

# Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Kesirlerle İlgili Açık-Uçlu Sözel Hikayeye Yönelik Kurdukları Problemlerin İncelenmesi<sup>1</sup>

Cemalettin Işık<sup>2</sup> ve Tuğrul Kar<sup>3</sup>

**Öz:** Bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlere yönelik açık-uçlu sözel hikayeye kurdukları problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığının analiz edilmesi amaçlanmıştır. Çalışma, Erzurum il merkezindeki yedi ortaokulun altıncı sınıflarında öğrenim gören toplam 170 öğrenciyle yapılmıştır. Araştırmada nicel araştırma yaklaşımları içerisinde yer alan betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilere bir açık-uçlu sözel hikâye sunulmuş ve iki farklı sözel problem kurmaları istenmiştir. Öğrenciler tarafından kurulan problemler matematiksel ve dilsel karmaşıklığına göre analiz edilmiştir. Dilsel karmaşıklığına göre problemler “ödev”, “ilişkisel” ve “koşullu” şeklinde sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin kesirlerle işlemlere yönelik problem kurmada güçlük yaşadıkları tespit edilmiştir. Bunun yanında öğrencilerin problem kurarken dilsel güçlüğü en düşük olan “ödev” türü problemleri daha fazla tercih ettikleri belirlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Problem kurma, kesirler, açık-uçlu sözel hikayeler, ortaokul öğrencileri

**DOI:** 10.16949/turcomat.57055

**Abstract:** In this study, it was aimed to be analyzed mathematical and linguistic complexity of the problems posed by sixth grade students over the open-ended verbal story about fractions. The study was conducted with 170 students receiving education at the sixth grades of seven middle schools located in the city center of Erzurum. Descriptive research method which is appropriate to quantitative research approach was utilized in this study. The students were given an open-ended verbal story and they were asked to pose two verbal problems. The problems posed by students were analyzed in terms of their mathematical and linguistic complexity. The problems were categorized into groups of “assignment”, “relational” and “conditional” according to their linguistic complexity. It was determined that students had difficulties in the problem posing for the operation with fractions. Additionally, it was determined that the students preferred the “assignment” type of problems more than the other types in problem posing process.

**Keywords:** Problem posing, fractions, open-ended verbal stories, middle school students

[See Extended Abstract](#)

## 1. Giriş

Problem kurma veya oluşturma, matematik öğretimi ve öğreniminde önemli yere sahiptir. Problem kurma; öğrencilerin matematiksel deneyimleri, somut durumlara yönelik olarak yapmış oldukları kişisel yorumları ve bunları anlamlı matematiksel problemler olarak biçimlendirmeyi içeren bir süreç olarak tanımlanmaktadır (Stoyanova & Ellerton, 1996). Leung (1993) problem kurmayı, verilen bir problemin yeniden düzenlenmesi olarak tanımlarken, Silver (1994) problem kurmayı, verilen matematiksel bir durumun keşfedilmesi amacıyla yeni problemler üretilmesi, bunun yanında çözüm sürecinde bir problemin yeniden düzenlenmesi şeklinde tanımlamıştır. NCTM'ye (Ulusal Matematik

<sup>1</sup>Bu çalışma XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildirinin genişletilmiş halidir.

<sup>2</sup>Doç. Dr., Erciyes Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, [cisik@erciyes.edu.tr](mailto:cisik@erciyes.edu.tr)

<sup>3</sup>Dr., Atatürk Üniversitesi, Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi, İlköğretim Matematik Eğitimi, [tuğrulkar@atauni.edu.tr](mailto:tuğrulkar@atauni.edu.tr)

Öğretmenleri Konseyi) (2000) göre ise problem kurma; verilen bir durum ya da deneyimden yeni bir problem oluşturmaktır. Alan yazında problem kurmaya yönelik yapılan tanımlarda, matematiksel verilerin analiz edilmesiyle veya mevcut bir problemdeki verilenler ve istenenlerin yeniden düzenlenmesi yoluyla yeni problemlerin üretilmesine vurgu yapılmaktadır.

Problem kurma, öğrencilerin kavramsal anlamalarının gelişimine katkıda bulunmaktadır (Demir, 2005; Toluk-Uçar, 2009). Lin ve Leng (2008), problem kurma sürecinde öğrencilerin problem kurulması istenen matematiksel işlemleri, kavramları ve kurulan problemin farklı çözüm yollarını düşündüklerini, dolayısıyla bu tür etkinliklerin farklı ve esnek düşünme becerilerinin geliştirilmesinde fırsat sunduğunu belirtmişlerdir. Problem kurmanın matematik öğrenimi ve öğretimindeki önemi, kavramsal anlama becerisini geliştirmesiyle sınırlı değildir. Problem kurma; problem çözme ve yaratıcılık becerileri ile de yakın ilişkili olup, bu becerilerin gelişimine de katkıda bulunmaktadır (Abu-Elwan, 2002; Cai & Hwang, 2002; Cankoy ve Darbaz, 2010; Silver & Cai, 1996; Yuan & Sriraman, 2010). Kilpatrick (1987), öğrencilerin kurdukları problemlerin niteliklerinin, onların problemleri nasıl çözeceklerinin iyi bir göstergesi olduğunu vurgulamıştır. Silver ve Cai (1996) alan yazında sadece verilen sözel problemlerin hikayelerinin değiştirilerek yeniden yazılması şeklindeki en basit düzeydeki etkinliklerin bile öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirdiğine yönelik sonuçlar yer aldığını vurgulamıştır. Bunun yanında problem kurmanın, problem çözme ile olan ilişkisi, problem kurma üzerine yapılan tanımlarda da kendini göstermektedir. Örneğin Gonzales (1998) problem kurmayı, Polya'nın problem çözme basamaklarının beşinci adımı olarak tanımlamıştır. Türkiye'deki matematik öğretimi programlarında da problem kurmanın problem çözmeyle ilişkili olduğuna yönelik bu bakış açısının etkileri görülmektedir. Örneğin Ortaokul Matematik Dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013) öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştirmeye yönelik, *1) problemi anlama, (2) çözümü planlama, (3) planı uygulama, (4) çözümün doğruluğunu ve geçerliğini kontrol etme ve (5) çözümü genelleme ve benzer/özgün problem kurma süreçleri gözetilmelidir* şeklindeki açıklamalarla, problem kurma problem çözme ile ilişkilendirilmektedir.

Problem kurmanın son yıllarda ön plana çıkarılan diğer bir boyutu ise kavramsal anlamamanın, hataların ve kavram yanlışlarının tespit edilmesinde değerlendirme aracı olarak kullanılabileceği görüşüdür. Kinach (2002), öğrenci başarısının formülleri veya matematiksel terimleri hatırlamadan daha fazlasını gerektirdiğini ve problem kurmanın öğrenci başarısının değerlendirilmesinde önemli bir araç olduğunu belirtmiştir. Graeber (1999) ise, bir algoritmanın doğru bir şekilde yürütülmesinin veya doğru cevabın elde edilmesinin kavramsal öğrenmenin bir göstergesi olmadığını ve değerlendirmenin sadece işlemsel öğrenmeyi ölçmeyi amaçladığında, öğrencilerin kavramsal bilgisinin keşfedilemeyeceğini belirtmiştir. Bu bağlamda problem kurma, kavramsal anlama becerisinin belirlenmesinde alternatif bir değerlendirme aracı olarak görülmektedir (Işık ve Kar, 2012a; Mestre, 2002). Stoyanova (1998), öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel yetenekleri hakkında önemli ipuçları sunduğuna yönelik araştırmacılar arasında fikir birliği olduğunu vurgulayarak bu görüşü desteklemiştir.

