

$$f(x; \theta) = \frac{a}{(1 + \exp(b - cx))^{1/d}}$$

olarak alınmıştır. Model karşılaştırması için ise En küçük kareler yöntemi ile Bayes yöntemleri kullanılmıştır

2.2.1. Lineer Olmayan Bayes Regresyonu

Lineer olmayan regresyonda, Y bağımlı değişken, X_1, X_2, \dots, X_k açıklayıcı değişkenler ve $\underline{X} = (X_1, X_2, \dots, X_k)'$ açıklayıcı değişkenlerin vektörü olmak üzere,

$$Y_t, \underline{X}_t = (X_{1t}, X_{2t}, \dots, X_{kt})', \quad t = 1, 2, \dots, n$$

gözlemleri için $\underline{X}_t = \underline{x}_t$ ($\underline{x}_t \in \mathcal{X} \subset \mathcal{R}^k$) olarak gözlendiğinde,

$$Y_t = f(\underline{x}_t, \underline{\theta}) + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n \quad (1)$$

biçiminde yazılabilir. f fonksiyonu bilinmeyen $\underline{\theta} = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_p)'$ ($\underline{\theta} \in \Theta \subset \mathcal{R}^p$), parametre vektörünün bileşenlerine göre lineer olmayan bir ifade olduğunda bu modele lineer olmayan model denir. f fonksiyonuna bazen tepki fonksiyonu da denir.

Bu çalışmada, doğrusal olmayan regresyon modelinin regresyon parametrelerinin bayesci yaklaşımla tahmin edilmesi ele alınacaktır. Bunun içinde bir simülasyon çalışması yapılacak ve En Küçük Kareler yöntemiyle karşılaştırılacaktır.

2.2.2. Parametre Tahmini

Lineer olmayan bir modelin parametre tahmininde genellikle en küçük kareler ve en çok olabilirlik yöntemi kullanılmaktadır.

En küçük kareler yönteminde,

$$Q(\theta) = \sum_{t=1}^n [Y_t - f(\underline{x}_t, \theta)]^2 \quad (2)$$

hata kareler toplamı minimum olacak şekilde $\underline{\theta}$ parametre değerini belirlemek en küçük kareler yöntemine göre en iyi tepki fonksiyonunu bulmak demektir.

En çok olabilirlik yönteminde ise hata terimlerinin normallik varsayımı altında , Y_1, Y_2, \dots, Y_n rasgele değişkenlerinin olabilirlik fonksiyonunu yani,

$$= (2\pi)^{-n/2} (\sigma^2)^{-n/2} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n [Y_i - f(x_i, \theta)]^2} \quad (3)$$

fonksiyonunu maksimum yapan bilinmeyen θ ve σ^2 parametrelerinin tahmin edilmesi istenmektedir.

2.2.3. Bayesci Yöntem

Bayes teoremi son zamanlarda karar verme tekniklerinde de kullanılmaya başlanmıştır. Amaç, yanlış karar verme riskini olabildiğince en küçük yapmak olduğundan, kişisel deneyim ve bilgilerinde karar verme sürecine katılması mantıklı olacaktır.

Bayes Teoreminin

$$P(B | A) = \frac{P(BA)}{P(A)} \quad (4)$$

olduğunu biliyoruz. Aynı şekilde koşullu olasılık yoğunluk fonksiyonlarını da bulurken bayes teoremini kullanıyoruz. Burada θ ve y için olasılık yoğunluk fonksiyonları için,

$$f(y | \theta) = \frac{f(y\theta)}{f(\theta)} \quad (5)$$

ve

$$f(\theta | y) = \frac{f(\theta y)}{f(y)} \quad (6)$$

formüllerini yazabiliriz. Ve θ için olasılık yoğunluk fonksiyonu;

$$f(\theta | y) = \frac{f(\theta)f(y | \theta)}{f(y)} \quad (7)$$

Buradan, $f(y)$ θ içermeyen sabit olduğu için;

$$f(\theta | y) \propto cf(\theta)f(y | \theta) \quad (8)$$

oransal eşitliğine ulaşılır.