Literatürde problem kurma üzerine farklı sınıflandırmalar bulunmaktadır (Christou, Mousoulides, Pittalis, Pantazi-Pitta & Sriraman, 2005; Contreras, 2007; Silver, 1995; Stoyanova & Ellerton, 1996; Stoyanova, 1998). Sınıflamalar daha çok problem türlerine göre değişiklik göstermektedir. Stoyanova ve Ellerton (1996), problem kurma etkinliklerini; *serbest*, *yarı-yapılandırılmış* ve *yapılandırılmış problem kurma* şeklinde üç kategoride sınıflandırmışlardır. *Serbest problem kurmada*, öğrencilere problem verilmez. Öğrencilerden, sınırlandırma olmaksızın verilen doğal duruma uygun problemler kurmaları istenir. *Yapılandırılmış problem kurmada* öğretmenler, özel problem çözme stratejileri geliştirir ve öğrencilerinden, bu stratejileri çözümünde kullanmayı gerektirecek problemler kurmalarını isterler. *Yarı-yapılandırılmış problem kurmada* ise öğrencilere açık-uçlu bir durum verilir. Bu tür etkinliklerde öğrencilere görsel şekiller, matematiksel ifadeler, denklemler, özel teoremler ya da günlük yaşamla ilişkili tamamlanmamış sözel hikayeler sunulur (Abu Elwan, 1999; Christou ve ark., 2005; Dickerson, 1999; Stoyanova, 1998). Öğrencilerden bilgi, beceri ve deneyimlerini kullanarak sunulan açık-uçlu durumu problem olacak şekilde tamamlamaları istenir. Açık-uçlu sözel hikayelere yönelik problem kurma etkinlikleri de bu kategoride yer almaktadır. Açık-uçlu sözel hikaye ise, matematiksel veri setinin günlük yaşamda karşılaşılmaması muhtemel bir durumla ilişkilendirilerek, sözel bir hikaye formunda sunulması ve oluşturulan hikayenin sonunun okuyucu tarafından tamamlanmasının istendiği bir durum olarak tanımlanabilir.

Bu araştırmada problem kurma etkinlikleri olarak kullanılan açık-uçlu sözel hikayelere yönelik etkinlikler, yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri içerisinde yer almaktadır. Bonotto (2013) daha az yapılandırılan açık-uçlu etkinliklere yönelik problem kurma etkinliklerinin, öğrencilerin esnek düşünebilme ve problem çözebilme becerilerini geliştirdiğini ve okul dışındaki doğal durumlara adapte olmalarına katkı sağladığını belirtmiştir. Ayrıca araştırmacılar (Bonotto, 2013; Lowrie, 2002), açık-uçlu sözel hikayelere kurulan problemlerin, öğrencilerin derslerde ne tür öğretim etkinlikleri ile meşgul oldukları hakkında bilgi sunduğunu vurgulamaktadırlar. Çünkü bu tür problem kurma etkinliklerinde öğrenciler soru kökünü kendileri oluşturdukları için, açık-uçlu hikayedeki verilere yeni bilgiler ekleme şansına sahiptirler. Bu yönüyle öğrencilerin kurdukları problemler, bilgilerinin genişlik ve derinliği hakkında da önemli ipuçları sunabilmektedir.

Yapılan alan yazın taraması sonucunda, Türkiye'deki ortaokul öğrencilerinin problem kurma becerilerini araştıran birçok çalışma ile karşılaşmıştır. Bu çalışmalarda problem kurmanın; problem çözme ve akıl yürütme becerileriyle olan ilişkisinin (Çelik ve Yetkin-Özdemir, 2011; Işık, Kar, Işık ve Albayrak, 2012), kavramsal anlama ve problem çözme becerileri üzerindeki etkisinin (Cankoy ve Darbaz, 2010; Turhan ve Güven, 2014) araştırıldığı görülmektedir. Ayrıca araştırılan diğer bir boyut ise problem kurmanın matematik programı ve ders kitaplarındaki yeridir (Kılıç, 2011). Problem kurmanın farklı değişkenler üzerindeki etkisi veya bu değişkenlerle olan ilişkisinin yanında, yapılan diğer çalışmalarda ise öğrencilerin kurdukları problemler analiz edilmiştir. Bu tür araştırmalarda kavramsal ve bağlamsal analizler daha fazla ön plana çıkmaktadır. Kavramsal analizlerde,

kurulan problemlerdeki hatalar analiz edilmiştir. Işık ve Kar (2012a), ilköğretim yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemlerine yönelik kurdukları problemlerdeki hataları analiz ederek yedi hata türü tespit etmişlerdir. Arıkan ve Ünal (2013), ilkokul ikinci sınıf öğrencilerinin istenen duruma uygun problem kuramadıklarını, kavram yanlışlarının ortaya çıktığını, Türkçeyi iyi kullanamama sorunlarıyla karşılaştıklarını belirtmişlerdir. Kar ve Işık (2014) yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik kurdukları problemlerde 12 hata türü tespit etmişlerdir. Bağlamsal boyutta Kılıç (2013a), öğrencilerin dört işlemin sahip oldukları farklı anlamlara yönelik problem kurabildiklerini, ancak işlemlerin bazı anlamlarını daha fazla ön plana çıkardıklarını belirlemiştir.

Bunun yanında kurulan problemlerin analizlerinde ön plana çıkarılan diğer bir durum ise, oluşturulan problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığının<sup>4</sup> incelenmesidir. Problem kurma etkinliğinin yapısına göre, matematiksel bir problemin karmaşıklığını belirlemenin birden çok yolu bulunmaktadır. Araştırmacılar (English, 1998; Leung & Silver, 1997; Liu & Neber, 2012; Nicolaou & Xistouri, 2011; Silver & Cai, 1996, 2005) problemlerin matematiksel karmaşıklığını belirlemenin bir yolunun da çözümünde içerdiği adım sayısının hesaplanması olduğunu vurgulamışlar ve kurulan problemleri çözümünde bir adım gerektirmesi veya çoklu adımları gerektirmesi durumlarına göre analiz etmişlerdir. Leung (1997), çözümünde birden çok adım gerektiren problemlerin, çözümünde bir adım gerektiren problemlere göre daha karmaşık olduğunu belirtmiştir. Problemlerin dilsel karmaşıklığının analizi için ise problemler; *ödev*, *ilişkisel* ve *koşullu* (Crespo & Sinclair, 2008; Işık, Işık ve Kar, 2011; Silver & Cai, 1996, 2005) şeklinde sınıflandırılmaktadır. Araştırmacılar (Crespo & Sinclair, 2008; Silver & Cai, 1996), “Jerome, Eliot ve Arturo okuldan eve doğru araba sürmektedir. Arturo, Eliot’dan 80 mil fazla araba sürmektedir. Eliot, Jerome’nin sürdüğü yolun iki katı kadar araba sürmüştür. Jerome 50 mil araba sürmüştür” açık-uçlu sözel hikayesi için kurulan, “Eliot kaç mil araba sürmüştür?”, “Arturo kaç mil araba sürmüştür?”, “İkisi beraber toplam kaç mil araba sürmüştür?” şeklindeki problemleri “ödev”, “Arturo, Jerome’dan kaç mil fazla araba sürmüştür?”, “Kim en fazla araba sürmüştür?”, “En az kim araba sürmüştür?” şeklindeki problemleri “ilişkisel” ve “Eğer bir saatte ortalama 60 mil yol alıyorsa, eve varmaları yaklaşık olarak kaç saat alır?” şeklindeki problemleri ise “koşullu” olarak sınıflandırmışlardır. Başka bir ifadeyle bu sınıflamada, hikayede yer alan kahramanların veri setine bağlı kalınarak sürdüğü veya sürdükleri mesafelerin bulunması sürecini soran durumlar *ödev*, kahramanların sürdükleri mesafenin bulunmasının ötesinde, sürülen mesafeler arasındaki fark veya farkları belirlemeye yönelik durumlar *ilişkisel* ve hikayeye yeni veriler eklenerek, oluşturulan yeni veri setine bağlı olarak çözümü yapılabilecek problemler ise *koşullu* olarak tanımlanmıştır.

Uluslararası literatürde bu alanda birçok çalışma bulunmasına karşın, Türkiye’de öğrencilerin kurdukları problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığını araştıran bir çalışma ile karşılaşılmamıştır. Türkiye’de yapılan çalışmalarda öğrencilerin kurdukları problemlerin “doğru”, “yanlış” (Arıkan ve Ünal, 2013, 2015; Işık, Kar, Işık ve Albayrak

<sup>4</sup> Problem kurma üzerine yapılan araştırmalarda (Örn., Silver & Cai, 2005) “matematiksel” ve “dilsel karmaşıklık” ifadeleri için “mathematical complexity” ve “linguistic complexity” şeklindeki ifade kullanılmaktadır.

2012; Turhan ve Güven, 2014), “boş”, “kısmen doğru”, “tamamen doğru” ve “tamamen yanlış” (Akkan, Çakıroğlu ve Güven, 2009) veya “matematiksel bir problem olma”, “çözülebilir olma”, ve “problem yönergesine uygun olma” (Çelik ve Yetkin-Özdemir, 2011) şeklindeki sınıflamaların kullanıldığı görülmektedir. Bu araştırmalardan farklı olarak Tertemiz ve Sulak (2011), beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerini, kullandıkları tekniklere göre incelemiştir. Araştırmada, bir problem çözüldükten sonra ilgili bir problem kurarken, çözümü yapılan problemdeki “konu”, “verilen”, “koşul”, “istenen” ve “yeni bilgi ekleme” şeklindeki kategorilerin kombinasyonundan oluşan sekiz tekniği göz önüne almışlardır.

Öğrenme sürecinde kesir kavramının oluşumu ve geliştirilmesine uzun zaman ayrılmakla birlikte, kesirler ve kesirlerle işlemler, öğrenciler için anlaşılması zor matematiksel konuların başında gelmektedir (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013; Charalambous & Pantazi, 2005; Doğan ve Yeniterzi 2011; Küçük ve Demir, 2009; Misquitta, 2011; Tirosh, 2000). Kesirlerin sembolik gösterimi ile anlamı arasında ilişki kurulamaması (Mack, 1995), formüllerin ve algoritmaların ezberlemeye çalışılması (Şiap ve Duru, 2004) ve kavramsal anlamaya yönelik etkinliklere yeterince yer verilmemesi (Pantziara & Philippou, 2011; Sharp & Adams, 2002) bu zorluğun başlıca nedenleri arasında yer almaktadır. Bulgar (2003), kesirlere yönelik algoritmaların geleneksel yöntemlerle öğretildiğini, algoritmanın iyi bir şekilde yürütülmesi halinde altında yatan anlamların sorgulanmadığını belirterek, bu durumun öğrencilerde sadece işlemsel yeterliliğin geliştirilmesine yol açtığını belirtmiştir. Kavramsal bilginin oluşumu için kesirlere yönelik terim ve algoritmalar, günlük yaşam durumları ile ilişkilendirilmelidir. Kesirler ve kesirlerle toplama işleminin günlük yaşam durumları ile ilişkilendirilmesinde ise sözel problemler önemli yere sahiptir (Alacacı, 2009; Van de Walle, 2004). Kocaoğlu ve Yenilmez’ e (2010) göre, problemlerin günlük yaşama uygun yazılması ve mümkün olduğu kadar somutlaştırılması, öğrenci zihninde soyut olan kesirlerin kavranmasını kolaylaştıracaktır. Dolayısıyla problem çözme, problem kurmayı da içine alan bir süreç olduğundan, kesirleri günlük yaşamla ilişkilendirme ve kavramsal bilgini oluşum sürecinde problem kurma da önemli katkılar sağlayabilecektir. Çünkü öğrenciler problem kurma yoluyla, deneyimleri ile matematiksel kavram ve işlemleri ilişkilendirebilmekte, matematiksel bir dil geliştirebilmekte, sembolik temsillere anlam yükleyebilmekte ve çözüm için gerekli olan adımlar arasındaki bağlantıları kurabilmektedir (Abu-Elwan, 2002; Cai, 2003; Crespo & Sinclair, 2008; English, 1997; Işık, Işık & Kar, 2011; Lowrie, 2002; Toluk-Uçar, 2009). English (1998) öğrencilerin sembolik matematiksel ifadeleri tanımlayabilme ve günlük yaşam durumları ile ilişkilendirebilme becerilerinin, problem kurma etkinlikleri ile değerlendirilip geliştirilebileceğini, Dickerson (1999) ise, öğrencilerin kendi problemlerini kurduklarında, problemlerin yapısının altında yatan anlamları ve yaklaşımları fark edebileceklerini, sayı ve kavramlar arasındaki ilişkileri oluşturabileceklerini belirtmiştir.

Türkiye’de öğrencilerin kesir ve kesir işlemlerine yönelik problem kurma ile ilgili araştırmalarda, kurulan problemlerdeki yapılan hatalara ve güçlüklerle (Arıkan ve Ünal, 2013; Işık ve Kar, 2012a; Kar ve Işık, 2014) vurgu yapılmasına rağmen problemlerin

matematiksel ve dilsel karmaşıklığı incelenmemiştir. Öğrencilerin açık-uçlu sözel hikayeye yönelik kurdukları problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığının incelenmesi, öğrencilerin ne tür problemler kurdukları hakkında matematik öğretmenleri ve araştırmacılara katkı sağlayabilecektir. Bunun yanı sıra araştırma sonuçlarının öğrencilerin kesirlere yönelik kavramsal bilgi düzeylerinin değerlendirilmesinde, farklı problem kurma etkinliklerinin planlanması ve uygulanması sürecinde öğretmenlere hem ölçme hem de değerlendirme aracı olarak yararlı olabileceği öngörülmektedir. Bu bağlamda araştırmada problem kurmanın değerlendirme boyutu dikkate alınarak, altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle işlemlere yönelik açık-uçlu sözel hikayeye kurdukları problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığının incelenmesi amaçlanmıştır.

## 2. Yöntem

Bu araştırmada nicel araştırma yaklaşımları içerisinde yer alan deneysel olmayan araştırma desenlerinden betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Mcmillan ve Schumacher'e (2010) göre betimsel araştırma yöntemi, bir durumun geçmişteki ya da şimdiki durumunun ne olduğunu tespit etmek için kullanılır. Ortaokul altıncı sınıf öğrencilerinin kurdukları problemlerin kavramsal yönden geçerli olup olmaması ve dilsel karmaşıklığına ait durumun ne olduğunun tespit edilmesi amaçlandığından betimsel araştırma yöntemi kullanılmıştır.

### 2.1. Örneklem

Bu çalışma, Erzurum il merkezindeki yedi ortaokulun altıncı sınıfında öğrenim gören 170 öğrenciyle bahar yarıyılında yapılmıştır. Bu yedi ortaokulda eğer her bir sınıf düzeyinde birden fazla şube varsa, rastgele birer şube seçilmiştir. Uygulamaya katılan öğrenciler, İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'ndaki (MEB, 2009) *kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini yapar ve kesirlerle işlemler yapmayı gerektiren problemleri çözer ve kurar kazanımlarına yönelik öğretim sürecini tamamlamışlardır*. Araştırmada kurulan problemlerin ait oldukları kategorileri daha anlaşılır hale getirmek amacıyla öğrenci yanıtlarına doğrudan yer verilmiştir. Bu nedenle kurulan problemlerin hangi öğrencilere ait olduğunu belirtmek için öğrencilere, Ö<sub>1</sub>,...,Ö<sub>170</sub> şeklinde öğrenci kavramını simgeleyen kodlar atanmıştır.

### 2.2. Veri Toplama Aracı ve Analizi

Çalışmaya katılan öğrencilere, *Bir kek 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ayşe bu kekin  $\frac{4}{8}$ 'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$ 'ini ve Hasan  $\frac{2}{8}$ 'ini yemiştir* şeklindeki açık-uçlu sözel hikaye sunulmuştur. Öğrencilerin yarı yapılandırılmış durumlara yönelik kurulan problemlerin analizinin yapıldığı araştırmalarda (Işık ve Kar, 2012a; Kar ve Işık, 2014; Kılıç, 2013a; Tertemiz ve Sulak, 2013), öğrencilerden verilen etkinliğe yönelik bir problem cümlesi yazmaları istenmiştir. Bu araştırmada öğrencilerin kurduğu problemlerin öncelikle matematiksel analizi, sonrasında ise matematiksel problem olarak değerlendirilen yanıtların dilsel karmaşıklığının analizi amaçlandığından, sadece bir problem kurulmasının problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığının tespitinde sınırlık oluşturabileceği düşünülmüştür.

Bu nedenle öğrencilerinden, verilen açık-uçlu hikayeden hareketle iki farklı sözel problem kurmaları istenmiştir. Uygulama öncesinde öğrencilere, kurdukları iki problemde sordukları durumların farklı olması halinde problemlerin farklı kabul edileceği özellikle vurgulanmıştır. Testte yer alan madde, Leung'un (2013) çalışmasından uyarlanmıştır. Bu açık-uçlu hikayede kesir sayılarının tamamı basit kesir olup, her biri bütünü belli bir miktarını temsil etmektedir. Oluşturulan bu açık uçlu sözel hikaye durumunun anlaşılabilirliği ve öğrencilerin kesirlere yönelik bilgi düzeylerine uygunluğu hakkında iki ortaokul matematik öğretmeninin görüşlerine de başvurulmuştur. Öğretmenler, kesir işlemlerine yönelik benzer hikaye durumlarını derslerinde de kullandıklarını, ders kitaplarında da benzer hikayeleri içeren problemlere yer verildiğini ve yöneltilecek sorunun öğrencilerin kesir ve kesir işlemlerine yönelik bilgi düzeylerine uygun olduğuna yönelik görüş belirtmişlerdir. Öğretmenlerden alınan bu dönütler doğrultusunda hazırlanan açık-uçlu maddenin kullanılmasına karar verilmiştir.