Burada $f(\theta)$ önsel bilgi, ilk dağılım (prior distribution) ve bu ön bilgiyle beraber elde edilecek son fonksiyona ise son bilgi son dağılım (posterior distribution) denir.

2.2.3.1. Klasik Yaklaşımla Bayesci Yaklaşım Arasındaki Farklar;

Klasik yaklaşımda parametre sabit olarak kabul edilirken bayesci yaklaşımda parametreyi rasgele değişken olarak kabul edilir. Klasik yaklaşım sadece örneklem bilgisini kullanırken, bayesci yaklaşım örneklem bilgisinin yanında ön bilgiyi de kullanır.

2.2.3.2. Önsel Bilgi

Bilgi içermeyen (Noninformative): Burada önsel bilgi çok zayıftır ve kullanılan fonksiyon genelde olasılık yoğunluk fonksiyonu değildir. Ancak elde edilen sonsal dağılımın integrali 1'e eşit olacaktır. Genelde düzgün dağılım veya sabit fonksiyon kullanılır.

Eşlenik, bileşik (Conjugate) önsel bilgi: Önsel dağılım herhangi bir aileden tanımlanmış olsun X_1, X_2, \dots, X_n örneklemeleri ile bulunacak sonsal bilgide bu sınıfta yer alıyorsa eşlik (conjugate) dağılım denir. (De Groot, 1970)

2.2.4. Lineer Olmayan Regresyon Parametrelerinde Bayes Tahmin Edicileri

Klasik yaklaşımdan varsayımlardan biride e_i hata terimlerinin normal dağıldığıdır. Aynı varsayım altında,

$$f(y | x, \beta_0, \beta_1, \sigma) = \frac{1}{\sigma^n} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2\right) \quad (9)$$

olarak bulunur. Önsel bilgi

$$f(\beta_0, \beta_1, \sigma) = \frac{1}{\sigma} \quad [15] \quad (10)$$

formülden,

$$f(\beta_0, \beta_1, \sigma | y, x) = \frac{1}{\sigma^{n+1}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (y_i - \beta_0 - \beta_1 x_i)^2\right) \quad (11)$$

Bu dağılım açılırsa ortalaması (β_{0e}, β_{1e}) ve varyans-covaryans matrisi $\sigma^2 (X'X)^{-1}$ olan iki değişkenli normal dağılıma uymaktadır. Ancak σ^2 uygulamalarda çok bilinmediğinden bu fonksiyonun σ ya göre integrali alınırsa (β_0, β_1) parametrelerini bileşik sonsal dağılımları,

$$f(\beta_0, \beta_1 | y, x) = (vs^2 + n(\beta_0 - \beta_{0e})^2 + (\beta_1 - \beta_{1e})^2 \sum x_i^2 + 2(\beta_0 - \beta_{0e})(\beta_1 - \beta_{1e}) \sum x_i)^{-\frac{n}{2}} \quad (12)$$

$v=n-2$ ve $s^2 = (\sum (y_i - \beta_{0e} - \beta_{1e} x_i)^2) / v$ olarak kabul edilirse yukarıdaki dağılım $n-2$ serbestlik dereceli t dağılımına uyar. Buradan β_0 ve β_1 parametrelerinin marjinal sonsal dağılımları sırasıyla,

$$f(\beta_0 | y, x) = (v + \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{s^2 \sum x_i^2 / n} (\beta_0 - \beta_{0e})^2)^{-\frac{v+1}{2}} \quad (13)$$

$$f(\beta_1 | y, x) = (v + \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{s^2} (\beta_1 - \beta_{1e})^2)^{-\frac{v+1}{2}} \quad [16] \quad (14)$$

ifadelerine t dönüşümü yapılarak t çizelgesinden faydalanılabilir. σ 'nın dağılımı ise

$$f(\sigma | x, y) = \frac{1}{\sigma^{v+1}} \exp\left(-\frac{vs^2}{2\sigma^2}\right) \quad (15)$$

olarak bulunur. Bu dağılım da inverted gammaya uymaktadır.