Bu çalışma kapsamında öğrenciler tarafından kurulan problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığı, alan yazındaki (Leung & Silver, 1997; Leung, 2013; Silver & Cai, 1996, 2005) farklı analiz şemaları yardımıyla iki aşamada çözümlenmiştir. Birinci aşamada kurulan problemler, beş kategoride analiz edilmiştir (Leung, 2013; Leung & Silver, 1997). Bu kategoriler şunlardır; *i) problem değil, ii) matematiksel olmayan durum, iii) mümkün olmayan matematik problemi, iv) yetersiz matematik problemi ve v) yeterli matematik problemi*. Öğrencilerden kendilerine yöneltilen açık uçlu sözel hikayeyi problem oluşturacak şekilde tamamlamaları istendiğinden, problemlerin matematiksel karmaşıklığın ilk basamağını; yanıtların soru kökü içermesi/içermemesi durumuna göre, *problem/problem değil* şeklindeki kategoriler oluşturmuştur. Daha sonra soru kökü ile tamamlanmış *problem* kategorisindeki yanıtlar, çözümünde matematiksel işlemler gerektirip/gerektirmemesine göre, *matematiksel olmayan durum/matematiksel* şeklindeki alt kategorilere ayrılmışlardır. Bir sonraki adımda, çözümünde matematiksel işlemler gerektiren yanıtlar, problem kurgusunun mantıklı bir çözümünün olup/olmamasına göre *mümkün olmayan/mümkün matematik problemi* kategorilerine ayrılmıştır. Son aşamada ise soru kökü içeren, mantıklı bir çözüme matematiksel işlemler kullanılarak ulaşılabilecek yanıtlar, eksik veri içerip/içermemelerine göre *yetersiz/yeterli matematik problemi* kategorilerinde değerlendirilmişlerdir. Kategorilere ait ayrıntılı açıklamalar şu şekildedir.

*Problem değil* kategorisi, sadece bir betimlemenin yapıldığı veya soru kökü içermeyen yanıtları içermektedir. Öğrenciler verilen açık uçlu sözel hikayedeki ifadelerin yerlerini değiştirerek hikayeyi soru kökü içermeyecek şekilde yeniden yazmışlardır.

*Matematiksel olmayan durum* kategorisinde yer alan yanıtlar; matematiksel olarak çözülemeyen ya da sonucu açıkça belirgin olan problemleri içermektedir. Bu tür yanıtlarda matematiksel işlemler ile çözüme ulaşılması mümkün değildir. *Keki nasıl paylaşmışlar? Her birisi kekin ne kadarını almıştır?* şeklindeki yanıtlar, matematiksel işlemlerle çözülemeyeceği için veya cevap sözel hikaye içerisinde zaten verilmiş olduğundan bu kategoride değerlendirilmiştir.

*Mümkün olmayan matematik problemi* kategorisi, verilen bilgiler ile çözümün bulunamayacağı yanıtları içerir. Bu kategoride yer alan problemlere yeni veriler eklense bile problemin çözümü yapılamaz. *Kalan keki de öğretmenlerine ikram etmişlerdir. Buna göre öğretmen kekin ne kadarını yemiştir?, Yedikleri kekin eşit olması için Hasan ne kadar daha kek yemelidir?* şeklindeki yanıtlar verilen bilgilerle çözülemeyeceği için bu kategoride değerlendirilmiştir. Çünkü bu tür yanıtlarda, oluşturulan soru kökü mantık hatasına yol açmaktadır. Verilen şartların kabulü altında, ilk yanıtta geriye kek kalmayacak, dolayısıyla öğretmene ikram edilemeyecektir. İkinci yanıtta da tamamı yenmiş olan bir kek, yenen miktarları eşitlemek adına Hasan'ın ne kadar kek yemesi gerektiğinin sorulması yine mantık hatası içermekte ve dolayısıyla mümkün olamayacak bir duruma işaret etmektedir. Bu noktada *matematikselsel olmayan durum* kategorisi ile *mümkün olmayan matematik problemi* kategorisini birbirinden ayıran temel düşünce, çözüme ulaşmada matematiksel işlemlerin kullanımınıdır. *Matematikselsel olmayan durum* kategorisinde çözüme ulaşmak için herhangi bir matematiksel işleme başvurulamazken, *mümkün olmayan matematik problemi* kategorisinde, her ne kadar mantıksal bir hata yapılmışsa da, matematiksel işlem gerektiren bir çözüm yapma anlayışı söz konusudur. *Mümkün olmayan matematik problemi* ile *problem değil* kategorilerini birbirinden ayıran düşünce ise verilen açık uçlu durumun soru kökü içerecek şekilde tamamlanıp tamamlanmamasıdır. Açık uçlu durumun matematiksel bir problem olabilmesi için sunulan veri setinden hareketle istenen bir durumun sorulması gerekir. Ancak bazı öğrenciler, verilen ifadeyi soru kökü ile tamamlayamamışlardır. Buna karşın bazı yanıtlarda soru kökü yer almasına rağmen açık uçlu durumda sunulan veri seti kullanılarak gerçekçi ve mantıklı bir çözüme ulaşılması mümkün değildir.

*Yetersiz matematik problemi* kategorisi, eksik verilerin eklenmesi halinde problemin çözümünün yapılabileceği yanıtları kapsamaktadır. *Ayşe'nin kardeşi ne kadar kek yemiştir?* şeklindeki bir yanıt bu kategoride değerlendirilmiştir. Bu yanıt, *matematikselsel olmayan* veya *mümkün olmayan* kategorilerindeki yanıtlardan farklıdır. Çünkü verilen hikayedeki kahramanlarda Ayşe'nin kardeşi yoktur ama Ayşe'nin kardeşine yönelik uygun veriler eklenerek (Ayşe kekinin yarısını kardeşiyle paylaşmıştır, aynı büyüklükte bir kek daha eşit paylaşılırak Ayşe'nin kardeşine de verilmiştir vb.) problem tamamlanabilir ve çözüme ulaşılabilir. Bu nedenle matematiksel işlemler kullanılarak çözüme ulaşılabilmesi ve mantık hatası içermeyecek şekilde düzenlenmesi boyutuyla ilk iki kategoriden farklı düşünülmüştür.

*Yeterli matematik problemi* kategorisi ise, verilen bilgilerle soru kökünde ifade edilen duruma cevap verilebileceği problemleri içermektedir. *Üçü birlikte kekin ne kadarını yemişlerdir?, Ayşe ve Mehmet'in yediği kek, Hasan'ın yediği kekten ne kadar çoktur?* şeklindeki yanıtlar bu kategoride değerlendirilmiştir.

Verilen yanıtların matematiksel karmaşıklığının analizine ait şema Şekil 1'de sunulmuştur. Bu kategorilere yönelik örnek yanıtlara ve ayrıntılı açıklamalara ise bulgular kısmında yer verilmiştir.