Lineer olmayan regresyon modelinde ise, modelde $e_t, t = 1, 2, \dots, n$ hata terimlerinin bağımsız ve her birinin sıfır ortalamalı bilinmeyen σ^2 varyanslı normal dağılıma sahip olduğu varsayılınsın. Bu takdirde,

$$Y_t \sim N(f(x_t, \theta), \sigma^2) \quad , \quad t=1, 2, \dots, n \quad (16)$$

dağılımına sahip olup, olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$n(y_t; \theta, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{1}{2\sigma^2} [y_t - f(x_t, \theta)]^2} \quad , \quad -\infty < y_t < \infty \quad (17)$$

dır. (10) da verilen bilgi içermeyen önsel dağılımı kullanarak elde edilen sonsal dağılım,

$$p(\theta, \sigma | y) \propto \sigma^{-(n+1)} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} S(\theta)\right) \quad (18)$$

şeklinde olacaktır. Burada,

$$S(\theta) = [Y_t - f(x, \theta)]^2 \quad (19)$$

olarak ifade edilir. (19) daki ifadenin ters gamma integral yöntemiyle integrali alınırsa,

$$p(\theta | y) \propto S(\theta)^{-n/2} \quad (20)$$

olur. Yukarıdaki yöntem lineer regresyon yöntemine uygulanırsa, $S(\theta) = (y - X\theta)'(y - X\theta)$ ifadesinin dönüşümü yukarıda ifade edildiği gibi çok değişkenli t dağılımına sahiptir.

2.2.5. Bayesci Ters Modelleme (Bayesian Inverse Modeling)

Lineer olmayan regresyonda bayesci tahminlere direk olarak ulaşmak zordur. Çünkü parametrelerin sonsal dağılımını elde etmek kolay değildir. Bu sebeple, parametrelerin sonsal dağılımını elde etmek veya bayes tahmin edicisini bulmak için bir çok yöntem geliştirilmiştir. Ters modelleme terimi, kötü bir şekilde veri ile sınırlanan modellerde parametre tahmini için fiziksel bilimlerde kullanılmaktadır.

Bayesci ters modellemede önce lineer olmayan regresyon için verilerden negatif log-olabilirlik fonksiyonu bulunur.

$$-\log(L) = 0.5[(E' E / \sigma^2) + n \log(2\pi\sigma^2)] \quad (21)$$

Elde edilen bu negatif log-olabilirlik fonksiyonunu minimize eden parametre ve varyans tahminleri bulunur. Bu tahminler bilinmeyen önsel dağılım kullanıldığında elde edilecek olan tahminlerle aynı olacaktır. İkinci veri setiyle beraber bulunan bu sonsal dağılım, önsel dağılım olarak kabul edilip, ikinci veri setinden bulduğumuz önsel dağılım yardımıyla sonsal dağılımı bulmak amaçlanır. Ters modelleme tekniğiyle, bulunacak olan sonsal dağılımın negatif log-olabilirlik fonksiyonu, ilk olarak bulduğumuz ve önsel dağılım olarak kabul ettiğimiz dağılımın negatif log-olabilirlik fonksiyonu ile yeni verilerden elde edilen negatif log-olabilirlik fonksiyonunun toplamına eşittir.

$$-\log(L_p) = -\log(L_0) - \log(L_1) \quad (22)$$

burada,

$$-\log(L_0) = 0.5[(\beta - \beta_0)' S_0^{-1} (\beta - \beta_0) + k \log(2\pi) + \log(| S_0 |)] \quad (23)$$

ve,

$$-\log(L_1) = 0.5[(E' E / \sigma^2) + n \log(2\pi\sigma^2)] \quad (24)$$

olarak alınır. Bu iki negatif log-olabilirlik fonksiyonun undan yaklaşık olarak tahmin edilen parametre ve varyans tahminleri bayesci tahmin edicilere bir örnektir.