Kurulan problemler	A. Problem değil			
	B. Problem	B.1. Matematiksel olmayan durum		
		B.2. Matematiksel		
			B.2.1. Mümkün olmayan matematik problemi	
			B.2.2. Mümkün matematik problemi	B.2.2.1. Yetersiz matematik problemi B.2.2.2. Yeterli matematik problemi

**Şekil 1.** Kurulan problemlerin matematiksel karmaşıklığının analizinde kullanılan şema

Analiz sürecinin ikinci aşamasında ise *yeterli matematik problemi* kategorisinde yer alan yanıtlar, dilsel karmaşıklığına göre “ödev”, “ilişkisel” ve “koşullu” şeklinde sınıflandırılmıştır. Öğrencilerin verdikleri yanıtlar iki araştırmacı tarafından birlikte analiz edilmiştir. İki kodlayıcı arasındaki uyuşmanın ve güvenilirliğin kabul edilebilir olup olmadığını belirlemek için Cohen kappa istatistiği kullanılarak kodlayıcılar arasındaki uyuşma yüzdesi ve katsayısı bulunmuştur. Kurulan problemlerin matematiksel ve dilsel karmaşıklığına yönelik uyuşma oranlarının %85 ile %90 arasında değiştiği ve Cohen Cappa değerlerinin 0.83 ve 0.89 arasındaki değerlere karşılık geldiği görülmüştür. Bu değerler, kurulan problemlerde iki kodlayıcı arasındaki matematiksel ve dilsel karmaşıklığın kategorilerine ilişkin problemlerin sınıflandırılmasında yüksek derecede bir uyuşmanın olduğuna işaret etmektedir. Verilen yanıtların sınıflandırılmasına ait dağılımlar, nicel analiz teknikleriyle yüzde ve frekans tablolarından yararlanılarak oluşturulmuştur.

### 3. Bulgular

170 altıncı sınıf öğrencisinin kendilerine sunulan açık-uçlu sözel hikayeye yönelik verdikleri 340 yanıtın matematiksel karmaşıklığına göre sınıflandırılmasına ait dağılıma Tablo 1’de verilmiştir.

**Tablo 1.** Yanıtların matematiksel karmaşıklığına ait dağılım

Kategoriler	Yanıtlar*
Problem değil	66(19,4)
Matematiksel olmayan durum	32(9,4)
Mümkün olmayan matematik problemi	44(12,9)
Yetersiz matematik problemi	10(2,9)
Yeterli matematik problemi	188(55,4)
Toplam	340(100)

\*Yanıtlar frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 1'e göre, yanıtların %55,4'ü yeterli matematik problemi kategorisinde yer almaktadır. Buna karşın yanıtların yaklaşık %45'i ise analiz şemasındaki diğer kategorilerde dağılım göstermektedir. Sadece on öğrencinin yanıtı eksik verilerin eklenmesi suretiyle çözülebilecek *yetersiz matematik problemi* kategorisinde yer almaktadır. Bu bulgulardan, yanıtların önemli bir kısmının verilen açık-uçlu sözel hikayedeki verileri kullanarak çözülebilecek problemler olmadıkları anlaşılmaktadır. Ö<sub>33</sub> tarafından *yeterli matematik problemi* kategorisinde verilen yanıt, *Ayşe, Mehmet'ten ne kadar fazla kek yemiştir?* şeklindedir. Problemin açık-uçlu sözle hikayede yer verilen bilgiler yardımıyla çözümü yapılabileceğinden bu kategoride değerlendirilmiştir.

Öğrencilerin verdikleri yanıtların %19,4'ü (66) *problem değil* kategorisinde yer almaktadır. Bu kategorideki yanıtlarda, öğrenciler açık-uçlu hikayeyi soru kökü içerecek şekilde tamamlayamamışlardır. Ö<sub>8</sub> tarafından kurulan problem, *bir kek 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ayşe  $\frac{4}{8}$ 'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$ 'ini ve Hasan  $\frac{2}{8}$ 'ini yemiştir* şeklindedir. Ö<sub>8</sub> verdiği yanıtta sözel hikâyede yer alan cümlelere yer vermiş, buna karşın soru kökü oluşturamamıştır. Yanıtların %9,4'ü (32) *matematiksel olmayan durum* kategorisinde yer almaktadır. Bu tür problemlerin matematiksel olarak çözümünün yapılması mümkün değildir veya sorunun cevabı açık-uçlu hikaye içerisinde hazır olarak bulunmaktadır. Örneğin, Ö<sub>112</sub> ve Ö<sub>93</sub> tarafından kurulan problemler sırasıyla, *keki kim yemiştir?* ve *Hasan kekin ne kadarını yemiştir?* şeklindedir. Ö<sub>112</sub> tarafından kurulan probleme matematiksel olarak çözüm bulunamaz. Ö<sub>93</sub> tarafından verilen yanıtın cevabının bulunması için matematiksel işlem yapılmasına ihtiyaç yoktur.

Öğrencilerin yanıtlarının %12,9'u (44) *mümkün olmayan matematik problemi* kategorisinde yer almaktadır. Bu kategorideki yanıtların mantıksal açıdan doğruluğu mümkün değildir. Örneğin, Ö<sub>3</sub> tarafından kurulan problem, *bir kek 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ayşe  $\frac{4}{8}$ 'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$ 'ini ve Hasan  $\frac{2}{8}$ 'ini yemiştir. Geriye kalan parçalar ise Zehra'ya verilmiştir. Zehra'ya ne kadar kek verilmiştir?* şeklindedir. Ayşe  $\frac{4}{8}$ 'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$ 'ini ve Hasan  $\frac{2}{8}$ 'ini yediğinde geriye kek kalmayacağı için problem mantıksal açıdan uygun değildir. Yanıtların %2,4'ü (10) ise *yetersiz matematik problemi* kategorisinde yer almaktadır. Bu kategorideki problemler, eksik verilerin eklenmesi halinde çözülebilecektir.

Örneğin, Ö<sub>11</sub> tarafından kurulan problem, *Bir kek 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ayşe  $\frac{4}{8}$  'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$  'ini ve Hasan  $\frac{2}{8}$  'ini yemiştir. Ayşe, Ali 'den ne kadar fazla yemiştir?* şeklindedir. Eğer probleme aynı büyüklükteki başka bir kekin belli bir miktarının Ali tarafından yenildiği şeklindeki veriler eklenirse, çözüm yapılabilir. Bu yönüyle kurulan problem *yetersiz matematik problemi* kategorisinde değerlendirilmiştir.

Altıncı sınıf öğrencilerinin *yeterli matematik problemi* kategorisinde kurdukları 188 problemin dilsel karmaşıklığına göre sınıflandırılması Tablo 2'de sunulmuştur.

**Tablo 2.** Yeterli matematik problemi kategorisindeki yanıtların dilsel karmaşıklığına ait dağılım

Kategoriler	Yanıtlar*
Ödev	110(58,5)
İlişkisel	66(35,1)
Koşullu	12(6,4)
<i>Toplam</i>	188(100)

\*Yanıtlar frekans(yüzde) şeklinde sunulmuştur.

Tablo 2'ye göre yanıtların yarısından fazlasının *ödev* kategorisinde, buna karşın sadece %6,4'ünün *koşullu* kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Bazı öğrencilerin bu kategorilere yönelik yanıtları şu şekildedir;

*Bir kek 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ayşe  $\frac{4}{8}$  'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$  'sini ve Hasan  $\frac{2}{8}$  'sini yemiştir. Mehmet ve Hasan kekin kaçta kaçını yemiştir? (Ö<sub>22</sub>, Ödev)*

*Bir kek 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ayşe  $\frac{4}{8}$  'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$  'sini ve Hasan  $\frac{2}{8}$  'sini yemiştir. Ayşe ve Hasan'ın yediği kek miktarı, Mehmet'in yediği kekten ne kadar fazladır? (Ö<sub>145</sub>, İlişkisel)*

*Bir kek 8 eşit parçaya ayrılmıştır. Ayşe  $\frac{4}{8}$  'ini, Mehmet  $\frac{2}{8}$  'sini ve Hasan  $\frac{2}{8}$  'sini yemiştir. Pelin ise eşit miktarda getirilen diğer kekten Ayşe ve Hasan'ın yediği miktar kadar yemiştir. Buna göre Pelin ve Mehmet toplam ne kadar kek yemiştir? (Ö<sub>162</sub>, Koşullu)*

Ö<sub>22</sub> tarafından kurulan problemde Mehmet ve Hasan'ın birlikte kekin ne kadarını yedikleri sorulduğundan kurulan problem ödev türünde değerlendirilmiştir. Çünkü probleme herhangi yeni bir veri eklenmemiş veya açık-uçlu hikaye içerisinde yer alan verilerin karşılaştırması yapılmamıştır. Ö<sub>145</sub> tarafından kurulan problemde ise Ayşe ve Hasan'ın yediği toplam kek miktarı ile Mehmet'in yediği kek miktarı karşılaştırılmıştır. Bu yönüyle problemde bir karşılaştırma söz konusu olduğundan *ilişkisel* şeklinde değerlendirilmiştir. Ö<sub>162</sub> tarafından kurulan probleme ise yeni veriler eklenmiş ve oluşan yeni koşullar üzerinden soru kökü oluşturulmuştur. Bu yönüyle kurulan problem *koşullu* şeklinde sınıflandırılmıştır.