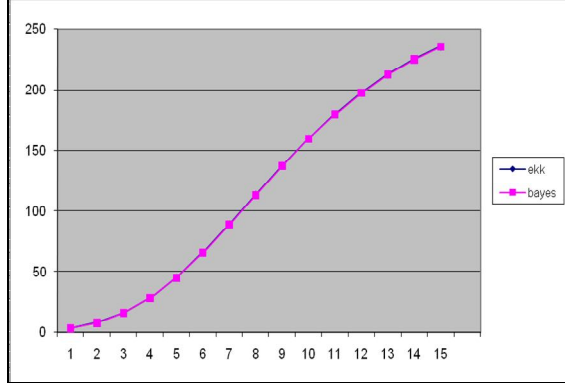
3. Bulgular ve Tartışma

Yapılan çalışmada büyüme modelinin parametrelere ait En Küçük Kareler (EKK) ve Bayes Yaklaşımı (BY) ile elde edilen değerler ile bitkilere ait Hata Kareler Toplamları değerleri Çizelge 1'de, EKK ve BY'ine ait eğriler ise Şekil 1'de gösterilmektedir. Çizelge incelendiğinde yöntemlere göre parametre değerleri ve Hata kareler toplamı değerleri bakımından çeşitlere göre farklılıklar olduğu gözlenmiştir. Çeşitlerin alabilecekleri en üst asimptot değerini gösteren 'a' parametresi genel olarak yönteminde 298,336 ile 249,965 arasında değerler alırken, Bayes yönteminde ise 301.59 ile 250.338 arasında değer almıştır. Asimptot değerleri incelendiğinde, en yüksek değer EKK yönteminde 298,336 değeri $L_{70}P_{100}$ ve Bayes yönteminde ise 301,59 ile yine aynı çeşitte gözlenmiştir. Bu çeşidi EKK yönteminde 296,928 ve Bayes yönteminde ise 296,714 ile $L_{35}P_{100}$ çeşiti izlemiştir. En düşük asimptot değeri ise EKK yönteminde 249,965 ve Bayes yönteminde ise 250,338 değerleri ile $L_{140}P_{100}$ çeşitinde gözlenmiştir.

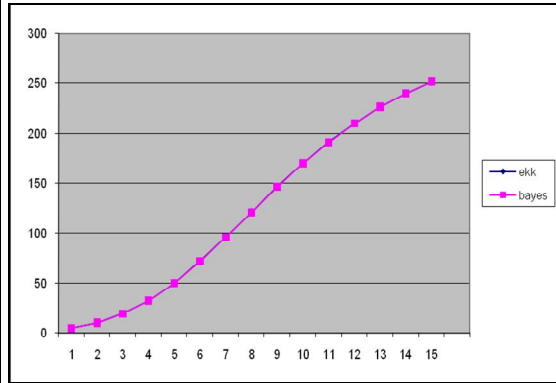
Çizelge 1. En Küçük Kareler ve Bayes yöntemine göre tahmin edilen Richards modeli parametre değerleri ile hata kareler toplamı değerleri

Parametre	Tahmin Değerleri							
	$L_{90}P_{100}$		$L_{35}P_{100}$		$L_{135}P_G$		$L_{90}P_G$	
	EKK	BAYES	EKK	BAYES	EKK	BAYES	EKK	BAYES
a	275,854	275,751	296,928	296,714	264,624	264,542	264,669	268,371
b	-0,428	-0,417	-0,312	-0,277	1,343	1,352	4,633	4,199
c	0,252	0,252	0,245	0,246	0,295	0,295	0,473	0,440
d	0,094	0,095	0,109	0,113	0,385	0,386	1,551	1,437
Hata Kareler Toplamları								
EKK	620,237		769,966		309,685		592,108	
BAYES	621,239		771,811		310,668		748,227	
Tahmin Değerleri								
Parametre								

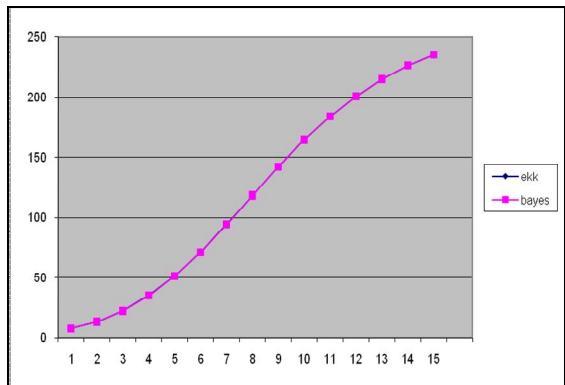
	L ₁₄₀ P ₁₀₀		L ₇₀ P _G		L ₁₄₀ P _G		L ₇₀ P ₁₀₀	
	EKK	BAYES	EKK	BAYES	EKK	BAYES	EKK	BAYES
a	249,965	250,338	251,792	251,911	257,398	257,802	298,336	301,59
b	1,851	1,8193	2,991	2,981	3,892	3,858	0,322	0,113
c	0,331	0,3292	0,358	0,357	0,418	0,415	0,227	0,221
d	0,468	0,4604	0,827	0,823	1,011	1,001	0,218	0,189
Hata Kareler Toplamları								
EKK		278,972		359,322		203,771		354,112
BAYES		278,990		362,830		206,222		348,903