#### 4. Tartışma, Sonuç ve Öneriler

Bu çalışmada altıncı sınıf öğrencilerinin yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinlikleri içerisinde yer alan açık-uçlu sözel hikayeye yönelik problem kurma becerileri kesirler üzerinden araştırılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin sözel hikayeye yönelik kavramsal yönden geçerli problem kurabilme başarılarının düşük olduğu ve öğrencilerin matematiksel karmaşıklık yönünden en düşük düzey olan *ödev* türü problemleri daha fazla tercih ettikleri tespit edilmiştir. Verilen 340 yanıtın yaklaşık %46'sının (152 yanıt) matematiksel olarak geçerli problem olmadığı, yeterli problem kategorisinde değerlendirilen 188 yanıtın yaklaşık %59'unun (110 yanıt) ise dilsel karmaşıklık yönünden en alt düzey olarak kabul edilen *ödev* türü problemler olduğu tespit edilmiştir. Verilen yanıtların yaklaşık %13'ü problem kurgusunda mantık hatası içermekte, verilen bilgilerle çözümü yapılamamaktadır. Öğrencilere sunulan açık uçlu sözel hikayedeki kesir sayılarının tamamı basit kesir olup, toplamları ise bir bütünü oluşturmaktadır. Buna karşın bazı öğrencilerin parça-bütün ilişkisini göz ardı etmeleri, problemlerdeki hataların ortaya çıkmasına neden olmuştur. Karşılaşılan bu hata türü, farklı araştırmacılar tarafından sembolik kesir işlemlerine yönelik kurulan problemlerde de sıklıkla tespit edilmiştir (Işık ve Kar, 2012a; Kar ve Işık, 2014; Mack, 1995; Ni & Zhou, 2005). Ulaşılan bu sonuç, görülen hatanın bir hatanın sembolik ifadelerle problem kurma etkinlikleri yanında açık-uçlu sözel hikayelere yönelik problem kurma etkinliklerinde de devam ettiğini ortaya koymaktadır.

Araştırma sonuçları, öğrencilerin verilen açık-uçlu hikayeyi soru kökü içerecek şekilde tamamlamada da güçlük yaşadıklarını göstermektedir. Problem değil kategorisi altında toplanan bu yanıtların analiz şemasının en temel seviyesini oluşturmasına rağmen, yanıtların yaklaşık %20'sinin bu kategoride oldukları tespit edilmiştir. Şüphesiz bu durumun birçok nedeni olabilir. Öğrencilerin kesir kavramlarına yönelik kavramsal düzeydeki eksikliklerinin, açık-uçlu hikayeyi problem olarak tamamlayabilme başarılarındaki düşük oranın nedenlerinden biri olarak düşünülebilir. Nitekim Silver ve Cai (1996), problem kurmadaki yetersizliğin sebebi olarak, öğrencilerin problem kurmadaki deneyimlerinin yetersiz oluşunu göstermiştir. Bunun yanında Kılıç (2011), ilköğretim matematik programında problem kurmaya yönelik kazanımların sınıf seviyelerine göre artış göstermesine rağmen, programda genel olarak serbest problem kurma etkinliklerine yer verildiğini, yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinin oranının ise çok daha az olduğunu belirtmektedir. Işık ve Kar (2012b), ilköğretim matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik problem kurmaya derslerde yer verilmesi noktasında olumlu görüşlere sahip olmalarına rağmen, problem kurmanın ders ortamlarında uygulanmasında problem kurma etkinliklerinin çeşitliliği ve kurulan problemlere yönelik öğrencilere dönüt vermede sınırlı bir anlayışın hakim olduğunu belirtmişlerdir. Kılıç (2014) ise, problem kurma etkinliğinde öğretmenlerin bilgili ve donanımlı olmalarının öğrencilerin problem kurmadaki ilgi ve yeterliliklerini artıracaklarını belirtmesine rağmen, öğretmenlerin problem kurma ile ilgili algılarında farklılıklar olduğunu vurgulamaktadır. Dolayısıyla, öğrencilerin kavramsal düzeydeki eksiklikleri yanında, matematik programı ve öğretmenlerin problem kurmaya yönelik bakış açılarının da öğrencilerin problem kurmada yaşadıkları güçlüğü nedenleri arasında yer aldığı söylenebilir. Buna karşın yapılan bu

araştırma tamamen mevcut durumu betimlemeye yönelik tasarlandığından, gözlem veya yarı-yapılandırılmış görüşmeler olmadan ulaşılan sonuçların nedenlerini tam olarak ortaya koymak mümkün görünmemektedir. Bu yönüyle ileride yapılabilecek olan araştırmalarda, belirtilen bu durum aydınlatılabilir.

Araştırmacılar (Crespo & Sinclair, 2008; Işık ve Kar, 2011; Silver & Cai, 1996) *ödev* türü problemlerin, diğer problem türlerine göre daha fazla tercih edildiğini ve bu tür problemlerin dilsel karmaşıklık yönünden en düşük düzeyde yer aldığını vurgulamaktadır. Yürütülen bu çalışmada da, öğrencilerin açık-uçlu sözel hikayeye yönelik kurdukları problemlerin çoğunun dilsel karmaşıklık yönünden *ödev* türü problemler olduğu tespit edilmiştir. Buna karşın *ilişkisel* ve *koşullu* şeklindeki problem türlerindeki başarı oranının düşüş gösterdiği ve özellikle *koşullu* problem türünde başarı oranının oldukça düşük olduğu belirlenmiştir (% 6.4). *Koşullu* türü problemlerde mevcut veri setine yeni verilerin eklenmesi ve bu veriler üzerinden problemin yeniden düzenlenmesi söz konusudur. Dolayısıyla bu tür problemler daha üst düzey matematiksel becerileri gerektirmektedir. Bu bağlamda öğrencilerin mevcut verileri yeni verilerle ilişkilendirme noktasında güçlükler yaşadıkları söylenebilir. Benzer olarak Tertemiz ve Sulak (2013) beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurarken fazla zihinsel beceri gerektirmeyen teknikleri daha fazla tercih ettiklerini, konunun değiştirilmesi, yeni bilgiler eklenmesi gibi daha üst düzey zihinsel beceri gerektiren problem kurma tekniklerine ise daha az yer verdiklerini belirtmektedirler. Bu bağlamda, öğrencilerin özgün problemler kurmaları konusunda daha fazla teşvik edilmelerinin gerektiği düşünülebilir.

Sonuç olarak, bu araştırmada altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle işlemlere yönelik hazırlanan açık-uçlu sözel hikayeye yönelik problem kurmada güçlük yaşadıkları ve kurdukları problemlerin dilsel karmaşıklığının en düşük düzeyde kaldığı tespit edilmiştir. Araştırmanın sonuçları altıncı sınıf öğrencilerine yöneltilen sadece bir adet açık-uçlu hikayeden elde edilmiştir. Bu durum araştırmanın sınırlılığı olarak görülebilir. Farklı sınıf seviyelerinde, kesirler yanında, diğer matematiksel konulara yönelik açık-uçlu sözel hikayelere problem kurma çalışmaları farklı araştırma yaklaşımlarıyla incelenebilir. Bu tür araştırmaların sonuçlarının bu çalışmadan elde edilen sonuçların derinleştirilmesine ve genellenmesine katkı sunacağı düşünülmektedir. Bunun yanında bu araştırmada kurulan matematiksel problemlerin sadece dilsel karmaşıklığı analiz edilmiştir. Buna karşın problemlerin karmaşıklığı analiz edilmesinde dikkate alınan diğer bir boyut ise problemlerin içerdikleri semantik ilişkilerdir (Marshall, 1995). Farklı analiz şemaları üzerinden öğrencilerin kurdukları problemlerin karmaşıklığının araştırılması, elde edilen sonuçlar üzerinde daha kapsamlı yorumların yapılmasına imkan sağlayabilecektir. Bu yönüyle araştırmacılara bu tür farklı şemalar üzerinden problemlerin karmaşıklığın araştırılması önerilmektedir. Son olarak öğretmenlerin sınıflarında yer verdikleri problem kurma etkinlikleri, öğrencilerin problem kurma becerilerini etkileyebilecektir. Dolayısıyla bu tür problem kurma etkinliklerine yönelik ortaokul matematik öğretmenlerinin problem kurma becerileri de araştırılabilir.