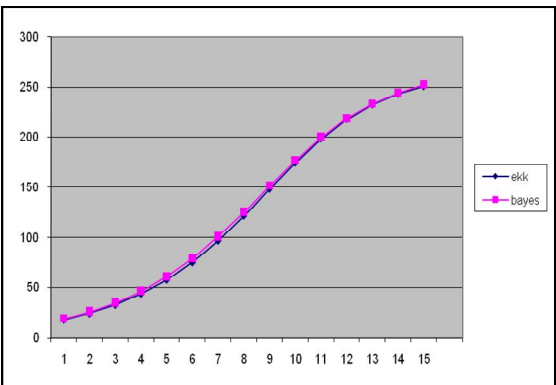
A



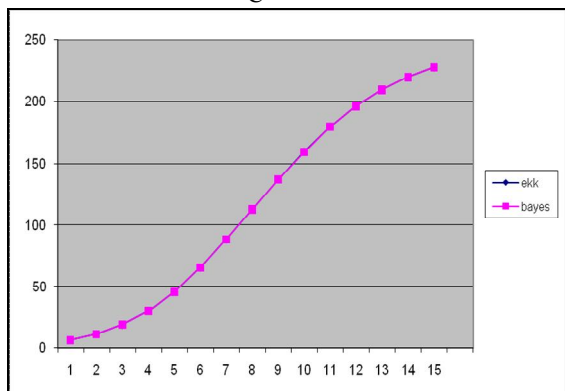
B



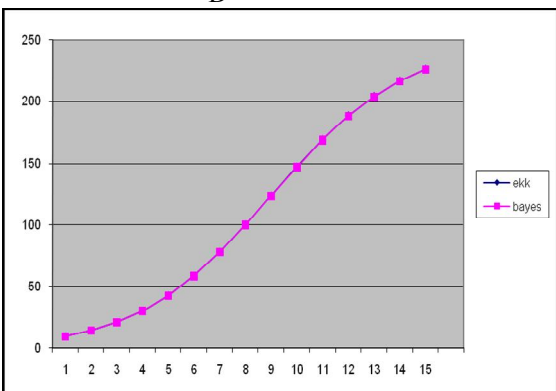
C



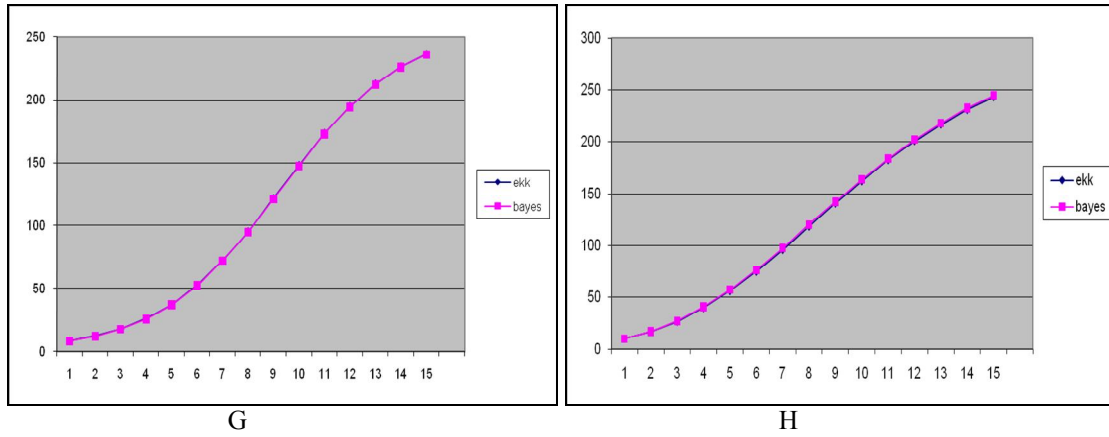
D



E



F



Şekil 1. En Küçük Kareler ve Bayes yöntemiyle gözlenen değerler arasındaki farklılığı gösteren eğriler

Büküm noktası parametresi 'd' incelendiğinde EKK yönteminde 0,094 ile 1,551 arasında değerler alınırken, Bayes yönteminde ise 0,095 ile 1,437 arasında değerler alınmıştır. En düşük büküm noktası parametresi değeri her iki yöntemde de 0,094 ve 0,095 değerleri ile $L_{90}P_{100}$ çeşitinde gözlenirken, en yüksek değer ise yine her iki yöntemde de 1.551 ve 1.437 değerleri ile $L_{90}P_G$ çeşitinde gözlenmiştir. Elde edilen bu 'd' parametresi sonuçlarına göre 'd' parametresi küçük olan çeşitlerin büküm noktaları daha alt seviyelerde gerçekleşmektedir. Büyük değerler ise daha yükseklerde olmaktadır. Buna göre $L_{90}P_{100}$ çeşitinde oluşan büküm noktası diğer çeşitlere göre daha alt noktada olurken, $L_{90}P_G$ çeşitinde ise diğer çeşitlere göre daha yüksekte bir büküm noktası elde edilmiştir. Büküm noktası büyümenin en hızlı ve aynı zamanda büyümenin yavaşlamaya başladığı nokta olması nedeniyle özellikle yapılacak agronomik uygulamaların etkinliği bakımından oldukça önemlidir.

Elde edilen sonuçlara göre mısır çeşitlerinin büyüme performansının genel olarak birbirlerine benzer olduğu görülmektedir. EKK ve Bayes yöntemlerinin birbirlerine yakın tahminlerde bulunması bu iki yöntemin mısır çeşitlerinin büyümelerini aynı ölçüde tahmin edebildiklerini göstermektedir. Yurt dışından getirilen bu çeşitler aynı ülkede benzer vejetasyonlarda ıslah edilip geliştirildikleri için büyüme performanslarının benzer olması beklenen bir sonuç olarak değerlendirilebilir. Yapılan bu çalışmada elde edilen tahmindeki başarı ile Babcock ve ark.[10]'nın gübre dozlarını tespitite, Rinelli ve Sheley [12]'nin sütleşen bitkisinde ve Jiang ve ark. [13]'nin mısır verimi üzerine yaptıkları çalışmalarda elde ettiği tahmin başarıları bizim çalışmamızda da gözlenmiştir.

4. Sonuç

Elde edilen sonuçlara göre Bayes yönteminin tarımsal alanlarda başarılı bir şekilde uygulanabildiği görülmüştür. Mısır bitkileri için yapılan bu çalışmanın diğer bitkilerde ve tarımın diğer alanlarında da kullanılması elde edilen verilerin daha iyi değerlendirilmesi açısından faydalı olabilecektir.

Kaynaklar

- [1]Genç, A., 1997. Çok Değişkenli Lineer Olmayan Modeller, Parametre Tahmini ve Hipotez Testi, Ankara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü İstatistik Ana Bilim Dalı *Basılmamış Doktora Tezi*, Ankara.
- [2]Jackson, M Matsu'ura - Journal of Geophysical Research, 1985 - adsabs.harvard.edu Title: A Bayesian approach to nonlinear inversion Authors: Jackson, David D.; Matsu'ura, Mitsuhiro Journal: *Journal of Geophysical Research*, Volume 90.
- [3]Yardımcı, A., 1992. Çoklu Bağlantılı Çoklu Doğrusal Regresyonda Bayes Yaklaşımı, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Uygulamalı İstatistik Anabilim Dalı *Yüksek Lisans Tezi*, Ankara
- [4]Tekin, S.E., 1994. Regresyon Analizinde Bayes Yaklaşımı ve Bir Uygulama, Marmara Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Ekonometri Anabilim Dalı, İstanbul.
- [5] Vila, J.P., 2000. Bayesian Nonlinear Model Selection and Neural Networks: A Conjugate Prior Approach.
- [6]Karlsson, S., 2001. Bayesian Methods in Econometrics Linear Regression.
- [7]Zou, K., O'Malley, J., 2004. A Bayesian Hierarchical Non-Linear Regression Model in Receiver Operating Characteristic Analysis of Clustered Continuous Diagnostic Data.

- [8]Amisona, G. 2006. An Introduction to Bayesian Econometrics for Macroeconomics. II. More Techniques and Examples. *University of Brescia, Milan/ITALY*.
- [9]Corjeno, J.F. 1992. Short and long-run demand and substitution of agricultural inputs. *N. J. Agr. Res.* April:36-49.
- [10]Babcock, B.A.; Carriquiry, A.L.; Stern, H.S 1996. An evaluation of soil test information in agricultural desition making. Center for Agricultural and Rural Development Iowa State University. *Working paper.* 96-W 147.; 25.
- [11]Tremblay, M.; Wallach, D. 2004. Comparison of parametre estimation methods for crop models. *Agronomie* 24:351-365.
- [12]Rinella, M.J.; Sheley, R.L. 2006. A model that predicts invasive weed and grass Dynamics. II. Accuracy evaluation. *Weed Sci.* 53:605-614.
- [13]Jiang, P.; He, Z.; Kitchen, N.R.; Sudduth, K.A. 2008. Bayesian analysis of within-field variability of corn yield using a spatial hierarchical model. 10(2):111-127.
- [14]Guber, A.K.; Pachepsky, Ya. A.; van Genuchten, M. Th.; Simunek, J.; Jacques, D.; Names, A.; Nicholson, T.J.; Cady, R.E. 2006. Multimodel simulation of water flow in a field soil using pedotransfer function. *Vadose Zone J.* 5:234-247.
- [15]Zellner, A. 1971. An Introduction to Bayesian Inference in Econometrics. *John Wiley, New York*.
- [16]Press, S. James (1989). Bayesian Statistics: Principles, Models, and Applications. *John Wiley and Sons, Inc., New York*.