## The Analysis of the Problems Posed by the Sixth Grade Students for Open-Ended Verbal Story about Fractions

### Extended Abstract

Problem posing has an important role in the teaching and learning of mathematics. Problem posing is defined as a process including students' mathematical experiences, their personal interpretations about concrete situations, and forming these into meaningful mathematical problems (Stoyanova & Ellerton, 1996). Moreover, it contributes to students' development of conceptual understanding (Demir, 2005; Toluk-Uçar, 2009). The importance of problem posing in the teaching and learning of mathematics is not limited to improving conceptual understanding skills. Problem posing is closely related to problem solving and creativity skills and it promotes the improvement of these skills, as well (Abu-Elwan, 2002; Cai & Hwang, 2002; 1998; Cankoy & Darbaz, 2010; Silver & Cai, 1996; Yuan & Sriraman, 2010). Another prominent dimension of problem posing in recent years is that the opinion about conceptual understanding can be used as an assessment tool for determining errors and misunderstandings. In Turkey studies about problem posing in fractions and operations in fractions, they emphasized errors and difficulties in problems posed (Arıkan & Ünal, 2013; Işık & Kar, 2012a; Kar & Işık, 2014), however, they did not study problems' mathematical and linguistic complexity. The analysis of mathematical and linguistic complexity of students' problems posed for open ended verbal story may contribute to mathematics teachers and researchers about what types of problems students' are posing. In this context, in the study evaluation dimension of problem posing, is considered and it is aimed to analyze students' mathematical and linguistic complexity of problems posed for open ended verbal story about operations in fractions.

The descriptive research method was used in the present study. This study was conducted with a total of 170 sixth grade students from seven middle schools in Erzurum city center in the 2012-2013 spring semester. In this study, students were presented the following open-ended verbal story: A piece of cake was cut into 8 equal parts. Ayşe ate  $\frac{4}{8}$  of the piece of cake, Mehmet ate  $\frac{2}{8}$  of the piece of cake, Hasan ate  $\frac{2}{8}$  of the piece of cake. Students were expected to pose two different verbal problems based on the given open-ended story. Problems posed by the students were analyzed in two phases using varied analysis schemes in the literature (Crespo & Sinclair, 2008; Leung & Silver, 1997; Leung, 2013; Silver & Cai, 1996, 2005). In the first phase, problems posed by the students were analyzed in five categories (Leung & Silver, 1997; Leung, 2013). These categories were: i) *not being a problem*, ii) *non-math problem situation*, iii) *an impossible math problem*, iv) *an insufficient math problem*, and v) *a sufficient math problem*. In the second phase, the responses that were listed under the *sufficient math problem* category were analyzed according to their linguistic complexities. In this respect, problems posed were classified as *assignment*, *relational*, and *conditional*.

A total of 340 responses were expected from 170 sixth grade students. Among the responses, 55.4% were listed under the *sufficient math problem* category. Approximately 45% of the responses were listed in the other categories. Among the answers given by the students, 19.4% (66) were listed under the *not a problem* category. In the answers belonging to this category, students were unable to complete the open-ended story with a question root. Among the answers, 9.4% (32) were listed in the *non-math problem situation* category. These types of problems are either impossible to be solved mathematically or the answer to the problem already exists in the open-ended story. Among the answers, 12.9% (44) were listed in the *impossible math problem* category. This category involves answers that are not logically accurate. The *insufficient math problem* category included 2.4% (10) of the answers. The problems in this category could be solved only after the missing values are added. More than half of the 188 responses listed under the *sufficient problem* category also belonged to the *assignment* category, while only 6.4% of them belonged to the “*conditional*” category.

According to the results, it was found that approximately 46% (152 answers) of 340 answers are not problems mathematically, approximately 59% (110 answers) of 188 answers under sufficient math problem category are found to be in the lowest level of linguistic complication which is *homework*. In given answers, approximately 13% of problems had logical error in its editing; with given information they could not be solved. Some students' ignoring of part-whole relationship caused the problems be wrong. This result showed that this error is seen in problem posing activities based on symbolic expressions and also in problem posing activities based on open ended verbal stories. In this study, students had difficulties in completing open ended story with question root. Under not a problem category, although these answers form the basic level of analysis schema, approximately 20% of answers are under this category. Furthermore, it was determined that the linguistic complexities of the problems posed by the students were at the lowest level. Researches (Crespo & Sinclair, 2008; Işık & Kar, 2011; Silver & Cai, 1996) have highlighted that the problems in the form of *assignment* were preferred by the students more than the other types of problems and that these problems remained in the lowest level in terms of linguistic complexity. On the other hand, about relational and conditional types of problems there was a decrease in success and specifically in conditional type of problems success is rather low.

Findings were gathered only from an open ended story asked to 6th grade students. This is thought to be a limitation of the study. In different class levels, in addition to fractions, students may be asked to pose problems about other mathematical topics in future studies. These types of studies are thought to contribute deepening and generalizing findings of this study. Moreover, in this study only the verbal complexity of mathematical problems posed were analyzed. Another dimension that should be taken into consideration, in terms of the complexity of the problems, is the semantic relationship (Marshall, 1995). The complexities of the problems posed by students could be researched using diverse analysis schemes in order to obtain a more comprehensive interpretation of the results obtained. From this

---

aspect researchers are suggested to study complexity of problems from these types of different schemas. Lastly, activities about problem posing in classes by teachers can affect students' problem posing skills. Therefore, middle school mathematics teachers' problem posing skills can also be studied in these type of problem posing activities.

## Kaynaklar/References

- Abu-Elwan, R. (1999). The development of mathematical problem posing skills for prospective middle school teachers. In A. Rogerson (Ed.) *Proceedings of the International conference on Mathematical Education into the 21st Century: Social Challenges, Issues and Approaches* (Vol. 2, pp. 1-8). Cairo, Egypt.
- Abu-Elwan, R. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance. *Journal of Science and Mathematics Education*, 25(1), 56-69.
- Akkan, Y., Çakıroğlu, Ü. ve Güven, B. (2009). İlköğretim 6. ve 7. Sınıf öğrencilerinin denklem oluşturma ve problem kurma yeterlilikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(17), 41-55.
- Alacacı, C. (2009). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. E. Bingölbali ve MF Özmantar (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (s. 63-95). Ankara: Pegem Akademi.
- Arıkan, E. E., ve Ünal, H. (2013). İlköğretim 2. sınıf öğrencilerinin matematiksel problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Amasya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 2(2), 305-325.
- Arıkan, E. E., & Ünal, H. (2015). An investigation of eighth grade students' problem posing skills (Turkey Sample). *International Journal of Research in Education and Science*, 1(1), 23-30.
- Biber, A. Ç., Tuna, A. ve Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 152-162.
- Bonotto, C. (2013). Artifacts as sources for problem-posing activities. *Educational Studies in Mathematics*, 83, 37-55. doi: 10.1007/s10649-012-9441-7
- Bulgar, S. (2003). Children's sense-making of division of fractions. *The Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 319-334. doi:10.1016/S0732-3123(03)00024-5
- Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 34(5), 719-737. doi:10.1080/00207390310001595401.
- Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior*, 21, 401-421.
- Cankoy, O. ve Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözüme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 38, 11-24.



- Çelik, A. ve Yetkin-Özdemir, E. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısız akıl yürütme becerileri ile oran-orantı problemi kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(1), 1-11.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.). *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 2, pp. 233-240. Melbourne: PME.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM*, 37(3), 149-158.
- Contreras, J. (2007). Unraveling the mystery of the origin of mathematical problems: Using a problem posing framework with prospective mathematics teachers. *The Mathematics Educator*, 17(2), 15-23.
- Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal Mathematics Teacher Education*, 11, 395-415.
- Demir, B. B. (2005). *Problem kurarak ders işleniş yönteminin öğrencinin olasılık başarısına etkisi ve olasılığa yönelik tutumuna etkisi* (Yüksek lisans tezi). Ortadoğu Teknik Üniversitesi, Ankara.
- Dickerson, V. M. (1999). *The impact of problem posing instruction on the mathematical problem solving achievement of seventh graders* (Unpublished doctoral dissertation). University of Emory, Atlanta.
- Doğan, M. ve Yeniterzi, B. (2011). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki hazır bulunuşlukları. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 217-237.
- English, L. D. (1997). The development of fifth-grade children's problem posing abilities. *Educational Studies in Mathematics*, 34(3), 183-217. doi:10.1023/a:1002963618035.
- English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education*, 29(1), 83-106.
- Gonzales, N. A. (1998). A blueprint for problem posing. *School Science and Mathematics*, 94(2), 78- 85. doi:10.1111/j.1949-8594.1998.tb17437.x
- Graeber, A. O. (1999). Forms of knowing mathematics: What pre-service teachers should learn. *Educational Studies in Mathematics*, 38, 189-208. doi: 10.1023/A:1003624216201
- Işık, C., ve Kar, T. (2011). İlköğretim 6, 7 ve 8. sınıf öğrencilerinin sayı algılama ve rutin olmayan problem çözme becerilerinin incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(1), 57-72.
- Işık, C., ve Kar, T. (2012a). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 11(4), 1021-1035. <http://ilkogretim-online.org.tr/vol11say4.html> adresinden erişilmiştir.
- Işık, C., ve Kar, T. (2012b). Matematik dersinde problem kurmaya yönelik öğretmen görüşleri üzerine nitel bir çalışma. *Milli Eğitim Dergisi*, 194, 199-215.

- Işık, C., Işık, A., ve Kar, T. (2011). Öğretmen adaylarının sözel ve görsel temsillere yönelik kurdukları problemlerin analizi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 39-49.
- Işık, C., Kar, T., Işık, A., ve Albayrak, M. (2012). *İlköğretim 6. sınıf öğrencilerinin doğal sayılarda kalanlı bölme işlemine yönelik problem kurma ve çözme becerilerinin araştırılması*. 11. Ulusal Sınıf Öğretmenliği Eğitimi Sempozyumu'nda sunulan bildiri, Recep Tayyip Erdoğan Üniversitesi, Rize.
- Kar, T., ve Işık, C. (2014). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online*, 13(4), 1223-1239. <http://ilkogretim-online.org.tr/vol13say4/v13s4m7.pdf> adresinden erişilmiştir. doi :10.17051/fo.2014.13224
- Kılıç, Ç. (2011). İlköğretim matematik dersi öğretim programında (1-5. sınıflar) yer alan problem kurma çalışmalarının incelenmesi. *Mersin Üniversitesi, Eğitim Fakültesi Dergisi*, 7(2), 54-65.
- Kılıç, Ç. (2013a). İlköğretim öğrencilerinin doğal sayılarla dört işlem gerektiren problem kurma etkinliklerindeki performanslarının belirlenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 20, 256-274.
- Kılıç, Ç. (2013b). Sınıf öğretmeni adaylarının farklı problem kurma durumlarında sergilemiş oldukları performansın belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 13(2), 1195-1211.
- Kılıç, Ç. (2014). Sınıf öğretmenlerinin problem kurmayı algılayış biçimlerinin belirlenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 22(1), 203-214.
- Kilpatrick, J. (1987). Problem formulating: Where do good problems come from? In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Cognitive science and mathematics education* (p. 123-147). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Kinach, B. M. (2002). A cognitive strategy for developing pedagogical content knowledge in the secondary mathematics methods course: Toward a model of effective practice. *Teaching and Teacher Education*, 18, 51-71. doi:10.1016/S0742-051X(01)00050-6
- Kocaoglu, T., ve Yenilmez, K. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar ve kavram yanlışları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 14, 71-85.
- Küçük, A. ve Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanlışları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Leung, S. S. (1993). *The relation of mathematical knowledge and creative thinking to the mathematical problem posing of prospective elementary school teachers on tasks differing in numerical information content* (Unpublished doctoral dissertation). University of Pittsburg, Pittsburg.
- Leung, S. S. (1997). On the role of creative thinking in problem posing. *International Review on Mathematical Education*, 97(2), 48-52. doi: 10.1007/BF03217299

- Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: challenges and strategies. *Educational Studies in Mathematics*, 83(1), 1-14. doi:10.1007/s10649-012-9436-4
- Leung, S. S., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal*, 9(1), 5-24. doi:10.1007/BF03217299
- Lin, K. M., & Leng, L. W. (2008). *Using problem posing as an assessment tool*. Paper presented at the 10th Asia-Pacific Conference on Giftedness, Singapore.
- Liu, W., & Neber, H. (2012). Estimation skills of Chinese and polish grade 6 students on pure fraction tasks. *Journal of Mathematics Education*, 5(1), 1-14.
- Lowrie, T. (2002). Young children posing problems: the influence of teacher intervention on the type of problems children pose. *Mathematics Education Research Journal*, 14(2), 87-98. doi: 10.1007/BF03217355
- Mack, N. K. (1995). Confounding whole-number and fraction concepts when building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, 26(5), 422-441.
- Marshall, S. P. (1995). *Schemas in problem solving*. New York: Cambridge University Press
- McMillan, H. J., & Schumacher, S. (2010). *Research in Education*. Boston, USA: Pearson Education.
- Mestre, J. P. (2002). Probing adults' conceptual understanding and transfer of learning via problem posing. *Journal of Applied Developmental Psychology*, 23(1), 9-50. doi:10.1016/S0193-3973(01)00101-0
- Millî Eğitim Bakanlığı. [MEB]. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- Millî Eğitim Bakanlığı. [MEB]. (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) öğretim programı*. Ankara: MEB Basımevi.
- Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research & Practice*, 26(2), 109-119. doi: 10.1111/j.1540-5826.2011.00330.x
- National Council of Teachers of Mathematics. [NCTM]. (2000). *Principles and Standard for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Ni, Y., & Zhou, Y. D. (2005). Teaching and learning fraction and rational numbers: The origins and implications of whole number bias. *Educational Psychologist*, 40(1), 27-52. doi:10.1207/s15326985ep4001\_3.
- Nicolaou, A. A., & Xistouri, X. (2011). Field dependence /independence cognitive style and problem posing: an investigation with sixth grade students. *Educational Psychology*, 31(5), 611-627. doi:10.1080/01443410.2011.586126
- Pantziara, M., & Philippou, G. (2011). Fear of failure in mathematics: What are the Sources. *European Research in Mathematics Education* (pp. 1-10). Poland: Service des publications, INRP.
-

- Sharp, J., & Adams, B. (2002). Children's constructions of knowledge for fraction division after solving realistic problems. *The Journal of Educational Research*, 95(6), 333-347. doi:10.1080/00220670209596608
- Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics*, 14(1), 19-28.
- Silver, E. A. (1995). The nature and use of open problems in mathematics education: Mathematical and pedagogical perspectives. *International Reviews on Mathematical Education*, 27(2), 67-72.
- Silver, E. A., & Cai, J. (1996). An analysis of arithmetic problem posing by middle school students. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27, 521-539.
- Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 129-135.
- Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. In A. McIntosh & N. Ellerton (Eds.), *Research in mathematics education: A contemporary perspective* (pp.164-185). Perth: MASTEC Publication.
- Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in Mathematics Education* (pp.518-525). Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Şiap, İ. ve Duru, A. (2004). Kesirlerde geometriksel modelleri kullanabilme becerisi. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.
- Tertemiz, N. I. ve Sulak, S. E. (2013). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin problem kurma becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 12(3), 713-729. <http://ilkogretim-online.org.tr/vol12say3.html> adresinden erişilmiştir.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: The case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 5-25.
- Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education*, 25(1), 166-175.
- Turhan, B. ve Güven, M. (2014). Problem kurma yaklaşımıyla gerçekleştirilen matematik öğretiminin problem çözme başarısı, problem kurma becerisi ve matematiğe yönelik görüşlere etkisi. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 43(2), 217-234.
- Van De Walle, J. A. (2004). *Elementary and middle school mathematics: teaching developmentally* (5th ed.). Boston, MA: Pearson.
- Yuan, X., & Sriraman, B. (2010). An exploratory study of relationships between students' creativity and mathematical problem-posing abilities. In B. Sriraman & K. Lee (Eds.), *The Elements of Creativity and Giftedness in Mathematics* (pp. 5-28). Rotterdam: Sense Publishers.

#### Kaynak Gösterme

Işık, C. ve Kar, T. (2015). Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili açık-uçlu sözel hikayeye yönelik kurdukları problemlerin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 6(2), 230-249.

#### Citation Information

Işık, C., & Kar, T. (2015). The analysis of the problems posed by the sixth grade students for open-ended verbal story about fractions. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 6(2), 230-249.